A számításelmélet alapjai 2.

10. gyakorlat

1.feladat:

Lássuk be, hogy az alábbi halmazok számossága megegyezik!

a) |N| = |{ 2*n | n ∈N }|

0,1,2,3,4,….,25,..

0,2,4,6,8,…..,50,…

b) |N| = | N x N |

(3,0)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)
(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
(1,0)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
(0,0)	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(0,4)

x+y=k

(0,0), (1,0), (0,1), ..., (3,4), ….. , (x,y)

0, 1, 2, … , (1+2+3+4+5+6+7) +5=26 , f(x,y)=($\sum_{i=1}^{x+y} i$) +y+1

c) |N| = |Q|

d) |$\mathcal{P}$(N)| > |N| //hatványhalmaz számossága nagyobb

e) |{0,1}* | = |N| // véges bitsorozatok halmaza megszámlálható

ε, 0, 1 , 00, 01 , 10 ,11, 000, …., 111, 0000….., 1111, ….., 010101110111 //lexikografikus felsorolás
0, 1, 2, 3,……………, 2^3-1……, 14, 2^4-1,….., 30, ….

2. feladat:

Legyen D_{fin} azon végtelen hosszú bitsztringek (azaz 0-t és 1-et tartalmazó végtelen szavak) halmaza, melyekben véges sok 0 van. Mi a D_{fin} halmaz számossága?

Megoldás: Vegyük észre, hogy megadható egy bijekció D_{fin} és a következő halmaz között: A = {ε}∪{u0 | u ∈ {0,1}∗} (azaz minden D_{fin}-beli szó azonosítható a leghosszabb olyan prefixével, ami nem 1-esre végződik). Mivel az A halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen, ezért D_{fin} számossága is az.

Következmény: |TG| = |N| // megszámlálhatóan sok Turing gép van.