

Név: ....., NEPTUN-kód .....

Csoport, gyak.vez.: .....

Pontszám: .....

*Programtervező informatikus szak I. évfolyam*  
*Matematikai alapok javító zárthelyi* a 2. zh anyagából  
2020. január 3.

Minden feladathoz indoklást, levezetést kérünk.

A 6. feladat (tételkimondás és bizonyítás) megoldását csak e feladatlap hátoldalára írva fogadjuk el.

1. a) (6 pont) A műveletek elvégzésével számítsuk ki az alábbi komplex szám értékét (az eredményt algebrai alakban kérjük):

$$z = \frac{1}{(|4 - 3i| - 3)^{2020}} \cdot \left( \frac{7 + i}{3 + 4i} \right)^{2020} \cdot \left( \frac{1 + 3i}{2 + i} \right)^{2020}$$

- b) (5 pont) Oldjuk meg az  $5x^3 + 3x^2 - 3x - 5 = 0$  egyenletet a komplex számok halmazán.

2. (7 pont) Legyen  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ .

Számítsuk ki:  $(AB^T)^{-1} \cdot (2A - B)$ .

3. a) (4 pont) Altér-e  $\mathbb{R}^4$ -ben az alábbi részhalmaz?

$$S := \{x = (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1x_2 + x_3x_4 \geq 0\}$$

- b) (5 pont) Adjunk meg véges generátorrendszert  $\mathbb{R}^4$  alábbi altérében:

$$W := \{(x - y, x + y + 2z, y + z, x) \mid x, y, z \in \mathbb{R}, x - y + 2z = 0\}$$

4. (6 pont) Döntsük el, hogy a következő vektorrendszer bázist alkot-e  $\mathbb{R}^4$ -ben:

$$x_1 = (2, 2, 1, 4), \quad x_2 = (1, -1, 1, -1), \quad x_3 = (1, 1, 1, 1), \quad x_4 = (2, 1, 1, 3)$$

5. (10 pont) a) Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszert Gauss-Jordan eliminációval, írjuk fel a megoldást skalár alakban. b) Írjuk fel a megoldást vektor alakban is. c) Írjuk fel az egyenletrendszer együtthatómátrixát. d) Mennyi az együtthatómátrix rangja? e) Adjuk meg az egyenletrendszerhez tartozó homogén egyenletrendszer megoldáshalmazának  $(\mathcal{M}_h)$  egy bázisát. f) Hány dimenziós az  $\mathcal{M}_h$  altér?

$$\begin{array}{rrrrrrr} 3x_1 & - & x_2 & - & 2x_3 & + & 2x_4 & + & 4x_5 & = & 1 \\ 5x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & + & 4x_4 & + & 7x_5 & = & 4 \\ \hline x_1 & - & x_2 & + & 8x_3 & + & 2x_4 & + & 2x_5 & = & 5 \end{array}$$

6. (7 pont) Tételkimondás és bizonyítás (a megoldást kérjük e feladatlap hátoldalára írni):  
Az egyértelmű előállítás tétele.