A számításelmélet alapjai 2.

9. gyakorlat

Turing gépek elkódolása

Adott az M=<{q_0,q_1,igen,nem},{a,b}{a,b,ü},δ,0,q_i,q_n> Turing-gép. A gép átmeneti függvényét pedig az alábbi bitsorozat kódolja (a kódolás az előbbi felsorolásoknak megfelelően történik és feltesszük, hogy a fej irányai az L,S,R sorrendben vannak kódolva):

M gép kódolva =
010101001000**11**01001001001000**11**01000100001000100**11**0010100101000**11**
001001001001000**11**00100010001000100
δ(q_0,a) = (q_0,b,R) *δ(q_0,b) = (q_0,b,R)* *δ(q_0,ü) = (q_n,ü,S) ...*

a) Írja fel táblázatosan a gép átmeneti függvényét!

δ	a	b	ü
0	0 b →	1 b →	nem ü —
1	1 a →	1 b →	igen ü —

b) Mit számol ki a gép az **aab** szóra? *bbb*

c) Milyen nyelvet ismer fel? *Legalább egy b van a szóban.*

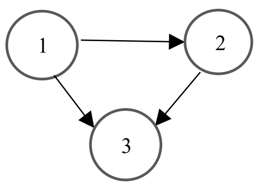
d) Általánosan adja meg, hogy mit számol ki a gép egy tetszőleges szóra!
$f(a^k b(a|b)^m) = b^{k+1}a^m$, ahol k>=0 és m>=0
$f(a^k) = b^k$, ahol k>=0

<u>1. feladat:</u> Adott a következő *valós* probléma. Egy irányított gráfról el kell dönteni, hogy van-e benne ***levél*** csúcs, azaz amiből nem vezet ki él. Szóproblémává fogalmazva a feladatot, azok a jó szavak, amelyek olyan gráfot kódolnak, amelyben van levél.
A kódolás a következőképpen történik. Megadjuk, hogy hány csúcs van a gráfban. Ezt a számot *binárisan kódoljuk* a **g**, **h** jelekkel. A ***0*** bit kódja ***gg***, az ***1*** bit kódja ***hh***, a terminátor jel a ***gh***. (Például így a 2 kódja a következő: *hhgg*. Az 5,15 kódja: hhgghh*gh*hhhhhhhh.) A csúcsok számának megadása után sorfolytonosan megadjuk a gráf csúcsmátrixát. Ha i-ből j-be vezet él, akkor a mátrix i-edik sor j-edik oszlopába az 1-es bitet írjuk (kódja: hh), ha nem, akkor a 0 bitet (kódja: gg).

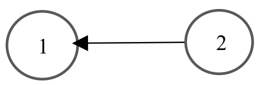
a) Jó szó-e a következő? Indoklásként rajzolja fel a gráfot!
hhhhghgghhhhggggghhgggggg

Megoldás: Jó szó, mert a 3-as csúcs levél.

$$n=3 \quad \begin{matrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$



b) Adja meg, hogy melyik szó felelne meg annak a konkrét esetnek, amikor 2 csúcspontunk van és a 2-es pontból vezet él az 1 pontba!



Megoldás: hhggghggggghhgg

2. feladat: Adott az M=<{0,1,igen,nem},{a,b}{a,b,ü},δ,0,igen,nem> Turing-gép. A gép átmeneti függvényét pedig az alábbi bitsorozat kódolja *unárisan* a halmazok előbbi felsorolásoknak megfelelően és feltesszük, hogy a fej irányai az L,S,R sorrendben vannak kódolva:

010100101000**11**010010101000**11**01000100001000100**11**0010100101000**11**0010010101000**11**00100010001000100

a) Írja fel táblázatosan a gép átmeneti függvényét!

δ	a	b	ü
0	1 a R	0 a R	nem ü S
1	1 a R	0 a R	igen ü S

b) Mit számol ki a gép az **bba** szóra? *aaa*

c) Mi a felismert nyelv? L(M)={ua| u ∈ {a,b}*}

d) Általánosan is adja meg, hogy mit számol ki a gép egy tetszőleges szóra!
*$f(u)=a^k$, ahol $k=\ell(u)$ és u ∈ {a,b}**

3. feladat: Készítsünk egy M Turing gépet, amely az ***f(u) = ub*** (u ∈ {a,b}*) függvényt számítja ki!

Megoldás: M=<{ 0, igen, nem}, {0,1}, {0,1,ü}, δ, 0, igen, nem >

δ	a	b	ü
0	0 a R	0 b R	igen **b** S

4. feladat: Készítsünk egy M Turing gépet, amely az f (w) = ww függvényt számítja ki (w∈{a,b}*).

1. *Megoldás:* Ötlet: Legyen két szalagos a gép. Jobbra haladva másoljuk át a szót a második szalagra. Váltsunk állapotot és menjünk az első szalagon a szó elejére, a második szalagon ne mozogjon a fej. Állapotváltás után menjünk megint jobbra a szalagon és ismét másoljuk le a szót a második szalagra. Futási idő: O(n).

2. Házi feladat: Készítsünk egy szalagos Turingépet a fenti feladatra!

5. feladat: Készítsünk TG-et, amely mindig megáll, és megálláskor az input szó olvasható a szalagon, de egy cellával jobbra tolva! (Σ = {0,1})

Megoldás: M=<{ q_s, q_0, q_1, q_i, q_n}, {0,1}, {0,1,ü}, δ, q_s, q_i, q_n >

δ	0	1	ü
q_s	q_0 ü R	q_1 ü R	q_i ü R
q_0	q_0 0 R	q_1 0 R	q_i 0 R
q_1	q_0 1 R	q_1 1 R	q_i 1 R