

A kiegyensúlyozott bináris keresőfa – AVL fák (folytatás)

(Avl-fa; Adelszon-Velszkij és Landisz, 1962)

Definíció: Az AVL fák magasság szerint kiegyensúlyozott bináris keresőfák.

Definíció: t kiegyensúlyozott bináris fa (KBF) \Leftrightarrow t minden (*p) csúcsára:

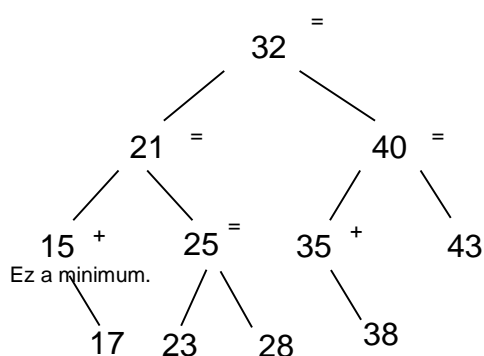
$$|h(p \rightarrow \text{right}) - h(p \rightarrow \text{left})| \leq 1$$

Megjegyzések:

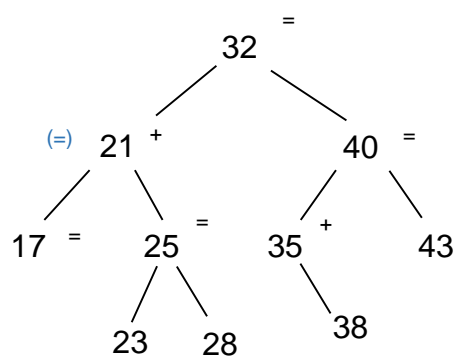
- Az AVL-fára, mint speciális alakú keresőfára, változatlanul érvényesek a keresőfákra bevezetett műveletek.
- Minden művelet (beszúrás és törlés) után ellenőrizzük, és ha kell, helyreállítjuk a fa kiegyensúlyozottságát.
- A megismert forgatások csökkentik a részfa méretét, így törlésnél nem biztos, hogy egy forgatás után meg lehet állni a kiegyensúlyozással. Akár a gyökérig terjedhet a törlés hatása.
- Az általános törlő eljárás segéd eljárása lesz a minimális elem kivétele (törlése) a fából. Az eljárás a kiemelt minimum elem címét adja vissza.

Példa₁: Vegyük ki a minimális elemet az alábbi AVL fából!

Minimum keresése:



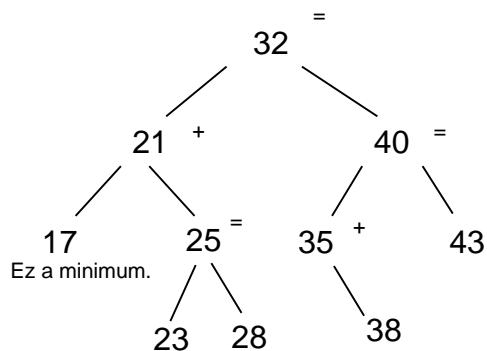
Jobb részfa átláncolása és címkézés:



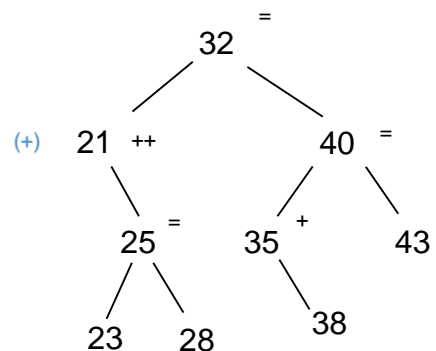
- Induljunk el a gyökértől és haladjuk balra addig, amíg lehet.
- Ha az aktuális csúcsnak nincs bal részfája, akkor ő a minimum. A címét visszaadjuk az eljárás output paraméterébe.
- A minimum szülőjének bal részfája lesz a minimum csúcs jobb részfája.
- Állítsuk át a szülő címkéjét, azaz növeljük eggyel, mert rövidült a bal részfa.
- Ha kell, forgassunk.
- Ha a részfa nem rövidült, azaz nem '=' lett a részfa gyökerének címkéje, akkor kész vagyunk.
- Ha rövidült, a részfa, akkor ismételjük a szülő címkéjének javítását.

Példa₂: Vegyük ki a minimális elemet az alábbi AVL fából!

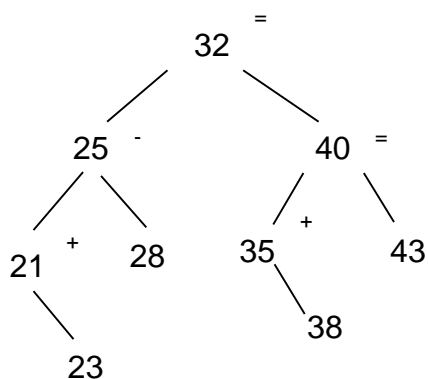
Minimum keresése:



Jobb részfa átláncolása és címkézés:



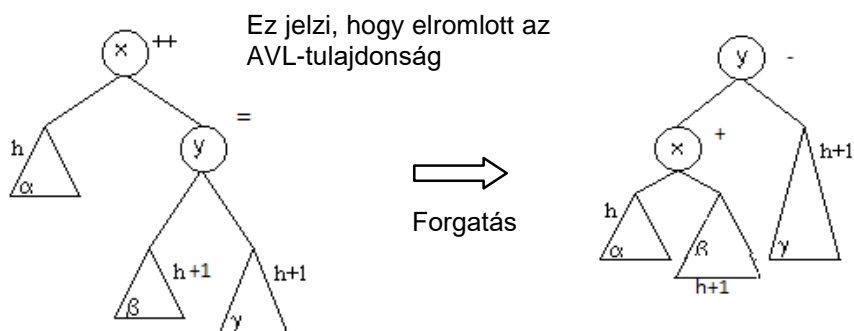
Forgatás (++,=):



Megjegyzések:

- Ez egy új forgatási sémának felel meg. Ez az eset csak törléskor fordulhat elő.
- Ez a forgatási séma nem rövidíti meg az aktuális részfa méretét, így ezután nem kell tovább ellenőrizni a címkéket.

3. A (++, =) szabály (tükörképe a (--, =) szabály)



$\alpha < x < \beta < y < \gamma$ (a reláció az α , β és γ részfa minden csúcsára igaz)

AVL fából való törlés

Három eset van:

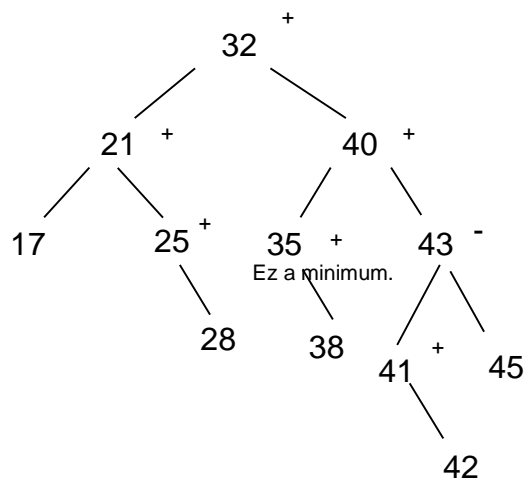
- Levelet törölünk.
- Egy gyerekes csúcsot törölünk.
- Két gyerekes csúcsot törölünk.

Megjegyzések:

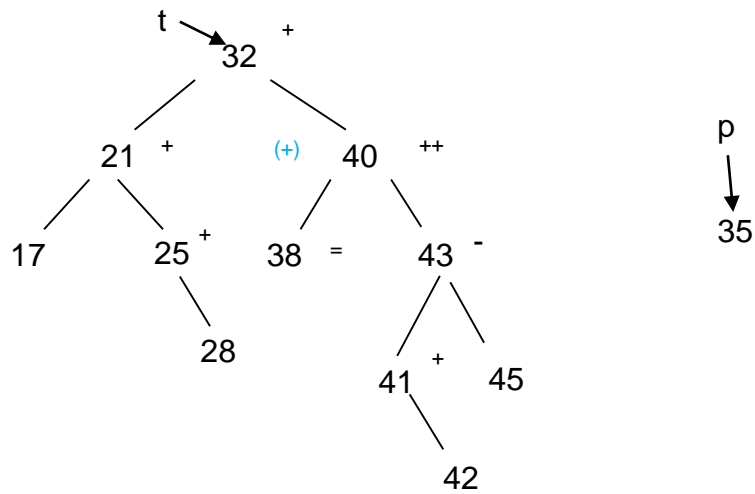
- Levél törlése esetén a szülő megfelelő oldali részfája üres lesz és az egyensúlya eggyel nő vagy csökken.
- Egy gyerekes csúcs törlése esetén a törlendő csúcs gyerekeit beláncoljuk a szülő azon oldalára ahonnan töröljük az elemet, és módosítjuk a szülő címkéjét, mert a megfelelő oldal mélysége eggyel csökkent.
- Az előbbi két eset fordult elő a minimum elem kivételénél.
- Kétgyerekes elem törlésekor előbb kiemeljük a jobb oldali részfájának minimumát. A törlendő elem helyére beláncoljuk a kiemelt minimumot, azaz a törlendő elem szülője erre a csúcsra fog mutatni és ez a csúcs veszi át a törlendő elem két részfáját. A kiegyensúlyozás a jobb oldali részfa minimumának kiemelésekor történik.
- A jobb oldali részfa minimuma kisebb minden jobboldali elemnél és nagyobb a bal oldali részfa összes eleménél, így az új helyre való beillesztése nem rontja a keresőfa tulajdonságát.
- Természetesen a bal oldali részfa maximuma is megfelelő lenne a törlendő elem helyére.

Példa: Töröljük ki az alábbi AVL fa gyökerét, azaz 32-t!

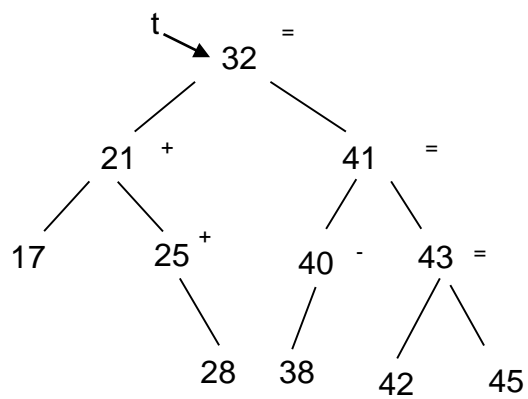
Jobboldali részfa minimum keresése:



Minimum kiemelése és címkézés:



Forgatás (++, -):



- Ha ez a fa egy nagyobb fa része, akkor további kiegyensúlyozásra lehet szükség, mert rövidült a fa.

A (*p) beláncolása t helyére, régi gyökér törlése:

