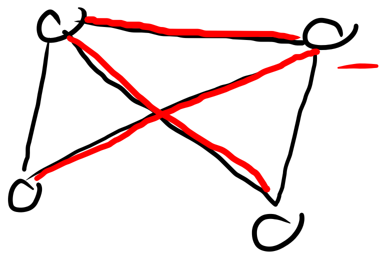
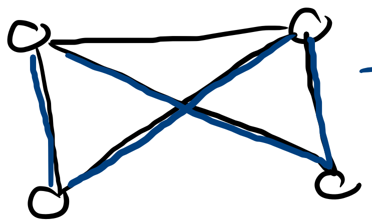
Hamilton út és kör:


- Ham út


- Ham kör

Dirac-tétel: G egyszerű gráf; $|V_G| = n \geq 3$

$\forall v \in V_G$ esetén: $d(v) \geq \frac{n}{2} \Rightarrow$ van a gráfban Ham-kör

Ore-tétel: G egyszerű gráf; $|V_G| = n \geq 3$

$\forall x, y \in V_G$ esetén ha x és y nem szomszédosak és

$d(x) + d(y) \geq n \Rightarrow$ van a gráfban Ham-kör.

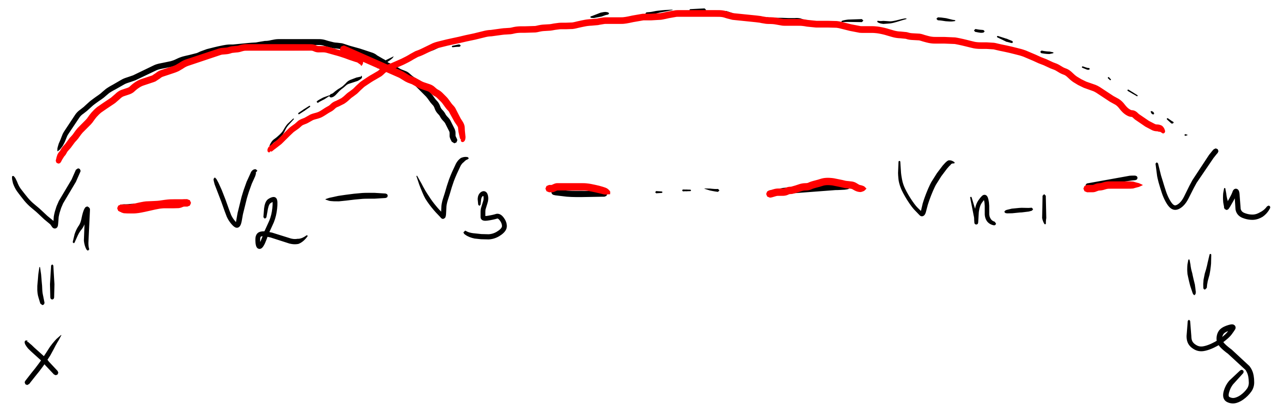
Biz: indirekt tfh. a feltétel teljesül, de G-ben nincs Ham-kör.

$G \xrightarrow{+\text{élek}} G'$; G'-ben még mindig ne legyen Ham-kör.

x, y : nem szomszédosak G'-ben

$G' + \{x, y\}$: ebben lesz Ham-kör

G'-ben van Hamilton út x és y között



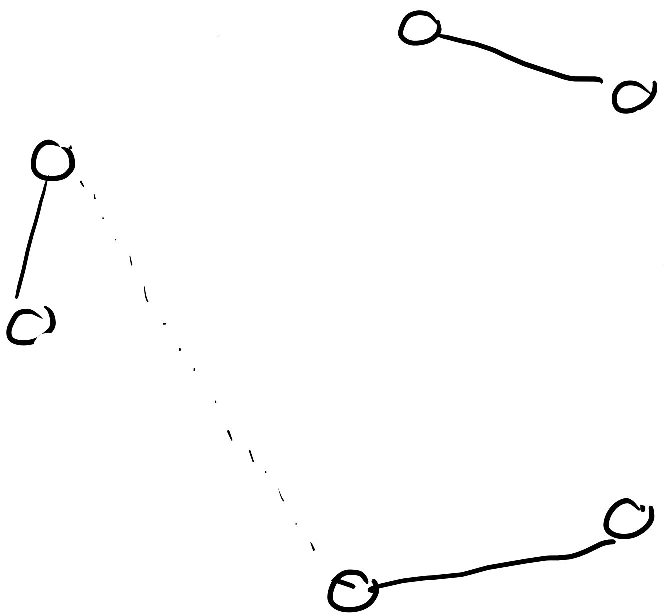
ha x, v_i szomszédos, akkor y, v_{i-1} nem lehet szomszédos

$$d(y) \leq n - 1 - d(x) \Rightarrow d(x) + d(y) \leq n - 1 \quad \lightning$$

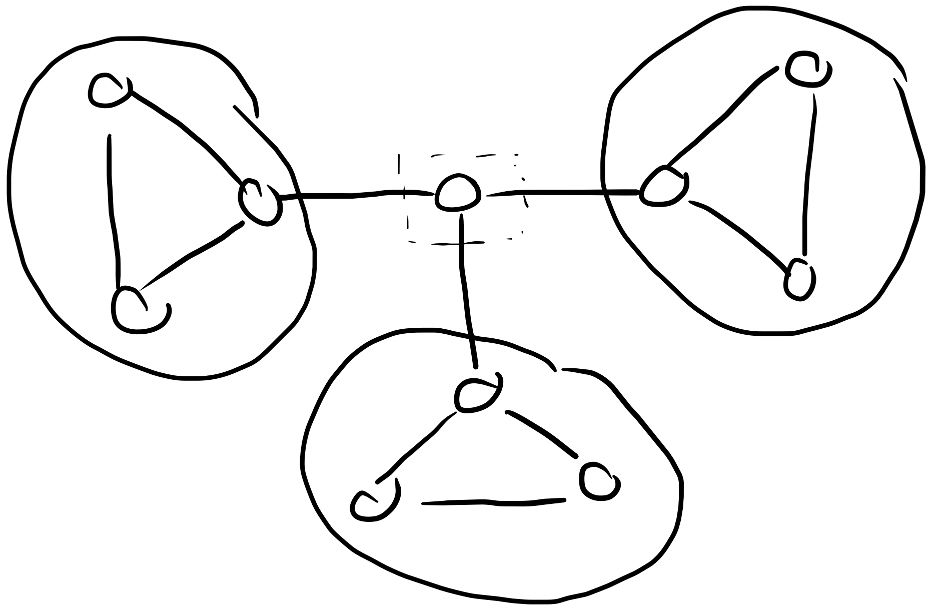
$$d(x) + d(y) \geq n$$

XI. 5) G egyszerű gráfban ha van k csúcs melyeket elhagyva a gráf több, mint k komponensre esik szét, akkor nincs a gráfban Ham-kör.

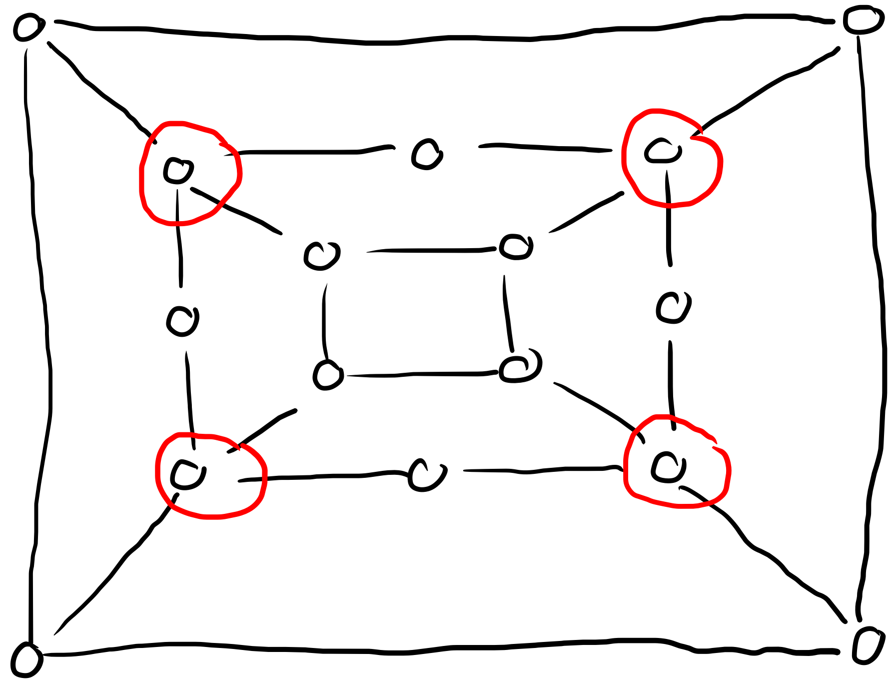
Biz:



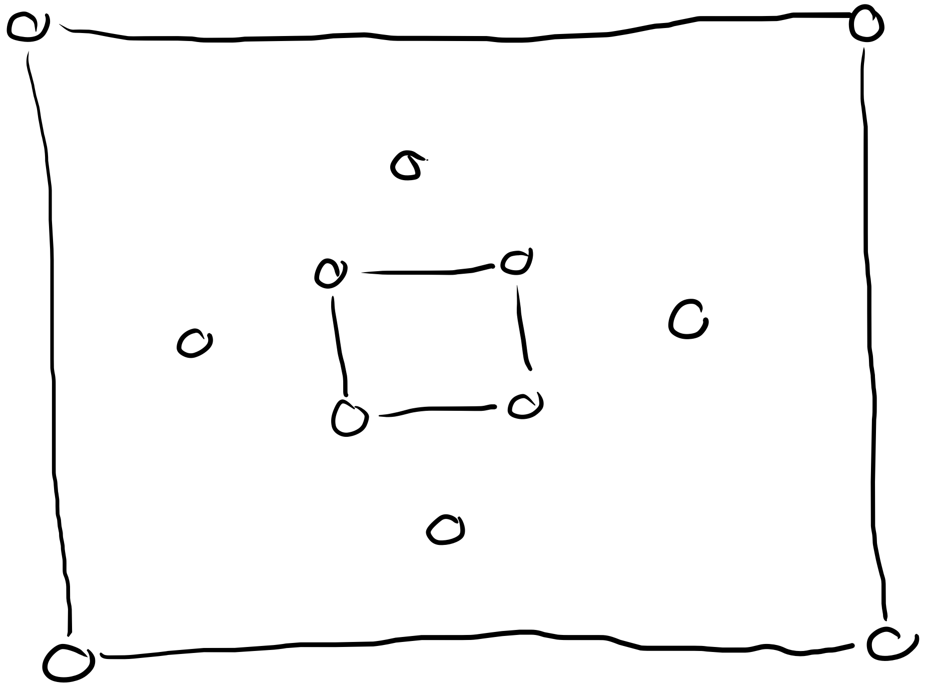
Tfh van G-ben Ham kör



6)



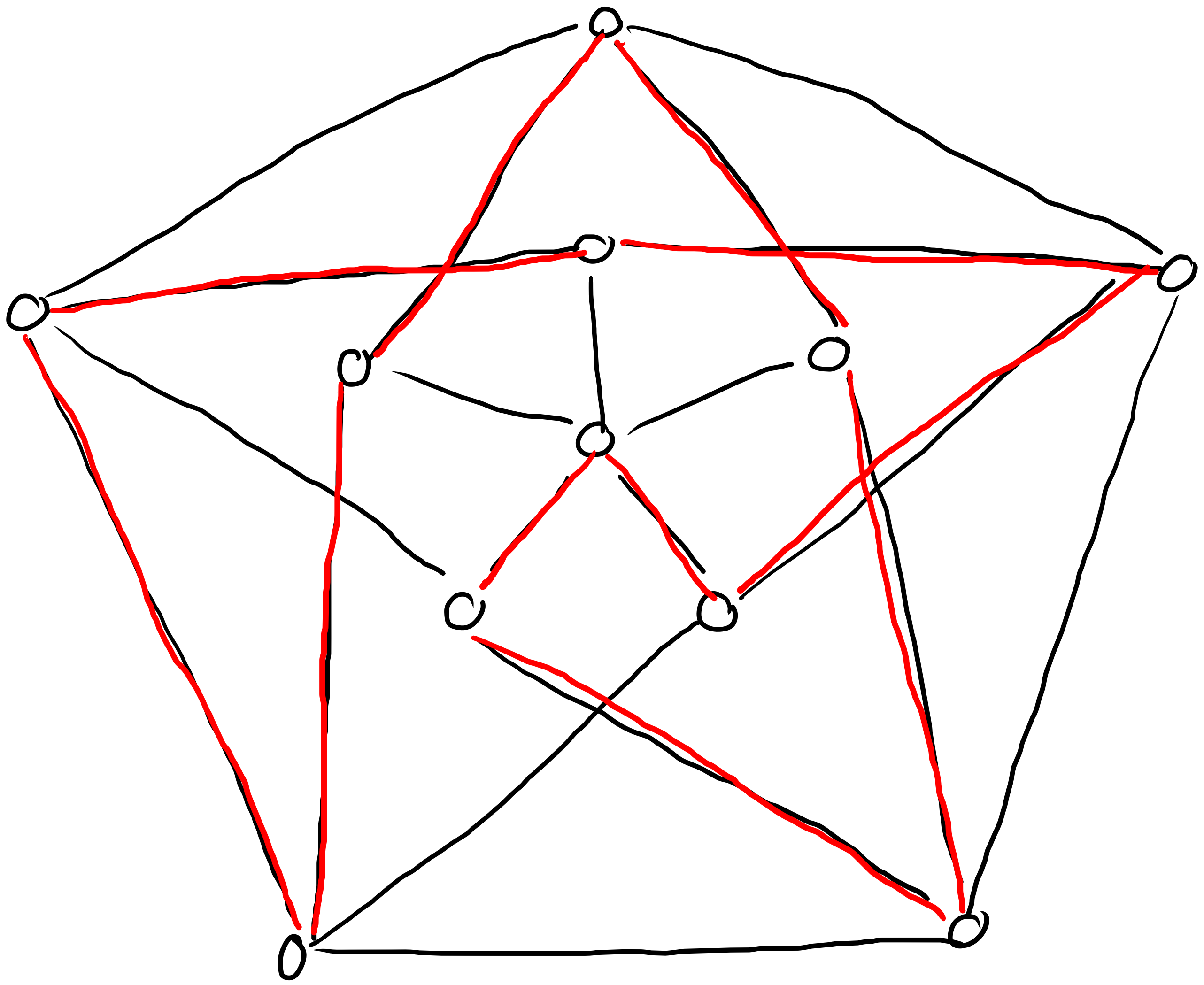
4 csúcsot ~> elhagyunk



6 komponens

-> nincs benne Ham-kör

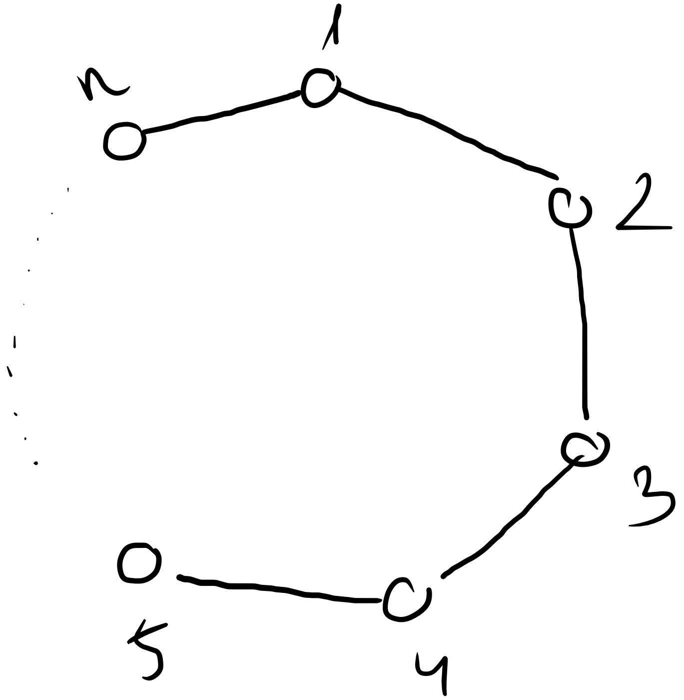
-> nincs benne Ham-út.



Ham-kör

8, $n \geq 5$ csúcsú gráf: a, G és $\overline{G}$ is tart. Ham kört
b, sem G, sem $\overline{G}$ nem tartalmaz Ham-kört

a, G:

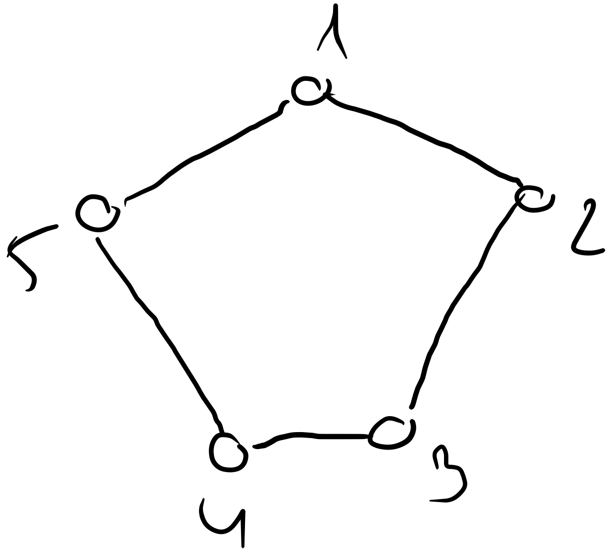


$\overline{G}$: $x \in V_{\overline{G}}$: $d(x) = n-1-2 = n-3$

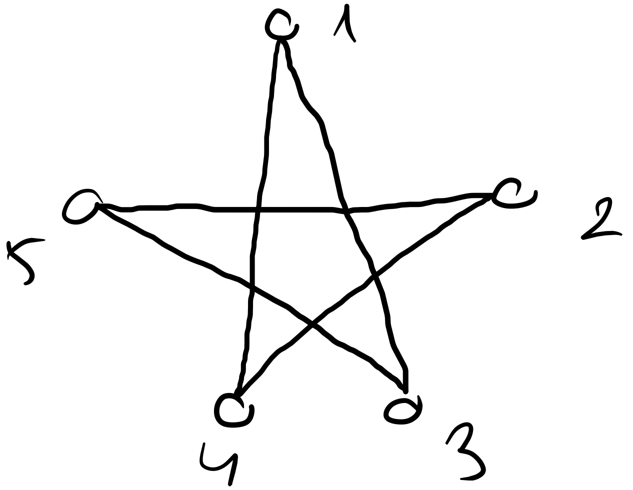
Dirac-tétel: $n-3 \geq \frac{n}{2}$

$\boxed{n \geq 6}$ ✓

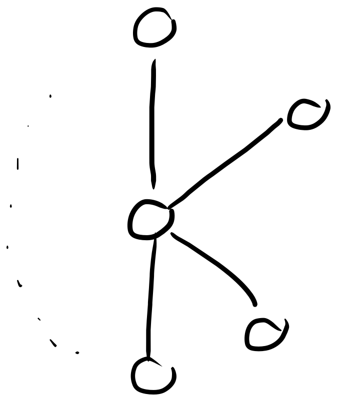
G:



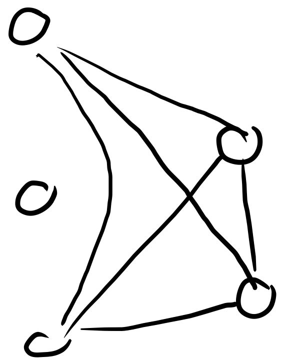
$\overline{G}$:



b)

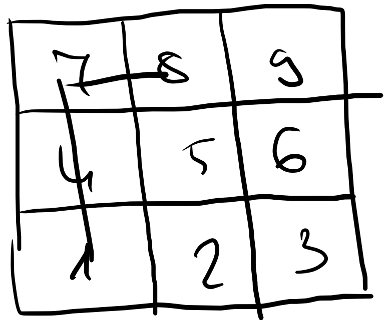


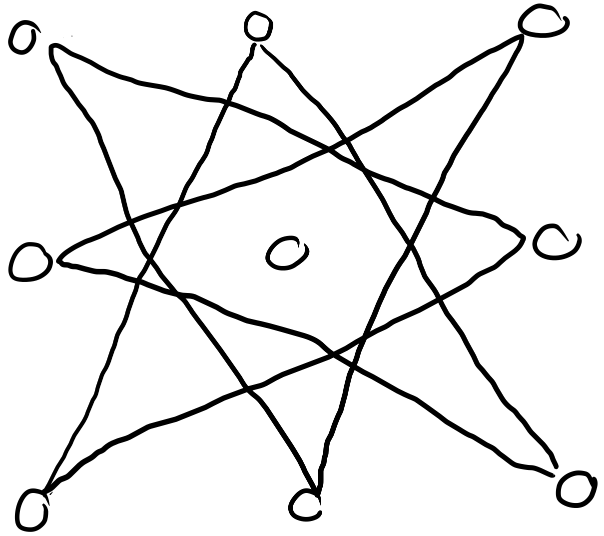
G-ben nincs Ham kör, mert G fa



$\bar{G}$-ben a „középső" csúcs izolált $\Rightarrow$ $\bar{G}$ nem öf.

10)





HF: 4x4-es sakktábla

ellentétes színű mezőre lépünk
fehérről indulunk, akkor
81 lépés múlva fekete mezőn
leszünk, ami nem lehet a kezdő
csúcs.

G-ben a csúcsok: $1, 2, \dots, 100$; i-j szomszédosak, ha $|i-j| \leq 2$

$1-3-5-\dots-99-100-98-96-\dots-2$

G gráf ; csúcsok: 5 hosszú bináris sorozatok: $\left.\begin{array}{l} 00000 \\ 00001 \\ \vdots \end{array}\right\} 2^5$ csúcs

Két sorozat szomszédos, ha legalább 3 helyen különböznek. Van-e G-ben Ham-kör?

$b_1 b_2 b_3 b_4 b_5 \rightarrow$ szomszédai 3 4 5 helyen kül

$b_i \in \{0,1\}$

$$\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 10 + 5 + 1 = 16$$

csúcsok száma: $2^5 = 32$ $\Rightarrow$ Dirac-tétel miatt a gráfban van Hamilton-kör.

$\overline{\underline{XI}}$. 4x4-es sakktábla (10. feladat)

12. feladat

$k \geq 1$ természetes szám: G gráf $2k+1$ csúcsa van

ha $\forall v \in V_G$-re igaz, hogy $d(v) \geq k \Rightarrow \exists$ G-ben Hamilton-út