

Természetes levezetés

Gyakorlat

Logika

2021/2022 1. félév

Természetes levezetés alapjai

az azonosság törvénye

$$\Gamma, A \vdash_0 A$$

a bővítés szabálya

$$\frac{\Gamma \vdash_0 A}{\Gamma, B \vdash_0 A}$$

a szűkítés szabálya

$$\frac{\Gamma, B, B, \Delta \vdash_0 A}{\Gamma, B, \Delta \vdash_0 A}$$

a felcserélés szabálya

$$\frac{\Gamma, B, C, \Delta \vdash_0 A}{\Gamma, C, B, \Delta \vdash_0 A}$$

a vágás szabálya

$$\frac{\Gamma \vdash_0 A \quad \Delta, A \vdash_0 B}{\Gamma, \Delta \vdash_0 B}$$

bevezető szabályok

$$\begin{array}{l} (\supset b) \quad \frac{\Gamma, A \vdash_0 B}{\Gamma \vdash_0 A \supset B} \\ (\wedge b) \quad \frac{\Gamma \vdash_0 A \quad \Gamma \vdash_0 B}{\Gamma \vdash_0 A \wedge B} \\ (\vee b) \quad \frac{\Gamma \vdash_0 A}{\Gamma \vdash_0 A \vee B} \quad \frac{\Gamma \vdash_0 B}{\Gamma \vdash_0 A \vee B} \\ (\neg b) \quad \frac{\Gamma, A \vdash_0 B \quad \Gamma, A \vdash_0 \neg B}{\Gamma \vdash_0 \neg A} \end{array}$$

alkalmazó szabályok

$$\begin{array}{l} (\supset a) \quad \frac{\Gamma \vdash_0 A \quad \Gamma \vdash_0 A \supset B}{\Gamma \vdash_0 B} \\ (\wedge a) \quad \frac{\Gamma, A, B \vdash_0 C}{\Gamma, A \wedge B \vdash_0 C} \\ (\vee a) \quad \frac{\Gamma, A \vdash_0 C \quad \Gamma, B \vdash_0 C}{\Gamma, A \vee B \vdash_0 C} \\ (\neg a) \quad \frac{\Gamma \vdash_0 \neg \neg A}{\Gamma \vdash_0 A} \end{array}$$

bevezető szabályok

$$\begin{array}{l} (\forall b) \quad \frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash \forall x A} \quad (x \notin \text{Par}(\Gamma)) \\ (\exists b) \quad \frac{\Gamma \vdash [A(x \parallel t)]}{\Gamma \vdash \exists x A} \end{array}$$

alkalmazó szabályok

$$\begin{array}{l} (\forall a) \quad \frac{\Gamma \vdash \forall x A}{\Gamma \vdash [A(x \parallel t)]} \\ (\exists a) \quad \frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma, \exists x A \vdash B} \quad (x \notin \text{Par}(\Gamma, B)) \end{array}$$

- Levezetési szabály két része:
felső - premisszák, alsó -
konklúzió (Ha a felső levezetés
megkonstruálható, akkor az alsó
is.)
- Levezetési szabályokat lentől
feléle fogjuk alkalmazni
- Három szabály, amelynek a
használata nem egyértelmű:
($\supset a$), ($\neg b$) és vágás szabálya

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$\vdash_0 A \supset A$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b) \frac{}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b) \frac{A \vdash_0 A}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b) \frac{\frac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b) \frac{\frac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$\neg\neg A \vdash_0 A$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b) \frac{\frac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a) \frac{}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b) \frac{\frac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a) \frac{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b) \frac{\frac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a) \frac{\frac{\checkmark}{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b) \frac{\frac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a) \frac{\frac{\checkmark}{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

$$A \vdash_0 \neg\neg A$$

Egyszerű levezetések

• **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b) \frac{\frac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

• **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a) \frac{\frac{\checkmark}{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

• **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

$$(\neg b) \frac{}{A \vdash_0 \neg\neg A}$$

Egyszerű levezetések

• **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b) \frac{\frac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

• **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

$$(\neg b) \frac{A, \neg A \vdash_0 A}{A \vdash_0 \neg\neg A}$$

• **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a) \frac{\frac{\checkmark}{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b) \frac{\frac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a) \frac{\frac{\checkmark}{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

$$(\neg b) \frac{\frac{\checkmark}{A, \neg A \vdash_0 A}}{A \vdash_0 \neg\neg A}$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b) \frac{\frac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a) \frac{\frac{\checkmark}{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

$$(\neg b) \frac{\frac{\checkmark}{A, \neg A \vdash_0 A} \quad A, \neg A \vdash_0 \neg A}{A \vdash_0 \neg\neg A}$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b) \frac{\frac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a) \frac{\frac{\checkmark}{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

$$(\neg b) \frac{\frac{\checkmark}{A, \neg A \vdash_0 A} \quad \frac{\checkmark}{A, \neg A \vdash_0 \neg A}}{A \vdash_0 \neg\neg A}$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\frac{}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C} (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C} (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\frac{\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C} (\supset b)}{\quad} (\supset a)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B}{\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C} (\supset b)} (\supset a)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\frac{\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \quad \{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C} (\supset a)}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C} (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\frac{\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \quad \frac{\frac{\quad}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C} \checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C} (\supset a)}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C} (\supset b)}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C}$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\frac{\frac{\frac{}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B} (\supset b) \quad \frac{\frac{}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C} \checkmark}{} (\supset a)}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C} (\supset b)}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C} (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\frac{\frac{\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B} (\supset b) \quad \frac{\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C} (\supset b) \quad \frac{\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C} \checkmark}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C} (\supset a)}$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\frac{\frac{\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B} \quad \frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A \supset B}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B} (\supset b)}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B} \quad \frac{\frac{\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C} \quad \checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C} (\supset a)}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C} (\supset b)$$
$$\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C} (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\frac{\frac{\frac{\checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A} \quad \{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A \supset B}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B} (\supset b) \quad \frac{\frac{\checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C}}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C} (\supset a)}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C} (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\frac{\frac{\frac{\checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A}}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B} \quad \frac{\frac{\checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A \supset B}}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B} (\supset b)}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B} \quad \frac{\frac{\checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C}}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C} (\supset a)}{\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C} (\supset b)}$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\frac{}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B} (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\frac{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B} (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\frac{\frac{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B} (\supset b)}{\quad} (\neg b)$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\frac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B}{\frac{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B} (\supset b)} (\neg b)$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\frac{\frac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B} (\supset b) \quad \frac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B} (\neg b)}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B}$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\frac{\frac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B} (\supset b) \quad \frac{\frac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B} (\neg b)}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B} (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\begin{array}{c} (\supset a) \text{ ————— } \frac{\frac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B} \quad \frac{\frac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B} \checkmark}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B} (\supset b) \end{array} \quad (\neg b)$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\begin{array}{c} (\supset a) \frac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B} \quad \frac{\checkmark}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B} \\ \hline \frac{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B} \quad (\supset b) \quad (\neg b) \end{array}$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\begin{array}{c} (\supset a) \frac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A \quad A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A \supset B}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B} \quad \frac{\quad \checkmark}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B} (\neg b) \\ \hline \frac{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B} (\supset b) \end{array}$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\begin{array}{c} \text{(} \supset a) \frac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A \quad \frac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A \supset B}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B}}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B} \quad \frac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B} \quad (\neg b) \\ \hline A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B \quad (\supset b) \end{array}$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} (\neg a) \frac{}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A} \quad \frac{}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A \supset B} \quad \frac{}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B} \\ (\supset a) \frac{}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A} \quad \frac{}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A \supset B} \quad \frac{}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B} \\ \hline A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B \quad \hline A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B \quad (\supset b) \quad \hline A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B \end{array} \end{array}$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} (\neg a) \frac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg\neg A}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A} \\ (\supset a) \frac{\quad}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B} \end{array} \quad \frac{\quad}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A \supset B} \checkmark \\ \hline \frac{\quad}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B} \checkmark \quad (\neg b) \\ \hline \frac{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B} (\supset b) \end{array}$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} \checkmark \\ \hline A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg\neg A \\ \hline (\neg a) \quad A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A \\ (\supset a) \quad \hline \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c} \checkmark \\ \hline A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A \supset B \\ \hline \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c} \checkmark \\ \hline A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B \\ \hline (\neg b) \quad \hline \end{array} \\
 \hline
 A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B \\
 \hline
 \begin{array}{c} A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B \\ \hline A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B \quad (\supset b) \end{array}
 \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$$

$$(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$$

$$(\wedge b) \frac{}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$(\wedge b) \frac{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$(\wedge b) \frac{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C \qquad (A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} (\wedge b) \quad \frac{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C \qquad \frac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} (\supset b) \frac{}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad \frac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \\ (\wedge b) \frac{}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} (\supset b) \frac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad \frac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \\ (\wedge b) \frac{\quad}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} (\supset a) \text{ ————— } \\ \begin{array}{c} (\supset b) \frac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad \frac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \\ (\wedge b) \text{ ————— } \\ (A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \end{array} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} (\supset a) \frac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A \vee B}{\begin{array}{c} (\supset b) \frac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C}{(\supset b) \frac{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C}{(\wedge b) \frac{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}} \quad \frac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \end{array}} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} (\supset a) \frac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A \vee B \quad (A \vee B) \supset C, A \vdash_0 (A \vee B) \supset C}{\quad} \\ \quad (\supset b) \frac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \quad \frac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \\ \quad (\wedge b) \frac{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C \quad (A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{(\supset a)} \frac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A \vee B \quad \frac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 (A \vee B) \supset C}{\checkmark}}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C} \\ \text{(\supset b)} \frac{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C}{(\wedge b) \frac{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C \quad \frac{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}{\dots}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)} \end{array} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} (\vee b) \quad \frac{}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A \vee B} \quad \frac{\checkmark}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 (A \vee B) \supset C} \\ (\supset a) \quad \frac{}{} \end{array} \\ \frac{}{} \quad \frac{\begin{array}{c} (\supset b) \quad \frac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \\ (\wedge b) \quad \frac{}{} \end{array}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)} \quad \frac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} (\vee b) \frac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A \vee B} \quad \frac{\quad}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 (A \vee B) \supset C} \checkmark \\ (\supset a) \frac{\quad}{\quad} \end{array} \\ \begin{array}{c} \begin{array}{c} (\supset b) \frac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \\ (\wedge b) \frac{\quad}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)} \end{array} \quad \frac{\quad \dots \quad}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \end{array} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$$

$$\begin{array}{c}
 \checkmark \\
 \hline
 (\vee b) \frac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A \vee B} \quad \frac{\checkmark}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 (A \vee B) \supset C} \\
 (\supset a) \frac{}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A \supset C} \\
 \hline
 (\supset b) \frac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \quad \frac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \\
 (\wedge b) \frac{}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}
 \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} \frac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad (A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C \\ (\wedge b) \frac{\quad}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} \frac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad \frac{(\supset b)}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \\ (\wedge b) \frac{\quad}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} \frac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad (\supset b) \frac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \\ (\wedge b) \frac{\quad}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \dots \\ (A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C \end{array} \qquad \begin{array}{c} (\supset a) \text{ -----} \\ (\supset b) \frac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \end{array} \\ (\wedge b) \text{ -----} \\ (A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \dots \\ (A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C \end{array} \qquad \begin{array}{c} (\supset a) \frac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 A \vee B}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C} \\ (\supset b) \frac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \end{array} \\ (\wedge b) \frac{\quad}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} \dots \\ \hline (\wedge b) \frac{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)} \end{array} \quad \begin{array}{c} (\supset a) \frac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 A \vee B \quad (A \vee B) \supset C, B \vdash_0 (A \vee B) \supset C}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C} \\ (\supset b) \frac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} \text{...} \\ \hline (\wedge b) \frac{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)} \end{array} \quad \begin{array}{c} (\supset a) \frac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 A \vee B \quad \frac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 (A \vee B) \supset C}{\checkmark}}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C} \\ (\supset b) \frac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \dots \\ \hline (A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C \end{array} \quad \begin{array}{c} (\vee b) \frac{}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 A \vee B} \quad \frac{\checkmark}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 (A \vee B) \supset C} \\ (\supset a) \frac{}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C} \\ \hline (\supset b) \frac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \end{array} \\ \hline (\wedge b) \frac{}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \dots \\ (A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C \end{array} \quad \begin{array}{c} (\vee b) \frac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 B}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 A \vee B} \quad \frac{\quad}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 (A \vee B) \supset C} \checkmark \\ (\supset a) \frac{\quad}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 (A \vee B) \supset C} \end{array} \\ \begin{array}{c} (\supset b) \frac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \end{array} \\ \hline (\wedge b) \frac{\quad}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)} \end{array}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$\begin{array}{c} \frac{\dots}{(\wedge b) \frac{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}} \quad \frac{\begin{array}{c} \frac{\checkmark}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 B} \\ (\vee b) \frac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 A \vee B}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 (A \vee B) \supset C} \end{array}}{(\supset a) \frac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}} \end{array}$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$(\supset b) \frac{}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$(\supset b) \frac{A \vdash_0 \neg A \supset B}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$\begin{array}{c} (\supset b) \frac{}{A \vdash_0 \neg A \supset B} \\ (\supset b) \frac{}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)} \end{array}$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$\begin{array}{c} (\supset b) \frac{A, \neg A \vdash_0 B}{A \vdash_0 \neg A \supset B} \\ (\supset b) \frac{A \vdash_0 \neg A \supset B}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)} \end{array}$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$\begin{array}{c} (\neg a) \frac{}{A, \neg A \vdash_0 B} \\ (\supset b) \frac{}{A \vdash_0 \neg A \supset B} \\ (\supset b) \frac{}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)} \end{array}$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$\begin{array}{l} (\neg a) \frac{A, \neg A \vdash_0 \neg \neg B}{A, \neg A \vdash_0 B} \\ (\supset b) \frac{A \vdash_0 \neg A \supset B}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)} \end{array}$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$\begin{array}{l} (\neg b) \text{ ————— } \\ \quad (\neg a) \frac{A, \neg A \vdash_0 \neg \neg B}{A, \neg A \vdash_0 B} \\ \quad (\supset b) \frac{A \vdash_0 \neg A \supset B}{A \vdash_0 \neg A \supset B} \\ (\supset b) \frac{A \vdash_0 \neg A \supset B}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)} \end{array}$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$\begin{array}{l} (\neg b) \frac{A, \neg A, \neg B \vdash_0 A}{\quad} \\ \quad (\neg a) \frac{A, \neg A \vdash_0 \neg \neg B}{\quad} \\ \quad \quad (\supset b) \frac{A, \neg A \vdash_0 B}{\quad} \\ \quad \quad \quad (\supset b) \frac{A \vdash_0 \neg A \supset B}{\quad} \\ \quad \quad \quad \quad \vdash_0 A \supset (\neg A \supset B) \end{array}$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$\begin{array}{l} \frac{\checkmark}{A, \neg A, \neg B \vdash_0 A} \\ (\neg b) \frac{\frac{(\neg a) \frac{A, \neg A \vdash_0 \neg \neg B}{A, \neg A \vdash_0 B}}{(\supset b) \frac{A \vdash_0 \neg A \supset B}}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)} \end{array}$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$\begin{array}{c}
 \checkmark \\
 \hline
 (\neg b) \quad \frac{A, \neg A, \neg B \vdash_0 A \qquad A, \neg A, \neg B \vdash_0 \neg A}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)} \\
 \hline
 \begin{array}{c}
 (\neg a) \quad \frac{A, \neg A \vdash_0 \neg \neg B}{A, \neg A \vdash_0 B} \\
 (\supset b) \quad \frac{A \vdash_0 \neg A \supset B}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}
 \end{array}
 \end{array}$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$\begin{array}{c} \frac{\frac{\checkmark}{A, \neg A, \neg B \vdash_0 A} \quad \frac{\checkmark}{A, \neg A, \neg B \vdash_0 \neg A}}{(\neg b) \quad \frac{A, \neg A \vdash_0 \neg \neg B}{(\neg a) \quad \frac{A, \neg A \vdash_0 B}{(\supset b) \quad \frac{A \vdash_0 \neg A \supset B}{(\supset b) \quad \frac{}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}}}} \end{array}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$(\neg b) \frac{}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$(\neg b) \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$(\neg b) \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A \quad F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 \neg A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$(\neg b) \frac{\frac{\dots}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A} \quad F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 \neg A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$(\neg b) \frac{\frac{\dots}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A} \quad \frac{\checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 \neg A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$(\neg b) \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$\begin{array}{c} (\supset a) \text{ ————— } \\ (\neg b) \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F} \end{array}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$\begin{array}{c} (\supset a) \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K}{\phantom{(\neg b) \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}}} \\ (\neg b) \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F} \end{array}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$\begin{array}{c} (\supset a) \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \qquad F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A} \\ (\neg b) \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F} \end{array}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$\begin{array}{c} \text{(} \supset \text{ a)} \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K}{\text{(} \neg \text{ b)} \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}} \quad \frac{\frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A}{\checkmark}}{\quad} \end{array}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$\begin{array}{c} (\supset a) \frac{\frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A} \quad \checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A} \\ (\neg b) \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F} \end{array}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$\begin{array}{c} (\supset a) \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 F}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K} \qquad \frac{\checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A} \\ (\supset a) \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A} \\ (\neg b) \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F} \end{array}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$\begin{array}{c} (\supset a) \frac{\frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 F \quad F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 F \supset K}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K} \quad \frac{\quad \checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A}}{(\supset a) \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \quad F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}} \\ (\neg b) \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F} \end{array}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$\begin{array}{c} \text{(\supset a)} \frac{\frac{\frac{\checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 F}}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K} \quad \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 F \supset K}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A} \quad \frac{\checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A} \quad \text{(\neg b)} \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F} \end{array}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \checkmark \\ \hline F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 F \end{array} \quad \begin{array}{c} \checkmark \\ \hline F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 F \supset K \end{array} \quad \begin{array}{c} \checkmark \\ \hline F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A \end{array} \\ \hline (\supset a) \quad \begin{array}{c} F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \end{array} \quad \begin{array}{c} F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A \end{array} \\ \hline (\neg b) \quad \begin{array}{c} F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F \end{array} \end{array}$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\overline{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} \quad (\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} \quad (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} (\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\frac{\frac{}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}{} (\neg a)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} (\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\frac{\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\neg a)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} (\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\begin{array}{c} \hline \neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C \quad (\neg b) \\ \hline \neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C \quad (\neg a) \\ \hline \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C \quad (\supset b) \\ \hline \vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C) \quad (\supset b) \end{array}$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\begin{array}{c} \dots \\ \hline \neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C) \end{array}}{\begin{array}{c} \neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C \\ \hline \neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C \quad (\neg a) \\ \hline \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C \quad (\supset b) \\ \hline \vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C) \quad (\supset b) \end{array}} \quad (\neg b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\begin{array}{c} \dots \\ \hline \neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C) \end{array} \quad \neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C))}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C} (\neg b)$$
$$\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\neg a)$$
$$\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} (\supset b)$$
$$\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\frac{\frac{\dots}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C} \quad \frac{\frac{\frac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C))}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\neg a)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} (\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} (\supset b) \quad (\neg b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C) \qquad \frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \dots \vdash \neg(\dots)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C} \quad (\neg b)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C} \quad (\neg a)$$
$$\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C} \quad (\neg b)$$
$$\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} \quad (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\frac{\frac{\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)}{(\wedge b)} \quad \frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \dots \vdash \neg(\dots)}{\checkmark}}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C} \quad \frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} \quad \frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} \quad (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)} (\wedge b) \quad \frac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \dots \vdash \neg(\dots)}}{\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\neg a) \quad \frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} (\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \quad \neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)} (\wedge b) \quad \frac{\quad}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \dots \vdash \neg(\dots)} \checkmark}{\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\neg a) \quad \frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} (\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\frac{\frac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A} \quad \frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)} (\wedge b) \quad \frac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \dots \vdash \neg(\dots)}}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C} (\neg a)$$
$$\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} (\supset b)$$
$$\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\frac{\frac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A} \quad \frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C}{(\supset b)} \quad \frac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \dots \vdash \neg(\dots)}}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)} (\wedge b) \quad \frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\neg a) \quad \frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\frac{\frac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A} \quad \frac{\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C, B \vdash \neg C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C} (\supset b)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)} (\wedge b) \quad \frac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \dots \vdash \neg(\dots)}}{\frac{\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\neg a) \quad \frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} (\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\frac{\frac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A} \quad \frac{\frac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C, B \vdash \neg C} \quad (\supset b)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C} \quad (\supset b)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)} \quad (\wedge b)} \quad \frac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \dots \vdash \neg(\dots)} \quad \frac{\frac{\frac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C} \quad (\neg a)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} \quad (\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} \quad (\supset b)$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$$

$$\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$$

$$(\wedge b) \frac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$(\wedge b) \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$(\wedge b) \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \quad \exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$(\wedge b) \frac{\frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \quad \frac{\dots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$$

$$\begin{array}{c} (\exists b) \frac{\quad}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \qquad \frac{\dots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)} \\ (\wedge b) \frac{\quad}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} (\exists b) \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \quad \frac{\dots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)} \\ (\wedge b) \frac{\quad}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} (\exists a) \\ (\exists b) \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \quad \frac{\dots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)} \\ (\wedge b) \frac{\quad}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$$

$$\begin{array}{c} (\exists a) \frac{\text{Nem valid lépés, mert } x \in \text{Par}(P(x))!}{\quad} \\ (\exists b) \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(x)}{\quad} \qquad \frac{\dots}{\quad} \\ (\wedge b) \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \qquad \exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} (\exists b) \frac{\frac{\quad}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \quad \frac{\dots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)}}{(\wedge b) \frac{\quad}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} (\exists b) \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(y)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \quad \frac{\dots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)} \\ (\wedge b) \frac{\quad}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} (\exists a) \frac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(y)} \\ (\exists b) \frac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \quad \frac{\dots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)} \\ (\wedge b) \frac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} (\exists a) \frac{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 P(y)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(y)} \qquad \dots \\ (\exists b) \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \qquad \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ (\wedge b) \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} (\wedge a) \frac{}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 P(y)} \\ (\exists a) \frac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(y)} \\ (\exists b) \frac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \quad \frac{\dots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)} \\ (\wedge b) \frac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} (\wedge a) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 P(y)}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 P(y)} \\ (\exists a) \frac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(y)} \\ (\exists b) \frac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \quad \frac{\dots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)} \\ (\wedge b) \frac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} \text{Nem jó!} \\ \hline \frac{P(x), R(x) \vdash_0 P(y)}{(\wedge a) \frac{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 P(y)}{(\exists a) \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(y)}{(\exists b) \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)}{(\wedge b) \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}}} \quad \frac{\dots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$$

$$\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$$

$$(\exists a) \frac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$$

$$(\exists a) \frac{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} (\wedge a) \frac{}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ (\exists a) \frac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} (\wedge a) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ (\exists a) \frac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} (\wedge b) \frac{}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ (\wedge a) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ (\exists a) \frac{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{l} (\wedge b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x)}{\quad} \\ \quad (\wedge a) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ \quad (\exists a) \frac{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} (\wedge b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \qquad P(x), R(x) \vdash_0 \exists xR(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ (\wedge a) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ (\exists a) \frac{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} (\exists b) \frac{}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x)} \qquad P(x), R(x) \vdash_0 \exists xR(x) \\ (\wedge b) \frac{}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ (\wedge a) \frac{}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ (\exists a) \frac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} (\exists b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x)} \qquad P(x), R(x) \vdash_0 \exists xR(x) \\ (\wedge b) \frac{\qquad}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ (\wedge a) \frac{\qquad}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ (\exists a) \frac{\qquad}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} \frac{\checkmark}{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)} \\ (\exists b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x)} \quad P(x), R(x) \vdash_0 \exists xR(x) \\ (\wedge b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \quad P(x), R(x) \vdash_0 \exists xR(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ (\wedge a) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ (\exists a) \frac{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} \frac{\checkmark}{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)} \\ (\exists b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x)} \quad (\exists b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xR(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xR(x)} \\ (\wedge b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ (\exists a) \frac{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} \frac{\frac{\frac{\checkmark}{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x)} (\exists b)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} (\wedge b) \quad \frac{\frac{P(x), R(x) \vdash_0 R(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xR(x)} (\exists b)}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} (\wedge a) \\ (\exists a) \frac{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} \frac{\frac{\checkmark}{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}}{(\exists b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x)}} \quad \frac{\frac{\checkmark}{P(x), R(x) \vdash_0 R(x)}}{(\exists b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 R(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xR(x)}} \\ \hline (\wedge a) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \\ (\exists a) \frac{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$(\neg a) \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$(\neg a) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{c} (\neg b) \text{ -----} \\ (\neg a) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{c} (\neg b) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{(\neg a) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{c} (\neg b) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x)) \quad \neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(\dots) \vdash \neg\forall x(P(x) \vee R(x))}{(\neg a) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{c} \text{(\neg b)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x)) \quad \overline{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(\dots) \vdash \neg\forall x(P(x) \vee R(x))}^{\checkmark}}{\text{(\neg a)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{c} \text{...} \qquad \qquad \qquad \checkmark \\ \hline (\neg b) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x)) \quad \neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(\dots) \vdash \neg\forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \\ \hline (\neg a) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{c} (\neg b) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\quad} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ (\neg a) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{c} \text{(bővítés)} \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \quad \frac{}{\dots} \checkmark \\ \text{(\neg b)} \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \\ \text{(\neg a)} \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{c} \text{(bővítés)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ (\neg b) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{(\neg a) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{c} \text{(bővítés)} \quad \frac{\text{(}\forall b\text{)} \quad \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\text{(}\neg b\text{)} \quad \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\text{(}\neg a\text{)} \quad \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{c} \text{(bővítés)} \quad \frac{\text{(}\forall b\text{)} \quad \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ \text{(}\neg b\text{)} \quad \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\text{(}\neg a\text{)} \quad \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$(\vee b)$ - mi lett volna ha a másikat választjuk?

$$\begin{array}{c} \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)} \\ (\vee b) \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ \text{(bővítés)} \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ (\neg b) \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (\neg a) \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array}$$

✓
...

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$(\vee b)$ - mi lett volna ha a másikat választjuk? $\frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}$

$(\forall b)$ $\frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}$

(bővítés) $\frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}$

$(\neg a)$ $\frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}$

✓
...

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{l} \text{(\neg a)} \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\ \text{(\vee b) - mi lett volna ha a másikat választjuk?} \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)} \\ \text{(\forall b)} \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ \text{(bővítés)} \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ \text{(\neg b)} \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \\ \text{(\neg a)} \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array} \quad \begin{array}{l} \checkmark \\ \dots \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{l} \text{(\neg a)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\ \text{(\vee b) - mi lett volna ha a másikat választjuk?} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)} \\ \text{(\forall b)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ \text{(bővítés)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \quad \checkmark \\ \text{(\neg b)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \quad \dots \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{l} (\neg b) \text{ -----} \\ \quad (\neg a) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\ (\vee b) - \text{mi lett volna ha a másikat választjuk?} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ \quad (\forall b) \text{ -----} \\ (\text{bővítés}) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \quad \checkmark \\ \quad (\neg b) \text{ -----} \\ \quad \quad (\neg a) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \quad \dots \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{l} (\neg b) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\quad} \\ \quad (\neg a) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\ (\vee b) - \text{mi lett volna ha a másikat választjuk?} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)} \\ \quad (\forall b) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ (\text{bővítés}) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \quad \checkmark \\ (\neg b) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \quad \dots \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{l} (\neg b) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x)) \quad \neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)} \\ (\neg a) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\ (\vee b) - \text{mi lett volna ha a másikat választjuk?} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)} \\ (\forall b) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ (\text{bővítés}) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \quad \checkmark \\ (\neg b) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \quad \dots \\ (\neg a) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{l} \text{(\neg b)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x)) \quad \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)} \checkmark}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\ \text{(\vee b) - mi lett volna ha a másikat választjuk?} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ \text{(bővítés)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \checkmark \\ \text{(\neg b)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x)) \quad \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \checkmark}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \dots \\ \hline \neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x)) \end{array} \quad \begin{array}{c} \checkmark \\ \hline \neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \end{array} \\ \hline (\neg b) \quad \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x) \\ \hline \quad (\neg a) \quad \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \\ \hline \quad (\vee b) - \text{mi lett volna ha a másikat választjuk?} \quad \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x) \\ \hline \quad \quad (\forall b) \quad \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x)) \\ \hline \quad \quad (\text{bővítés}) \quad \neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x)) \quad \checkmark \\ \hline \quad \quad (\neg b) \quad \neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \quad \dots \\ \hline \quad \quad \quad (\neg a) \quad \neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x)) \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{c} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{(\neg b)} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ \frac{\frac{\frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{(\neg a)} \quad \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{(\vee b)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)} \\ \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{(\forall b)} \\ \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{(\text{bővítés})} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{(\neg b)} \\ \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{(\neg a)} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{c} \text{(bővítés)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{(\neg b) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{(\neg a) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{(\vee b) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{(\forall b) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\text{(bővítés)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{(\neg b) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{(\neg a) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}}} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{c} \text{(bővítés)} \frac{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ \text{(\neg b)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)} \\ \text{(\neg a)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\ \text{(\vee b)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)} \\ \text{(\forall b)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ \text{(bővítés)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ \text{(\neg b)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \\ \text{(\neg a)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{c} \text{(\exists b)} \frac{}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ \text{(bővítés)} \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ \text{(\neg b)} \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)} \\ \text{(\neg a)} \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\ \text{(\vee b)} \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)} \\ \text{(\forall b)} \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ \text{(bővítés)} \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ \text{(\neg b)} \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \\ \text{(\neg a)} \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} (\exists b) \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ \text{(bővítés)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ (\neg b) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\ \quad \text{(\neg a)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)} \\ \quad \quad \text{(\vee b)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ \quad \quad \quad \text{(\forall b)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ \quad \quad \quad \text{(bővítés)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \\ \quad \quad \quad \quad \text{(\neg b)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \text{(\neg a)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} (\supset b) \frac{}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)} \\ (\exists b) \frac{}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array} \\ \text{(bővítés)} \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ (\neg b) \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)} \\ \begin{array}{c} (\neg a) \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\ (\vee b) \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)} \end{array} \\ (\forall b) \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ \text{(bővítés)} \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ (\neg b) \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (\neg a) \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{c} \frac{\frac{\frac{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}{(\supset b) \quad \neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}}{(\exists b) \quad \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}{\text{(bővítés)} \quad \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{(\neg b) \quad \dots}} \quad \checkmark \end{array}$$
$$\begin{array}{c} \frac{\frac{\frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{(\neg a) \quad \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{(\vee b) \quad \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}}{(\forall b) \quad \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \quad \checkmark \end{array}$$
$$\begin{array}{c} \frac{\frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{(\neg b) \quad \dots}}{(\neg a) \quad \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}} \quad \checkmark \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} (\neg a) \frac{}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)} \\ (\supset b) \frac{}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)} \\ (\exists b) \frac{}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array} \\ \text{(bővítés)} \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ (\neg b) \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)} \\ \begin{array}{c} (\neg a) \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\ (\vee b) \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)} \\ (\forall b) \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \end{array} \\ \text{(bővítés)} \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ (\neg b) \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (\neg a) \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} (\neg a) \frac{\neg P(x), P(x) \vdash \neg\neg R(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)} \\ (\supset b) \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (\exists b) \frac{}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array} \\ \text{(bővítés)} \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ (\neg b) \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)} \\ \begin{array}{c} (\neg a) \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\ (\vee b) \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)} \\ (\forall b) \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \end{array} \\ \text{(bővítés)} \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ (\neg b) \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (\neg a) \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{c} (\neg b) \frac{}{\frac{(\neg a) \frac{\neg P(x), P(x) \vdash \neg\neg R(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)} \quad (\supset b) \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \quad (\exists b) \frac{}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}{\text{(bővítés)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ (\neg b) \frac{}{\frac{(\neg a) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \quad (\vee b) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \quad (\forall b) \frac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\text{(bővítés)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ (\neg b) \frac{}{\frac{(\neg a) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}{\end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{l} \text{(\neg b)} \frac{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash P(x)}{\text{(\neg a)} \frac{\neg P(x), P(x) \vdash \neg\neg R(x)}{\supset b) \frac{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)} \\ \text{(\exists b)} \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ \text{(bővítés)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\text{(\neg b)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{\text{(\neg a)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\text{(\vee b)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\text{(\forall b)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ \text{(bővítés)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\text{(\neg b)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\text{(\neg a)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{l} \text{(\neg b)} \frac{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash P(x) \quad \neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash \neg P(x)}{\text{(\neg a)} \frac{\neg P(x), P(x) \vdash \neg\neg R(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)} \\ \text{(\supset b)} \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\text{(\exists b)} \frac{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\text{(bővítés)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\text{(\neg b)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{\text{(\neg a)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\text{(\vee b)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\text{(\forall b)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\text{(bővítés)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\text{(\neg b)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\text{(\neg a)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \checkmark \\ \hline \neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash P(x) \end{array} \quad \neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash \neg P(x) \\ (\neg b) \frac{\quad}{\quad} \\ \begin{array}{c} (\neg a) \frac{\neg P(x), P(x) \vdash \neg\neg R(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)} \\ (\supset b) \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)} \\ (\exists b) \frac{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array} \\ \text{(bővítés)} \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ \begin{array}{c} (\neg a) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\ (\vee b) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)} \\ (\forall b) \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \end{array} \\ \text{(bővítés)} \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\ (\neg b) \frac{\quad}{\quad} \\ (\neg a) \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{\checkmark}{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash P(x)} \quad \frac{\checkmark}{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash \neg P(x)}}{(\neg b) \quad \frac{\neg P(x), P(x) \vdash \neg\neg R(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)} \\
 \quad \quad \quad \frac{(\neg a) \quad \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}{(\exists b) \quad \frac{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\
 (\text{bővítés}) \quad \frac{(\neg b) \quad \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\
 \quad \quad \quad \frac{(\neg a) \quad \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{(\forall b) \quad \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}} \quad \frac{\checkmark}{\dots} \\
 (\text{bővítés}) \quad \frac{(\neg b) \quad \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}{(\neg a) \quad \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}
 \end{array}$$