Természetes levezetés

Gyakorlat

Logika

2021/2022 1. félév

Természetes levezetés alapjai

az azonosság törvénye

$$\Gamma, A \vdash_0 A$$

a bővítés szabálya

$$\frac{\Gamma \vdash_0 A}{\Gamma, B \vdash_0 A}$$

a szűkítés szabálya

$$\frac{\Gamma, B, B, \Delta \vdash_0 A}{\Gamma, B, \Delta \vdash_0 A}$$

a felcserélés szabálya

$$\frac{\Gamma, B, C, \Delta \vdash_0 A}{\Gamma, C, B, \Delta \vdash_0 A}$$

a vágás szabálya

$$\frac{\Gamma \vdash_0 A \qquad \Delta, A \vdash_0 B}{\Gamma, \Delta \vdash_0 B}$$

bevezető szabályok		*alkalmazó szabályok*	
$(\supset b)$	$\frac{\Gamma, A \vdash_0 B}{\Gamma \vdash_0 A \supset B}$	$(\supset a)$	$\frac{\Gamma \vdash_0 A \qquad \Gamma \vdash_0 A \supset B}{\Gamma \vdash_0 B}$
$(\wedge b)$	$\frac{\Gamma \vdash_0 A \qquad \Gamma \vdash_0 B}{\Gamma \vdash_0 A \wedge B}$	$(\wedge a)$	$\frac{\Gamma, A, B \vdash_0 C}{\Gamma, A \wedge B \vdash_0 C}$
$(\vee b)$	$\frac{\Gamma \vdash_0 A}{\Gamma \vdash_0 A \vee B} \qquad \frac{\Gamma \vdash_0 B}{\Gamma \vdash_0 A \vee B}$	$(\vee a)$	$\frac{\Gamma, A \vdash_0 C \qquad \Gamma, B \vdash_0 C}{\Gamma, A \vee B \vdash_0 C}$
$(\neg b)$	$\frac{\Gamma, A \vdash_0 B \qquad \Gamma, A \vdash_0 \neg B}{\Gamma \vdash_0 \neg A}$	$(\neg a)$	$\frac{\Gamma \vdash_0 \neg\neg A}{\Gamma \vdash_0 A}$

bevezető szabályok		*alkalmazó szabályok*	
$(\forall b)$	$\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash \forall x A} \quad (x \notin Par(\Gamma))$	$(\forall a)$	$\frac{\Gamma \vdash \forall x A}{\Gamma \vdash [A(x \parallel t)]}$
$(\exists b)$	$\frac{\Gamma \vdash [A(x \parallel t)]}{\Gamma \vdash \exists x A}$	$(\exists a)$	$\frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma, \exists x A \vdash B} \quad (x \notin Par(\Gamma, B))$

- Levezetési szabály két része: felső - premisszák, alsó - konklúzió (Ha a felső levezetés megkonstruálható, akkor az alsó is.)
- Levezetési szabályokat lentről felfele fogjuk alkalmazni
- Három szabály, amelynek a használata nem egyértelmű: $(\supset a)$, $(\neg b)$ és vágás szabálya

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

$\vdash_0 A \supset A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b)\ \frac{}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b)\ \frac{A \vdash_0 A}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$\neg\neg A \vdash_0 A$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a)\ \dfrac{}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a)\ \dfrac{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b)\ \frac{\dfrac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a)\ \frac{\dfrac{\checkmark}{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

$$A \vdash_0 \neg\neg A$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

$$(\neg b)\ \dfrac{}{A \vdash_0 \neg\neg A}$$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b)\ \frac{\dfrac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

$$(\neg b)\ \frac{A, \neg A \vdash_0 A}{A \vdash_0 \neg\neg A}$$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a)\ \frac{\dfrac{\checkmark}{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

$$(\neg b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{A, \neg A \vdash_0 A}}{A \vdash_0 \neg\neg A}$$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

$$(\neg b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{A, \neg A \vdash_0 A} \qquad A, \neg A \vdash_0 \neg A}{A \vdash_0 \neg\neg A}$$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

Egyszerű levezetések

- **B1:** $\vdash_0 A \supset A$

$$(\supset b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{A \vdash_0 A}}{\vdash_0 A \supset A}$$

- **B3:** $A \vdash_0 \neg\neg A$

$$(\neg b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{A, \neg A \vdash_0 A} \qquad \dfrac{\checkmark}{A, \neg A \vdash_0 \neg A}}{A \vdash_0 \neg\neg A}$$

- **B4:** $\neg\neg A \vdash_0 A$

$$(\neg a)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{\neg\neg A \vdash_0 \neg\neg A}}{\neg\neg A \vdash_0 A}$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\frac{}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C}\ (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\dfrac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C}\ (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\dfrac{\dfrac{}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}\ (\supset a)}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C}\ (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\dfrac{\dfrac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}\ (\supset a)}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C}\ (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\dfrac{\dfrac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \qquad \{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}\,(\supset a)}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C}\,(\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\dfrac{\dfrac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \qquad \dfrac{\checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C}}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}\ (\supset a)}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C}\ (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B}\,(\supset b) \qquad \dfrac{\checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C}}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}\,(\supset a)}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C}\,(\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B}\,(\supset b) \qquad \dfrac{\checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C}}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}\,(\supset a)}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C}\,(\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$
\dfrac{
  \dfrac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A \qquad \{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A \supset B}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B}\,(\supset b)
  \qquad
  \dfrac{\checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C}
}{
  \dfrac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C}\,(\supset b)
}\,(\supset a)
$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$
\dfrac{
\dfrac{
\dfrac{\checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A}
\qquad
\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A \supset B
}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B}\ (\supset b)
\qquad
\dfrac{\checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C}
}{
\dfrac{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C}\ (\supset b)
}\ (\supset a)
$$

Összetettebb levezetés

B2: $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C$

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{\checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A} \qquad \cfrac{\checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 A \supset B}}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B}\ (\supset b) \qquad \cfrac{\checkmark}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 B \supset C}}{\{A \supset B, B \supset C, A\} \vdash_0 C}\ (\supset a)}{\{A \supset B, B \supset C\} \vdash_0 A \supset C}\ (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\dfrac{}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B}\ (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\frac{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B} \ (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\cfrac{\cfrac{}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}\ (\neg b)}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B}\ (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\dfrac{\dfrac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}\ (\neg b)}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B}\ (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\dfrac{\dfrac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B \qquad A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}\,(\neg b)}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B}\,(\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\cfrac{\cfrac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B \qquad \cfrac{\checkmark}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B}}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}\ (\neg b)}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B}\ (\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$\dfrac{\dfrac{(\supset a)\,\dfrac{}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B} \qquad \dfrac{\checkmark}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B}}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}\,(\neg b)}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B}\,(\supset b)$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B}\,(\supset a) \qquad \dfrac{\checkmark}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B}}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}\,(\neg b)}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B}\,(\supset b)}{}
$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$
\dfrac{(\supset a)\,\dfrac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A \qquad A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A \supset B}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B} \qquad \dfrac{\checkmark}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B}}{\dfrac{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B}\,(\supset b)}\,(\neg b)
$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$
\cfrac{
  \cfrac{
    A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A
    \qquad
    \cfrac{\checkmark}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A \supset B}
  }{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B}\,(\supset a)
  \qquad
  \cfrac{\checkmark}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B}
}{
  \cfrac{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B}\,(\supset b)
}\,(\neg b)
$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{(\neg a)\;\dfrac{}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A} \qquad \dfrac{\checkmark}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A \supset B}}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B}\,(\supset a) \qquad \dfrac{\checkmark}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B}}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}\,(\neg b)}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B}\,(\supset b)
$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg\neg A}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A}\,(\neg a) \qquad \dfrac{\checkmark}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A \supset B}}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B}\,(\supset a) \qquad \dfrac{\checkmark}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B}}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}\,(\neg b)}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B}\,(\supset b)
$$

Összetettebb levezetés

B5: $\{A \supset B\} \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{(\neg a)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg\neg A}}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A} \qquad \dfrac{\checkmark}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 A \supset B}}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 B}\ (\supset a) \qquad \dfrac{\checkmark}{A \supset B, \neg\neg A, \neg B \vdash_0 \neg B}}{A \supset B, \neg\neg A \vdash_0 \neg\neg B}\ (\neg b)}{A \supset B \vdash_0 \neg\neg A \supset \neg\neg B}\ (\supset b)
$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$(\wedge b)\ \dfrac{}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$(\wedge b)\ \frac{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$(\wedge b)\ \frac{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C \qquad (A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$(\wedge b)\ \dfrac{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C \qquad \dfrac{\cdots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$
(\wedge b)\;\dfrac{(\supset b)\;\dfrac{}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad \dfrac{\cdots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}
$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$
(\wedge b)\ \dfrac{(\supset b)\ \dfrac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad \dfrac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}
$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$
(\wedge b)\,\dfrac{(\supset b)\,\dfrac{(\supset a)\,\dfrac{}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad \dfrac{\ldots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}
$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$
\cfrac{(\wedge b)\ \cfrac{(\supset b)\ \cfrac{(\supset a)\ \cfrac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A \vee B}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad \cfrac{\cdots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}
$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$
\dfrac{(\supset b)\ \dfrac{(\supset a)\ \dfrac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A \vee B \qquad (A \vee B) \supset C, A \vdash_0 (A \vee B) \supset C}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad \dfrac{\ldots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}\ (\wedge b)
$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$
(\wedge b)\,\dfrac{(\supset b)\,\dfrac{(\supset a)\,\dfrac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A \vee B \qquad \dfrac{\checkmark}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 (A \vee B) \supset C}}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad \dfrac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}
$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$(\wedge b)\,\dfrac{(\supset b)\,\dfrac{(\supset a)\,\dfrac{(\vee b)\,\dfrac{}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A \vee B} \qquad \dfrac{\checkmark}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 (A \vee B) \supset C}}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad \dfrac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$
(\wedge b)\;\dfrac{(\supset b)\;\dfrac{(\supset a)\;\dfrac{(\vee b)\;\dfrac{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A \vee B} \qquad \dfrac{\checkmark}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 (A \vee B) \supset C}}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad \dfrac{\ldots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}
$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$
(\wedge b)\ \dfrac{(\supset b)\ \dfrac{(\supset a)\ \dfrac{(\vee b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A}}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 A \vee B} \qquad \dfrac{\checkmark}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 (A \vee B) \supset C}}{(A \vee B) \supset C, A \vdash_0 C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad \dfrac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}
$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$(\wedge b)\ \dfrac{\dfrac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad (A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$(\wedge b)\ \dfrac{\dfrac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad (\supset b)\ \dfrac{}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$
(\wedge b)\ \dfrac{\dfrac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad (\supset b)\ \dfrac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}
$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$(\wedge b)\ \dfrac{\dfrac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad (\supset b)\ \dfrac{(\supset a)\ \dfrac{}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$
(\wedge b)\;\dfrac{\dfrac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad (\supset b)\;\dfrac{(\supset a)\;\dfrac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 A \vee B \qquad \qquad}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}
$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$
(\wedge b)\ \dfrac{\dfrac{\ldots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad (\supset b)\ \dfrac{(\supset a)\ \dfrac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 A \vee B \qquad (A \vee B) \supset C, B \vdash_0 (A \vee B) \supset C}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}
$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:

$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$
(\wedge b)\ \dfrac{\dfrac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad (\supset b)\ \dfrac{(\supset a)\ \dfrac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 A \vee B \qquad \dfrac{\checkmark}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 (A \vee B) \supset C}}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}
$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$
(\wedge b)\ \dfrac{\dfrac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad (\supset b)\ \dfrac{(\supset a)\ \dfrac{(\vee b)\ \dfrac{}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 A \vee B} \qquad \dfrac{\checkmark}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 (A \vee B) \supset C}}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}
$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$
(\wedge b)\;\dfrac{\dfrac{\cdots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad (\supset b)\;\dfrac{(\supset a)\;\dfrac{(\vee b)\;\dfrac{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 B}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 A \vee B} \qquad \dfrac{\checkmark}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 (A \vee B) \supset C}}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}
$$

1. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő levezetés helyes:
$\{(A \vee B) \supset C\} \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$

$$
(\wedge b)\,\dfrac{\dfrac{\dots}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 A \supset C} \qquad (\supset b)\,\dfrac{(\supset a)\,\dfrac{(\vee b)\,\dfrac{\dfrac{\checkmark}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 B}}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 A \vee B} \qquad \dfrac{\checkmark}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 (A \vee B) \supset C}}{(A \vee B) \supset C, B \vdash_0 C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 B \supset C}}{(A \vee B) \supset C \vdash_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)}
$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$(\supset b)\ \frac{}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$(\supset b)\ \frac{A \vdash_0 \neg A \supset B}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$
(\supset b)\ \dfrac{(\supset b)\ \dfrac{}{A \vdash_0 \neg A \supset B}}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}
$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$
(\supset b)\ \dfrac{(\supset b)\ \dfrac{A, \neg A \vdash_0 B}{A \vdash_0 \neg A \supset B}}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}
$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{A, \neg A \vdash_0 B}\,(\neg a)}{A \vdash_0 \neg A \supset B}\,(\supset b)}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}\,(\supset b)
$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{A, \neg A \vdash_0 \neg\neg B}{A, \neg A \vdash_0 B}(\neg a)}{A \vdash_0 \neg A \supset B}(\supset b)}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}(\supset b)$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$(\supset b)\ \dfrac{(\supset b)\ \dfrac{(\neg a)\ \dfrac{(\neg b)\ \dfrac{}{A, \neg A \vdash_0 \neg\neg B}}{A, \neg A \vdash_0 B}}{A \vdash_0 \neg A \supset B}}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$
\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{A, \neg A, \neg B \vdash_0 A}{A, \neg A \vdash_0 \neg\neg B}\,(\neg b)}{A, \neg A \vdash_0 B}\,(\neg a)}{A \vdash_0 \neg A \supset B}\,(\supset b)}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}\,(\supset b)
$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$(\supset b)\ \dfrac{(\supset b)\ \dfrac{(\neg a)\ \dfrac{(\neg b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{A, \neg A, \neg B \vdash_0 A}}{A, \neg A \vdash_0 \neg\neg B}}{A, \neg A \vdash_0 B}}{A \vdash_0 \neg A \supset B}}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$
\begin{array}{c}
(\supset b)\,\dfrac{(\supset b)\,\dfrac{(\neg a)\,\dfrac{(\neg b)\,\dfrac{\dfrac{\checkmark}{A, \neg A, \neg B \vdash_0 A} \qquad A, \neg A, \neg B \vdash_0 \neg A}{A, \neg A \vdash_0 \neg\neg B}}{A, \neg A \vdash_0 B}}{A \vdash_0 \neg A \supset B}}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}
\end{array}
$$

2. Feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható: $A \supset (\neg A \supset B)$

$$
\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{\checkmark}{A, \neg A, \neg B \vdash_0 A} \qquad \cfrac{\checkmark}{A, \neg A, \neg B \vdash_0 \neg A}}{A, \neg A \vdash_0 \neg\neg B}\,(\neg b)}{A, \neg A \vdash_0 B}\,(\neg a)}{A \vdash_0 \neg A \supset B}\,(\supset b)}{\vdash_0 A \supset (\neg A \supset B)}\,(\supset b)
$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$\dfrac{}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}\ (\neg b)$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$(\neg b)\ \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$(\neg b)\ \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A \qquad F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 \neg A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$(\neg b)\ \frac{\dfrac{\dots}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A} \qquad F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 \neg A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$(\neg b)\ \dfrac{\dfrac{\dots}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A} \qquad \dfrac{\checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 \neg A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$(\neg b)\ \frac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$
(\supset a)\ \dfrac{}{(\neg b)\ \dfrac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}}
$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$
(\neg b)\ \cfrac{(\supset a)\ \cfrac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}
$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$\cfrac{(\supset a)\ \cfrac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \qquad F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}\ (\neg b)$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$(\neg b)\ \dfrac{(\supset a)\ \dfrac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \qquad \dfrac{\checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K}(\supset a) \qquad \dfrac{\checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}(\supset a)}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}(\neg b)
$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$
\dfrac{(\supset a)\ \dfrac{(\supset a)\ \dfrac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 F}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K} \qquad \dfrac{\checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}\ (\neg b)
$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$(\neg b)\;\dfrac{(\supset a)\;\dfrac{(\supset a)\;\dfrac{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 F \qquad F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 F \supset K}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K} \qquad \dfrac{\checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$
(\neg b)\ \dfrac{(\supset a)\ \dfrac{(\supset a)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 F} \qquad F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 F \supset K}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K} \qquad \dfrac{\checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}
$$

3. Feladat

Vizsgáljuk meg a szokásos "nyomozós" feladatot:
$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$

$$
(\neg b)\ \dfrac{(\supset a)\ \dfrac{(\supset a)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 F} \qquad \dfrac{\checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 F \supset K}}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K} \qquad \dfrac{\checkmark}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 K \supset A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A, F \vdash_0 A}}{F \supset K, K \supset A, \neg A \vdash_0 \neg F}
$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$\frac{}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\ (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$\dfrac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\ (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$\dfrac{\dfrac{}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\,(\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\,(\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$\dfrac{\dfrac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\,(\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\,(\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}\ (\neg a)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\ (\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\ (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}\ (\neg a)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\ (\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\ (\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C}\;(\neg b)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}\;(\neg a)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\;(\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\;(\supset b)
$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dots}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)}}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C}\,(\neg b)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}\,(\neg a)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\,(\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\,(\supset b)
$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dots}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)} \qquad \neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C))}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C}\,(\neg b)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}\,(\neg a)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\,(\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\,(\supset b)
$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dots}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)} \qquad \dfrac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C))}}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C}\,(\neg b)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}\,(\neg a)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\,(\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\,(\supset b)
$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$
\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C) \qquad \cfrac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C))\ldots \vdash \neg(\ldots)}}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C}\,(\neg b)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}\,(\neg a)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\,(\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\,(\supset b)
$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)}\,(\wedge b) \qquad \dfrac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C))\ldots \vdash \neg(\ldots)}}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C}\,(}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}\,(\neg a)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\,(\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\,(\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\neg(A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A}{\neg(A \land (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \land (B \supset \neg C)}\,(\land b) \qquad \dfrac{\checkmark}{\neg(A \land (B \supset \neg C))\ldots \vdash \neg(\ldots)}}{\neg(A \land (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C}\,(}{\neg(A \land (B \supset \neg C)), A \vdash C}\,(\neg a)}{\neg(A \land (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\,(\supset b)}{\vdash \neg(A \land (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\,(\supset b)$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$
\dfrac{
  \dfrac{
    \dfrac{
      \dfrac{
        \dfrac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \qquad \neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)}\ (\wedge b)
        \qquad
        \dfrac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C))\ldots \vdash \neg(\ldots)}
      }{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C}\ (
    }{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}\ (\neg a)
  }{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\ (\supset b)
}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\ (\supset b)
$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A} \qquad \dfrac{}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C}}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)}\,(\wedge b) \qquad \dfrac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C))\ldots \vdash \neg(\ldots)}}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C}}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}\,(\neg a)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\,(\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\,(\supset b)
$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A} \qquad \dfrac{}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C}\,(\supset b)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)}\,(\wedge b) \qquad \dfrac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C))\ldots \vdash \neg(\ldots)}}{\dfrac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C}{\dfrac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\,(\supset b)}\,(\neg a)}}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\,(\supset b)
$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A} \qquad \dfrac{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C, B \vdash \neg C}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C}\ (\supset b)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)}\ (\wedge b) \qquad \dfrac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C))\ldots \vdash \neg(\ldots)}}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C}}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}\ (\neg a)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\ (\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\ (\supset b)
$$

4. feladat

Bizonyítsuk, hogy a következő formula bizonyítható:
$\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A} \qquad \dfrac{\dfrac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C, B \vdash \neg C}\;(\supset b)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash B \supset \neg C}}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A, \neg C \vdash A \wedge (B \supset \neg C)}\;(\wedge b) \qquad \dfrac{\checkmark}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C))\ldots \vdash \neg(\ldots)}}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash \neg\neg C}}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)), A \vdash C}\;(\neg a)}{\neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \vdash A \supset C}\;(\supset b)}{\vdash \neg(A \wedge (B \supset \neg C)) \supset (A \supset C)}\;(\supset b)
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$(\wedge b)\ \frac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$(\wedge b)\ \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$(\wedge b)\ \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \qquad \exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
(\wedge b)\ \dfrac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \qquad \dfrac{\cdots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
(\wedge b)\ \dfrac{(\exists b)\ \dfrac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)} \qquad \dfrac{\cdots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$\dfrac{(\exists b)\ \dfrac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)} \qquad \dfrac{\dots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}\ (\wedge b)$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
\dfrac{\dfrac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)}(\exists b) \quad \dfrac{\dots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}(\wedge b)
$$

$(\exists a)$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
\dfrac{
  (\wedge b)\;
  \dfrac{
    (\exists b)\;\dfrac{
      (\exists a)\;\dfrac{\text{Nem valid lépés, mert } x \in Par(P(x))!}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(x)}
    }{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)}
    \qquad
    \dfrac{\ldots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}
  }{}
}{}
$$

$$\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
\dfrac{(\exists b)\ \dfrac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)} \qquad \dfrac{\cdots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}\ (\wedge b)
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \land \exists xR(x)$

$$
\dfrac{(\exists b)\ \dfrac{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 P(y)}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \qquad \dfrac{\dots}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)}}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \land \exists xR(x)}\ (\land b)
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
(\wedge b)\;\dfrac{(\exists b)\;\dfrac{(\exists a)\;\dfrac{}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(y)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)} \qquad \dfrac{\dots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
\dfrac{
  (\exists b)\ \dfrac{(\exists a)\ \dfrac{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 P(y)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(y)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)}
  \qquad
  \dfrac{\dots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}
}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}\ (\wedge b)
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
\dfrac{
  \dfrac{
    \dfrac{
      \dfrac{}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 P(y)}(\wedge a)
    }{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(y)}(\exists a)
  }{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)}(\exists b)
  \qquad
  \dfrac{\dots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}
}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}(\wedge b)
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \land \exists xR(x)$

$$
(\land b)\ \dfrac{(\exists b)\ \dfrac{(\exists a)\ \dfrac{(\land a)\ \dfrac{P(x), R(x) \vdash_0 P(y)}{P(x) \land R(x) \vdash_0 P(y)}}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 P(y)}}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x)} \qquad \dfrac{\dots}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)}}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \land \exists xR(x)}
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$(\wedge b)\;\dfrac{(\exists b)\;\dfrac{(\exists a)\;\dfrac{(\wedge a)\;\dfrac{\dfrac{\text{Nem jó!}}{P(x), R(x) \vdash_0 P(y)}}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 P(y)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(y)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)} \qquad \dfrac{\ldots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$

$$\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$

$$(\exists a)\ \frac{}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$(\exists a)\ \frac{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$\cfrac{(\wedge a)\ \cfrac{}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}\ (\exists a)$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
(\exists a)\ \dfrac{(\wedge a)\ \dfrac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}\,(\wedge b)}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}\,(\wedge a)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}\,(\exists a)
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$(\exists a)\ \dfrac{(\wedge a)\ \dfrac{(\wedge b)\ \dfrac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
(\exists a)\ \dfrac{(\wedge a)\ \dfrac{(\wedge b)\ \dfrac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \qquad P(x), R(x) \vdash_0 \exists x R(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
\dfrac{
  \dfrac{
    \dfrac{
      (\exists b)\ \dfrac{}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x)}
      \qquad
      P(x), R(x) \vdash_0 \exists x R(x)
    }{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}\ (\wedge b)
  }{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}\ (\wedge a)
}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}\ (\exists a)
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$(\exists a)\ \dfrac{(\wedge a)\ \dfrac{(\wedge b)\ \dfrac{(\exists b)\ \dfrac{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x)} \qquad P(x), R(x) \vdash_0 \exists x R(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
\dfrac{
  (\wedge b)\;
  \dfrac{
    (\exists b)\;\dfrac{\dfrac{\checkmark}{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x)}
    \qquad
    P(x), R(x) \vdash_0 \exists x R(x)
  }{
    (\wedge a)\;\dfrac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}
  }
}{
  (\exists a)\;\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)
}
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$

$$
(\exists a)\;\dfrac{(\land a)\;\dfrac{(\land b)\;\dfrac{(\exists b)\;\dfrac{\dfrac{\checkmark}{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x)} \qquad (\exists b)\;\dfrac{}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x R(x)}}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}}{P(x) \land R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
(\exists a)\,\dfrac{(\wedge a)\,\dfrac{(\wedge b)\,\dfrac{(\exists b)\,\dfrac{\dfrac{\checkmark}{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x)} \qquad (\exists b)\,\dfrac{P(x), R(x) \vdash_0 R(x)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x R(x)}}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\checkmark}{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x)}(\exists b) \qquad \dfrac{\dfrac{\checkmark}{P(x), R(x) \vdash_0 R(x)}}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x R(x)}(\exists b)}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}(\wedge b)}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}(\wedge a)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}(\exists a)
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$(\neg a)\ \frac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$(\neg a)\ \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$(\neg b)\ \dfrac{}{\ (\neg a)\ \dfrac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}\ }$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$(\neg b)\ \dfrac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{(\neg a)\ \dfrac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg b)\ \dfrac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x)) \qquad \neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(\ldots) \vdash \neg\forall x(P(x) \vee R(x))}{(\neg a)\ \dfrac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
\dfrac{
  \dfrac{
    \neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))
    \qquad
    \dfrac{\checkmark}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(\ldots) \vdash \neg\forall x(P(x) \vee R(x))}
  }{
    \neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))
  }\,(\neg b)
}{
  \neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))
}\,(\neg a)
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\,\dfrac{(\neg b)\,\dfrac{\dfrac{\dots}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(\dots) \vdash \neg\forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\ \dfrac{(\neg b)\ \dfrac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x)) \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}\,(\text{bővítés}) \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}\,(\neg b)}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}\,(\neg a)
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\forall b)\;\dfrac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\forall b)\;\dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$(\lor b)$ - mi lett volna ha a másikat választjuk?

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)}\;(\lor b)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))}\;(\forall b)}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))}\;(\text{bővítés}) \qquad \dfrac{\checkmark}{\dots}}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}\;(\neg b)}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}\;(\neg a)$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
\dfrac{\dfrac{(\text{bővítés})\ \dfrac{(\forall b)\ \dfrac{(\vee b)\text{ - mi lett volna ha a másikat választjuk? }\dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{(\neg b)\quad \neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{(\neg a)\quad \neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
\begin{prooftree}
\AxiomC{}
\LeftLabel{$(\neg a)$}
\UnaryInfC{$\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)$}
\LeftLabel{$(\vee b)$ - mi lett volna ha a másikat választjuk?}
\UnaryInfC{$\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)$}
\LeftLabel{$(\forall b)$}
\UnaryInfC{$\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))$}
\LeftLabel{(bővítés)}
\UnaryInfC{$\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))$}
\AxiomC{$\checkmark$}
\UnaryInfC{$\dots$}
\LeftLabel{$(\neg b)$}
\BinaryInfC{$\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))$}
\LeftLabel{$(\neg a)$}
\UnaryInfC{$\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))$}
\end{prooftree}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\ \dfrac{(\neg b)\ \dfrac{(\text{bővítés})\ \dfrac{(\forall b)\ \dfrac{(\lor b)\text{ - mi lett volna ha a másikat választjuk? }\dfrac{(\neg a)\ \dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\forall b)\;\dfrac{(\vee b)\text{ - mi lett volna ha a másikat választjuk?}\;\dfrac{(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \quad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b)\ \dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}$$

$$(\neg a)\ \dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}$$

$$(\vee b)\text{ - mi lett volna ha a másikat választjuk? }\ \dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}$$

$$(\forall b)\ \dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}$$

$$(\text{bővítés})\ \dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}$$

$$(\neg b)\ \dfrac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x)) \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}$$

$$(\neg a)\ \dfrac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b)\ \dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x)) \qquad \neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}$$

$$(\neg a)\ \dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}$$

$(\vee b)$ - mi lett volna ha a másikat választjuk?

$$\dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}$$

$$(\forall b)\ \dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}$$

$$(\text{bővítés})\ \dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}$$

$$(\neg b)\ \dfrac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x)) \qquad \dfrac{\checkmark}{\dots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}$$

$$(\neg a)\ \dfrac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\;\dfrac{
(\neg b)\;\dfrac{
(\text{bővítés})\;\dfrac{
(\forall b)\;\dfrac{
(\lor b)\text{ - mi lett volna ha a másikat választjuk? }\;\dfrac{
(\neg a)\;\dfrac{
(\neg b)\;\dfrac{
\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))
\qquad
\dfrac{\checkmark}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \neg\exists x(P(x) \supset R(x))}
}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}
}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}
}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)}
}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))}
}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))}
\qquad
\dfrac{\checkmark}{\dots}
}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}
}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\ \dfrac{(\neg b)\ \dfrac{(\text{bővítés})\ \dfrac{(\forall b)\ \dfrac{(\lor b)\text{ - mi lett volna ha a másikat választjuk? }\dfrac{(\neg a)\ \dfrac{(\neg b)\ \dfrac{\dfrac{\dots}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\dots}}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\forall b)\;\dfrac{(\vee b)\;\dfrac{(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x)) \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
\dfrac{
  \dfrac{
    \dfrac{
      \dfrac{
        \dfrac{
          \dfrac{
            \dfrac{
              \dfrac{}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}\,(\text{bővítés})
              \qquad
              \dfrac{\checkmark}{\cdots}
            }{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}\,(\neg b)
          }{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}\,(\neg a)
        }{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}\,(\vee b)
      }{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}\,(\forall b)
    }{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}\,(\text{bővítés})
    \qquad
    \dfrac{\checkmark}{\cdots}
  }{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}\,(\neg b)
}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}\,(\neg a)
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\,\dfrac{(\neg b)\,\dfrac{(\text{bővítés})\,\dfrac{(\forall b)\,\dfrac{(\vee b)\,\dfrac{(\neg a)\,\dfrac{(\neg b)\,\dfrac{(\text{bővítés})\,\dfrac{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\forall b)\;\dfrac{(\vee b)\;\dfrac{(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\exists b)\;\dfrac{}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \lor R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\forall b)\;\dfrac{(\lor b)\;\dfrac{(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\exists b)\;\dfrac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \lor R(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \lor R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \lor R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\forall b)\;\dfrac{(\vee b)\;\dfrac{(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\exists b)\;\dfrac{(\supset b)\;\dfrac{}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\ \dfrac{(\neg b)\ \dfrac{(\text{bővítés})\ \dfrac{(\forall b)\ \dfrac{(\vee b)\ \dfrac{(\neg a)\ \dfrac{(\neg b)\ \dfrac{(\text{bővítés})\ \dfrac{(\exists b)\ \dfrac{(\supset b)\ \dfrac{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\,\dfrac{(\neg b)\,\dfrac{(\text{bővítés})\,\dfrac{(\forall b)\,\dfrac{(\vee b)\,\dfrac{(\neg a)\,\dfrac{(\neg b)\,\dfrac{(\text{bővítés})\,\dfrac{(\exists b)\,\dfrac{(\supset b)\,\dfrac{(\neg a)\,\dfrac{}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\;\dfrac{
  (\neg b)\;\dfrac{
    (\text{bővítés})\;\dfrac{
      (\forall b)\;\dfrac{
        (\vee b)\;\dfrac{
          (\neg a)\;\dfrac{
            (\neg b)\;\dfrac{
              (\text{bővítés})\;\dfrac{
                (\exists b)\;\dfrac{
                  (\supset b)\;\dfrac{
                    (\neg a)\;\dfrac{\neg P(x), P(x) \vdash \neg\neg R(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}
                  }{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}
                }{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
              }{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
              \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}
            }{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}
          }{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}
        }{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}
      }{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}
    }{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}
    \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}
  }{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}
}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\forall b)\;\dfrac{(\vee b)\;\dfrac{(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\exists b)\;\dfrac{(\supset b)\;\dfrac{(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{}{\neg P(x), P(x) \vdash \neg\neg R(x)}}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$(\neg b)\ \dfrac{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash P(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash \neg\neg R(x)}$$

$$(\neg a)\ \dfrac{\neg P(x), P(x) \vdash \neg\neg R(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}$$

$$(\supset b)\ \dfrac{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}$$

$$(\exists b)\ \dfrac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}$$

$$(\text{bővítés})\ \dfrac{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}$$

$$(\neg b)\ \dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x)) \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}$$

$$(\neg a)\ \dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}$$

$$(\vee b)\ \dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}$$

$$(\forall b)\ \dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}$$

$$(\text{bővítés})\ \dfrac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}$$

$$(\neg b)\ \dfrac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x)) \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}$$

$$(\neg a)\ \dfrac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\forall b)\;\dfrac{(\vee b)\;\dfrac{(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\exists b)\;\dfrac{(\supset b)\;\dfrac{(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash P(x) \qquad \neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash \neg P(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash \neg\neg R(x)}}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\forall b)\;\dfrac{(\vee b)\;\dfrac{(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\exists b)\;\dfrac{(\supset b)\;\dfrac{(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{\dfrac{\checkmark}{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash P(x)} \qquad \neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash \neg P(x)}{\neg P(x), P(x) \vdash \neg\neg R(x)}}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

6. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$
\begin{prooftree}
\AxiomC{$\checkmark$}
\UnaryInfC{$\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash P(x)$}
\AxiomC{$\checkmark$}
\UnaryInfC{$\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash \neg P(x)$}
\LeftLabel{$(\neg b)$}
\BinaryInfC{$\neg P(x), P(x) \vdash \neg\neg R(x)$}
\LeftLabel{$(\neg a)$}
\UnaryInfC{$\neg P(x), P(x) \vdash R(x)$}
\LeftLabel{$(\supset b)$}
\UnaryInfC{$\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)$}
\LeftLabel{$(\exists b)$}
\UnaryInfC{$\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))$}
\LeftLabel{(bővítés)}
\UnaryInfC{$\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))$}
\AxiomC{$\checkmark$}
\UnaryInfC{$\ldots$}
\LeftLabel{$(\neg b)$}
\BinaryInfC{$\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)$}
\LeftLabel{$(\neg a)$}
\UnaryInfC{$\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)$}
\LeftLabel{$(\vee b)$}
\UnaryInfC{$\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)$}
\LeftLabel{$(\forall b)$}
\UnaryInfC{$\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))$}
\LeftLabel{(bővítés)}
\UnaryInfC{$\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))$}
\AxiomC{$\checkmark$}
\UnaryInfC{$\ldots$}
\LeftLabel{$(\neg b)$}
\BinaryInfC{$\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))$}
\LeftLabel{$(\neg a)$}
\UnaryInfC{$\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))$}
\end{prooftree}
$$