

A számításelmélet alapjai 2.

Minta ZH

1. feladat: Tegye **teljesen zárójelezetté** az alábbi formulákat, azaz a prioritások figyelembevételével írja fel a formulát, úgy, hogy minden kétváltozós művelet zárójelben legyen, és a formula legyen tautológikusan ekvivalens az eredetivel! (6 pont)

a) $P \wedge \neg(Q \rightarrow R \rightarrow P \vee R)$

b) $(P \vee R \rightarrow Q) \wedge Q \rightarrow \neg R$

c) $P \wedge \neg R \vee Q \vee Q \rightarrow R$

2. feladat: Mondja meg, hogy az alábbi formulák **nyíltak vagy zártak**, jelölje meg a szabad változókat, illetve, hogy melyik kvantor melyik változót köti! (6 pont)

a) $\forall y \exists x (Q(x) \rightarrow \exists x \exists z \forall v (R(x, y, z, v) \wedge \neg Q(x)))$

b) $\exists z (\forall y Q(y) \rightarrow \exists x \neg \forall v R(x, y, z, v))$

c) $\neg \exists x (\forall y Q(x, y) \rightarrow \exists y (\forall x \exists z \forall v R(x, y, z, v) \wedge P(x)))$

3. feladat: Az ekvivalencia szabályok segítségével lássuk be, hogy a következő formula tautológia! (6 pont)

$$\models_0 A \rightarrow B \rightarrow A \wedge B$$

4. feladat:

Lássa be **igazra történő igazság értékeléssel** ($\varphi(\alpha)^i$), hogy az α formula tautológia! (8 pont)

$$\alpha = ((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow (\neg R \rightarrow \neg P)$$

5. feladat: Legyen az alábbi formula a **pozitív egész** számokon értelmezve.

$P(x, y)$ igaz, ha x osztója y -nak. $Q(x)$ legyen igaz, ha x osztható 3-mal és legyen $f(x) := x^2$.

$$\exists x (\forall y (P(x, y) \wedge P(f(x), y)) \rightarrow Q(f(x)))$$

Értékelje ki a formulát a fent adott interpretációban! (Haladjon x -szel lépésenként addig, amíg a formula értékét el tudja dönteni.) (10 pont)

6. feladat: Adja meg az alábbi formula kitüntetett konjunktív normál formáját (KKNF) az igazságtáblája alapján! Írja fel a táblázatba a nem prím részformulák értékét is! (8 pont)

$$(Q \wedge R) \rightarrow (\neg P \rightarrow \neg R)$$

7. feladat: Lássa be **szemantikusfa** segítségével, hogy a

$$\{P \vee R, P \rightarrow Q\} \models_0 \neg Q \rightarrow R !$$

Adja meg a kiindulási klózalmazt is! (8 pont)

8. feladat: Formalizálja 0-ad rendben az alábbi szöveget és **rezolúciós levezetéssel** bizonyítsa, hogy a $A1, A2$ **tautologikus következménye** B ! (8 pont)

$A1$: Ha tanultam a ZH-ra, akkor jól írom meg ezt a ZH-t.

$A2$: Ha jól írom meg ezt a ZH-t, akkor nem kell ebből pót ZH-t írnom.

B : Tehát, ha pót ZH-t kell ebből írnom, akkor nem tanultam a ZH-ra.