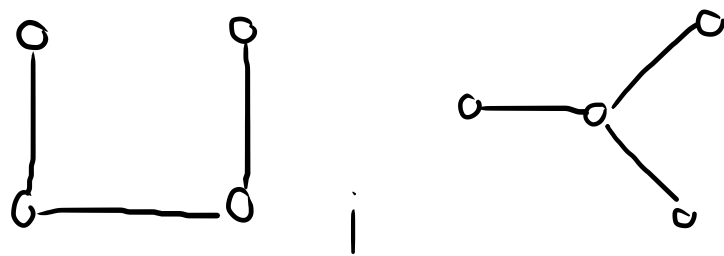


1, ~~Függő~~ : összefüggő és körmentes gráf

$$|V| = n \Rightarrow |E| = n - 1$$

16, 4 csúcsú fa

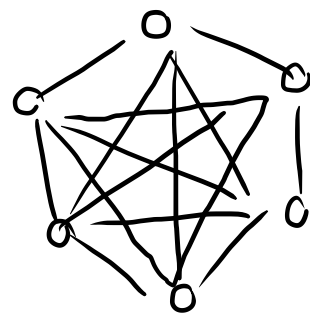


HF: 5 csúcsú csokló

17, G : n csúcsú fa $\Rightarrow n - 1$ él

\overline{G} : $n - 1$ él

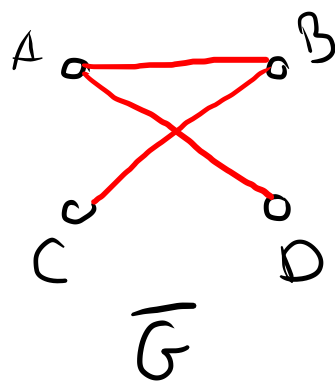
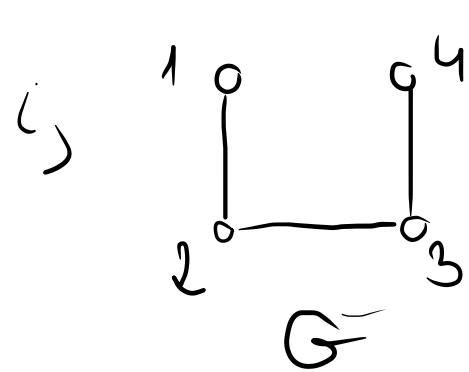
$$E_G + E_{\overline{G}} = \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$



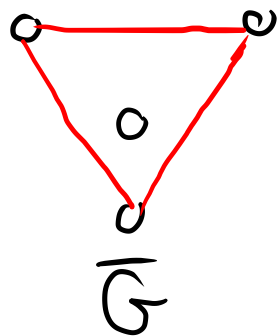
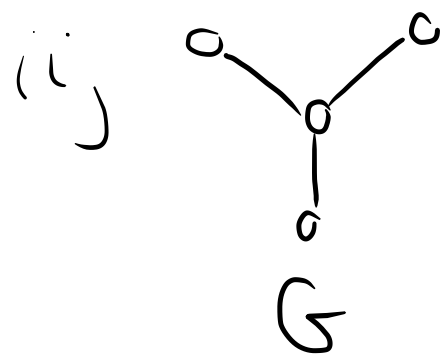
$$n - 1 + n - 1 = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$4(n-1) = n(n-1) \Rightarrow n = 1 \quad \checkmark$$

\Rightarrow $n = 4$



$G : 1-2-3-4$
 $\overline{G} : D-A-B-C$



: nem izomorf

21, S_1 : elsőfokú csúcsok száma

c : 2-nél magasabb fokú csúcsok száma

$$S_1 \geq c + 2$$

G sz

$$|V_G| \geq 2$$

a) $g_i \sim i$ -edghe's cunsa
d max gauram

$$g_1 \geq \underbrace{g_3 + g_4 + \dots + g_d}_c + 2$$

$$b) 1 \cdot g_1 + 2 \cdot g_2 + 3 \cdot g_3 + \dots + d \cdot g_d = \sum_{k=1}^d k \cdot g_k = 2 \cdot |E| = 2(n-1)$$

$$\textcircled{1} \quad g_1 + 2g_2 + 3g_3 + \dots + d \cdot g_d = 2(n-1)$$

$$\textcircled{2} \quad g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_d = n$$

$$2 \cdot \textcircled{2} - \textcircled{1} : g_1 - g_3 - 2g_4 - 3g_5 - \dots - (d-2)g_d = 2$$

$$g_1 = 2 + g_3 + 2g_4 + 3g_5 + \dots + (d-2)g_d = 2 + \underbrace{g_3 + g_4 + g_5 + \dots + g_d}_c +$$

$$+ \underbrace{g_4 + 2g_5 + \dots + (d-3)g_d}_{\geq c} \Rightarrow \star$$

$$\star \Rightarrow g_1 \geq 2 + c$$

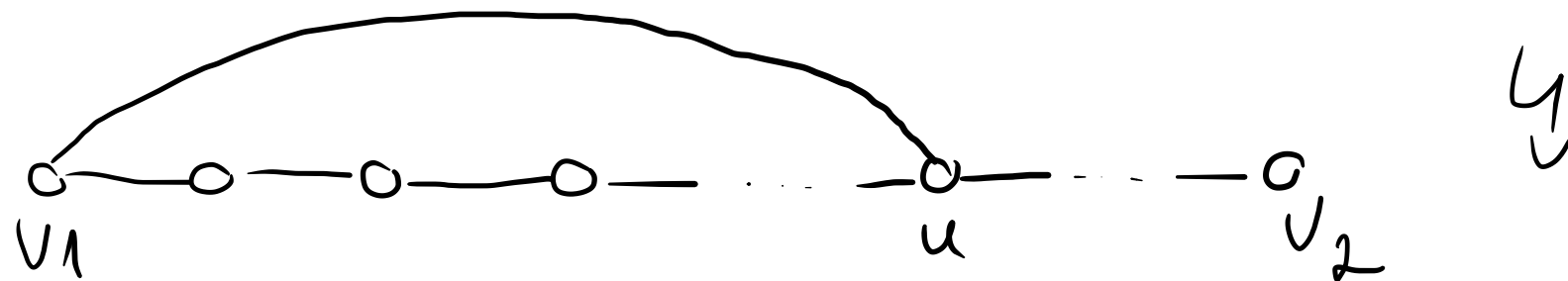
Lemma: G sa, akkor G -ben van legalább 2 elsősorú csúcs

Biz: legrosszabb út: $\underset{v_1}{\circ} - \circ - \circ - \circ - \circ - \circ - \circ - \circ - \circ - \circ - \dots - \circ - \underset{v_2}{\circ}$

(i) v_1 nem az útban.



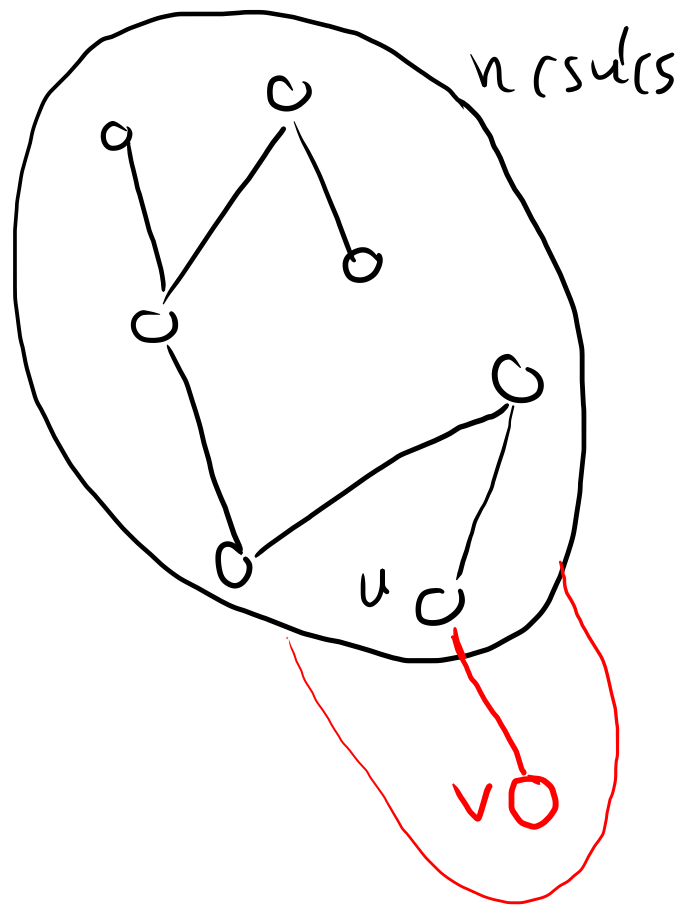
(ii) v_1 az útban van:



$\Rightarrow v_1, v_2$ elsősorú

$$b) \quad g_1 \geq c+2$$

$$|V_G| = n$$



$$\underline{n=2}: \quad 0-0 \quad : \quad g_1=2$$

$$c=0$$

$$2 \geq 2 \quad \checkmark$$

tgh. hogy n -ig tudjuk

i) u elsőfokú:

$$g_1 = g'_1$$

$$c = c'$$

ii) u másodfokú:

$$g_1 = g'_1 + 1$$

$$c = c' + 1$$

iii) u legalább harmadfokú

$$g_1 = g'_1 + 1, \quad c = c'$$

$$g_1 \geq c+2$$

\Rightarrow van elsőfokú csúcs; egyet kivéve

n csúcsú gráfban tudjuk, hogy

$$\boxed{g'_1 \geq c' + 2}$$

$$g_1 \geq c+2 \Rightarrow i) \text{ és } ii) : g'_1 \geq c'+2 \quad \checkmark$$

iii) bal oldal 1-gyel nőtt, a jobb oldal nem változott

16, 5 csuks, 18, 19, 26

Prüfer-kod : k'ddla's :

61265689

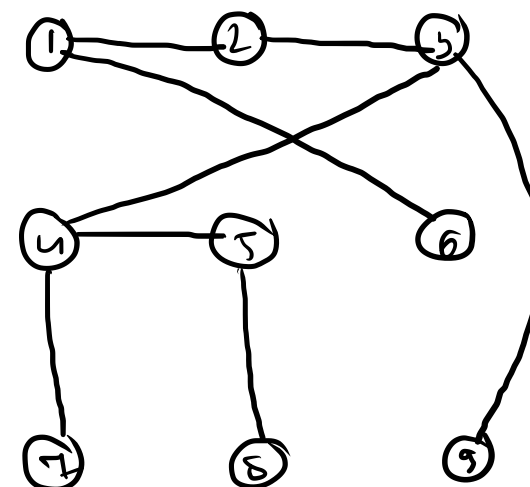
~ 6126568

de'k'dla's :

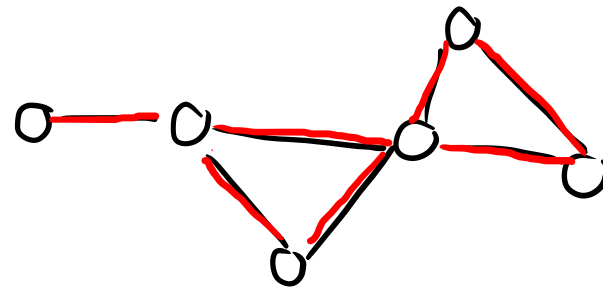
1234543 ~> 12345439

12345439		
2345439		6
345439		61
45439		612
5439		6127
439		61278
39		612785
9		6127854

12345439
61278543

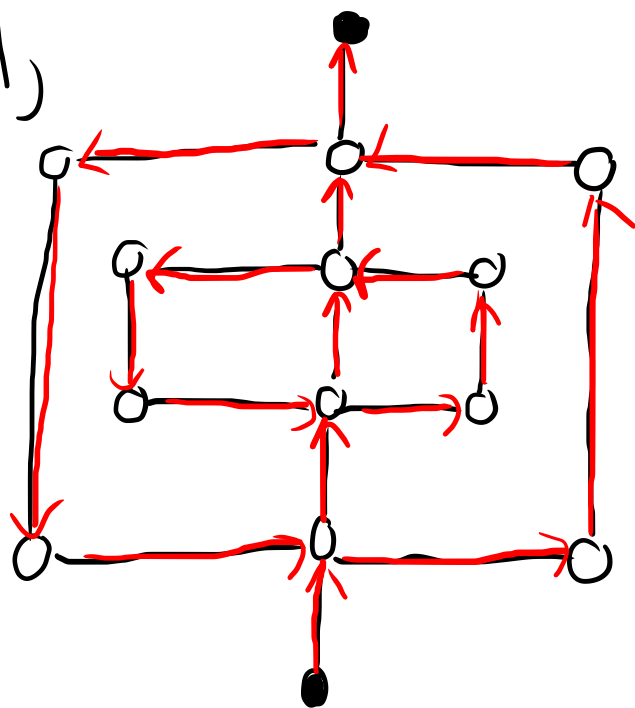


nyílt / zárt Euler-útvonal



XI.

1)

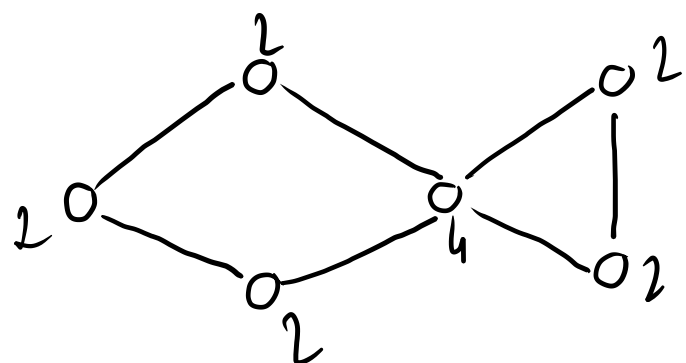


Tétel:

zárt E-v : - összefüggő
- minden csúcs fokpáros

nyílt E-v : - összefüggő
- minden csúcs fokpáros
2 csúcs fokpár

2,



$n = ?$

K_n tartalmaz-e nyílt/zárt Euler-utakat?
 a csúcsok teljes gráf

G

csúcsok: 1, 2, 3, ..., 100

$|C - S| < 3$

\forall csúcsokra: $n-1 \Rightarrow n-1$ páros $\Rightarrow n$ páros

zárt Euler-utal $\Leftrightarrow n$ páros

nyílt — || — $\Leftrightarrow n$ páros vagy $n = 2$

- 3, 4, 5, ..., 98 : fokszámok : 4
- 2, 99 : fokszámok : 3
- 1, 100 : fokszámok : 2

zárt E-U nincs

nyílt E-U van a gráfban