

B+ fa

Ajánlott jegyzetek:

Az előadás honlapján elérhető jegyzet a B+ fáról: <http://aszt.inf.elte.hu/~asvanyi/ad/B+%20fa.pdf>

Az előadás honlapján elérhető egy rendkívül jól használható szakdolgozat B+ fák műveleteinek szemléltetésére: <http://aszt.inf.elte.hu/~asvanyi/szd/>

A d -edfokú B+ fák belső csúcsainak tulajdonságai:

- Minden csúcs legfeljebb d mutatót ($4 \leq d$), és legfeljebb $d-1$ kulcsot tartalmaz. (d : állandó, a B+ fa fokszáma)
- Minden Cs belső csúcsra, ahol k a Cs csúcsban a kulcsok száma: az első gyerekekhez tartozó részében minden kulcs kisebb, mint a Cs első kulcsa; az utolsó gyerekekhez tartozó részében minden kulcs nagyobb-egyenlő, mint a Cs utolsó kulcsa; és az i -edik gyerekekhez tartozó részében ($2 \leq i \leq k$) lévő tetszőleges r kulcsra $\text{Cs.kulcs}[i-1] \leq r < \text{Cs.kulcs}[i]$.
- A gyökerű csúcsnak legalább két gyereke van (kivéve, ha ez a fa egyetlen csúcsa, következésképpen az egyetlen levele is).
- Minden, a gyökértől különböző belső csúcsnak legalább $\lfloor d/2 \rfloor$ gyereke van.

d -edfokú B+ fák levél csúcsainak tulajdonságai:

- Minden levélben legfeljebb $d-1$ kulcs, és ugyanennyi, a megfelelő (azaz ilyen kulcsú) adatrekordra hivatkozó mutató található
- A gyökértől mindegyik levél ugyanolyan távol található.
- Minden levél legalább $\lfloor d/2 \rfloor$ kulcsot tartalmaz (kivéve, ha a fának egyetlen csúcsa van).
- A B+ fa által reprezentált adathalmaz minden kulcsa megjelenik valamelyik levélben, balról jobbra szigorúan monoton növekvő sorrendben.

Feladat

Egy d -edfokú B+ fa csúcsaiban 4 bájtos kulcsok és 6 bájtos pointerok vannak. A B+ fát mágneslemezen tároljuk, ahol a blokkméret 4096 bájt. Mekkora a B+ fa d fokszáma?

Egy csúcs legfeljebb $d-1$ kulcsot és d mutatót tartalmaz

$$\rightarrow 4(d-1) + 6d \leq 4096$$

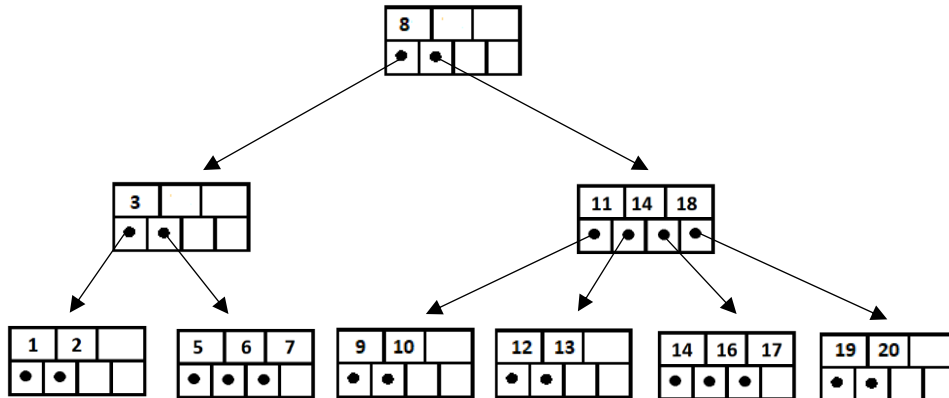
$$10d - 4 \leq 4096$$

$$10d \leq 4100$$

$d=410$ –nek érdemes választani a B+ fa foksámát

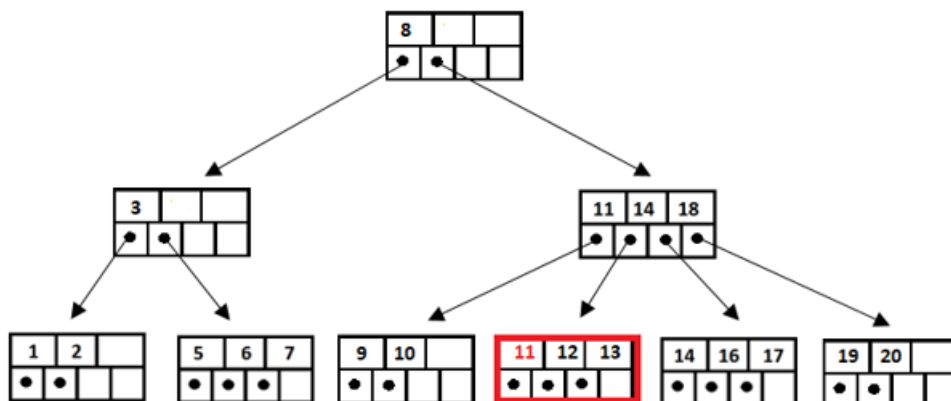
Beszúrás B+ fába

Rajzolja le a $\{ [(1\ 2)\ 3\ (5\ 6\ 7)]\ 8\ [(9\ 10)\ 11\ (12\ 13)\ 14\ (14\ 16\ 17)\ 18\ (19\ 20)] \}$ negyedfokú B+ fát. Szemléltesse az előadásról ismert algoritmus szerint a 11, a 4, illetve a 15 beszúrását, minden esetben az eredeti fára!



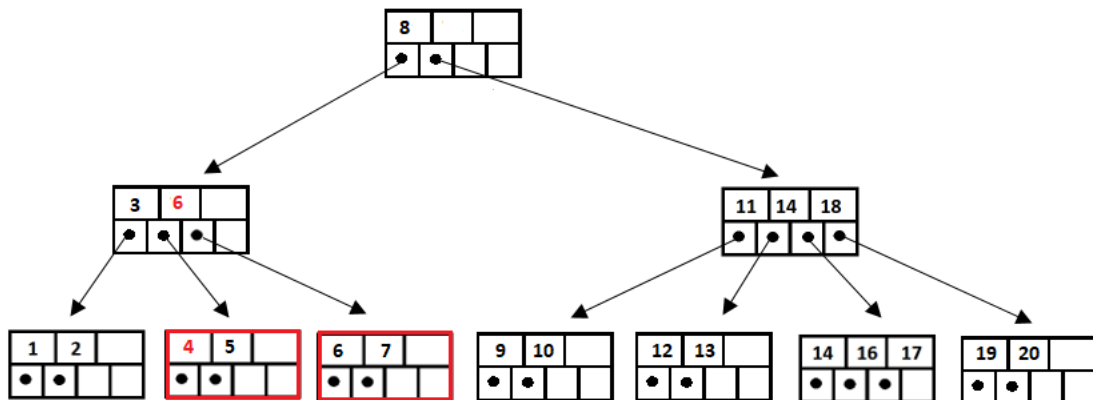
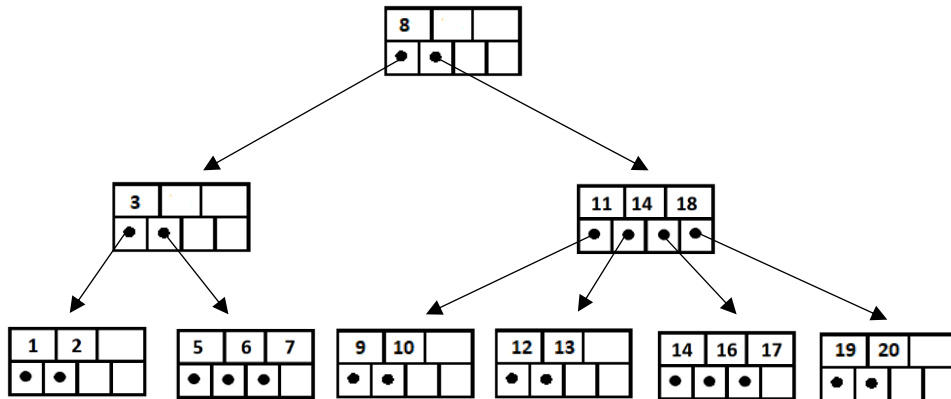
11 beszúrása:

- Megkeressük a fában a 11 helyét: (12 13) levél
- Mivel a levélben a 11 nem szerepel és van még hely, egyszerűen beszúrjuk.



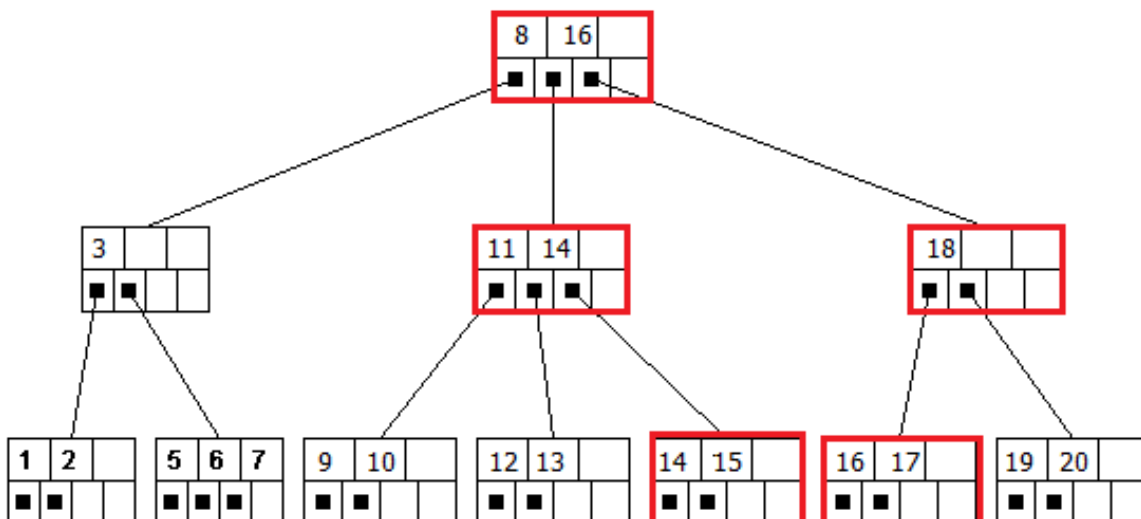
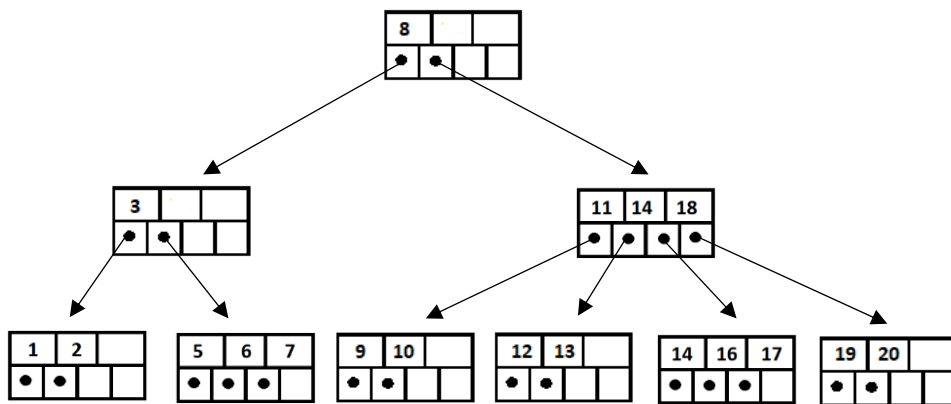
4 beszúrása:

- Megkeressük a fában a 4 helyét: (5 6 7) levél
- Mivel ez a levél már telített, szétvágjuk: (4 5) (6 7)
- Változtatjuk a szülő (3) csúcsot:
 - Mivel az nem telített, egy új kulcsot helyezünk el. Az új kulcs mindig a 2. új levél első eleme lesz: (3 6)



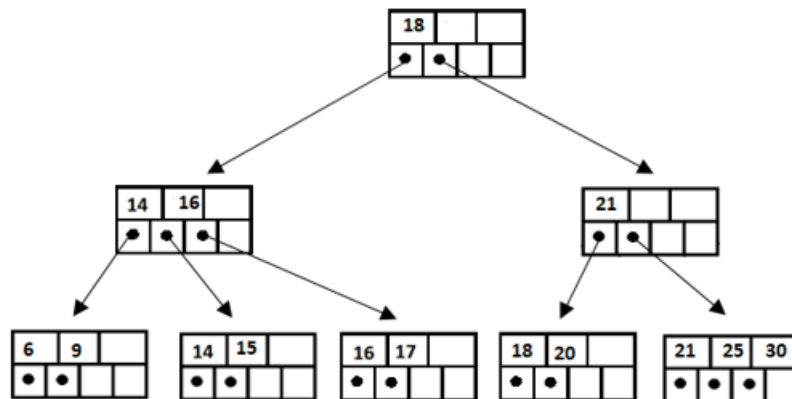
15 beszúrása:

- Megkeressük a fában a 15 helyét: (14 16 17) levél
- Mivel ez a levél már telített, szétvágjuk: (14 15) (16 17)
- Változtatjuk a szülő (11 14 18) csúcsot:
 - Mivel az is túltelített (11 14 | 16 18) lenne, a szülőcsúcsot is kettévágjuk.
 - Mivel a nagyszülő már nem telített, a 16-os hasítókulcsot felvisszük bele.
 - (Ha a gyökerécsúcs is telített lenne, akkor azt is vágnánk és egy új gyökerécsúcsot vezetnénk be. Így növeljük a B+ fa magasságát.)
 - A hasítókulcsok megválasztása:
 - Mivel a 11, 14 és 18 hasítókulcs volt, most is az marad.
 - Mivel nőtt a levelek száma-> választani kell egy új hasítókulcsot. Ez a 2. új levél első eleme, azaz a 16 lesz, amely a gyökérbe kerül.



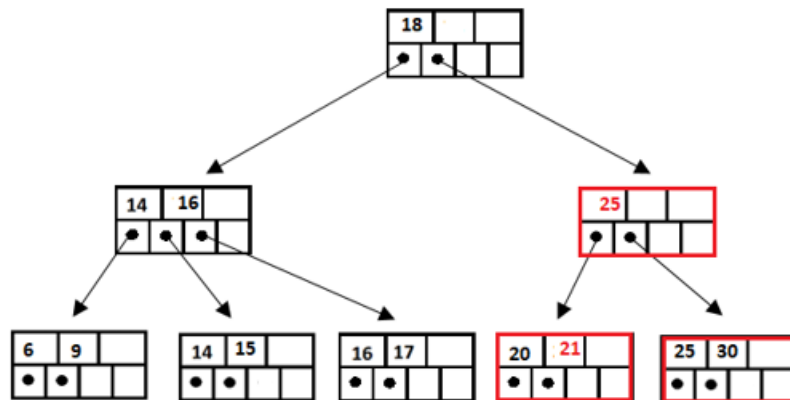
Törlés B+ fából

Rajzolja le a $\{ [(6\ 9)\ 14\ (14\ 15)\ 16\ (16\ 17)]\ 18\ [(18\ 20)\ 21\ (21\ 25\ 30)] \}$ negyedfokú B+ fát. Szemléltesse az előadásról ismert algoritmus szerint a 18, a 20, illetve a 6 törlését!



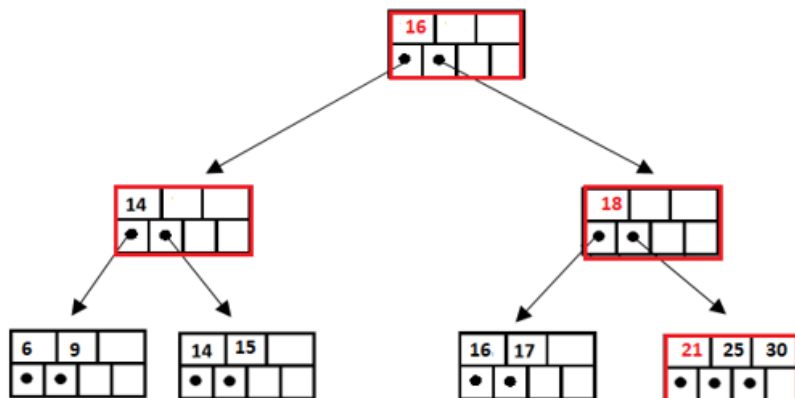
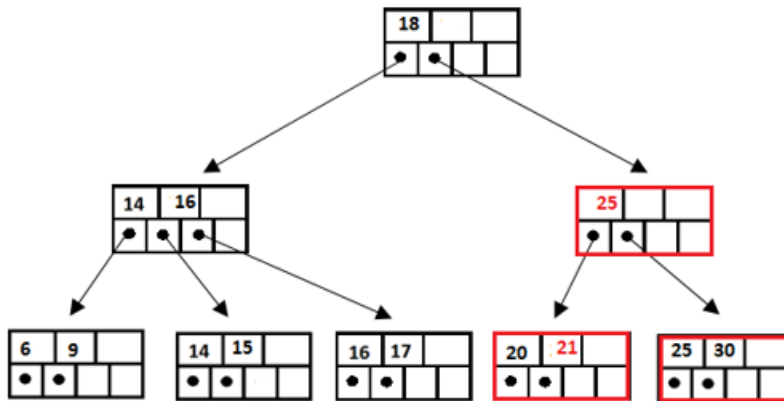
18 törlése:

- Megkeressük a fában a 18 helyét: (18 20) levél
- Mivel 18 törlésével a levélben a 20-as kulcs egyedül marad, a testvérétől kap kulcsot: (20 21) (25 30)
- Változtatjuk a szülő csúcsot:
 - A 21 kulcs törlődik és helyette a 2. gyerekének (25 30) az első eleme lesz: 25



20 törlése:

- Megkeressük a fában a 20 helyét: (20 21) levél
- Mivel 18 törlésével a levélben a 21-es kulcs egyedül marad, és a testvérétől nem kaphat, a (21) és a (25 30) levelek összeolvadnak: (21 25 30). A szülőből a hasító kulcs (25) törlődik.
- Így az összeolvasztott levél szülőjének (ahol a 25-ös hasító kulcs volt) is csak egy gyereke lenne, ezért a bal testvérétől fog kapni egy gyermeket. (16 17)
- A hasítókulcsok jobbra mozognak: a 18 lejön a jobb oldali szülőbe, a 16 fölmege a gyökérbe.



6 törlése:

- Megkeressük a fában a 6 helyét: (6 9) levél
- Mivel 6 törlésével a levélben a 9-es kulcs egyedül marad, a (9) és a (14 15) levelek összeolvadnak: (9 14 15). A szülőből törlődik a 14-es hasítókulcs.
- Mivel a bal oldali szülőnek így csak egy gyereke lesz, a jobb oldali testvére pedig nem tud átadni gyereket, a bal oldali szülőt összevonjuk a jobb oldali testvérével. A nagyszülőből lejön az összevont szülőbe a 16-os hasítókulcs.
- A gyökérnek egy gyermeke marad, így azt törlődik. Ezáltal csökken a fa magassága.

