电子科技大学研究生试卷

**学 号**  **姓 名**  **学 院**

…………………… 密……………封……………线……………以……………内……………答…… ………题……………无……………效……………………

（考试时间： 至 ，共\_\_2\_小时）

课程名称 图论及其应用 教师 学时 60 学分

教学方式 讲授 考核日期\_2012\_\_年\_\_\_月\_\_\_\_日 成绩

考核方式： （学生填写）

**一、填空题（**填表题每空1分，其余**每题2分，共30分)**

1．阶正则图*G*的边数**=；**

2．3个顶点的不同构的简单图共有个；

3．边数为的简单图的不同生成子图的个数有个**；**

**4.** 图与图的积图的边数为；

****5. 在下图中，点到点的最短路长度为；

6. 设简单图的邻接矩阵为，且，则图的边数为

；（主对角元之和）

**7.** 设是*n*阶简单图，且不含完全子图，则其边数一定不会超过；

**8．**的生成树的棵数为**;**

9. 任意图的点连通度、边连通度、最小度之间的关系为

**；**

10. 对下列图，试填下表（是类图的打〝√ 〞，否则打〝 〞）。



① ② ③

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 能一笔画的图 | Hamilton图 | 偶图 | 可平面图 |
| ① |  | √ |  | √ |
| ② |  |  |  | **√** |
| ③ |  | √ | √ | √ |

二、单项选择(每题2分，共10分)

1．下面命题正确的是 ( B )

对于序列，下列说法正确的是：

(A) 是简单图的度序列；

(B) 是非简单图的度序列;

(C) 不是任意图的度序列;

(D) 是图的唯一度序列.

2．对于有向图，下列说法**不正确**的是 ( D )

(A) 有向图中任意一顶点只能处于的某一个强连通分支中；

(B) 有向图中顶点可能处于的不同的单向分支中;

(C) 强连通图中的所有顶点必然处于强连通图的某一有向回路中;

(D) 有向连通图中顶点间的单向连通关系是等价关系。

3.下列无向图可能不是偶图的是 ( D )

(A) 非平凡的树；

(B) 无奇圈的非平凡图；

(C) 方体；

(D) 平面图。

4.下列说法中正确的是 ( C )

(A) 连通3正则图必存在完美匹配；

(B) 有割边的连通3正则图一定不存在完美匹配；

(C) 存在哈密尔顿圈的3正则图必能1因子分解**；**

**(D)** 所有完全图都能作2因子分解**。**

5. 关于平面图，下列说法错误的是( B )

(A) 简单连通平面图中至少有一个度数不超过5的顶点；

(B) 极大外平面图的内部面是三角形，外部面也是三角形；

(C) 存在一种方法，总可以把平面图的任意一个内部面转化为外部面**；**

**(D)** 平面图的对偶图也是平面图**。**

三、 (10分) 设与其补图的边数分别为，求的阶数。

**解：设**的阶数为。

因…………………………………4分

**所以：……………………..2分**

**得：………………………..4分**

四、(10分) 求下图的最小生成树（不要求中间过程，只要求画出最

小生成树, 并给出*T*的权和）。

**1 2 3**

***v*7**

***v*6**

*v*1

*v*2

*v*6

*V*7

**2 4**

**4 3 5 1 6**

6 5

***v*4**

*v*3

*v*4

*v*5

*V*7

*v*6

*v*5

*v*4

*v*3

*v*2

*v*1

***v*4**

***v*6**

***v*7**

6 5

**4 3 5 1 6**

**2 4**

**1 2 3**



五、(10分) (1). 求下图的*k*色多项式； (2). 求出的点色数 ；

(3). 给出一种使用种颜色的着色方法。



**解**：(1)、图G的补图为：(2分)



………………………………………………..1分

对于：，所以，其伴随多项式为：

……………………………………..1分

所以：………………………………1分

于是色多项式



= *k* (*k*-1) (*k-*2)[2+4(*k*-3) +(*k-*3) (*k-*4)] = *k*(*k*-1)2 (*k-*2)2

**2分**

解法2  2分

 + 

= (*k*-1) 3分

=(*k*-1)[ *k*(*k*-1) (*k-*2)2]

= *k*(*k*-1)2 (*k-*2)2 2分

(2)、由于，所以，点色数=3；……..**2分**

(3)、点着色：(**1分**)



六、(10分) 5个人被邀请参加桥牌比赛。桥牌比赛规则是每一**场**比赛由两个2人**组**进行对决。要求每个2人组都要与其它2人组（*W*,*Z* ∉{*X*,*Y*}）进行对决。若每个人都要与其他任意一个人组成一个2人组，且每个**组**在同一天不能有多余一次的比赛，则最少安排多少**天**比赛（每一天可以有多场比赛）？请给出相应的一个时间安排表。(用图论方法求解)

**解**：(1)、建模：5个人能够组成10个2人组：AB, AC, AD, AE, BD, BC,

BE, CD , CE, DE。

以每个2人组作为顶点，因要求每个2人组都与其它2人组比赛，所以，得到比赛状态图如下：



**4分**

(2)、最少安排多少天比赛转化为求状态图的边色数。

因为彼得森图不可1因子分解，于是可推出，又可用4种色对其正常边着色(见下图)，所以：。

所以：。 **2分**



1

1

1

2

2

2

1

2

2

3

3

3

4

4

4

(3)、**安排时间表**：

第一天：AB---DE, AE---BC, AC---BE, AD---CE;

第二天：AB---CE, AC---DE, AE---BD, AD---BC, BE---CD ;

第三天：AB---CD, BC---DE, BD---CE;

第四天：AC---BD, AD---BE, AE---CD。

**4分**

七、(10分 ) 由于在考试中获得好成绩，6名学生将获得下列书籍的奖励，分别是：代数学(a)，微积分(c)，微分方程(d)，几何学(g)，数学史(h)，规划学(p)，拓扑学(t)。每门科目只有1本书，而每名学生对书的喜好是：

A：d, h, t ；B： h, t ；C：d, h ；D：d, t ；E：a, c, d ； F:：c, d, p, g 。

每名学生是否都可以得到他喜欢的书？为什么？(用图论方法求解)

**解**：由题意,得模型图：(**4分**)



问题转化为是否存在饱和A,B,C,D,E,F的匹配存在。 2分

取顶点子集合，因，所以

由霍尔定理知：不存在饱和A,B,C,D,E,F的匹配。

**故**每名学生不能都得到他喜欢的书。 4分

八、(10分) 若为偶数，且单图*G*满足：，求证：中有3因子**。**

**证明**：因单图*G*满足：，所以中存在哈密尔顿圈。 **2分**

又因为偶数，所以，可分解为两个1因子，它们显然也是图*G*的两个1因子。 **3分**

考虑**，**则，于是，中存在哈密尔顿圈。 2分

作，则为G的一个3因子。 **3分**