Programozás
4. előadás

Programozási alapismeretek

- További programozási tételek
- Másolás – függvényszámítás
- Kiválogatás
- Szétválogatás
- Metszet
- Unió
- Programozási tételek – visszatekintés

További programozási tételek

Mi az, hogy programozási tétel?

Típusfeladat általános megoldása.

- Sorozat → érték
- Sorozat → sorozat
- Sorozat → sorozatok
- Sorozatok → sorozat

7. Másolás – függvényszámítás

Feladatok:

- Egy számsorozat tagjainak adjuk meg az abszolút értékét!
- Egy szöveget alakítsunk át csupa kisbetűssé!
- Számoljuk ki két vektor összegét!
- Készítsünk függvénytáblázatot a sin(x) függvényről!
- Ismerünk N dátumot ’éé.hh.nn’ alakban, adjuk meg ’éé. hónapnév nn.’ alakban!

7. Másolás – függvényszámítás

Feladatok:

- Egy számsorozat tagjainak adjuk meg az abszolút értékét!
- Egy szöveget alakítsunk át csupa kisbetűssé!
- Számoljuk ki két vektor összegét!
- Készítsünk függvénytáblázatot a sin(x) függvényről!
- Ismerünk N dátumot ‚éé.hh.nn' alakban, adjuk meg ‚éé. hónapnév nn' alakban!

Mi bennük a közös?

N darab „valamihez" kell hozzárendelni másik N darab „valamit", ami akár az előbbitől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad. Az elemeken operáló függvény ugyanaz.

7. Másolás – függvényszámítás

Specifikáció:

N darab „valamihez" kell hozzárendelni másik N darab „valamit", ami akár az előbbitől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H_1^N$
  $f: H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): Y_i = f(X_i)$

  Másként: $Y_{1..N} = f(X_{1..N})$

7. Másolás – függvényszámítás

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H_1^N$, $f{:}H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N)$: $Y_i = f(X_i)$

i=1..N
Y[i]:=f(X[i])

Változó
i:**Egész**

Megjegyzés: nem feltétlenül kell ugyanaz az i index a két tömbhöz, pl.:

Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N)$: $Y_{p(i)} = f(X_i)$

i=1..N
Y[p(i)]:=f(X[i])

Változó
i:**Egész**

p(i) lehet pl. 2*i, N-i+1, … (megfelelő Y tömb mérettel, ill. indexintervallummal definiálva; p injektív)

7. Másolás – függvényszámítás

Specifikáció (egy gyakori speciális eset)$_1$:

N darab „valamihez” kell hozzárendelni másik N darab „valamit”, ami akár az előbbitől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H^N$
  $g: H \to H$
  $T: H \to L$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \le i \le N): Y_i = f(X_i)$
- Definíció: $f(x) = \begin{cases} g(x), & \text{ha } T(x) \\ x, & \text{egyébként} \end{cases}$

$f: H \to H$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H_1^N$
  $f: H_1 \to H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \le i \le N): Y_i = f(X_i)$

7. Másolás – függvényszámítás

N darab „valamihez” kell hozzárendelni másik N darab „valamit”, ami akár az előbbitől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H_1^N$
  $f:H_1 \to H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \le i \le N)$: $Y_i = f(X_i)$

Specifikáció (egy gyakori speciális eset)$_1$:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H^N$
  $g:H \to H$
  $T:H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \le i \le N)$:

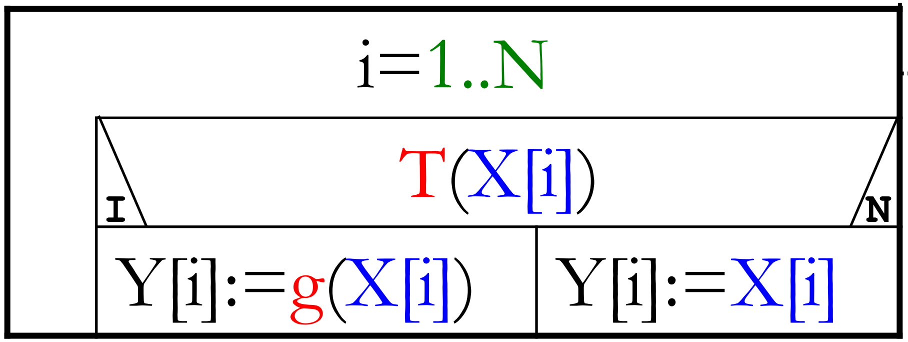
$$(\, T(X_i) \to Y_i = g(X_i) \quad \text{és} \quad \text{nem } T(X_i) \to Y_i = X_i \,)$$

7. Másolás – függvényszámítás

Algoritmus$_1$:

Specifikáció (egy gyakori speciális eset)$_1$:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H^N$
  $g: H \to H$
  $T: H \to L$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \le i \le N)$:
  $(T(X_i) \to Y_i = g(X_i)$ és
  nem $T(X_i) \to Y_i = X_i)$



Változó
i:Egész

N darab „valamihez” kell hozzárendelni másik N darab „valamit”, ami akár az előbbitől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

7. Másolás – függvényszámítás

N darab „valamihez” kell hozzárendelni másik N darab „valamit”, ami akár az előbbitől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H_1^N$
  $f{:}H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N)$: $Y_i = f(X_i)$

Specifikáció (egy másik speciális eset)$_2$:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in \mathbb{H}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N)$: $Y_i = X_i$

Megjegyzés:

nincs f függvény, helyesebben identikus ($f(x):=x$).

7. Másolás – függvényszámítás

Algoritmus$_2$:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H_1^N$
  $f: H_1 \to H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i (1 \le i \le N)$: $Y_i = f(X_i)$

i=1..N
Y[i]:=X[i]

Változó
i:Egész

Megjegyzés:

Az Y:=X értékadással helyettesíthető, ha a két tömb azonos méretű. Kivéve, ha az indexek különbözőek (p nem identikus).

i=1..N
Y[p(i)]:=X[i]

Változó
i:Egész

7. Másolás – függvényszámítás

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $P_{1..N}, Q_{1..N} \in \mathbb{R}^N$
  $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x,y) := x + y$
- Kimenet: $R_{1..N} \in \mathbb{R}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i (1 \le i \le N)$: $R_i = P_i + Q_i$

- Számoljuk ki két vektor összegét!

$(P,Q) \in (\mathbb{R} \times \mathbb{R})^N$

Specifikáció:
- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H_1^N$
  $f: H_1 \to H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i (1 \le i \le N)$: $Y_i = f(X_i)$

Algoritmus:

Algoritmus:

i=1..N
    Y[i]:=f(X[i])

Változó
i:Egész

i=1..N
    R[i]:=P[i]+Q[i]

8. Kiválogatás

Feladatok:

- Adjuk meg egy osztály kitűnő tanulóit!
- Adjuk meg egy természetes szám összes osztóját!
- Adjuk meg egy mondat magas hangrendű szavait!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a 180 cm felettieket!
- Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délben nem fagyott!
- Soroljuk föl egy szó magánhangzóit!

8. Kiválogatás

Feladatok:

- Adjuk meg egy osztály kitűnő tanulóit!
- Adjuk meg egy természetes szám összes osztóját!
- Adjuk meg egy mondat magas hangrendű szavait!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a 180 cm felettieket!
- Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délben nem fagyott!
- Soroljuk föl egy szó magánhangzóit!

Mi bennük a közös?

N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

8. Kiválogatás

Specifikáció:

N darab „valami" közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$,
  $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$

Az első Db elemet használva

- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és

L. Megszámolás tételt!

$\forall i (1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és
$Y \subseteq (1,2,\dots,N)$

Másképp: $(Db, Y) = \underset{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\, i$

8. Kiválogatás

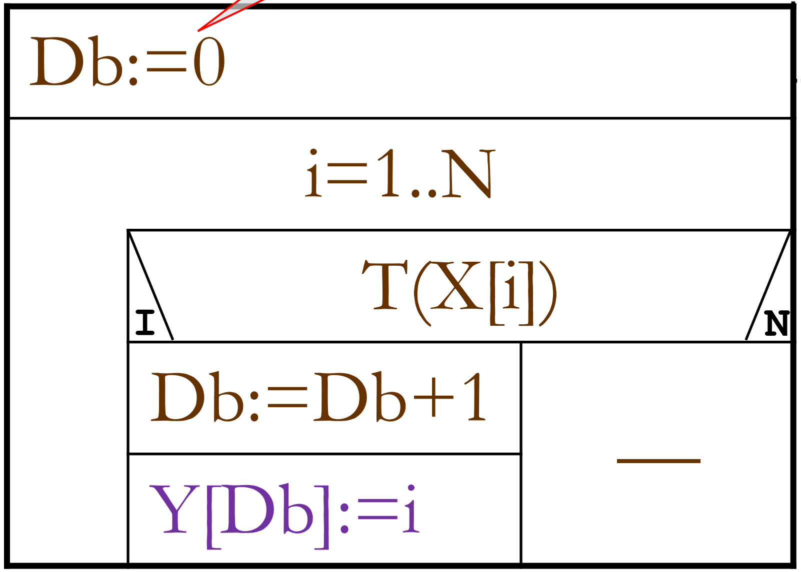
L. [Megszámolás tételt](#)!

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N$, $T: H \rightarrow \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $\forall i (1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Változó
i:Egész



Megjegyzés:

A sorszám általánosabb, mint az érték. Ha mégis érték kellene, akkor Y[Db]:=X[i] szerepelne. (Ekkor a specifikációt is módosítani kell! Lásd [később](#)!)

8. Kiválogatás

Értékek kiválogatása (tömören):

N darab „valami" közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

Specifikáció$_2$:

- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y_{1..N} \in \mathbb{H}^N$
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és

  $\forall i (1 \leq i \leq Db): T(Y_i)$ és

  $Y \subseteq X$

Másképp: $(Db, Y) = \underset{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}} X_i$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N,$
  $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és

  $\forall i (1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és

  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

8. Kiválogatás

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, H_{1..N} \in \mathbb{R}^N,$
  $Poz:\mathbb{R} \to \mathbb{L}, Poz(x) := x > 0$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, NF_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel$_1$: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ H_i>0}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db): H_{NF_i} > 0$ és
  $NF \subseteq (1,2,\ldots,N)$
- Utófeltétel$_2$: $(Db, NF) = \underset{\substack{i=1 \\ H_i>0}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\, i$

- Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délben nem fagyott!

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N,$
  $T:H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és
  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

8. Kiválogatás

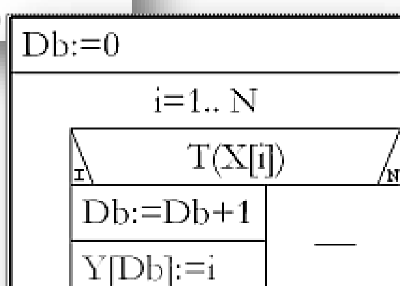
Algoritmus:

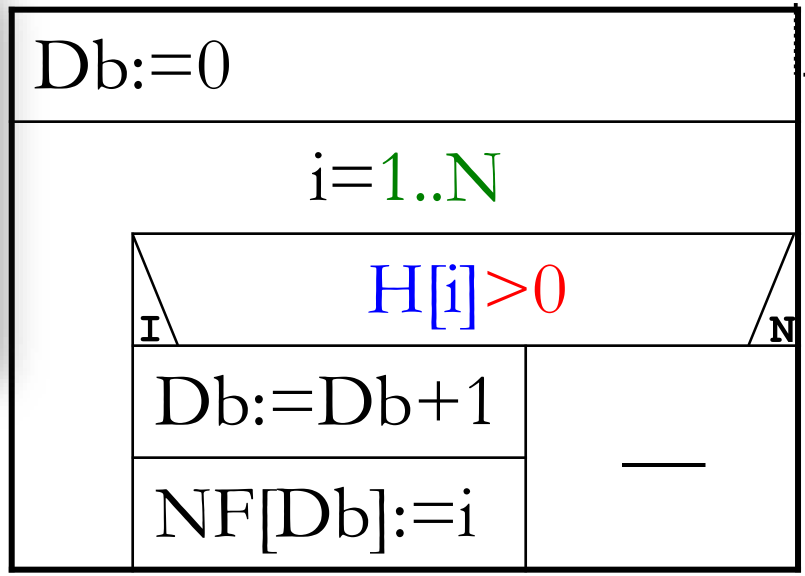
Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $H \in \mathbb{R}^N$,
  $Poz: \mathbb{R} \to \mathbb{L}$, $Poz(x) := x > 0$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $NF \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel$_1$: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ H_i > 0}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db)$: $H_{NF_i} > 0$ és
  $NF \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$,
  $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db)$: $T(X_{Y_i})$ és
  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$





Változó
i:Egész

8. Kiválogatás helyben

Programparaméterek:

Konstans
MaxN:**Egész**(???)
Típus
THk=**Tömb**[1..MaxN:TH]
Változó
N:**Egész**, X:THk
...

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N},\ X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N},\ Y_{1..N} \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $Y_{1..Db} \subseteq X$ és $\forall i(1 \le i \le Db): T(Y_i)$

Itt a bemenetben szereplő X és a kimenetben szereplő Y lehet a programban ugyanaz a változó. Jelöljük ezt pl. X-szel. Teljesülni kell rá a megálláskor (meghagyva a specifikációbeli műveleteket): $X^{kimeneti}_{1..Db} \subseteq X^{bemeneti}_{1..N}$ és $\forall i(1 \le i \le Db): T(X^{kimeneti}_i)$

8. Kiválogatás helyben

Ötlet:

Itt olyan helyre tesszük a kiválogatott elemet, amelyre már nincs szükségünk.

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $X' \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $X'_{1..Db} \subseteq X$ és $\forall i(1 \le i \le Db): T(X'_i)$

Változó
i:Egész

Db:=0		
i=1..N		
	T(X[i]) — I	N
	Db:=Db+1	—
	X[Db]:=X[i]	

Speciális sorozat típus: dinamikus tömb

A programozás a tömb típuson kívül sokféle sorozat típust ismer. Közülük az egyik egy olyan indexelhető típus, aminek az elemszáma futás közben növelhető (ebből a szempontból a szöveg típusra hasonlít).

Műveletei:

- Hossz(S) – az S sorozat elemei száma
- Végére(S,x) – az S sorozat végére egy új elemet, az x-et illeszti
- S[i] – az S sorozat i-edik eleme

További műveletek is lehetnek, most nem térünk ki rá.

Figyelem: e típus indokolatlan használata jelentősen megnövelheti egy program futási idejét!

8. Kiválogatás dinamikus tömbbe

N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N,$
  $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Y \in \mathbb{N}^*$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Hossz(Y) = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall y \in Y: T(X_y)$ és
  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Annyi elemet használva, amennyit kell.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N,$
  $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i (1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és
  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

8. Kiválogatás dinamikus tömbbe

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Y \in \mathbb{N}^*$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Hossz(Y) = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $\forall y \in Y: T(X_y)$ és $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Üres sorozat

Y:=()

i=1..N

T(X[i]) — I / N

Végére(Y,i)	—

Változó
i:Egész

Megjegyzés:

A sorszám általánosabb, mint az érték. Ha mégis **érték** kellene, akkor Végére(Y,X[i]) szerepelne. (Ekkor a specifikációt is módosítani kell!)

10. Szétválogatás

Feladatok:

- Adjuk meg egy számsorozatból a páros és a páratlan számokat is!
- Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délben fagyott és amikor nem fagyott!
- Adjuk meg egy angol szó magán- és mássalhangzóit!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a 140 cm alattiakat, a 140 és 180 cm közöttieket és a 180 cm felettieket!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a télen, tavasszal, nyáron, illetve ősszel születetteket!

10. Szétválogatás

Feladatok:

- Adjuk meg egy számsorozatból a páros és a páratlan számokat is!
- Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délben fagyott és amikor nem fagyott!
- Adjuk meg egy angol szó magán- és mással-hangzóit!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a 140 cm alattiakat, a 140 és 180 cm közöttieket és a 180 cm felettieket!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a télen, tavasszal, nyáron, illetve ősszel születetteket!

Mi bennük a közös?

N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt! Azaz az összes bemeneti elemet „besoroljuk” a kimenet valamely sorozatába.

A többfelé szétválogatás visszavezethető a kétfelé szétválogatásra.

10. Szétválogatás

Specifikáció:

N darab „valami" közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt!

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$, $T:\mathbb{H} \rightarrow \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$, $Z_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és

  $\forall i(1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és

  $\forall i(1 \leq i \leq N\text{–}Db): \text{nem } T(X_{Z_i})$ és

  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$ és $Z \subseteq (1,2,\ldots,N)$

10. Szétválogatás

N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt!

Specifikáció$_2$:

- Utófeltétel$_2$: $(Db,Y,Z)=\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Szétválogat}}}\ i$

Értékek szétválogatása esetén:

$$(Db,Y,Z)=\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Szétválogat}}}\ X_i$$

10. Szétválogatás

Algoritmus:

Specifikáció:
- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H^N$
  $T{:}H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
  $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$, $Z_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db){:}\ T(X_{Y_i})$ és
  $\forall i(1 \le i \le N-Db){:}$ nem $T(X_{Z_i})$ és
  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$ és $Z \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Db:=0
i=1..N
  T(X[i])
    I: Db:=Db+1
       Y[Db]:=i
    N: Z[i-Db]:=i

Változó
i:Egész

Megjegyzés:

Itt is szerepelhetne :=i helyett :=X[i], ha csak az értékekre lenne szükségünk. (A specifikáció is módosítandó!)

10. Szétválogatás

Probléma:

Y-ban és Z-ben együtt csak N darab elem van, azaz elég lenne egyetlen N-elemű sorozat.

Megoldás:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T{:}H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és

  $\forall i(1 \leq i \leq Db){:}\ T(X_{Y_i})$ és

  $\forall i(Db+1 \leq i \leq N){:}$ nem $T(X_{Y_i})$ és

  $Y \in Permutáció(1,2,\ldots,N)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H^N$
  $T{:}H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
  $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$, $Z_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \leq i \leq Db){:}\ T(X_{Y_i})$ és
  $\forall i(1 \leq i \leq N-Db){:}$ nem $T(X_{Z_i})$ és
  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$ és $Z \subseteq (1,2,\ldots,N)$

10. Szétválogatás

N darab „valami" közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt!

Specifikáció$_2$:

- Utófeltétel$_2$: $(Db,Y) = \mathop{\text{Szétválogat}_2}\limits_{\substack{i=1\\T(X_i)}}^{N} i$

Értékek szétválogatása esetén:

$$(Db,Y) = \mathop{\text{Szétválogat}_2}\limits_{\substack{i=1\\T(X_i)}}^{N} X_i$$

10. Szétválogatás

Algoritmus:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és
  $\forall i(Db+1 \le i \le N)$: nem $T(X_{Y_i})$ és
  $Y \in$ Permutáció$(1,2,\ldots,N)$

Változó
ind2,
i:**Egész**

Db:=0 [≅elölről index]

ind2:=N+1 [≅hátulról index]

i=1..N

T(X[i]) — I	N
Db:=Db+1	ind2:=ind2–1
Y[Db]:=i	Y[ind2]:=i

Megjegyzés: Itt célszerű egy segédváltozó arra, hogy hol tartunk Y-ban hátulról: ind2.

10. Szétválogatás dinamikus tömbökbe

A kiválogatáshoz hasonlóan itt is használhatunk az eredmények tárolásához bővíthető elemszámú sorozatokat.

N darab „valami" közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt!

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N, T{:}H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Y \in \mathbb{N}^*, Z \in \mathbb{N}^*$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $hossz(Y)=\sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$ és $\forall y \in Y{:}\ T(X_y)$ és

$hossz(Z)=\sum_{\substack{i=1 \\ \text{nem } T(X_i)}}^{N} 1$ és $Z \subseteq (1,2,\ldots,N)$ és $\forall z \in Z{:}\ \text{nem } T(X_z)$

10. Szétválogatás dinamikus tömbökbe

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N, T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Y \in \mathbb{N}^*, Z \in \mathbb{N}^*$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $hossz(Y) = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$ és $\forall y \in Y: T(X_y)$ és
  $hossz(Z) = \sum_{\substack{i=1 \\ nem\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $Z \subseteq (1,2,\ldots,N)$ és $\forall z \in Z: nem\ T(X_z)$

Változó
i:Egész

Y:=( ); Z:=( )	
i=1..N	
I — T(X[i]) — N	
Végére(Y,i)	Végére(Z,i)

10. Szétválogatás helyben

> **Programparaméterek:**
>
> **Konstans**
> MaxN:**Egész**(???)
>
> **Típus**
> THk=**Tömb**[1..MaxN:TH]
>
> **Változó**
> N:**Egész**, X:THk
> …

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N},\ X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N},\ Y_{1..N} \in \mathbb{H}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $Y \in Permutáció(X)$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db): T(Y_i)$ és
  $\forall i(Db+1 \le i \le N):$ nem $T(Y_i)$

Megjegyzés: bemenetben szereplő X és a kimenetben szerep-lő Y legyen a programban ugyanaz az X változó!

10. Szétválogatás helyben

Algoritmikus ötlet:

1. Vegyük ki (másoljuk le) a sorozat első elemét:

   O x x x x x x x x x x x x

2. Keresünk hátulról egy elemet, aminek elől a helye (mert T tulajdonságú, nem odavaló):

   O x x x x x x **x** x x x x x

3. A megtalált elemet tegyük az előbb keletkezett lyukba:

   ⊗ x x x x x x O x x x x x

A lyuk mögött és az 1. elemmel már rendben vagyunk.

10. Szétválogatás helyben

4. Most keletkezett egy lyuk hátul. Az előbb betöltött lyuktól indulva elölről keressünk hátra teendő (nem odavaló: nem T-tulajdonságú) elemet:

⊗ x x x x x O x x x x x

5. A megtalált elemet tegyük a hátul levő lyukba, majd újra hátulról kereshetünk!

⊗ x x O x x ⊗ x x x x x

Az elől keletkezett lyuk előttiek és a hátrébb mozgatott elemmel kezdve rendben vagyunk.

10. Szétválogatás helyben

6. … és így tovább …

7. Befejezzük a keresést, ha valahonnan elértük a lyukat.

   x x x x O x x x x x x x x

8. Erre a helyre a kivettet visszatesszük.

Utófeltétel pontosítása:

Teljesülni kell az X vektorra a megálláskor (meghagyva a specifikációbeli műveleteket):

$X^{kimeneti}_{1..N}=\text{permutáció}(X^{bemeneti}_{1..N})$ és

$\forall i(1\leq i\leq Db): T(X^{kimeneti}_{i})$ és $\forall i(Db+1\leq i\leq N)$: nem $T(X^{kimeneti}_{i})$

10. Szétválogatás helyben

Algoritmus:

Specifikáció:
- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $X'_{1..N} \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $X' \in Permutáció(X)$
  és $\forall i(1 \le i \le Db): T(X'_i)$
  és $\forall i(Db+1 \le i \le N):$ nem $T(X'_i)$

Változó
e,u:**Egész**
y:TH
Van:**Logikai**

```
e:=1     [a szétválogatandók elsője]
u:=N     [a szétválogatandók utolsója]
y:=X[e]
e<u
    HátulrólKeres(e,u,Van)
    Van
    I:  X[e]:=X[u]
        e:=e+1
        ElölrőlKeres(e,u,Van)
        Van
        I:  X[u]:=X[e]
            u:=u–1
        N:  —
    N:  —
...
```

10. Szétválogatás helyben

Algoritmus:

Specifikáció:
- Bemenet: $N\in\mathbb{N}$, $X_{1..N}\in H^N$
- Kimenet: $Db\in\mathbb{N}$, $X'_{1..N}\in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db=\sum_{\substack{i=1\\T(X_i)}}^{N} 1$ és $X'\in Permutáció(X)$
  és $\forall i(1\le i\le Db)$: $T(X'_i)$
  és $\forall i(Db+1\le i\le N)$: nem $T(X'_i)$

…	
X[e]:=y	
T(y) I	N
Db:=e	Db:=e–1

Megjegyzés: Az X változóról az algoritmus végrehajtása közben különböző állításokat mondhatunk:

1. kezdetben a bemenetbeli sorozat;
2. a futás végén a bemeneti X permutációja a szétválogatás utófeltétele szerint;
3. közben e-ig T tulajdonságú elemek, u-tól nem T tulajdonságú elemek, köztük nem vizsgált elemek.

Ún. ciklusinvariáns

10. Szétválogatás helyben

ElölrőlKeres(e,u:Egész,Van:Logikai)

e<u és T(X[e])

- e:=e+1

Van:=e<u

HátulrólKeres(e,u:Egész,Van:Logikai)

e<u és nem T(X[u])

- u:=u–1

Van:=e<u

11. Metszet

Feladatok:

- A télen és a nyáron megfigyelhető madarak alapján adjuk meg a nem költöző madarakat!
- Két ember szabad órái alapján mondjuk meg, hogy mikor beszélgethetnek egymással!
- Adjuk meg azokat az állatfajokat, amelyeket a budapesti és a veszprémi állatkertben is megnézhetünk!
- Három virágárusnál kapható virágok közül adjuk meg azokat, amelyek mindegyiknél kaphatóak!

11. Metszet

Feladatok:
- Adjuk meg két természetes szám közös osztóit!
- A télen és a nyáron megfigyelhető madarak alapján adjuk meg a nem költöző madarakat!
- Két ember szabad órái alapján mondjuk meg, hogy mikor beszélgethetnek egymással!
- Adjuk meg azokat az állatokat, amelyeket a budapesti és a veszprémi állatkertben is megnézhetünk!

Mi bennük a közös?

Ismerünk két halmazt (tetszőleges, de azonos típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek mindkét halmazban szerepelnek!

A több halmaz visszavezethető a két halmaz esetére.

11. Metszet

Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$, $Y_{1..M} \in \mathbb{H}^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z_{1..\min(N,M)} \in \mathbb{H}^{\min(N,M)}$
- Előfeltétel: HalmazE(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ X_i \in Y}}^{N} 1$ és

  $\forall i(1 \le i \le Db)$: $(Z_i \in X$ és $Z_i \in Y)$ és HalmazE(Z)

Az első Db elemet használva

Az elemtartalmazás egyértelmű-e.

Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek mindkét halmazban szerepelnek!

11. Metszet

Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek mindkét halmazban szerepelnek!

Specifikáció$_2$:

- Utófeltétel$_2$: **(**Db,Z**)**=Metszet(N,X,M,Y)

Specifikáció$_3$:

- Utófeltétel$_3$: **(**Db,Z**)**=$\underset{\substack{i=1\\X_i\in Y}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\,X_i$

Specifikáció:

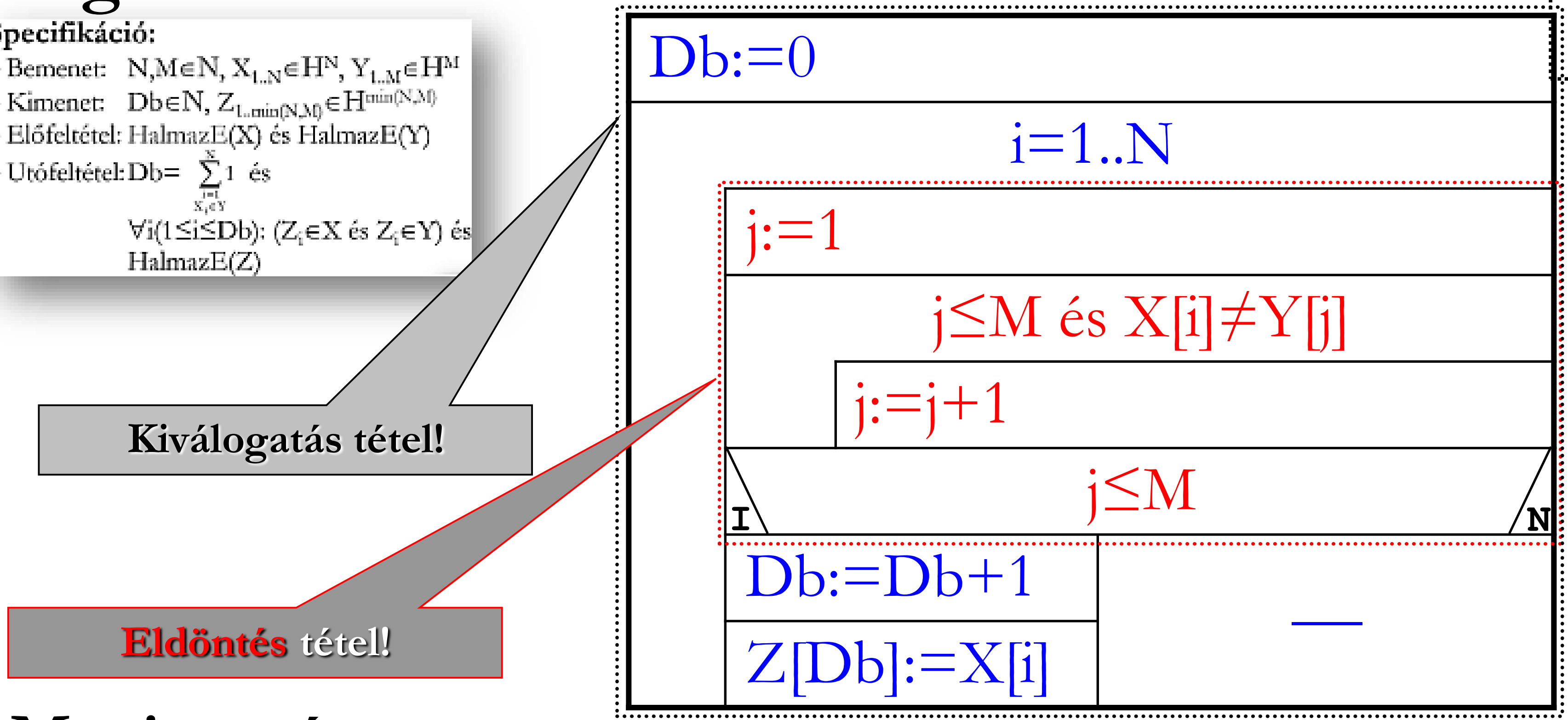
- Bemenet: $N,M\in\mathbb{N}$, $X_{1..N}\in H^N$, $Y_{1..M}\in H^M$
- Kimenet: $Db\in\mathbb{N}$, $Z_{1..\min(N,M)}\in H^{\min(N,M)}$
- Előfeltétel: HalmazE(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db=\sum_{\substack{i=1\\X_i\in Y}}^{N}1$ és $\forall i(1\le i\le Db)$: $(Z_i\in X$ és $Z_i\in Y)$ és HalmazE(Z)

11. Metszet

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $Y_{1..M} \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z_{1..\min(N,M)} \in H^{\min(N,M)}$
- Előfeltétel: HalmazE(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ X_i \in Y}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db)$: $(Z_i \in X$ és $Z_i \in Y)$ és HalmazE(Z)



Változó
i,j:Egész

Megjegyzés:

A megoldás egy kiválogatás és egy eldöntés.

11. Metszet

Algoritmus:

Az eldöntés tétel, mivel logikai értéket ad, **függvényként** implementálva szerepelhetne az elágazás feltételében:

Specifikáció:

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $Y_{1..M} \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z_{1..\min(N,M)} \in H^{\min(N,M)}$
- Előfeltétel: HalmazE(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ X_i \in Y}}^{N} 1$ és $\forall i(1 \leq i \leq Db)$: $(Z_i \in X$ és $Z_i \in Y)$ és HalmazE(Z)

Változó
  i:**Egész**

<table>
<tr><td colspan="3">Db:=0</td></tr>
<tr><td colspan="3">i=1..N</td></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td colspan="2">I — Eleme?(X[i],Y) — N</td></tr>
<tr><td>Db:=Db+1</td><td rowspan="2">—</td></tr>
<tr><td>Z[Db]:=X[i]</td></tr>
</table>

Függvény nélkül: az elágazás előtt az eldöntés tétel algoritmusa, kimenete a Van logikai változó az elágazás feltétele.

11. Metszet

Feladatvariációk:

- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk a közös elemek számát!
- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk, hogy van-e közös elemük!
- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk egyet közös elemeik közül!

12. Unió

Feladatok:

- A télen és a nyáron megfigyelhető madarak alapján adjuk meg, hogy a milyen madarakat figyeltek meg!
- Két ember szabad órái alapján mondjuk meg, hogy mikor tudjuk elérni valamelyiket!
- Három szakkör tanulói alapján soroljuk fel a szakkörre járókat!
- Adjuk meg azokat az állatfajokat, amelyeket a budapesti vagy a veszprémi állatkertben megnézhetünk!

12. Unió

Feladatok:

- Két szakkör tanulói alapján adjuk meg a szakkörre járókat!
- A télen és a nyáron megfigyelhető madarak alapján adjuk meg a megfigyelhető madarakat!
- Két ember szabad órái alapján mondjuk meg, hogy mikor tudjuk elérni valamelyiket!
- Adjuk meg azokat az állatokat, amelyeket a budapesti vagy a veszprémi állatkertben megnézhetünk!

Mi bennük a közös?

Ismerünk két halmazt (tetszőleges, de azonos típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek legalább az egyik halmazban szerepelnek!

A több halmaz visszavezethető a két halmaz esetére.

12. Unió

Specifikáció:

Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek legalább az egyik halmazban szerepelnek!

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $Y_{1..M} \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z_{1..N+M} \in H^{N+M}$
- Előfeltétel: HalmazE(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db = N + \sum_{\substack{j=1 \\ Y_j \notin X}}^{M} 1$ és $\forall i(1 \le i \le Db)$: ($Z_i \in X$ vagy $Z_i \in Y$) és HalmazE(Z)

Az első Db elemet használva

12. Unió

Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek legalább az egyik halmazban szerepelnek!

Specifikáció:

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $Y_{1..M} \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z_{1..N+M} \in H^{N+M}$
- Előfeltétel: HalmazE(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db = N + \sum_{\substack{j=1 \\ Y_j \notin X}}^{M} 1$ és $\forall i (1 \le i \le Db): (Z_i \in X \text{ vagy } Z_i \in Y)$ és HalmazE(Z)

Specifikáció$_2$:

- Utófeltétel$_2$: $\mathbf{(}Db,Z\mathbf{)}=\text{Unió}(N,X,M,Y)$

Specifikáció$_3$:

- Utófeltétel$_2$: $\mathbf{(}Db,Z\mathbf{)} = X + \underset{\substack{j=1 \\ Y_j \notin X}}{\overset{M}{\text{Kiválogat}}}\, Y_j$

12. Unió

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $Y_{1..M} \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z_{1..N+M} \in H^{N+M}$
- Előfeltétel: HalmazE(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db = N + \sum_{\substack{j=1 \\ Y_j \notin X}}^{M} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db): (Z_i \in X \text{ vagy } Z_i \in Y)$ és HalmazE(Z)

Másolás tétel!

Z:=X; Db:=N

j=1..M

i:=1

i≤N és X[i]≠Y[j]

i:=i+1

i>N

I | N

Db:=Db+1 | —

Z[Db]:=Y[j]

Változó
i,j:**Egész**

Kiválogatás tétel!

Eldöntés tétel!

12. Unió

Feladatvariációk:

- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk az elemek együttes számát!
- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk a különbségüket (X\Y)!
- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk azon elemeket, amelyek pontosan az egyikben vannak! ($X \setminus Y \cup Y \setminus X$)

Programozási tételek

- **Sorozat → sorozat**

7. Másolás – függvényszámítás
8. Kiválogatás
9. Rendezés (később lesz)

- **Sorozat → sorozatok**

10. Szétválogatás

- **Sorozatok → sorozat**

11. Metszet
12. Unió