

# Logika második minta ZH

## 1 Ítéletkalkulus

a) Címkezzük fel a meglévő lépéseket, majd fejezzük be a következő ítéletkalkulusbeli levezetést!

$$\{X \supset (Y \supset Z), Y\} \vdash_0 X \supset (Y \vee Z)$$

1.  $(X \supset (Y \supset (Y \vee Z))) \supset ((X \supset Y) \supset (X \supset (Y \vee Z)))$
2.  $Y \supset (Y \vee Z)$
3.  $(Y \supset (Y \vee Z)) \supset (X \supset (Y \supset (Y \vee Z)))$
4.  $(X \supset (Y \supset (Y \vee Z)))$

b) Adott a következő szintaktikus következmény:

$$\{\neg\neg(A \supset B) \wedge C, \neg B\} \vdash_0 \neg A$$

Igazolja ítéletkalkulus segítségével, hogy a fenti levezetés megkonstruálható!

### 1.1 Axiómasémák

- (A1)  $A \supset (B \supset A)$   
(A2)  $(A \supset (B \supset C)) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C))$   
(A3)  $(\neg A \supset B) \supset ((\neg A \supset \neg B) \supset A)$

- (B1)  $A \supset A$   
(B2)  $(A \supset B) \supset ((B \supset C) \supset (A \supset C))$   
(B3)  $A \supset \neg\neg A$   
(B4)  $\neg\neg A \supset A$   
(B5)  $(A \supset B) \supset (\neg\neg A \supset \neg\neg B)$

- (C1)  $A \supset (B \supset A \wedge B)$   
(C2)  $A \wedge B \supset A$   
(C3)  $A \wedge B \supset B$

- (D1)  $B \supset A \vee B$   
(D2)  $A \supset A \vee B$   
(D3)  $(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset (A \vee B \supset C))$

**A ZH a következő oldalon folytatódik!**

## 2 Természetes levezetés

Adott a következő szintaktikus következmény:

$$\{(A \supset B) \vee (\neg A \wedge \neg C)\} \vdash_0 A \supset C \vee B$$

Igazolja természetes levezetéssel, hogy a levezetés megkonstruálható!

	<i>bevezető szabályok</i>	<i>alkalmazó szabályok</i>
$(\supset b)$	$\frac{\Gamma, A \vdash_0 B}{\Gamma \vdash_0 A \supset B}$	$(\supset a) \frac{\Gamma \vdash_0 A \quad \Gamma \vdash_0 A \supset B}{\Gamma \vdash_0 B}$
$(\wedge b)$	$\frac{\Gamma \vdash_0 A \quad \Gamma \vdash_0 B}{\Gamma \vdash_0 A \wedge B}$	$(\wedge a) \frac{\Gamma, A, B \vdash_0 C}{\Gamma, A \wedge B \vdash_0 C}$
$(\vee b)$	$\frac{\Gamma \vdash_0 A}{\Gamma \vdash_0 A \vee B} \quad \frac{\Gamma \vdash_0 B}{\Gamma \vdash_0 A \vee B}$	$(\vee a) \frac{\Gamma, A \vdash_0 C \quad \Gamma, B \vdash_0 C}{\Gamma, A \vee B \vdash_0 C}$
$(\neg b)$	$\frac{\Gamma, A \vdash_0 B \quad \Gamma, A \vdash_0 \neg B}{\Gamma \vdash_0 \neg A}$	$(\neg a) \frac{\Gamma \vdash_0 \neg \neg A}{\Gamma \vdash_0 A}$

## 3 Ítéletlogikai rezolúció

Bizonyítsuk a következő szemantikus következményt rezolúciós kalkulussal! Mindenképpen két különböző levezetést adjunk meg!

$$\{\neg A \vee B, \neg A \supset C\} \models \neg \neg B \vee C$$

- Készítsünk levezetést egységrezolúciós stratégiával!
- Készítsünk az előző levezetéstől különböző levezetést lineáris inputrezolúciós stratégiával!

## 4 Elsőrendű rezolúció

Adott a következő változóiban tiszta klózhalmaz:

$$S := \{\neg P(x) \vee Q(x, f(x)), P(y) \vee \neg Q(\bar{a}, g(z)), \neg R(f(t)) \vee P(g(t)), \neg Q(g(\bar{a}), s), R(w)\}$$

, ahol  $\bar{a}$  konstans szimbólum.

A legáltalánosabb illesztési algoritmus alkalmazásával készítsen elsőrendű rezolúciós levezetést a  $S$  klózhalmazhoz! A helyettesítést mindenhol írja le!