# Természetes levezetés Gyakorlat

Logika

2021/2022 1. félév

### Természetes levezetés alapjai

#### az azonosság törvénye

$$\Gamma, A \vdash_0 A$$

- $\begin{array}{ll} \text{a b\"o\'it\'es szab\'alya} & \text{a sz\'u\'it\'es szab\'alya} \\ \frac{\Gamma \vdash_0 A}{\Gamma, B \vdash_0 A} & \frac{\Gamma, B, B, \Delta \vdash_0 A}{\Gamma, B, \Delta \vdash_0 A} \\ \text{a felcser\'el\'es szab\'alya} & \text{a v\'a\'g\'as szab\'alya} \\ \frac{\Gamma, B, C, \Delta \vdash_0 A}{\Gamma, C, B, \Delta \vdash_0 A} & \frac{\Gamma \vdash_0 A}{\Gamma, C, B, \Delta \vdash_0 B} \\ \end{array}$

 $\frac{\Gamma, A \vdash_0 B \qquad \Gamma, A \vdash_0 \neg B}{\Gamma \vdash_0 \neg A} \qquad (\neg a) \qquad \frac{\Gamma \vdash_0 \neg \neg A}{\Gamma \vdash_0 A}$ 

bevezető szabályok		alkalmazó szabályok	
$(\forall\ b)$	$\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash \forall xA}  (x \not\in Par(\Gamma))$	(∀ a)	$\frac{\Gamma \vdash \forall x A}{\Gamma \vdash [A(x \parallel t)]}$
$(\exists \ b)$	$\frac{\Gamma \vdash [A(x \parallel t)]}{\Gamma \vdash \exists x A}$	(∃ a)	$\frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma, \exists xA \vdash B}  (x \notin Par(\Gamma, B))$

- Levezetési szabály két része: felső - premisszák, alsó konklúzió (Ha a felső levezetés megkonstruálható, akkor az alsó is.)
- Levezetési szabályokat lentről felfele fogjuk alkalmazni
- Három szabály, amelynek a használata nem egyértelmű:
   (⊃ a), (¬b) és vágás szabálya

• **B1**: 
$$\vdash_0 A \supset A$$

• **B3**: 
$$A \vdash_0 \neg \neg A$$

• **B4**: 
$$\neg \neg A \vdash_0 A$$

• **B1**: 
$$\vdash_0 A \supset A$$

• **B3**: 
$$A \vdash_0 \neg \neg A$$

$$\vdash_0 A \supset A$$

• **B4**: 
$$\neg \neg A \vdash_0 A$$

• **B1**: 
$$\vdash_0 A \supset A$$

$$(\supset b)$$
  $\overline{\vdash_0 A \supset A}$ 

• **B3**: 
$$A \vdash_0 \neg \neg A$$

• **B4**:  $\neg \neg A \vdash_0 A$ 

• **B1**: 
$$\vdash_0 A \supset A$$

$$(\supset b) \frac{A \vdash_0 A}{\vdash_0 A \supset A}$$

• **B3**: 
$$A \vdash_0 \neg \neg A$$

• **B4:**  $\neg \neg A \vdash_0 A$ 

• **B1**:  $\vdash_0 A \supset A$ 

• **B4**:  $\neg \neg A \vdash_0 A$ 

• **B1**:  $\vdash_0 A \supset A$ 

• **B4**:  $\neg \neg A \vdash_0 A$ 

$$\neg \neg A \vdash_0 A$$

• **B1**:  $\vdash_0 A \supset A$ 

• **B4**:  $\neg \neg A \vdash_0 A$ 

$$(\neg a)$$
  $\overline{\neg \neg A \vdash_0 A}$ 

• **B1**:  $\vdash_0 A \supset A$ 

• **B4**:  $\neg \neg A \vdash_0 A$ 

$$(\neg a) \frac{\neg \neg A \vdash_0 \neg \neg A}{\neg \neg A \vdash_0 A}$$

• **B1**:  $\vdash_0 A \supset A$ 

$$(\supset b) \frac{\overbrace{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$
• B3:  $A \vdash_0 \neg \neg A$ 

• **B4**:  $\neg \neg A \vdash_0 A$ 

$$(\neg a) \frac{\sqrt{}}{\neg \neg A \vdash_0 \neg \neg A}$$

• **B1**:  $\vdash_0 A \supset A$ 

• **B4**:  $\neg \neg A \vdash_0 A$ 

$$(\neg a) \frac{\checkmark}{\neg \neg A \vdash_0 \neg \neg A}$$

 $A \vdash_{\cap} \neg \neg A$ 

• **B1**: 
$$\vdash_0 A ⊃ A$$

• **B4**: 
$$\neg \neg A \vdash_0 A$$

$$(\neg a) \frac{\overbrace{\neg \neg A \vdash_0 \neg \neg A}^{\checkmark}}{\neg \neg A \vdash_0 A}$$

$$(\neg b)$$
  $A \vdash_0 \neg \neg A$ 

• **B1**:  $\vdash_0 A \supset A$ 

$$(\supset b) \frac{\overbrace{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$
• B3:  $A \vdash_0 \neg \neg A$ 

$$(\neg a) \frac{\checkmark}{\neg \neg A \vdash_0 \neg \neg A}$$

$$(\neg b) \frac{A, \neg A \vdash_0 A}{A \vdash_0 \neg \neg A}$$

• **B1**: 
$$\vdash_0 A \supset A$$

$$(\supset b) \frac{\overbrace{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$
• B3:  $A \vdash_0 \neg \neg A$ 

$$(\neg a) \frac{\checkmark}{\neg \neg A \vdash_0 \neg \neg A}$$
$$\neg \neg A \vdash_0 A$$

**B3**: 
$$A \vdash_0 \neg \neg A$$

$$(\neg b) \frac{\checkmark}{A, \neg A \vdash_0 A}$$
$$A \vdash_0 \neg \neg A$$

• **B1**:  $\vdash_0 A \supset A$ 

• **B4**:  $\neg \neg A \vdash_0 A$ 

$$(\neg a) \frac{\checkmark}{\neg \neg A \vdash_0 \neg \neg A}$$

$$(\neg b) \frac{\overbrace{A, \neg A \vdash_0 A}^{\checkmark} \qquad A, \neg A \vdash_0 \neg A}{A \vdash_0 \neg \neg A}$$

• **B1**:  $\vdash_0 A \supset A$ 

• **B4**:  $\neg \neg A \vdash_0 A$ 

$$(\neg a) \frac{\checkmark}{\neg \neg A \vdash_0 \neg \neg A}$$

$$_{(\neg b)}\frac{\overbrace{A,\neg A\vdash_0 A}^{\checkmark}\quad \overbrace{A,\neg A\vdash_0 \neg A}^{\checkmark}}{A\vdash_0 \neg \neg A}$$

**B2:** 
$$\{A\supset B, B\supset C\}\vdash_0 A\supset C$$

**B2:** 
$$\{A\supset B, B\supset C\}\vdash_0 A\supset C$$

$$\{A\supset B, B\supset C\}\vdash_0 A\supset C$$

4 / 18

Logika

**B2**: 
$$\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$$

$$\frac{}{\{A\supset B,B\supset C\}\vdash_0 A\supset C}\;(\supset b)$$

4 / 18

**B2**: 
$$\{A\supset B, B\supset C\}\vdash_0 A\supset C$$

$$\frac{\{A\supset B, B\supset C, A\}\vdash_0 C}{\{A\supset B, B\supset C\}\vdash_0 A\supset C}\;(\supset b)$$

4 / 18

**B2:** 
$$\{A\supset B, B\supset C\}\vdash_0 A\supset C$$

$$\frac{\{A\supset B, B\supset C, A\}\vdash_0 C}{\{A\supset B, B\supset C\}\vdash_0 A\supset C}\;(\supset b)$$



4 / 18

**B2:** 
$$\{A\supset B, B\supset C\}\vdash_0 A\supset C$$

$$\frac{\{A\supset B,B\supset C,A\}\vdash_0 B}{\frac{\{A\supset B,B\supset C,A\}\vdash_0 C}{\{A\supset B,B\supset C\}\vdash_0 A\supset C}}(\supset b)}$$

◄□▶◀圖▶◀불▶◀불▶ 불 ∽Q҈

**B2:** 
$$\{A\supset B, B\supset C\}\vdash_0 A\supset C$$

$$\frac{\{A\supset B,B\supset C,A\}\vdash_0 B}{\{A\supset B,B\supset C,A\}\vdash_0 C} \xrightarrow{\{A\supset B,B\supset C\}\vdash_0 A\supset C} (\supset a)$$

◆ロト ◆個ト ◆差ト ◆差ト 差 めるぐ

4 / 18

**B2:** 
$$\{A\supset B, B\supset C\}\vdash_0 A\supset C$$

$$\frac{\{A\supset B,B\supset C,A\}\vdash_0 B}{ \{A\supset B,B\supset C,A\}\vdash_0 B\supset C} \xrightarrow{\{A\supset B,B\supset C,A\}\vdash_0 C} (\supset a)$$

$$\frac{\{A\supset B,B\supset C,A\}\vdash_0 C}{\{A\supset B,B\supset C\}\vdash_0 A\supset C} (\supset b)$$

→□▶→□▶→□▶→□▶
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□

4/18

**B2:** 
$$\{A\supset B, B\supset C\}\vdash_0 A\supset C$$

$$\frac{\{A\supset B,B\supset C,A\}\vdash_0 B}{\{A\supset B,B\supset C,A\}\vdash_0 B} \xrightarrow{\{A\supset B,B\supset C,A\}\vdash_0 C} (\supset a)$$

$$\frac{\{A\supset B,B\supset C,A\}\vdash_0 C}{\{A\supset B,B\supset C\}\vdash_0 A\supset C} (\supset b)$$

◆ロト ◆個ト ◆差ト ◆差ト を めへで

4/18

**B2:** 
$$\{A\supset B, B\supset C\}\vdash_0 A\supset C$$

◆ロト ◆個ト ◆ 恵ト ◆ 恵 ・ から(で)

**B2:** 
$$\{A\supset B, B\supset C\}\vdash_0 A\supset C$$

$$\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A \qquad \{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A \supset B}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B} (\supset b) \qquad \frac{\checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C} (\supset a)$$

$$\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C} (\supset b)$$

→□▶→□▶→□▶→□▶
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□

4 / 18

**B2:** 
$$\{A\supset B, B\supset C\}\vdash_0 A\supset C$$

$$\frac{A \supset B, B \supset C, A} \vdash_0 A \qquad \{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A \supset B \qquad (\supset b) \qquad \frac{A \supset B, B \supset C, A} \vdash_0 B \supset C \qquad (\supset a)$$

$$\frac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C} \qquad (\supset b)$$

◆ロト ◆個ト ◆ 恵ト ◆ 恵 ・ から(で)

4 / 18

**B2:** 
$$\{A\supset B, B\supset C\}\vdash_0 A\supset C$$

$$\frac{(A \supset B, B \supset C, A) \vdash_0 A \qquad (A \supset B, B \supset C, A) \vdash_0 A \supset B}{(A \supset B, B \supset C, A) \vdash_0 B} (\supset b) \qquad (\supset a)$$

$$\frac{(A \supset B, B \supset C, A) \vdash_0 B}{(A \supset B, B \supset C, A) \vdash_0 C} (\supset b)$$

Logika Természetes lev

**B5:** 
$$\{A \supset B\} \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B$$

 Logika
 Természetes levezetés
 2021/2022 1. félév
 5 / 18

**B5**: 
$$\{A \supset B\} \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B$$

$$A\supset B\vdash_0\neg\neg A\supset\neg\neg B$$

Logika

**B5**: 
$$\{A \supset B\} \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B$$

$$\frac{}{A\supset B\vdash_0\neg\neg A\supset\neg\neg B}\ (\supset b)$$

4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶

**B5**: 
$$\{A \supset B\} \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B$$

$$\frac{A\supset B, \neg\neg A\vdash_0\neg\neg B}{A\supset B\vdash_0\neg\neg A\supset\neg\neg B}\ (\supset b)$$

5/18

**B5:** 
$$\{A \supset B\} \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B$$

$$\frac{A\supset B,\,\neg\neg A\vdash_0\,\neg\neg B}{A\supset B\vdash_0\,\neg\neg A\supset\,\neg\neg B}\;(\supset b)$$

Logika

**B5:** 
$$\{A \supset B\} \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B$$

$$\frac{A\supset B,\,\neg\neg A,\,\neg B\vdash_0 B}{A\supset B,\,\neg\neg A\vdash_0\,\neg\neg B \atop A\supset B\vdash_0\,\neg\neg A\supset\,\neg\neg B}\ (\supset b)$$



5/18

**B5**: 
$$\{A \supset B\} \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B$$

$$\begin{array}{c|c} A\supset B,\, \neg\neg A,\, \neg B\vdash_0 B & A\supset B,\, \neg\neg A,\, \neg B\vdash_0 \neg B \\ \hline & A\supset B,\, \neg\neg A\vdash_0 \neg\neg B \\ \hline & A\supset B\vdash_0 \neg\neg A\supset \neg\neg B \end{array} (\supset b)$$

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 90

Logika

**B5**: 
$$\{A \supset B\} \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B$$

$$\begin{array}{c|c}
A\supset B, \neg\neg A, \neg B\vdash_0 B & 
\hline
A\supset B, \neg\neg A\vdash_0 \neg\neg B \\
\hline
A\supset B\vdash_0 \neg\neg A\supset \neg\neg B
\end{array} (\supset b)$$

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 90

Logika

**B5**: 
$$\{A \supset B\} \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B$$

$$(\supset a) \qquad \qquad \frac{A \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 B}{A \supset B, \neg \neg A \vdash_0 \neg \neg B} \qquad (\neg b)$$

$$\frac{A \supset B, \neg \neg A \vdash_0 \neg \neg B}{A \supset B \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B} \qquad (\supset b)$$

◆ロト ◆個ト ◆差ト ◆差ト 差 めるぐ

Logika Természetes levezetés

5/18

**B5:** 
$$\{A \supset B\} \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B$$

$$(\supset a) \xrightarrow{A\supset B, \neg\neg A, \neg B\vdash_0 A} \xrightarrow{A\supset B, \neg\neg A, \neg B\vdash_0 B} \xrightarrow{A\supset B, \neg\neg A\vdash_0 \neg\neg B} (\supset b)$$

$$(\neg b)$$

◄□▶◀圖▶◀불▶◀불▶ 불 ∽Q҈

Logika

**B5:** 
$$\{A \supset B\} \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B$$

$$(\supset a) \xrightarrow{A\supset B,\, \neg\neg A,\, \neg B\vdash_0 A} \xrightarrow{A\supset B,\, \neg\neg A,\, \neg B\vdash_0 B} \xrightarrow{A\supset B,\, \neg\neg A,\, \neg B\vdash_0 B} \xrightarrow{A\supset B,\, \neg\neg A,\, \neg B\vdash_0 \neg B} (\neg b)$$

◆ロト ◆個ト ◆ 恵ト ◆ 恵 ・ かくで

5/18

**B5**: 
$$\{A \supset B\} \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B$$

$$(\supset a) \xrightarrow{A\supset B, \, \neg\neg A, \, \neg B\vdash_0 A} \xrightarrow{A\supset B, \, \neg\neg A, \, \neg B\vdash_0 B} \xrightarrow{A\supset B, \, \neg\neg A, \, \neg B\vdash_0 B} \xrightarrow{A\supset B, \, \neg\neg A, \, \neg B\vdash_0 \neg B} (\neg b)$$

$$\xrightarrow{A\supset B, \, \neg\neg A, \, \neg B\vdash_0 \neg B} (\supset b)$$

◆ロト ◆個ト ◆差ト ◆差ト 差 めるぐ

5/18

**B5**: 
$$\{A \supset B\} \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B$$

$$(\neg a) \xrightarrow{A \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 A} \xrightarrow{A \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 A} \xrightarrow{A \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 B} \xrightarrow{A \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 \neg B} (\neg b)$$

$$\xrightarrow{A \supset B, \neg \neg A \vdash_0 \neg \neg B} (\supset b)$$

◆ロト ◆個ト ◆ 恵ト ◆ 恵 ・ かくで

5 / 18

**B5:** 
$$\{A \supset B\} \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B$$

$$(\neg a) \xrightarrow{A \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 \neg \neg A} \qquad \checkmark \qquad \qquad \checkmark \qquad \qquad \checkmark \qquad \qquad ( \supset a) \xrightarrow{A \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 A} \qquad A \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 B \qquad \checkmark \qquad \qquad \land \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 \neg B \qquad \qquad \land \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 \neg B \qquad \qquad ( \neg b) \qquad ( \neg b) \qquad ( \neg b) \qquad ( \neg b) \qquad ( \neg b) \qquad ( \neg b) \qquad ($$

→□▶→□▶→□▶→□▶
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□

5 / 18

**B5:** 
$$\{A \supset B\} \vdash_0 \neg \neg A \supset \neg \neg B$$

$$(\neg a) \frac{A \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 \neg \neg A}{A \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 A} \qquad \frac{\checkmark}{A \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 A \supset B} \qquad \frac{\checkmark}{A \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 A} \qquad \frac{A \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 A \supset B}{A \supset B, \neg \neg A, \neg B \vdash_0 \neg B} \qquad (\neg b)$$

→□▶→□▶→□▶→□▶
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□

5/18

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$



6/18

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \lor B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$$

6/18

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\land b) \xrightarrow{\qquad \qquad (A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)}$$



## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\land b) \xrightarrow{\quad (A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C} (A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$



Logika

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\land b) \xrightarrow{\quad (A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C \quad \qquad (A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C } \\ (\land b) \xrightarrow{\quad (A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)}$$



6/18

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C}$$



Logika Termész

6/18

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\supset b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \cdots$$

$$(A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$



6/18

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\supset b) \frac{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 C}{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \frac{...}{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C}$$

$$(\land b) \frac{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C}{(A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)}$$



6/18

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\supset a) \qquad \qquad (\supset b) \frac{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 C}{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad \qquad \dots \\ (\land b) \frac{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C}{(A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)}$$



6/18

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\supset a) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 A \lor B} \underbrace{(\supset b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 C}}_{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} \underbrace{\dots}_{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C}$$



6/18

#### Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\supset a) \ \frac{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 A \lor B \qquad (A \lor B) \supset C, A \vdash_0 (A \lor B) \supset C}{(\supset b) \ \frac{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 C}{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C}} \qquad \dots \\ (\land b) \ \frac{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C}{(A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)}$$



6/18

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\supset a) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 A \lor B} \xrightarrow{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 (A \lor B) \supset C} \dots \\ (\supset b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)} \dots \\ (\land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)} \dots$$

◆ロト ◆個ト ◆ 恵ト ◆ 恵 ・ から(で)

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\lor b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 A \lor B} \xrightarrow{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 (A \lor B) \supset C} \xrightarrow{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 C} \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)} \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)}$$

- 4 ロ ト 4 個 ト 4 差 ト 4 差 ト - 差 - からぐ

Logika Természe

6/18

#### Feladat

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\lor b) \\ (\supset a) \\ \hline \begin{pmatrix} (A \lor B) \supset C, A \vdash_0 A \\ \hline (A \lor B) \supset C, A \vdash_0 A \lor B \end{pmatrix} \\ \hline \begin{pmatrix} (A \lor B) \supset C, A \vdash_0 A \\ \hline (A \lor B) \supset C, A \vdash_0 C \end{pmatrix} \\ \hline \begin{pmatrix} (A \lor B) \supset C, A \vdash_0 C \\ \hline (A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C \end{pmatrix} \\ \hline \begin{pmatrix} (A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C \\ \hline (A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C) \end{pmatrix} \\ \hline \end{pmatrix} \\ \hline$$

Logika

#### Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\lor b) \xrightarrow{\overbrace{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 A}} \underbrace{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 A} \underbrace{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 (A \lor B) \supset C} \\ (\supset a) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 C} \underbrace{(A \lor B) \supset C, A \vdash_0 C} \underbrace{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \underbrace{(A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)}$$

◆ロト ◆個ト ◆ 恵ト ◆ 恵 ・ かくで

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\land b) \ \frac{\cdots}{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad (A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C \\ (A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

◆ロト ◆個ト ◆ 恵ト ◆ 恵 ・ から(で)

7 / 18

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C} (\supset b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} (\land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C}$$



## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\land b) \frac{\cdots}{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad (\supset b) \frac{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 C}{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C}$$



## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C} ( \supset a) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C \vdash_0 B \supset C} ( \land b) \xrightarrow{(A \lor B) \supset C} ( \land b) \xrightarrow{$$

7 / 18

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\bigcirc a) \frac{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 A \lor B}{(\Box b) \frac{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 C}{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 C}}$$

$$(\land b) \frac{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C}{(A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)}$$

7 / 18

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$( ) b) \frac{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 A \lor B}{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 C, B \vdash_0 C} \frac{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 (A \lor B) \supset C}{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 C}$$

$$( \land b) \frac{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C}{(A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)}$$

- 4 ロ ト 4 個 ト 4 差 ト 4 差 ト - 差 - 夕 Q (C)

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$( ) a ) \frac{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 A \lor B}{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 C} \frac{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 (A \lor B) \supset C}{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 C}$$

$$( \land b ) \frac{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C}{(A \lor B) \supset C \vdash_0 C}$$

- 4 ロ ト 4 個 ト 4 差 ト 4 差 ト - 差 - 夕 Q (C)

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\wedge b) = (A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C$$

$$(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C$$

$$(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C$$

$$(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C$$

$$(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

- 4 ロ ト 4 個 ト 4 差 ト 4 差 ト - 差 - 夕 Q (C)

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

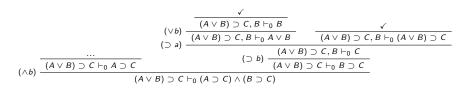
$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$

$$(\land b) \frac{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 B}{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 A \lor B} \frac{\checkmark}{(A \lor B) \supset C, B \vdash_0 (A \lor B) \supset C}$$

$$(\land b) \frac{(A \lor B) \supset C \vdash_0 A \supset C}{(A \lor B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)}$$

## Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \land (B \supset C)$$



◆ロト ◆問 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 釣 へ ○・

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:  $A \supset (\neg A \supset B)$ 



Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:  $A \supset (\neg A \supset B)$ 

$$\vdash_0 A\supset (\neg A\supset B)$$



Logika

8 / 18

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:  $A \supset (\neg A \supset B)$ 

$$(\supset b)$$
  $\overline{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}$ 



8 / 18

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:  $A \supset (\neg A \supset B)$ 

$$(\supset b) \ \frac{A \vdash_0 \neg A \supset B}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}$$



Logika

8/18

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:  $A \supset (\neg A \supset B)$ 

$$(\supset b) \frac{}{A \vdash_0 \neg A \supset B}$$
$$(\supset b) \frac{}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}$$



8/18

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:  $A \supset (\neg A \supset B)$ 

$$(\supset b) \frac{A, \neg A \vdash_0 B}{A \vdash_0 \neg A \supset B}$$
$$(\supset b) \frac{}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}$$



8 / 18

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:  $A \supset (\neg A \supset B)$ 

$$(\neg a) \xrightarrow{A, \neg A \vdash_0 B} \\ (\supset b) \xrightarrow{A \vdash_0 \neg A \supset B} \\ (\supset b) \xrightarrow{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}$$



8 / 18

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:  $A \supset (\neg A \supset B)$ 

$$\begin{array}{c} (\neg a) & A, \neg A \vdash_0 \neg \neg B \\ (\supset b) & A, \neg A \vdash_0 B \\ (\supset b) & A \vdash_0 \neg A \supset B \\ \vdash_0 A \supset (\neg A \supset B) \end{array}$$



# Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$(\neg b) = (\neg b$$



8 / 18

# Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$(\neg b) \xrightarrow{A, \neg A, \neg B \vdash_0 A} (\neg a) \xrightarrow{A, \neg A \vdash_0 \neg \neg B} (\supset b) \xrightarrow{A, \neg A \vdash_0 B} (\supset b) \xrightarrow{A \vdash_0 A \supset B} (\supset A) (\neg A \supset B)$$



# Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$(\neg b) \frac{\overbrace{A, \neg A, \neg B \vdash_0 A}^{\checkmark}}{(\neg a) \frac{A, \neg A \vdash_0 \neg \neg B}{A, \neg A \vdash_0 B}}$$
$$(\supset b) \frac{A, \neg A \vdash_0 B}{A \vdash_0 \neg A \supset B}$$
$$\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)$$

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 90

# Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$(\neg b) \frac{\overbrace{A, \neg A, \neg B \vdash_0 A}^{\checkmark} \qquad A, \neg A, \neg B \vdash_0 \neg A}^{} \qquad A, \neg A, \neg B \vdash_0 \neg A}$$
$$(\neg a) \frac{A, \neg A \vdash_0 \neg \neg B}{A, \neg A \vdash_0 B}$$
$$(\supset b) \frac{A, \neg A \vdash_0 B}{A \vdash_0 \neg A \supset B}$$
$$\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)$$



# Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$



Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$



# Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot: $\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$F\supset K, K\supset A, \neg A\vdash_0 \neg F$$



9/18

# Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$

$$(\neg b) \xrightarrow{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$



Logika

# Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$

$$(\neg b) \xrightarrow{F\supset K,\, K\supset A,\, \neg A,\, F\vdash_0 A} F\supset K,\, K\supset A,\, \neg A\vdash_0 \neg F$$



9/18

# Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$

$$(\neg b) \xrightarrow{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A} \xrightarrow{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 \neg A} \xrightarrow{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$



## Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$

$$(\neg b) \ \frac{\overbrace{F\supset K,K\supset A,\neg A,F\vdash_0 A}^{\dots} \qquad F\supset K,K\supset A,\neg A,F\vdash_0 \neg A}_{F\supset K,K\supset A,\neg A\vdash_0 \neg F}$$



### Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$

$$(\neg b) \xrightarrow{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A} \xrightarrow{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 \neg A} \overbrace{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$



# Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$

$$(\neg b) \ \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$



10 / 18

# Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$

$$(\supset a) \xrightarrow{\qquad \qquad \qquad } (\neg b) \xrightarrow{\qquad F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A} F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F$$

4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶

10 / 18

# Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$

$$(\supset a) \frac{F\supset K, K\supset A, \neg A, F\vdash_0 K}{(\neg b) \frac{F\supset K, K\supset A, \neg A, F\vdash_0 A}{F\supset K, K\supset A, \neg A\vdash_0 \neg F}}$$

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 90

10 / 18

# Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$

$$(\supset a) \xrightarrow{F\supset K, K\supset A, \neg A, F\vdash_0 K} F\supset K, K\supset A, \neg A, F\vdash_0 K\supset A \\ (\neg b) \xrightarrow{F\supset K, K\supset A, \neg A, F\vdash_0 A} F\supset K, K\supset A, \neg A\vdash_0 \neg F$$

10 / 18

# Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$

$$(\supset a) \ \frac{F\supset K, K\supset A, \neg A, F\vdash_0 K}{(\lnot b) \ \frac{F\supset K, K\supset A, \neg A, F\vdash_0 K\supset A}{F\supset K, K\supset A, \neg A, F\vdash_0 A}}$$

4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□P

 Logika
 Természetes levezetés
 2021/2022 1. félév
 10 / 18

# Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$

$$(\supset a) \frac{ }{ (\supset a) \frac{ F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K }{ (\neg b) \frac{ F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A }{ F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F } }$$

◆ロト ◆個ト ◆差ト ◆差ト 差 めるぐ

10 / 18

## Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$

$$(\supset a) \frac{F\supset K, K\supset A, \neg A, F\vdash_0 F}{(\supset a) \frac{F\supset K, K\supset A, \neg A, F\vdash_0 K}{(\neg b) \frac{F\supset K, K\supset A, \neg A, F\vdash_0 A}{F\supset K, K\supset A, \neg A, F\vdash_0 A}}$$

◆ロト ◆個ト ◆差ト ◆差ト 差 めるぐ

# Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$

$$(\supset a) \ \frac{F\supset K,K\supset A,\neg A,F\vdash_0 F}{(\supset a) \ \frac{F\supset K,K\supset A,\neg A,F\vdash_0 K}{(\lnot b) \ \frac{F\supset K,K\supset A,\neg A,F\vdash_0 A}{F\supset K,K\supset A,\neg A,F\vdash_0 A}}$$

◄□▶◀圖▶◀불▶◀불▶ 불 ∽Q҈

Logika Természe

10 / 18

### Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$

4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶

## Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:

$$\{F\supset K, K\supset A, \neg A\}\models_0 \neg F$$

$$(\supset a) \frac{\overbrace{F\supset K,K\supset A,\neg A,F\vdash_0 F}}{\overbrace{F\supset K,K\supset A,\neg A,F\vdash_0 K}} \underbrace{F\supset K,K\supset A,\neg A,F\vdash_0 F\supset K}}{\overbrace{F\supset K,K\supset A,\neg A,F\vdash_0 K\supset A}} \underbrace{F\supset K,K\supset A,\neg A,F\vdash_0 K\supset A}}{\overbrace{F\supset K,K\supset A,\neg A,F\vdash_0 A}}$$

- ◆ロト ◆御 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 Q @

### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$



#### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\vdash \neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$



### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$



Logika

#### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}{\vdash \neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} \ (\supset b)$$



Logika

#### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}{\vdash \neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} \ (\supset b)$$



11 / 18

#### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} \; (\supset b)}{\vdash \neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} \; (\supset b)$$



11 / 18

#### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{ \begin{array}{c} -(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C \\ \hline \neg (A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C \\ \hline \vdash \neg (A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C) \end{array} (\supset b)$$



Logika

#### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg(A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg(A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\neg a)}{\neg(A \land (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} (\supset b)$$
$$\vdash \neg(A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C) (\supset b)$$



Logika

### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\neg a)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} (\supset b)$$

$$\vdash \neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$



### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \land (B \supset \neg C)}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C} (\neg a)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} (\supset b)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} (\supset b)$$

◆ロト ◆個ト ◆差ト ◆差ト 差 めるぐ

11 / 18

### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \land (B \supset \neg C)}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash \neg (A \land (B \supset \neg C))} (\neg b)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\neg a)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\supset b)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\supset b)$$



### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

Logika

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \land (B \supset \neg C)}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash \neg (A \land (B \supset \neg C))} \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C} \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} \frac{(\neg a)}{(\neg b)}$$

- 4 ロ b 4 個 b 4 差 b 4 差 b - 差 - 夕久で

Természetes levezetés 2021/2022 1. félév 11 / 18

# Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \land (B \supset \neg C)}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C} (\neg a)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\supset b)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}{\vdash \neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} (\supset b)$$

→□▶→□▶→□▶→□▶
□◆□▶→□▶→□
□◆□▶→□
□◆□▶→□
□◆□
□◆□
□◆□
□◆□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
<

## Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \land (B \supset \neg C)}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C} (\land b) \frac{\checkmark}{\neg (A \land (B \supset \neg C)) \dots \vdash \neg (\dots)} (\land b) \frac{}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C} (\neg a) \frac{}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\supset b) \frac{}{\neg (A \land (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} (\supset b) \frac{}{\vdash \neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} (\supset b)$$

◆ロト ◆個ト ◆差ト ◆差ト を めなべ

Logika Természetes leve

12 / 18

### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \land (B \supset \neg C)} \qquad (\land b) \qquad \frac{\checkmark}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C} \qquad (\neg a) \qquad ($$

→□▶→□▶→□▶→□▶
□◆□▶→□▶→□
□◆□▶→□
□◆□▶→□
□◆□
□◆□
□◆□
□◆□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
<

12 / 18

### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \qquad \neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \land (B \supset \neg C)} \qquad (\land b) \qquad \frac{\checkmark}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), ... \vdash \neg (...)}}{\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} \qquad (\neg a)}{\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} \qquad (\supset b)}{\vdash \neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)} \qquad (\supset b)}$$

→□▶→□▶→□▶→□▶
□◆□▶→□▶→□
□◆□▶→□
□◆□▶→□
□◆□
□◆□
□◆□
□◆□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
<

12 / 18

### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C} (\land b) \qquad \frac{\checkmark}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \land (B \supset \neg C)}$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \land (B \supset \neg C)}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg C} (\neg a)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\supset b)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} (\supset b)$$

- ◆ロト ◆御 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 Q @

12 / 18

### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \qquad \neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \land (B \supset \neg C)} \xrightarrow{(\land b)} \xrightarrow{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C} \xrightarrow{(\neg A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C} \xrightarrow{(\neg A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} \xrightarrow{(\neg A \land (B \rightarrow \neg C)), A \vdash C} \xrightarrow{(\neg A \land (B \rightarrow \neg C)), A \vdash C} \xrightarrow{(\neg A \land (B \rightarrow \neg C)), A \vdash C} \xrightarrow{(\neg A \land (B \rightarrow \neg C)), A \vdash C} \xrightarrow{(\neg A \land$$

◆ロト ◆個ト ◆差ト ◆差ト を めなべ

### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C, B \vdash \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C} (\supset b) \qquad \qquad (\land b) \qquad \qquad (\land b) \qquad \qquad (\land b) \qquad \qquad (\land b) \qquad (\land b) \qquad \qquad (\land b) \qquad \qquad (\land b) \qquad (\land b) \qquad \qquad (\land b) \qquad (\land$$

→□▶→□▶→□▶→□▶
□◆□▶→□▶→□
□◆□▶→□
□◆□▶→□
□◆□
□◆□
□◆□
□◆□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
□
<

### Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:

$$\neg (A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

$$\frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C} ( \land b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg C \vdash A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C \vdash \neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg \neg C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg (A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C} ( \supset b) \qquad \qquad \frac{\neg (A \land$$

◆ロト ◆個ト ◆ 恵ト ◆ 恵 ・ から(で)

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$



## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$



gika Természetes levezetés

13 / 18

# Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\land b) = \exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_{0} \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$



# Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\land b) \frac{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$



### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\land b) \ \frac{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x (P(x) \land R(x))}$$



### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\land b) \xrightarrow{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)} \xrightarrow{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}$$
$$\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$



### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$\frac{(\exists b)}{(\land b)} \frac{-\cdots}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)} - \frac{\cdots}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}$$

$$\frac{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}$$



13 / 18

# Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\exists b) \frac{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 P(x)}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)} \frac{\vdots}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}$$

$$\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

◆ロト ◆個ト ◆差ト ◆差ト 差 める()

### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\exists a) \\ (\exists b) \\ (\land b) \\ \hline (\land b) \\ \hline \exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \\ \hline \exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \\ \hline \exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \land \exists xR(x)$$



13 / 18

# Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\exists a) \frac{\text{Nem valid lépés, mert } x \in Par(P(x))!}{(\exists b)} \underbrace{\frac{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 P(x)}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)}}_{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \underbrace{\frac{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)}{\exists x(P(x) \land R(x))}}_{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)}$$



### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$\frac{(\exists b)}{(\land b)} \frac{-\cdots}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)} \frac{\cdots}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}$$

$$\frac{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}{\exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$

4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶

### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$\begin{array}{l} (\exists b) \\ (\land b) \end{array} \frac{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 P(y)}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)} \qquad \frac{\ldots}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)} \\ \exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x) \end{array}$$



### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$\frac{(\exists a)}{(\exists b)} \frac{\overline{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 P(y)}}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \frac{...}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)}$$

$$\frac{(\exists a)}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \frac{...}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)}$$



# Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$\begin{array}{c} (\exists a) \\ (\exists b) \\ (\land b) \end{array} \frac{ P(x) \land R(x) \vdash_0 P(y)}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 P(y)} \\ \exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \end{array} \frac{ }{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}$$



### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$\begin{array}{c} (\land a) \\ (\exists a) \\ (\exists b) \\ (\land b) \end{array} \frac{ P(x) \land R(x) \vdash_0 P(y)}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \\ (\land b) \end{array} \frac{...}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \frac{...}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)}$$



# Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\land a) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 P(y)}{P(x) \land R(x) \vdash_0 P(y)}$$

$$(\exists a) \frac{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 P(y)}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \qquad \dots$$

$$(\land b) \frac{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \land \exists xR(x)}$$

14 / 18

# Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

Nem jó!	
$(\land a) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 P(y)}{P(x) \land R(x) \vdash_0 P(y)}$	
$(\land a) \xrightarrow{P(x) \land R(x) \vdash_0 P(y)}$	
$(\exists b) \xrightarrow{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 P(y)}$	
$(\land b) = \exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)$	$\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)$
$\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_{0} \exists x P(x) \land \exists x R(x)$	

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$



### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$



15 / 18

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\exists a) \ \overline{\ \exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$



### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\exists a) \ \frac{P(x) \land R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$



# Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\land a) \frac{}{P(x) \land R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$
$$(\exists a) \frac{}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$



### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\land a) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}{P(x) \land R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$
$$\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$



Logika

15 / 18

### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\land b) = \frac{P(x), R(x) \vdash_{0} \exists x P(x) \land \exists x R(x)}{P(x) \land R(x) \vdash_{0} \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$

$$\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_{0} \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$



## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\land b) \frac{P(x), R(x) \vdash_{0} \exists x P(x)}{(\land a) \frac{P(x), R(x) \vdash_{0} \exists x P(x) \land \exists x R(x)}{P(x) \land R(x) \vdash_{0} \exists x P(x) \land \exists x R(x)}}{(\exists a) \frac{P(x) \land R(x) \vdash_{0} \exists x P(x) \land \exists x R(x)}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_{0} \exists x P(x) \land \exists x R(x)}}$$



### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\land b) \ \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \qquad P(x), R(x) \vdash_0 \exists x R(x)}{(\land a) \quad P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x) \\ (\exists a) \quad \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$

15 / 18

### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\exists b) \frac{}{(\land b)} \frac{}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x)} P(x), R(x) \vdash_0 \exists x R(x)} \\ (\land b) \frac{}{(\land a)} \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}{P(x) \land R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}} \\ (\exists a) \frac{}{\exists x P(x) \land R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}}$$

◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶
◆□▶</

Logika

### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\exists b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x)} P(x), R(x) \vdash_0 \exists x R(x)$$

$$(\land b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}{P(x) \land R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$

$$(\exists a) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$



Logika

### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\exists b) \frac{ \overbrace{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}^{\checkmark} }{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x)} P(x), R(x) \vdash_0 \exists x R(x) }$$

$$(\land b) \frac{ (\land a) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}{P(x) \land R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)} }{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$

4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\exists b) \frac{ \checkmark \\ P(x), R(x) \vdash_0 P(x) }{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) } (\exists b) \frac{ }{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x R(x) }$$

$$(\land b) \frac{ (\land a) \frac{ P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x) }{ P(x) \land R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x) } }{ \exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x) }$$

15 / 18

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\exists b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x)} \qquad (\exists b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 R(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x R(x)}$$

$$(\land b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}{P(x) \land R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$

$$(\exists a) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}{\exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$

◆ロト ◆個 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 釣 へ ②

15 / 18

### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\exists x (P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

$$(\exists b) \frac{ \checkmark \qquad \checkmark \qquad }{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)} \qquad (\exists b) \frac{ \checkmark \qquad }{P(x), R(x) \vdash_0 R(x)} \\ (\land b) \frac{ }{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x)} \qquad (\exists b) \frac{ P(x), R(x) \vdash_0 \exists x R(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)} \\ (\exists a) \frac{ P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}{ \exists x (P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$

◆ロト ◆個ト ◆差ト ◆差ト を めなべ

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$



16 / 18

### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))$$



16 / 18

### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg a) \xrightarrow{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}$$



Logika

### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg a) \ \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}$$



### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b) - \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}$$



## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b) \xrightarrow{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)), \ \neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))} \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}$$



### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b) \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)), \neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x)) \qquad \neg \forall x (P(x) \lor R(x)), \neg \exists x (...) \vdash \neg \forall x (P(x) \lor R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}$$



16 / 18

### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))\}$$

$$(\neg b) \xrightarrow{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)), \ \neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))} \xrightarrow{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)), \ \neg \exists x (\dots) \vdash \neg \forall x (P(x) \lor R(x))}$$
$$\xrightarrow{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}$$
$$(\neg a) \xrightarrow{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}$$



16 / 18

### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & & & & \\ & \neg \forall x (P(x) \lor R(x)), \ \neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x)) \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & & & \\ & \neg \forall x (P(x) \lor R(x)), \ \neg \exists x (\dots) \vdash \neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & & \\ & & & & \\ \end{matrix}} \\ (\neg a) = \frac{ \begin{matrix} & & & & \\ & \neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & \\ & & & \\ \end{matrix}} \\ (\neg a) = \frac{ \begin{matrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & \\ & & \\ \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & & & \\ & & & \\ \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & \\ & & \\ \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & & \\ & & \\ \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & & \\ & & \\ \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & \\& & \\\end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & \\ & & \\ & & \\\end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & \\& & & \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & & \\& & & \\& & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & \\& & & \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & &\\& & & \\& & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & &\\& & & & \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & &\\& & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & &\\& & & & \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & &\\& & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & &\\& & & & \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & &\\& & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & &\\& & & & \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & &\\& & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & &\\& & & & \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & &\\& & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & &\\& & & & \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & & &\\& & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & &\\& & & & \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & & &\\& & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & &\\& & & & \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & &\\& & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & &\\& & & & \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & & &\\& & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & &\\& & & & \end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & &&&\\& & & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & &\\& & & & &\end{matrix}} \\ (\neg b) = \frac{ \begin{matrix} & &&&\\& & & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & &\\& & & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & && &\\& & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & && &\\& & & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & &&&\\& & & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & &\\& & & & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & &&&\\& & & & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & && &\\& & & & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & & && &\\& & & & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & & && &\\& & & & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & && &\\& & & & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & &&&\\& & & & & & \end{matrix}}{ \begin{matrix} & & & & && &\\& & & & & &$$



## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b) \xrightarrow{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)), \ \neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))} \frac{\checkmark}{\cdots}$$

$$(\neg a) \xrightarrow{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))} \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}$$

◆□▶◆□▶◆壹▶◆壹▶ 壹 める◆

# Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\text{bővítés}) = \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)), \ \neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))} = \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}$$

Logika

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\text{bővítés}) \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)), \neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))} \frac{\checkmark}{\cdots} \\ (\neg a) \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}$$



## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\text{bővítés}) = \frac{(\forall b) - (\forall b) - (\forall c) - (\forall$$

◆ロト ◆部ト ◆恵ト ◆恵ト ・恵 ・ 釣へ○

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\text{b\"{o}v\'it\'es}) = \frac{(\forall b) \quad \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))}}{(\neg b) \quad \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)), \, \neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}}{(\neg a) \quad \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}}$$

4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\lor b) \text{ - mi lett volna ha a másikat választjuk?} \frac{}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)} \\ (\lor b) \frac{}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))} \\ (-b) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)), \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))} \\ - \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-a) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-b) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x))} \\ (-c) \frac{}{\neg x(P(x) \lor R(x)$$

◆ロト ◆御 ト ◆恵 ト ◆恵 ト ・恵 ・ 夕久で

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\lor b) \text{ - mi lett volna ha a másikat választjuk?} \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)} \\ (\forall b) \frac{}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))} \\ (\neg b) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)), \neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))} \\ (\neg a) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg a) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg c) \frac{}{\neg (x) (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \lor R($$

◆ロト ◆個ト ◆ 恵ト ◆ 恵 ・ かくで

17 / 18

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\lor b) \text{ - mi lett volna ha a másikat választjuk?} \frac{(\lnot a) \frac{}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{\frac{}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)}} \\ (\lor b) \frac{}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))} \\ (\lor b) \frac{}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))} \\ \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)), \neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))}}{\frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}}} \\ \frac{}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}}$$

◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ● める◆

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\lor b) \text{ - mi lett volna ha a másikat választjuk?} \underbrace{ \begin{pmatrix} (\lnot a) \\ \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x) \\ \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \end{pmatrix} }_{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)} \underbrace{ \begin{pmatrix} (\lor b) \\ \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x)) \\ \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x)) \\ \neg \forall x(P(x) \lor R(x)), \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x)) \\ \hline \begin{pmatrix} (\lnot a) \\ \neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \\ \neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \end{pmatrix} }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} \underbrace{ \begin{pmatrix} (\lnot a) \\ \neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \\ \neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \end{pmatrix} }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) }_{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) }_{\neg x(P(x) \lor R(x)) }_{\neg x(P(x) \lor$$

◆ロト ◆個ト ◆差ト ◆差ト 差 めるぐ

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

◆ロト ◆個ト ◆ 恵ト ◆ 恵 ・ かくで

17 / 18

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b) \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}{(\neg a) \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{(\lor b) - \text{mi lett volna ha a másikat választjuk?}} \frac{(\neg a) \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{(\lor b) \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))}} \frac{(\forall b) \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}}{(\neg a) \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}}$$

◆ロト ◆個ト ◆ 恵ト ◆ 恵 ・ 夕へで

17 / 18

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b) \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}{(\neg a)} \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)} \\ (\lor b) - \text{mi lett volna ha a másikat választjuk?} \frac{(\neg b)}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)} \\ (\lor b) \frac{(\neg b)}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)} \\ (\neg b) \frac{(\neg b)}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)), \neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))} \\ (\neg a) \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg a) \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{\neg \forall x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))}{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))}{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))}{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))}{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))}{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))}{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))}{\neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))}{\neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))}{\neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))}{\neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg b) \frac{\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))}{\neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))} \\ (\neg x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R($$

◆ロト ◆部ト ◆恵ト ◆恵ト ・恵 ・ 釣へ○

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b) \xrightarrow{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \xrightarrow{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}$$

$$(\neg b) \xrightarrow{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)} \xrightarrow{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)}$$

$$(\neg b) \xrightarrow{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)} \xrightarrow{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}$$

$$(\neg b) \xrightarrow{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)} \xrightarrow{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)}$$

$$(\neg b) \xrightarrow{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg x (P(x) \supset R(x))} \xrightarrow{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg x (P(x) \supset R(x))}$$

$$(\neg b) \xrightarrow{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg x (P(x) \supset R(x))} \xrightarrow{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg x (P(x) \supset R(x))}$$

◆ロト ◆個ト ◆ 恵ト ◆ 恵 ・ 夕へで

17 / 18

### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

◆ロト ◆個ト ◆ 恵ト ◆ 恵 ・ 夕へで

# Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b) \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}{(\neg a) \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{(\lor b) \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)}}{(\lor b) \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))}}$$

$$(\neg b) \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)), \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}}{(\neg a) \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}}$$

- 4 ロ ト 4 昼 ト 4 夏 ト 4 夏 ト 9 Q (C)

# Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\text{b\"{o}v\'{t\'{e}s}}) = \frac{-\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)} - \frac{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} - \frac{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)} - \frac{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))}{\neg \forall x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))} - \frac{\checkmark}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \forall x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \forall x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))} - \frac{\neg \neg \exists x(P$$

◆ロト ◆個ト ◆差ト ◆差ト を めなべ

# Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\mathsf{b\"{o}\'{v}}\mathsf{i}\mathsf{t\'{e}\mathsf{s}}) = \frac{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \qquad \frac{\checkmark}{\cdots}}{(\neg a)} = \frac{(\neg a)}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)}}{(\neg b)} = \frac{(\neg b)}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)}}{(\neg b)} = \frac{(\neg b)}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))}}{(\neg b)} = \frac{\neg \forall x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} = \frac{\checkmark}{\cdots}$$

$$(\neg a)} = \frac{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}}$$

◆ロト ◆御 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 Q ②

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\text{b\"{o}v\'it\'es}) = \frac{(\exists b) \quad \overline{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \qquad \overline{\checkmark} \qquad \cdots}$$

$$(\neg b) = \frac{(\neg a) \quad \overline{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)}}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \qquad \overline{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \qquad \overline{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)}}$$

$$(\forall b) \quad \overline{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))} \qquad \overline{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\cdots} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\cdots} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\cdots} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\cdots} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\cdots} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\cdots} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\cdots} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\cdots} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\cdots} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\cdots} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x))} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x))} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x))}} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x))} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x))} \qquad \overline{\neg \forall x(P(x) \lor R(x))$$

◆ロト ◆御 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 Q ②

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(b\"{o}v\'{t\'{e}s}) = \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (b\~{o}v\'{t\'{e}s}) = \frac{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)} \\ (\neg a) = \frac{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\ (\forall b) = \frac{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))} \\ (b\~{o}v\'{t\'{e}s}) = \frac{(\forall b) = \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))} \\ (\neg a) = \frac{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \\ (\neg a) = \frac{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}$$

◆ロト ◆御 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 Q ②

# Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

◆ロト ◆御 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 釣 へ ○

# Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(b \ddot{o} \dot{v} i t \acute{e} s) = \begin{pmatrix} (\supset b) & \frac{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)} \\ (\exists b) & \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash Bx(P(x) \supset R(x))} \\ \hline (\neg b) & \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)} \\ (( \lor b) & \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)} \\ (( \lor b) & \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))} \\ \hline (( \lor b) & \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \forall x (P(x) \supset R(x))} \\ \hline (( \lor a) & \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ \hline (( \lor a) & \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))} \\ \hline \end{pmatrix}$$

←□ → ←□ → ← = → ← = → へへ

# Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg a) = \frac{(\neg a) - \neg P(x), P(x) \vdash R(x)}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}$$

$$(\neg b) = \frac{(\neg a) - \neg P(x), P(x) \vdash R(x)}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}$$

$$(\neg b) = \frac{(\neg a) - \neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)} - \frac{\checkmark}{\cdots}$$

$$(\neg b) = \frac{(\neg a) - \neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x) \vdash P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\neg a) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)}$$

$$(\forall b) = \frac{(\forall b) - \neg P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)}$$

$$((\forall b) - \neg P(x) \supset P(x)$$

$$((\forall b$$

Logika

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg a) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash \neg \neg R(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}$$

$$(\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}{\neg P(x) \vdash R(x) \supset R(x)}$$

$$(\neg b) = \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash R(x) \supset R(x)}$$

$$(\neg b) = \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash R(x) \supset R(x)} \xrightarrow{\neg P(x) \vdash R(x) \supset R(x)} \xrightarrow{\neg P(x) \supset R(x)}$$

$$(\neg b) = \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \vdash R(x) \supset R(x)} \xrightarrow{\neg P(x) \supset R(x)} \xrightarrow{\neg P(x) \supset R(x)}$$

$$(\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \supset R(x) \vdash P(x) \supset R(x)} \xrightarrow{\neg P($$

◄□▶◀圖▶◀불▶◀불▶ 불 ∽Q♡

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b) = \frac{(\neg a) \frac{\neg P(x), P(x) \vdash \neg \neg R(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}}{(\neg b) \frac{(\neg b) \frac{(\neg b) \vdash \neg P(x)}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}} \frac{(\neg b) \frac{(\neg b) \vdash \neg \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}{\frac{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}} \frac{\checkmark}{\cdots} \frac{(\neg a) \frac{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)}{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)}}{\frac{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}} \frac{\checkmark}{\cdots} \frac{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg \forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}}$$

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b) \frac{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash P(x)}{\begin{pmatrix} (\neg a) & \frac{\neg P(x), P(x) \vdash \neg \neg R(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)} \\ (\neg b) & \frac{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)} \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} (\neg b) & \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash R(x) \supset R(x) \supset R(x)} \end{pmatrix}} \frac{\checkmark}{\cdots}$$

$$(b \breve{o} \lor v ) \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x (P(x) \supset R(x))}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)} \\ (\lor b) & \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)} \\ (\lor b) & \frac{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)}{\neg \exists x (P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))} \end{pmatrix}}{(\neg b) & \frac{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \forall x (P(x) \lor R(x))}{\neg \forall x (P(x) \lor R(x)) \vdash \neg \neg \exists x (P(x) \supset R(x))} \end{pmatrix}} \frac{\checkmark}{\cdots}$$

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b) \frac{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash P(x)}{(\neg a) \frac{\neg P(x), P(x) \vdash \neg P(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash \neg P(x)}} \\ (\neg b) \frac{\neg P(x), P(x) \vdash \neg P(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)} \\ (\neg b) \frac{(\neg b) \frac{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}{\neg P(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}}{(\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x) \vdash A(x)}{\neg A(x) \vdash A(x)} \\ (\neg b) \frac{\neg A(x)$$

18 / 18

### Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b) = \frac{\sqrt{}}{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash P(x)} \qquad \neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash \neg P(x)} \\ (\neg a) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash \neg \neg R(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)} \\ (\neg b) = \frac{(\neg b)}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)} \\ (\neg b) = \frac{(\neg b)}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)}{\neg P(x) \supset P(x)} \\ (\neg b) = \frac{\neg P(x), P(x) \vdash P(x) \supset P(x)$$

◆□▶ ◆□▶ ◆壹▶ ◆壹▶ 壹 めへ○

## Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg \forall x (P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x (P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b) \frac{\sqrt{}}{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash P(x)} \frac{\sqrt{}}{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash \neg P(x)} }{(\neg a) \frac{}{\neg P(x), P(x) \vdash \neg \neg R(x)}} \frac{}{\neg P(x), P(x) \vdash \neg \neg R(x)} \frac{}{\neg P(x), P(x) \vdash \neg \neg R(x)} \frac{}{\neg P(x), P(x) \vdash \neg P(x)} \frac{}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)} \frac{}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)} \frac{}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)} \frac{}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset P(x)} \frac{}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x) \supset P(x)} \frac{}{\neg P(x) \supset P(x) \supset P(x) \supset P(x)} \frac{}{\neg P$$

Logika