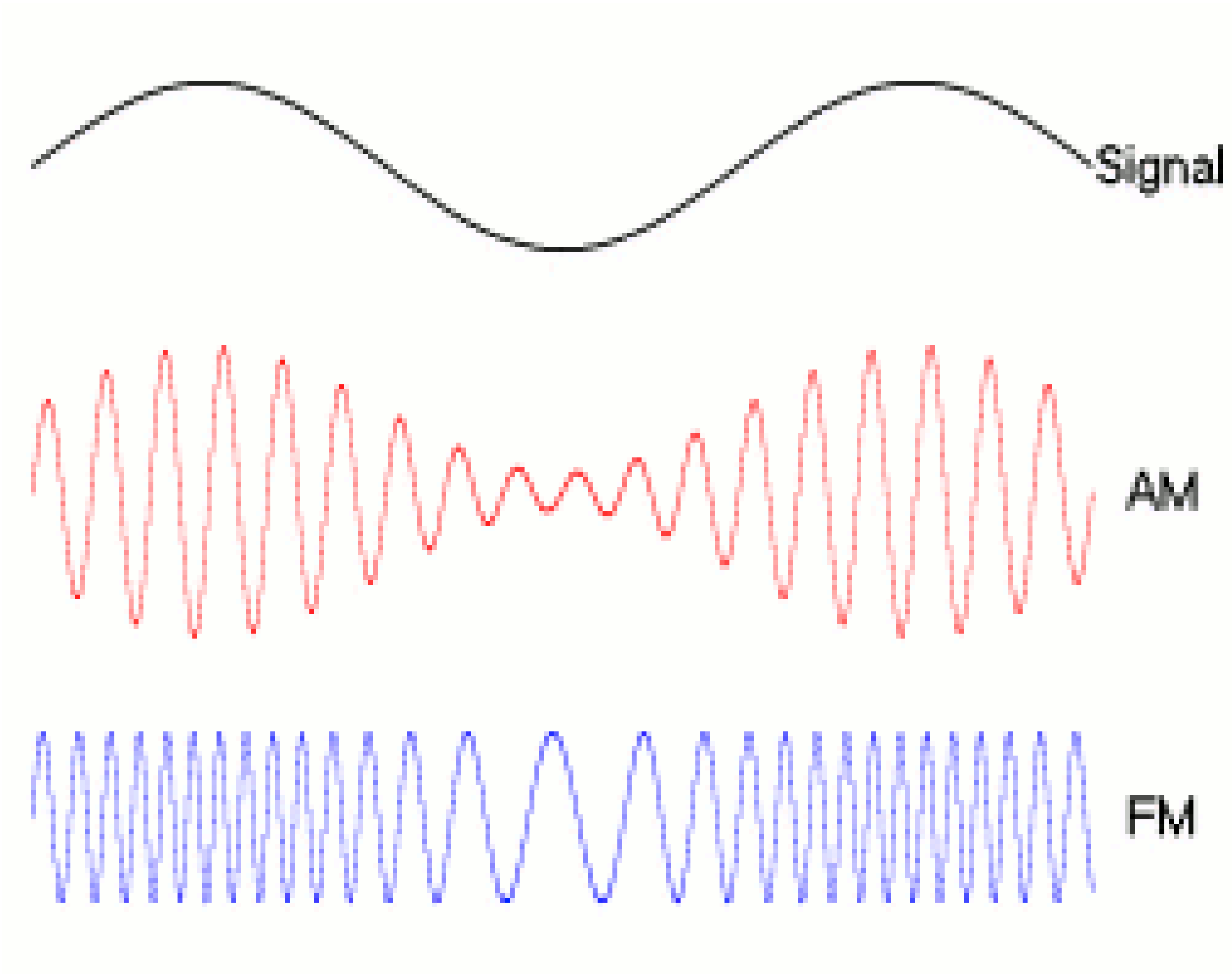
Számítógépes Hálózatok

4. Előadás: Adatkapcsolati réteg

Based on slides from **Zoltán Ács ELTE** and D. Choffnes Northeastern U., Philippa Gill from StonyBrook University , Revised Spring 2016 by S. Laki

Ami kimaradt legutóbb

Illusztráció - AM & FM analóg jel esetén

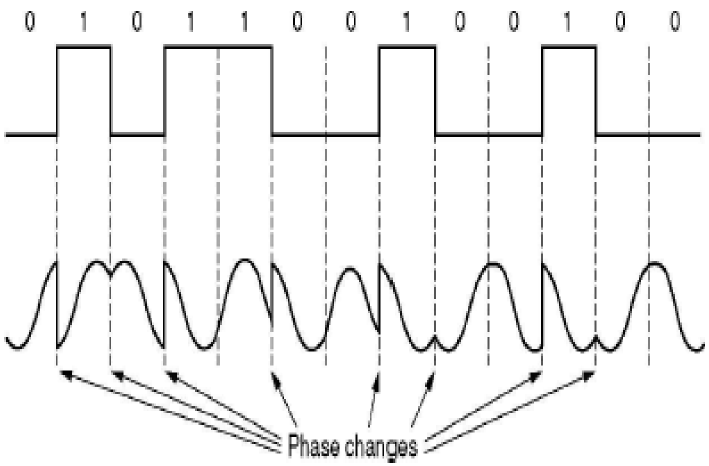


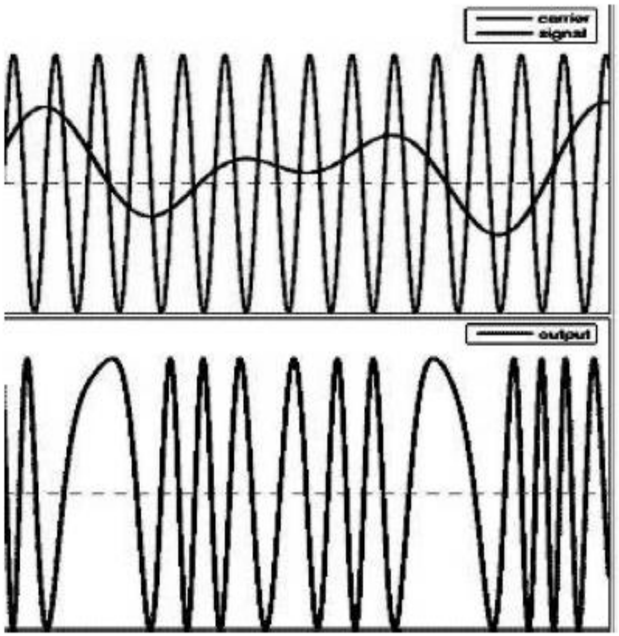
Fázis moduláció

- Az *s(t)* szignált a szinusz görbe fázisában kódoljuk, azaz:

$$f_P(t) = a * \sin(2\pi f t + s(t))$$

  - *analóg szignál*: fázis moduláció (nem igazán használják)
  - *Digitális szignál*: fázis-eltolás keying (például egy diszkrét halmaz szimbólumaihoz különböző fázisok

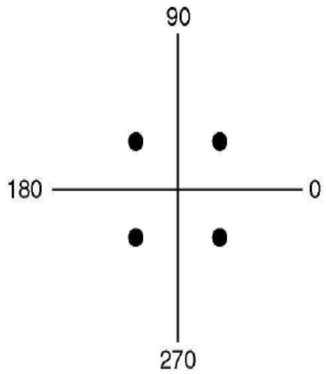




Több szimbólum használata

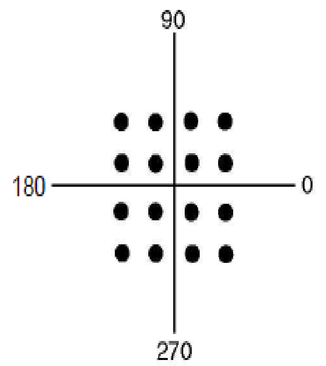
PSK különböző szimbólumokkal

- A fázis eltolások könnyen felismerhetőek a fogadó által
- Diszkrét halmaz kódolja a szimbólumokat
  - Például 4 szimbólum esetén: $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$
  - Ezzel kétszeres adatrátát kapunk a szimbólum rátához k
  - Ezt nevezzük **Q**uadrature **P**hase **S**hift **K**eying



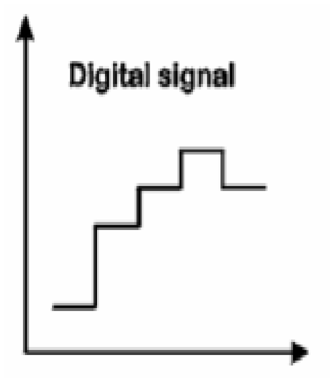
Amplitúdó- és fázis-moduláció

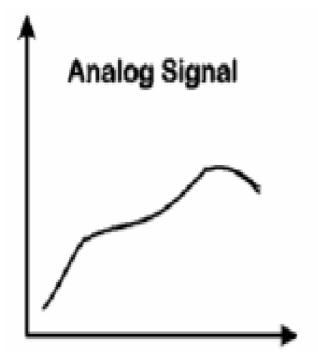
- Kombinálhatóak a módszerek
- Diszkrét halmaz kódolja a szimbólumokat
  - Például 16 különböző szimbólum (amplitúdó és fázis kom használata
  - Ezzel négyszeres adatrátát kapunk a szimbólum rátához
  - Ezt nevezzük **Q**uadrature **A**mplitude **M**odulation-16



Digitális és analóg jelek összehasonlítása

- *Digitális átvitel* – Diszkrét szignálok véges halmazát használja (például feszültség vagy áramerősség értékek).
- *Analóg átvitel* – Szignálok folytonos halmazát használja (például feszültség vagy áramerősség a vezetékben)
- *Digitális előnyei*
  - Lehetőség van a vételpontosság helyreállítására illetve az eredeti jel helyreállítására
- *Analóg hátránya*
  - A fellépő hibák önmagukat erősíthetik





Csatorna hozzáférés módszerei (statikus)

Multiplexálás

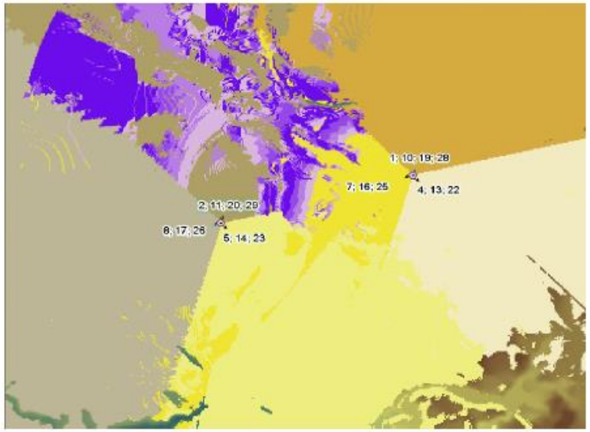
- Lehetővé teszi, hogy több jel egyidőben utazzon egy fizikai közegen

- Több jel átvitele érdekében a csatornát logikailag elkülönített kisebb csatornákra (alcsatornákra) bontjuk

- A küldő oldalon szükséges egy speciális eszköz (multiplexer), mely a jeleket a csatorna megfelelő alcsatornáira helyezi

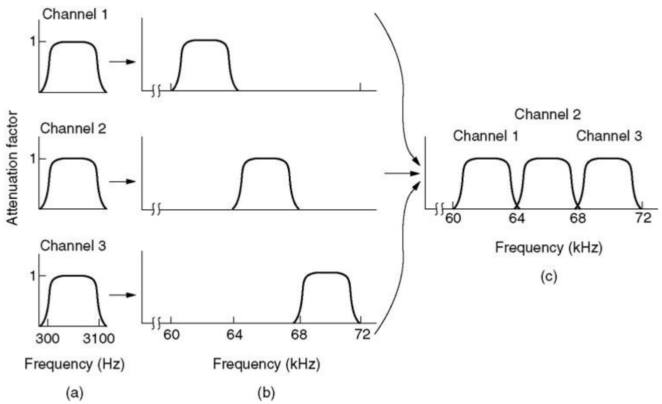
Térbeli multiplexálás

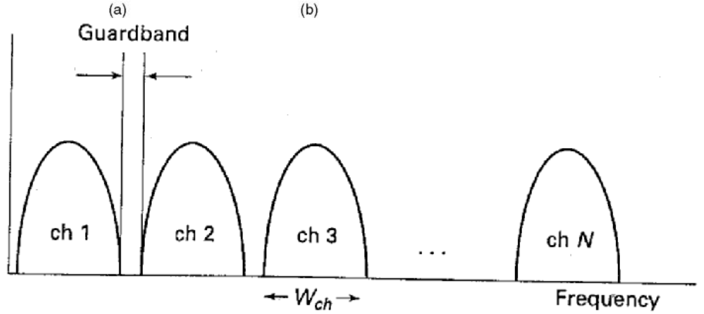
- Ez a legegyszerűbb multiplexálási módszer.
- Angolul ***S**pace-**D**ivision **M**ultiplexing*
- Vezetékes kommunikáció esetén minden egyes csatornához külön pont-pont vezeték tartozik.
- Vezeték nélküli kommunikáció esetén minden egyes csatornához külön antenna rendelődik.



Frekvencia multiplexálás

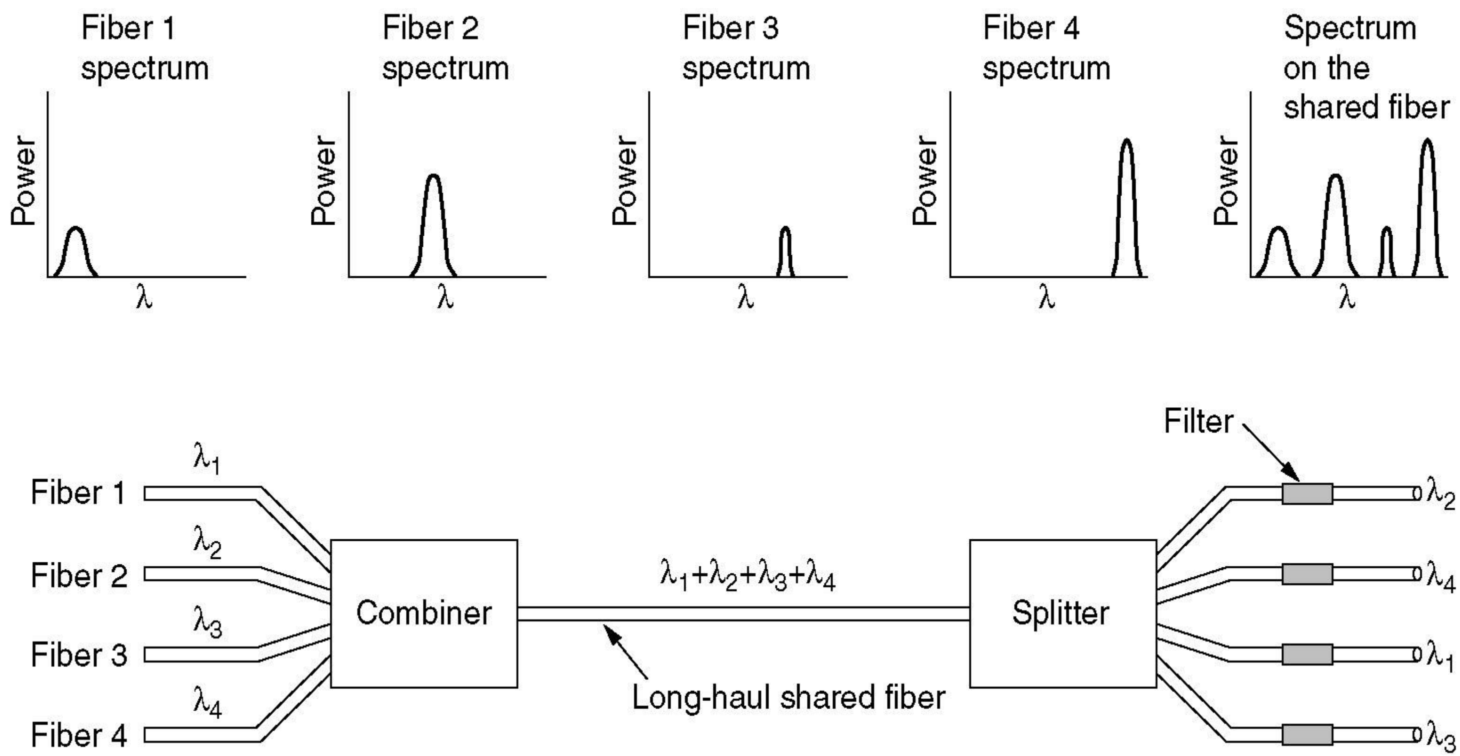
- Olyan módszertan, amelyben egy kommunikációs csatornán több szignál kombinációja adja az átvitelt.
- Minden szignálhoz más frekvencia tartozik.
- Angolul **F***requency*-**D***ivision* **M***ultiplexing*
- Tipikusan analóg vonalon használják.
- Többféle megvalósítása van:
  - XOR a szignálokon véletlen bitsorozattal,
  - pszeudo véletlen szám alapú választás





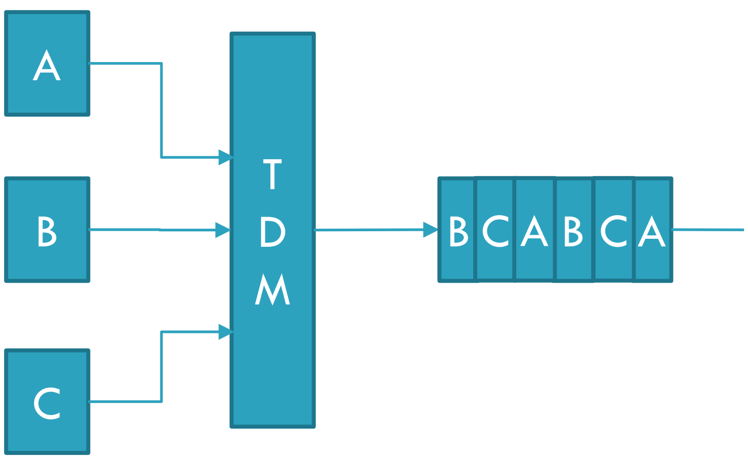
Hullámhossz multiplexálás

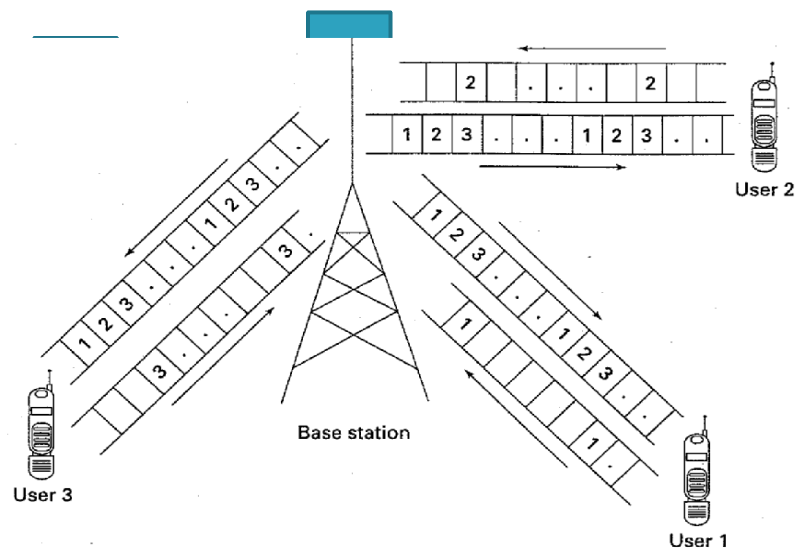
- Optikai kábeleknél alkalmazzák.
- Angolul **W**avelength-**D***ivision* ***M****ultiplexing*



Időbeli multiplexálás

- Több párhuzamos adatfolyam átvitelét a jelsorozat rövid időintervallumokra szegmentálásával oldja meg.
- Diszkrét időszeletek használata. Minden állomás saját időszeletet kap.
- Angolul **T***ime*-**D***ivision* **M***ultiplexing*





Code Division Multiple Access 1/3

- a harmadik generációs mobiltelefon hálózatok alapját képezi (*IS-95 szabvány*)
- minden állomás egyfolytában sugározhat a rendelkezésre álló teljes frekvenciasávon
- Feltételezi, hogy a többszörös jelek lineárisan összeadódnak.
- **Kulcsa**: a hasznos jel kiszűrése

ALGORITMUS

- minden bitidőt *m* darab rövid intervallumra osztunk, ezek a töredékek (angolul *chip*)
- minden állomáshoz egy *m* bites kód tartozik, úgynevezett töredéksorozat (angolul *chip sequence*)
- Ha 1-es bitet akar továbbítani egy állomás, akkor elküldi a saját töredéksorozatát.
- Ha 0-es bitet akar továbbítani egy állomás, akkor elküldi a saját töredéksorozatának egyes komplemensét.

Code Division Multiple Access 2/3

- m-szeres sávszélesség válik szükségessé, azaz szórt spektrumú kommunikációt valósít meg
- szemléltetésre bipoláris kódolást használunk:
  - bináris 0 esetén -1; bináris 1 esetén +1
  - az állomásokhoz rendelt töredék sorozatok **páronként ortogonálisak**

Code Division Multiple Access 3/3

- szinkron esetben a *Walsh* mátrix oszlopai vagy sorai egyszerű módon meghatároznak egy kölcsönösen ortogonális töredék sorozat halmazt

$$H(2^1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, H(2^2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\forall k \in \mathbb{N} \wedge k \geq 2: H(2^k) = \begin{bmatrix} H(2^{k-1}) & H(2^{k-1}) \\ H(2^{k-1}) & -H(2^{k-1}) \end{bmatrix}$$

Code Division Multiple Access példa

A állomás

Chip kódja legyen (1,-1).
Átvitelre szánt adat legyen 1011

1. Egyedi szignál előállítása az (1,0,1,1) vektorra: ((1,-1),(-1,1),(1,-1),(1,-1))
2. Szignál modulálása a csatornára.

B állomás

Chip kódja legyen (1,1).
Átvitelre szánt adat legyen 0011

1. Egyedi szignál előállítása az (0,0,1,1) vektorra: ((-1,-1),(-1,-1),(1,1),(1,1))
2. Szignál modulálása a csatornára.

((1+(-1),(-1)+(-1)),((-1)+(-1),1+(-1)),(1+1,(-1)+1),(1+1,(-1)+1)) =
(0,-2,-2,0,2,0,2,0)

Code Division Multiple Access példa

((1+(-1),(-1)+(-1)),((-1)+(-1),1+(-1)),(1+1,(-1)+1),(1+1,(-1)+1)) =

((0,-2),(-2,0),(2,0),(2,0))

Vevő 1

Ismeri B chip kódját: (1,1).

1. Visszakódolás az ismert kóddal:
   ((0,-2)*(1,1),(-2,0)*(1,1),(2,0)*(1,1),(2,0)*(1,1))
2. Kapott (-2,-2,2,2) eredmény értelmezése:
   (-,-,+,+), azaz 0011 volt az üzenet B-től.

Vevő 2

Ismeri A chip kódját: (1,-1).

1. Visszakódolás az ismert kóddal:
   ((0,-2)*(1,-1),(-2,0)*(1,-1),(2,0)*(1,-1)
   ,(2,0)*(1,-1))
2. Kapott (2,-2,2,2) eredmény értelmezése:
   (+,-,+,+), azaz 1011 volt az üzenet A-tól.

Médium többszörös használata összefoglalás

- Tér-multiplexálás avagy *SDM* (párhuzamos adatátviteli csatornák)
  - cellurális hálózatok
- Frekvencia-multiplexálás avagy *FDM*(a frekvencia tartomány felosztása és küldőhöz rendelése)
  - „**D***irect* **S***equence* **S***pread* **S***pectrum*” (XOR a szignálokon véletlen bitsorozattal)
  - „**F***requency* **H***opping* **S***pread* **S***pectrum*” (pszeudo véletlen szám alapú választás)
- Idő-multiplexálás avagy *TDM* (a médium használat időszeletekre osztása és küldőhöz rendelése)
  - diszkrét idő szeletek (*slot*)
  - koordináció vagy merev felosztás kell hozzá
- Hullámhossz-multiplexálás avagy *WDM* (optikai frekvencia-multiplexálás)
- Kód multiplexálás avagy *CDM* (mobil kommunikációban használatos)

Adatkapcsolati réteg

- Szolgáltatás
  - Adatok keretekre tördelése: határok a csomagok között
  - Közeghozzáférés vezérlés (MAC)
  - Per-hop megbízhatóság és folyamvezérlés
- Interfész
  - Keret küldése két közös médiumra kötött eszköz között
- Protokoll
  - Fizikai címzés (pl. MAC address, IB address)
- Példák: Ethernet, Wifi, InfiniBand

Adatkapcsolati réteg

- Funkciók:
  - Adat blokkok (keretek/frames) küldése eszközök között
  - A fizikai közeghez való hozzáférés szabályozása
- Legfőbb kihívások:
  - Hogyan keretezzük az adatokat?
  - Hogyan ismerjük fel a hibát?
  - Hogyan vezéreljük a közeghozzáférést (MAC)?
  - Hogyan oldjuk fel vagy előzzük meg az ütközési helyzeteket?

Keret képzés / Keretezés / Framing

Keret képzés/Keretezés/Framing

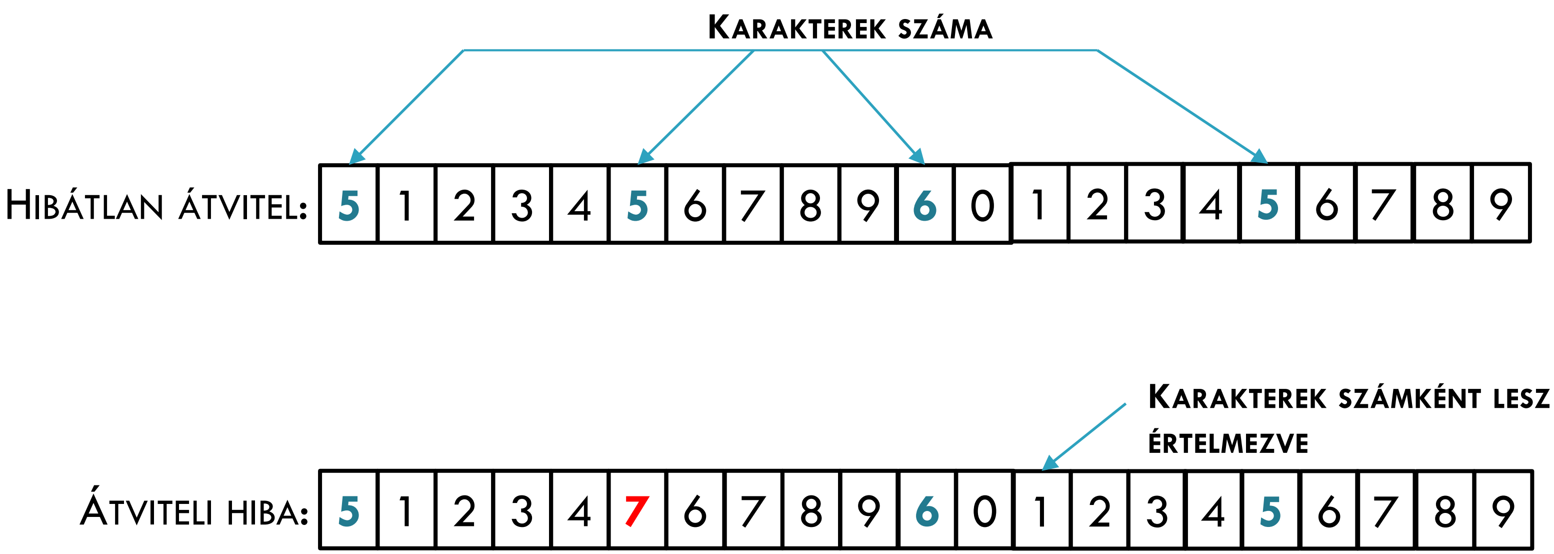
- A bitek kódolását a fizikai réteg határozza meg

- A következő lépés az adatblokkok „kódolása”
  - Csomag-kapcsolt hálózatok
    - Minden csomag útvonal (routing) információt is tartalmaz
    - Az adathatárokat ismernünk kell a fejlécek olvasásához
  - a fizikai réteg nem garantál hibamentességet, az adatkapcsolati réteg feladata a hibajelzés illetve a szükség szerint javítás
    - Megoldás: keretekre tördelése a bitfolyamnak, és ellenőrző összegek számítása
  - a keretezés nem egyszerű feladat, mivel megbízható időzítésre nem nagyon van lehetőség

- Keret képzés fajtái
  - Bájt alapú protokollok
  - Bit alapú protokollok
  - Óra alapú protokollok

Bájt alapú: Karakterszámlálás

- a keretben lévő karakterek számának megadása a keret fejlécében lévő mezőben
- a vevő adatkapcsolati rétege tudni fogja a keret végét
- *Probléma*: nagyon érzékeny a hibára a módszer



Bájt alapú: Bájt beszúrás (Byte Stuffing)

FLAG	ESC	ESC	Adat	ESC	FLAG	FLAG

- Egy speciális **FLAG** bájt (jelölő bájt) jelzi az adat keret elejét és végét
  - Korábban két speciális bájtot használtak: egyet a keret elejéhez és egyet a végéhez
- Probléma: Mi van, ha a **FLAG** szerepel az adat bájtok között is?
  - Szúrjunk be egy speciális **ESC** (Escape) bájtot az „adat" **FLAG** elé
  - Mi van ha **ESC** is szerepel az adatban?
    - Szúrjunk be egy újabb **ESC** bájtot elé.
  - Hasonlóan a C stringeknél látottakhoz:
    - printf("You must \"escape\" quotes in strings");
    - printf("You must \\escape\\ forward slashes as well");
- Pont-pont alapú protokollok használják: modem, DSL, cellular, …

Bájt beszúrás példa

Keretezendő adat

H	**E**	**L**	**L**	**O**	**[SPACE]**	**[ESC]**

BÁJT BESZÚRÁS

Keretezett adat

[FLAG]	**H**	**E**	**L**	**L**	**O**	**[SPACE]**	**[ESC]**	**[ESC]**	**[FLAG]**

Bit alapú: Bit beszúrás (Bit stuffing)

01111110	Adat	01111110

- Minden keret speciális bitmintával kezdődik és végződik (hasonlóan a bájt beszúráshoz)
  - A kezdő és záró bitsorozat ugyanaz
  - Például: 01111110 a High-level Data Link Protocol (HDLC) esetén
- A Küldő az adatban előforduló minden 11111 részsorozat elé 0 bitet szúr be
  - Ezt nevezzük bit beszúrásnak
- A Fogadó miután az 11111 részsorozattal találkozik a fogadott adatban:
  - 11111**0** → eltávolítja a 0-t (mivel ez a beszúrás eredménye volt)
  - 11111**1** → ekkor még egy bitet olvas
    - 11111**10** → keret vége
    - 11111**11** → ez hiba, hisz ilyen nem állhat elő a küldő oldalon. Eldobjuk a keretet!
- Hátránya: legrosszabb esetben 20% teljesítmény csökkenés
- Mi történik ha a záró bitminta meghibásodik?

Példa bit beszúrásra

AZ ÁTVITELRE SZÁNT BITSOROZAT BITBESZÚRÁS ELŐTT → 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 1 0

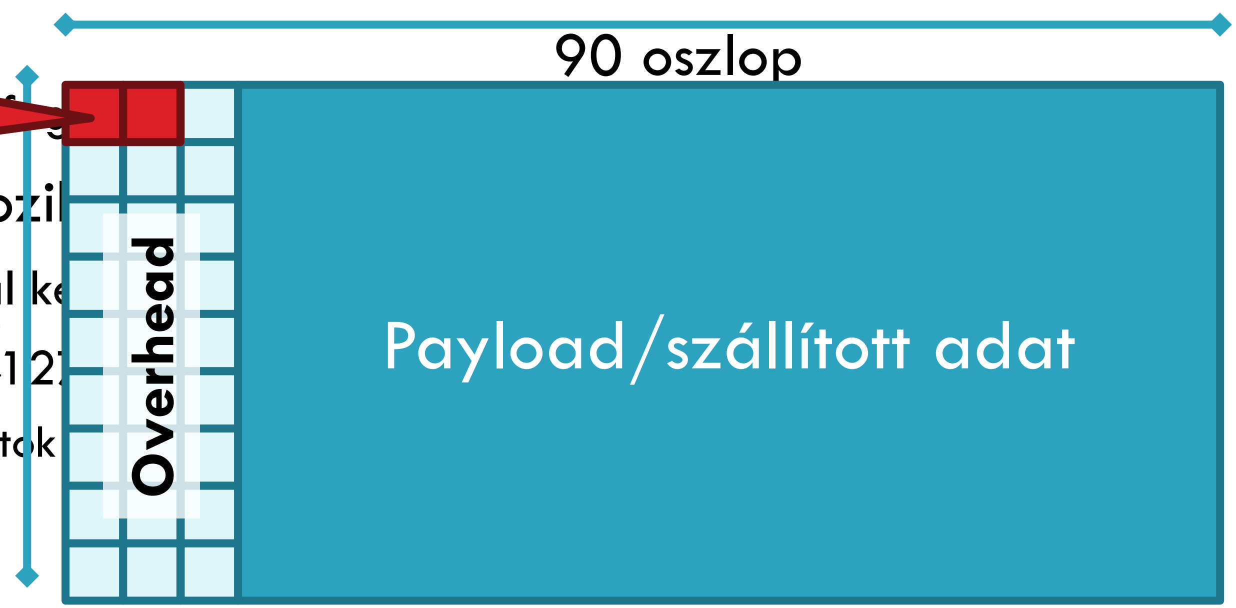
AZ ÁTVITELRE SZÁNT BITSOROZAT BITBESZÚRÁS UTÁN (FEJLÉC NÉLKÜL) → 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 0 0 1 0

BESZÚRT BITEK

A VEVŐNÉL MEGJELENŐ ÜZENET A REDUNDÁNS BITEK ELTÁVOLÍTÁSA UTÁN → 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 1 0

Óra alapú keretezés: SONET

- **S**ynchronous **O**ptical **Net**work
  - Nagyon gyors optikai kábelen való átvitel
  - STS-*n*, e.g. STS-1: 51.84 Mbps, STS-768: 36.7 Gbps
- Az STS-1 keretei rögzített mérettel rendelkeznek
  - 9*90 = 810 bájt → 810 bájt fogadása után újabb keret-kezdő mintázat keresése
- ...rtozi...
  - A bitek NRZ kódolással ke...
  - Payload egy speciális 12...
    - A hosszú 0 és 1sorozatok...



Hiba felügyelet

Zaj kezelése

- A fizikai világ eredendően zajos
  - Interferencia az elektromos kábelek között
  - Áthallás a rádiós átvitelek között, mikrosütő, …
  - Napviharok
- Hogyan detektáljuk a bithibákat az átvitelben?
- Hogyan állítsuk helyre a hibát?

Bithibák definíciók és példák

- *egyszerű bithiba* – az adategység 1 bitje nulláról egyre avagy egyről nullára változik. Például:

KÜLDŐ 0 1 1 0 0 0 1 0

VEVŐ 0 1 1 0 1 0 1 0

- *csoportos hiba* (angolul *burst error*) – Az átviteli csatornán fogadott bitek egy olyan folytonos sorozata, amelynek az első és utolsó szimbóluma hibás, és nem létezik ezen két szimbólummal határolt részsorozatban olyan ***m*** hosszú részsorozat, amelyet helyesen fogadtunk volna a hiba *burst*-ön belül. A definícióban használt ***m*** paramétert védelmi övezetnek (*guard band*) nevezzük. (*Gilbert-Elliott modell*)

5 hosszú csoportos hiba

Pl. m=3

KÜLDŐ 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1

VEVŐ 0 1 0 1 1 1 0 1 0 1 0 0 0 1

7 hosszú csoportos hiba

Pl. m=3

KÜLDŐ 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1

VEVŐ 0 1 0 1 1 1 0 1 0 1 0 0 0 1

Naiv hibadetektálás

- Ötlet: küldjünk két kópiát minden egyes keretből
  - if (memcmp(frame1, frame2) != 0) { JAJ, HIBA TÖRTÉNT! }

- Miért rossz ötlet ez?
  - Túl magas ára van / a hatékonyság jelentősen lecsökken
  - Gyenge hibavédelemmel rendelkezik
    - Lényegében a duplán elküldött adat azt jelenti, hogy kétszer akkora esélye lesz a meghibásodásnak

Paritás Bit

- Ötlet: egy extra bitet adunk a bitsorozathoz úgy, hogy az egyesek száma végül páros legyen
  - Példa: 7-bites ASCII karakterek + 1 paritásbit

0101001 1 1101001 0 1011110 1 0001110 1 0110100 1

10

- 1-bit hiba detektálható
- 2-bit hiba nem detektálható
- Nem megbízható burstös hibák esetén

Hiba vezérlés

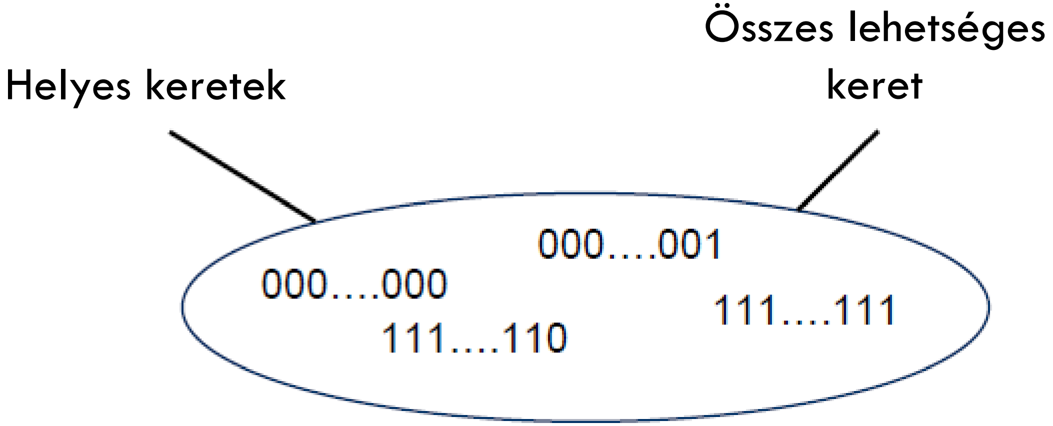
- Stratégiák
  - Hiba javító kódok
    - Előre hibajavítás
    - Forward Error Correction (FEC)
    - kevésbé megbízható csatornákon célszerűbb
  - Hiba detektálás és újraküldés
    - Automatic Repeat Request (ARQ)
    - megbízható csatornákon olcsóbb

Hiba vezérlés

- Célok
  - Hiba detektálás
    - javítással
      - Forward error correction
    - Javítás nélkül -> pl. eldobjuk a keretet
      - Utólagos hibajavítás
      - A hibás keret újraküldése
  - Hiba javítás
    - Hiba detektálás nélkül
      - Pl. hangátvitel

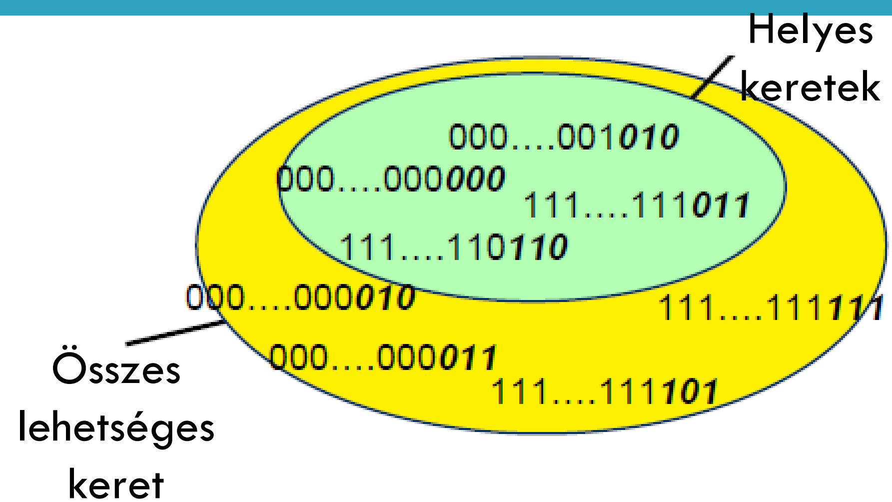
Redundancia

- Redundancia szükséges a hiba vezérléshez
- Redundancia nélkül
  - 2^m lehetséges üzenet írható le m biten
  - Mindegyik helyes (legal) üzenet és fontos adatot tartalmazhat
  - Ekkor minden hiba egy új helyes (legal) üzenetet eredményez
    - A hiba felismerése lehetetlen
- Hogyan ismerjük fel a hibát???



Redundancia

- Egy keret felépítése:
  - m adat bit (ez az üzenet)
  - r redundáns/ellenőrző bit
    - Az üzenetből számolt, új információt nem hordoz
  - A teljes keret hossza: n = m + r

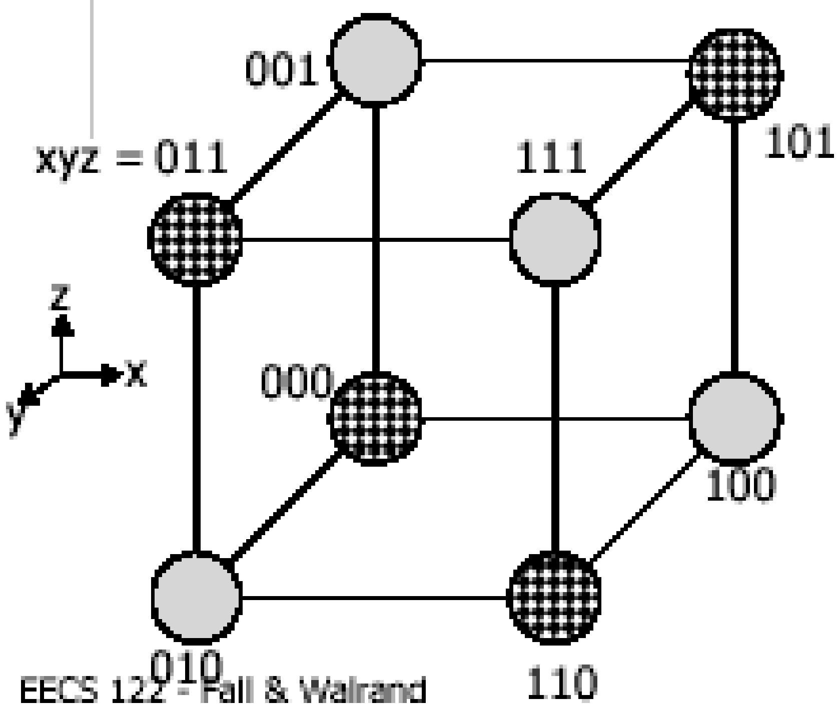


- Az így előálló n bites bitsorozatot n hosszú kódszónak nevezzük!

Error Control Codes

How Codes Work: Words and Codewords

- Code = subset of possible words: Codewords
- Example:
  - 3 bits => 8 words; codewords: subset



Words:
000, 001, 010, 011
100, 101, 110, 111

Code:
000, 011, 101, 110

Send only codewords

Elméleti alapok

- Tegyük fel, hogy a keret *m* bitet tartalmaz. (*üzenet bitek*)
- A redundáns bitek száma legyen *r. (ellenőrző bitek)*
- A küldendő keret tehát n=m+r bit hosszú. (*kódszó*)

Hamming távolság

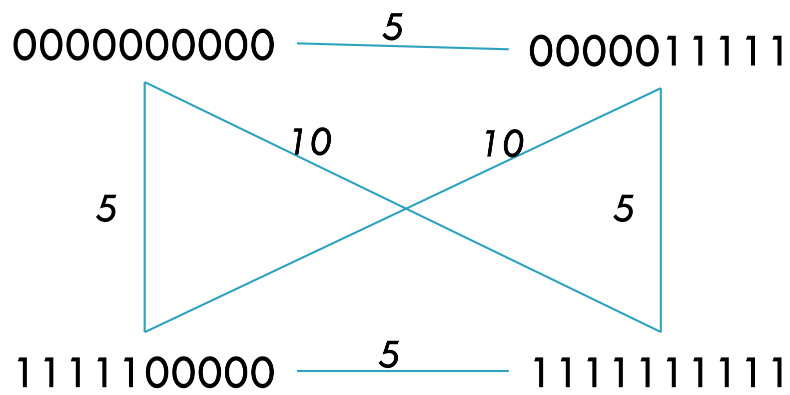
- Az olyan bitpozíciók számát, amelyeken a két kódszóban különböző bitek állnak, a két kódszó Hamming távolságának nevezzük.
  - Jelölés: d(x,y)
- Legyen *S* egyenlő hosszú bitszavak halmaza, ekkor *S* Hamming távolsága az alábbi:

$$d(S) := \min_{x,y \in S \wedge x \neq y} d(x,y)$$

  - Jelölés: *d(S)*
- A Hamming távolság egy metrika.

Példa Hamming távolságra

- Legyen $S = \{0000000000, 0000011111, 1111100000, 1111111111\}$.
- Mi lesz a halmaz Hamming távolsága?
  - $d(S) = 5$



Hamming távolság használata

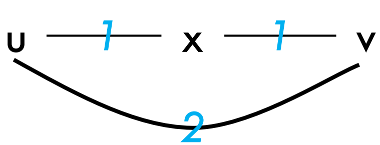
S halmaz legyen a megengedett azonos hosszú kódszavak halmaza.

d(S)=1 esetén

- nincs hibafelismerés
- megengedett kódszóból megengedett kódszó állhat elő 1 bit megváltoztatásával

d(S)=2 esetén

- ha az *u* kódszóhoz létezik olyan *x* megengedett kódszó, amelyre $d(u,x)=1$, akkor hiba történt.
- Feltéve, hogy az *u* és *v* megengedett kódszavak távolsága minimális, akkor a következő összefüggésnek teljesülnie kell: $2 = d(u,v) \leq d(u,x) + d(x,v)$.
- Azaz egy bithiba felismerhető, de nem javítható.



Hamming korlát bináris kódkönyvre 1/3

TÉTEL

Minden $C \subseteq \{0,1\}^n$ kód , ahol $d(C) = k$ $(\in \mathbb{N}_+)$. Akkor teljesül az alábbi összefüggés:

$$|C| \sum_{i=0}^{\left\lfloor \frac{k-1}{2} \right\rfloor} \binom{n}{i} \leq 2^n$$

BIZONYÍTÁS

1. Hány olyan bitszó létezik, amely egy tetszőleges $x \in C$ kódszótól pontosan $i \in \mathbb{N}_+$ távolságra helyezkedik el?
   - Pontosan $\binom{n}{i}$ lehetőség van.
2. Hány olyan bitszó létezik, amely egy tetszőleges $x \in C$ kódszótól legfeljebb $\left\lfloor \frac{k-1}{2} \right\rfloor$ távolságra helyezkedik el?
   - Pontosan $\sum_{i=0}^{\left\lfloor \frac{k-1}{2} \right\rfloor} \binom{n}{i}$ lehetőség van.

Hamming korlát bináris kódkönyvre 2/3

3. Lássuk be, hogy egy tetszőleges $x \in \{0,1\}^n$ bitszóhoz legfeljebb egy legális $\mathrm{u} \in C$ kódszó létezhet, amelyre $d(x,u) \leq \frac{k-1}{2}$ teljesül.
   - Indirekt tegyük fel, hogy létezhet két legális kódszó is a C kódkönyvben, jelölje őket u_1 és u_2. Ekkor viszont az alábbi két feltétel együttesen teljesül:

$$d(x,u_1) \leq \frac{k-1}{2} \text{ és } d(x,u_2) \leq \frac{k-1}{2}$$

   - Mi a két kódszó távolsága?

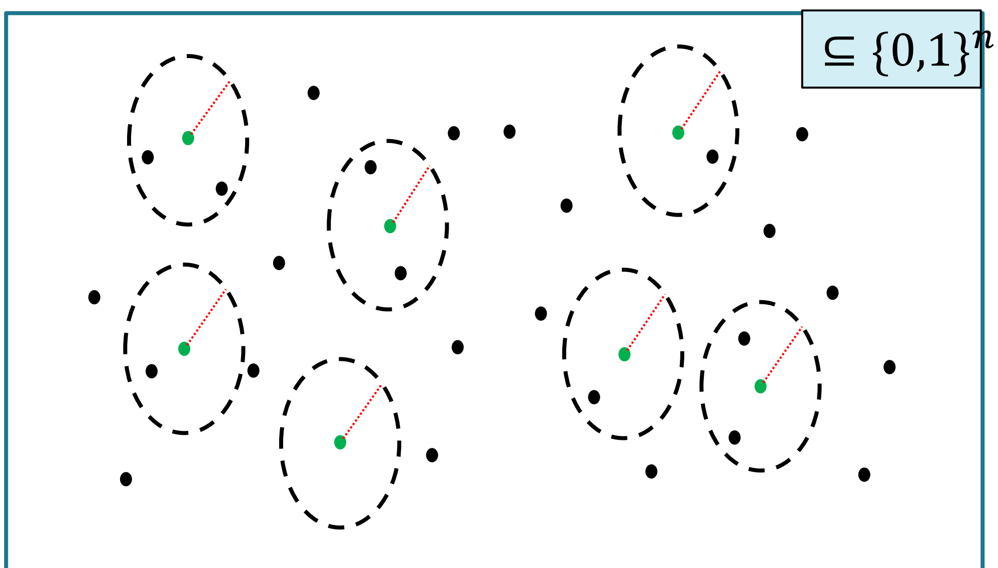
$$d(u_2,u_1) \leq d(u_2,y) + d(y,u_1) \leq \frac{k-1}{2} + \frac{k-1}{2} = k-1$$

   - Ez viszont ellentmond annak hogy a kódkönyv Hamming távolsága k, azaz az indirekt feltevésünk volt hibás. Vagyis tetszőleges bitszóhoz legfeljebb egy legális kódszó létezhet, amely a kódkönyv minimális távolságának felénél közelebb van a bitszóhoz.

Hamming korlát bináris kódkönyvre 3/3

4. A kódszavak $\frac{k-1}{2}$ sugarú környezeteiben található bitszavak egymással diszjunkt halmazainak uniója legfeljebb az n-hosszú bitszavak halmazát adhatja ki. Vagyis formálisan:

$$|C| \sum_{i=0}^{\left\lfloor \frac{k-1}{2} \right\rfloor} \binom{n}{i} \leq 2^n \qquad \blacksquare$$



Jelmagyarázat

- Kódszó
- Bitszó, amely nem kódszó

Hibafelismerés és javítás Hamming távolsággal

Hibafelismerés

- *d* bit hiba felismeréséhez a megengedett keretek halmazában legalább *d+1* Hamming távolság szükséges.

Hibajavítás

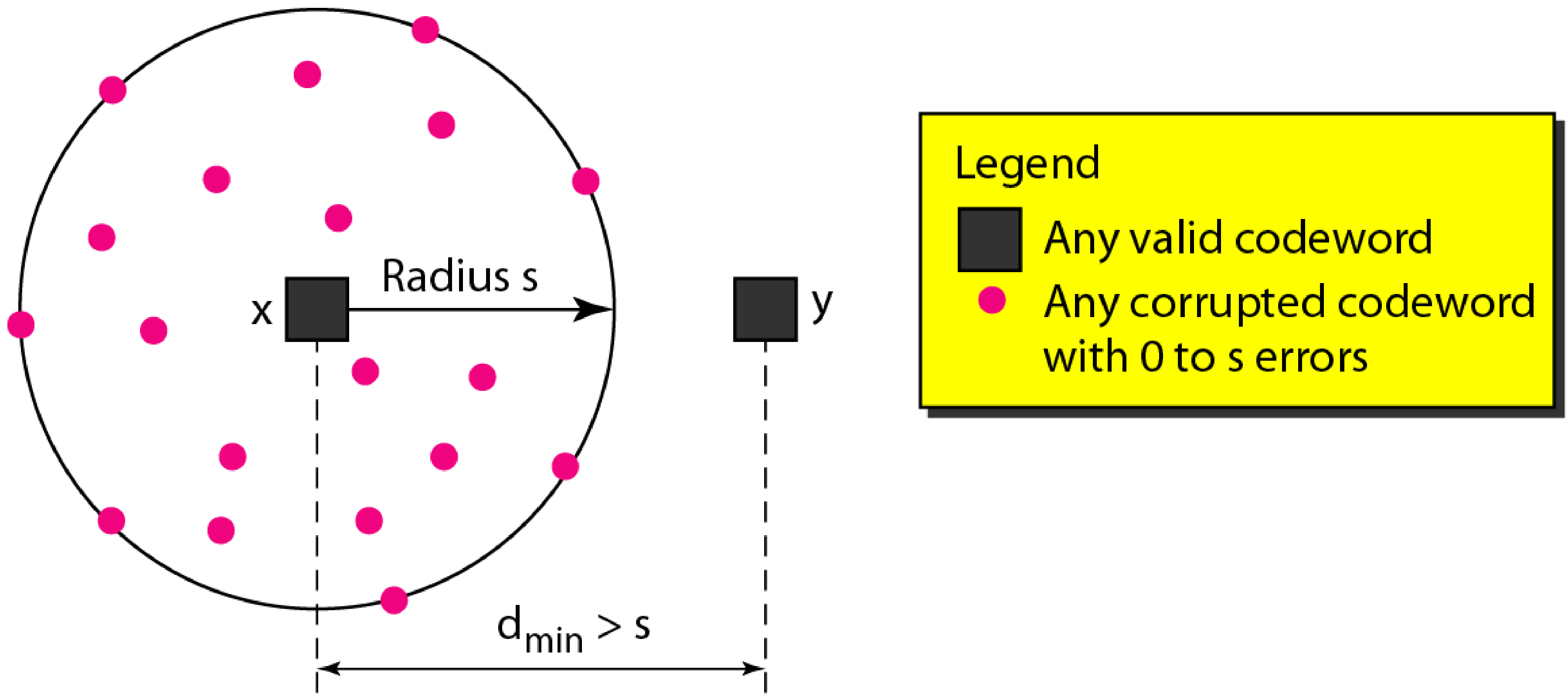
- *d* bit hiba javításához a megengedett keretek halmazában legalább *2d+1* Hamming távolság szükséges

Definíciók

  - Egy $S \subseteq \{0,1\}^n$ kód rátája $R_S = \frac{\log_2 |S|}{n}$. (a hatékonyságot karakterizálja)
  - Egy $S \subseteq \{0,1\}^n$ kód távolsága $\delta_S = \frac{d(S)}{n}$. (a hibakezelési lehetőségeket karakterizálja)
- A jó kódoknak a rátája és a távolsága is nagy.

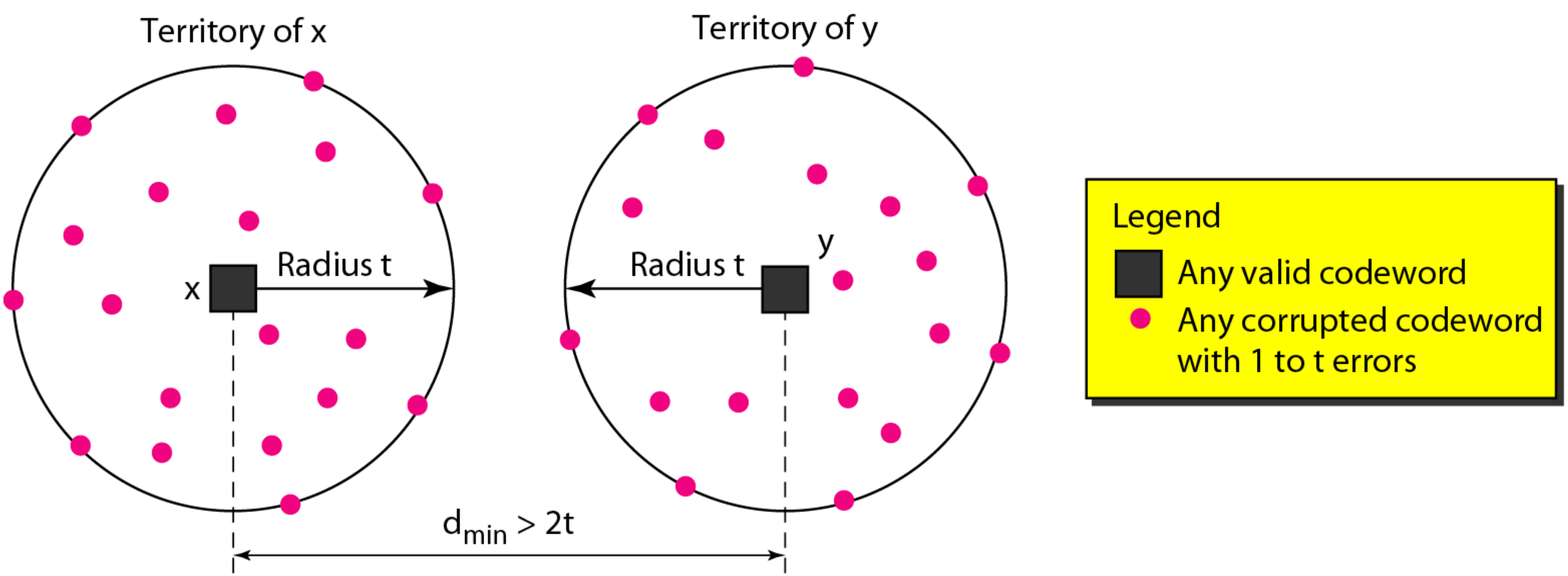
Hiba felismerés

d bithiba felismeréséhez legalább d+1 Hamming távolságú kód szükséges.



Hiba javítás

d bithiba javításához legalább 2d+1 Hamming-távolságú kód szükséges.



Újra a paritás bit használata 1/4

- a paritásbitet úgy választjuk meg, hogy a kódszóban levő 1-ek száma páros (vagy páratlan)
  - **Odd parity –** ha az egyesek száma páratlan, akkor 0 befűzése; egyébként 1-es befűzése
  - **Even parity –** ha az egyesek száma páros, akkor 0 befűzése; egyébként 1-es befűzése

ÜZENET 1101011

5 darab
1-es bit

ODD PARITY HASZNÁLATA
11010110

EVEN PARITY HASZNÁLATA
11010111

Paritás bit használata 2/4

Egy paritást használó módszer (*Hamming*)

- a kódszó bitjeit számozzuk meg 1-gyel kezdődően;
- 2 egészhatvány sorszámú pozíciói lesznek az ellenőrző bitek, azaz 1,2,4,8,16,...;
- a maradék helyeket az üzenet bitjeivel töltjük fel;
- mindegyik ellenőrző bit a bitek valamilyen csoportjának a paritását állítja be párosra (vagy páratlanra)
- egy bit számos paritásszámítási csoportba tartozhat:
  - *k* pozíciót írjuk fel kettő hatványok összegeként, a felbontásban szereplő ellenőrző pozíciók ellenőrzik a *k*-adik pozíciót
  - Példa: ***k=13***-ra ***k=1+4+8***, azaz az első, a negyedik illetve a nyolcadik ellenőrző bit fogja ellenőrizni

Paritás bit használata - példa 3/4

- Az *ASCII* kód *7* biten ábrázolja a karaktereket
- A példában *EVEN PARITY*-t használunk

ÜZENET BITEK KÓDSZÓBAN LÉVŐ POZÍCIÓNAK FELBONTÁSAI

- $\mathbf{3} = 1 + 2$
- $\mathbf{5} = 1 + 4$
- $\mathbf{6} = 2 + 4$
- $\mathbf{7} = 1 + 2 + 4$
- $\mathbf{9} = 1 + 8$
- $\mathbf{10} = 2 + 8$
- $\mathbf{11} = 1 + 2 + 8$

ASCII karakter	ASCII decimális	Üzenet forrás bitjei	Az előállt kódszavak
E	69	1000101	10100000101
L	76	1001100	10110011100
T	84	1010100	00110101100
E	69	1000101	10100000101
	32	0100000	10001100000
I	73	1001001	11110011001
K	75	1001011	00110010011

Paritás bit használata 4/4

- a vevő az üzenet megérkezésekor *0*-ára állítja a számlálóját, ezt követően megvizsgálja a paritás biteket, ha a *k*-adik paritás nem jó, akkor a számlálóhoz ad *k*-t
- Ha a számláló *0* lesz, akkor érvényes kódszónak tekinti a vevő a kapott üzenetet; ha a számláló nem nulla, akkor a hibás bit sorszámát tartalmazza, azaz ha például az első, a második és nyolcadik bit helytelen, akkor a megváltozott bit a tizenegyedik.

FOGADOTT *E* KARAKTER 10100100101 → Számláló != 0 → SZÁMLÁLÓ = 2 + 4

FOGADOTT *L* KARAKTER 11110011100 → Számláló != 0 → SZÁMLÁLÓ = 2

Hibajelző kódok

```
  11110000
-  10100110
  01010110

  10011011
+  11001010
  01010001
```

Polinom-kód, avagy ciklikus redundancia (CRC kód)

- Tekintsük a bitsorozatokat $\mathbb{Z}_2$ feletti polinomok reprezentációinak.

Polinom ábrázolása $\mathbb{Z}_2$ felett

$p(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i = a_n x^n + \cdots + a_1 x^1 + a_0 x^0$, ahol $a_i \epsilon \{0,1\}$

- A számítás *mod 2* történik. (összeadás, kivonás, szorzás, osztás)
- reprezentálható az együtthatók n+1-es vektorával, azaz $(a_n, \dots, a_1, a_0)$
- Például az ASCII „b" karakter kódja 01100010, aminek megfelelő polinom hatod fokú polinom $p(x) = 1 * x^6 + 1 * x^5 + 0 * x^4 + 0 * x^3 + 0 * x^2 + 1 * x^1 + 0 * x^0$
- Az összeadás és a kivonás gyakorlati szempontból a logikai KIZÁRÓ VAGY művelettel azonosak.

CRC

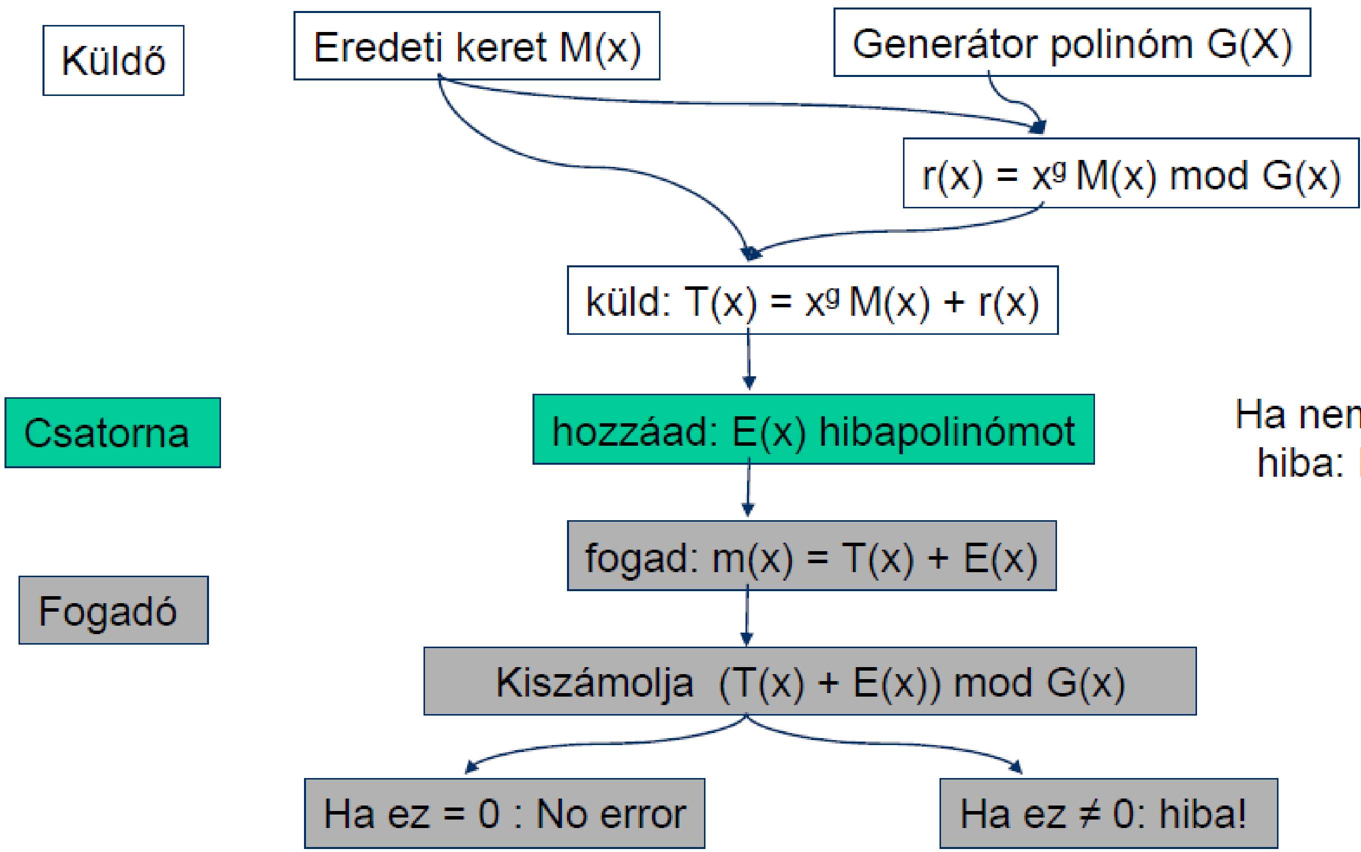
Definiáljuk a *G*(*x*) generátor polinomot (G foka *r*), amelyet a küldő és a vevő egyaránt ismer.

Algoritmus

1. Legyen *G*(*x*) foka *r*. Fűzzünk *r* darab *0* bitet a keret alacsony helyi értékű végéhez, így az *m*+*r* bitet fog tartalmazni és az $x^r M(x)$ polinomot fogja reprezentálni.
2. Osszuk el az $x^r M(x)$ tartozó bitsorozatot a *G*(*x*)-hez tartozó bitsorozattal modulo 2.
3. Vonjuk ki a maradékot (mely mindig *r* vagy kevesebb bitet tartalmaz) az $x^r M(x)$-hez tartozó bitsorozatból moduló 2-es kivonással. Az eredmény az ellenőrző összeggel ellátott, továbbítandó keret. Jelölje a továbbítandó keretnek megfelelő a polinomot *T*(*x*).
4. A vevő a *T*(*x*) + *E*(*x*) polinomnak megfelelő sorozatot kapja, ahol *E*(*x*) a hiba polinom. Ezt elosztja *G*(*x*) generátor polinommal.
   - Ha az osztási maradék, amit $R(x)$ jelöl, nem nulla, akkor hiba történt.

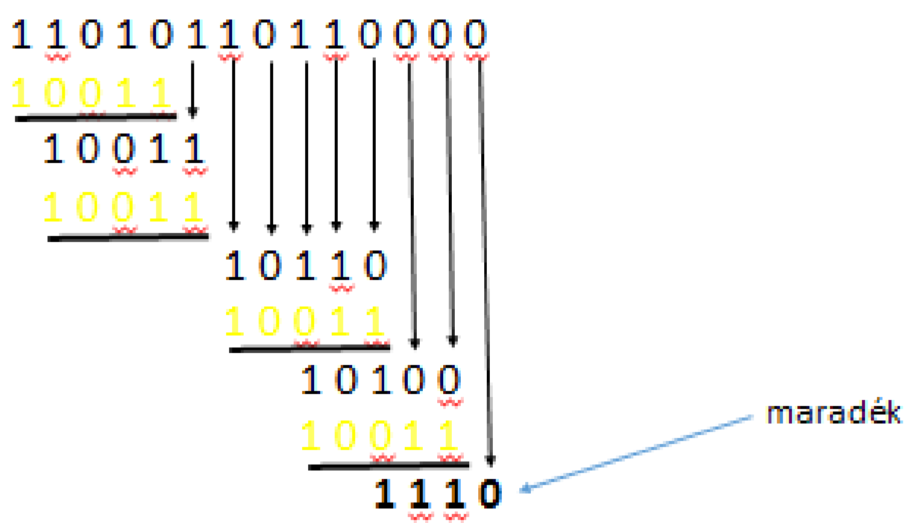
CRC áttekintés

- Forrás: Dr. Lukovszki Tamás fóliái



Példa CRC számításra

Keret: 1101011011
Generátor: 10011
A továbbítandó üzenet: *11010110111110*



CRC áttekintés

- A *G(x)* többszöröseinek megfelelő bithibákat nem ismerjük fel, azaz, ha $\exists j \in \mathbb{N}: E(x) = x^j G(x)$.
- *G(x)* legmagasabb illetve legalacsonyabb fokú tagjának együtthatója mindig *1*.

Hiba események

- $E(x) = x^i$, azaz *i* a hibás bit sorszáma, mivel G(x) kettő vagy több tagból áll, ezért minden egybites hibát jelezni tud.
- $E(x) = x^i + x^j = x^j\ (x^{i-j} + 1)\ (i > j)$, azaz két izolált egybites hiba esetén.
  - *G(x)* ne legyen osztható *x*-szel;
  - *G(x)* ne legyen osztható (x^k+1) –gyel semmilyen maximális kerethossznál kisebb k-ra. (Pl. $x^{15} + x^{14} + 1$)
- Ha *E(x)* páratlan számú tagot tartalmaz, akkor nem lehet *x+1* többszöröse. Azaz, ha *G(x)* az *x+1* többszöröse, akkor minden páratlan számú hiba felismerhető
- Egy *r* ellenőrző bittel ellátott polinom-kód minden legfeljebb *r* hosszúságú csoportos hibát jelezni tud

CRC a gyakorlatban

- IEEE 802 által használt polinom az
$x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^{8} + x^{7} + x^{5} + x^{4} + x^{2} + x^{1} + 1$
- Néhány jó tulajdonságai a fenti polinomnak:
  1. minden legfeljebb 32 bites hibacsomót képes jelezni,
  2. minden páratlan számú bitet érintő hibacsomót tud jelezni.

Peterson és Brown (1961)

- Szerkeszthető egy egyszerű, léptető regiszteres áramkör az ellenőrző összeg hardverben történő kiszámítására és ellenőrzésére.