

A számításelmélet alapjai 2. C csoport

1. feladat: Írjon fel az alábbi formulákkal ekvivalens olyan formulákat, amelyek a legkevesebb zárójelet tartalmazzák, azaz töröljön ki a prioritások figyelembevételével annyi zárójelet, amennyit csak lehet! (6 pont)

- a) $(\neg A \wedge (B \rightarrow (C \rightarrow (A \vee C))))$
- b) $(((((A \vee C) \rightarrow B) \vee B) \vee \neg C)$
- c) $((A \wedge (C \vee B)) \vee \neg (B \rightarrow C))$

2. feladat: Mondja meg, hogy az alábbi formulák **nyíltak vagy zártak**, jelölje meg a szabad változókat, illetve, hogy melyik kvantor melyik változót köti! (4 pont)

a) $\forall x(\exists y Q(y) \rightarrow \exists x \exists z \forall v R(x,y,z,v) \wedge \neg Q(x))$

b) $\exists v \forall x(\forall y Q(y) \rightarrow \exists z \neg \forall y R(x,y,z,v))$

3. feladat:

Lássa be **igazra történő igazság értékeléssel** ($\varphi(\alpha)^i$), hogy az α formula tautológia! (10 pont)

$$\alpha = ((A \rightarrow \neg B) \wedge (\neg B \rightarrow C)) \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg A)$$

4. feladat: Legyen az alábbi formula a **kettő hatványokon** értelmezve, azaz $U := \{2^n \mid n \geq 0\}$
 $P(x,y)$ igaz, ha x osztója y -nak. $Q(x)$ legyen igaz, ha x osztható 4-gyel és legyen $f(x) := 2 \cdot x$.

$$\exists x(\forall y(P(x,y) \wedge P(f(x),y)) \rightarrow Q(f(x)))$$

Értékelje ki a formulát a fent adott interpretációban! (Haladjon x -szel lépésenként addig, amíg a formula értékét el tudja dönteni.) (10 pont)

5. feladat: Adja meg az alábbi formula kitüntetett diszjunktív normál formáját (KDNF) az igazságtáblája alapján! Írja fel a táblázatba a nem prim részformulák értékét is! (10 pont)

$$(R \rightarrow Q) \wedge (\neg P \rightarrow \neg Q)$$

6. feladat: Döntse el **szemantikusfa** segítségével, hogy igaz-e, hogy

$$\{P \rightarrow Q, \neg Q \rightarrow R\} \models_0 P \rightarrow Q \vee R!$$

Adja meg a kiindulási klózalmazt is! (10 pont)

7. feladat: Formalizálja 0-ad rendben az alábbi szöveget és **rezolúciós levezetéssel** bizonyítsa, hogy a $A1, A2, A3$ **tautologikus következménye** B ! (10 pont)

A1: Ha süt a nap, akkor Péter strandra megy.

A2: Ha strandra megy, akkor úszik.

A3: Otthon nincs lehetősége úszni.

B: Tehát ha süt a nap, Péter nem marad otthon.