

# Ítéletlogikai rezolúció

## Gyakorlat

Logika

2020/2021 2. félév

- **Literál:** ítéletváltozók vagy azok negáltjai (pl.  $X$ ,  $\neg Y$ )
- **Komplement literálpár:** ugyanannak a literálnak ellentétesen negált változatai (pl.  $X$  és  $\neg X$ )
- **Klóz:** literálokból álló diszjunkciós ("vagyos") láncok (pl.  $\neg X \vee Y \vee Z$ ,  $X$  (egységklóz),  $\square$  (üresklóz))
- **KNF = konjunkciós normálforma:** diszjunkciók konjunkciója ("vagyos láncok, összeéselve") (pl.  $(\neg X \vee Y \vee Z) \wedge X \wedge (X \vee \neg Y)$ )

# Rezolúció

Eldönti, hogy egy klózhalmozat kielégíthetetlen-e.

Lépések:

- 1 Klózhalmozat készítése
- 2 Rezolúciós levezetés

# Klózthalmaz készítése

## Lépések:

- ➊ Implikáció átalakítása
  - ▶  $A \supset B \equiv \neg A \vee B$
- ➋ Negálás bevitele a atomi formuláig
  - ▶  $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$
  - ▶  $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$
  - ▶  $\neg\neg A \equiv A$
- ➌ Egyéb átalakítások
  - ▶  $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
  - ▶  $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
- ➍ KNF felbontása, klózthalmaz kialakítása
  - ▶  $A \wedge B \text{ (KNF)} \rightarrow \{A, B\}$

## "Nyomozós" példa

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

# Klózthalmaz készítése

## "Nyomozós" példa

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

↓ kielégíthetlenségre visszavezetjük a vizsgálatot

Formulahalmaz

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A, \neg\neg F\} \text{ kielégíthetetlen?}$$

# Klózthalmaz készítése

## "Nyomozós" példa

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

↓ kielégíthetlenségre visszavezetjük a vizsgálatot

Formulahalmaz

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A, \neg\neg F\} \text{ kielégíthetetlen?}$$

↓ átalakítás

Klózthalmaz

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\} \text{ kielégíthetetlen?}$$

# Rezolúciós levezetés

## Rezolvens képzés

Egy db komplement literálpár kell

- $res(X \vee Y, \neg X \vee Z) = Y \vee Z$
- $res(X, \neg X) = \square$
- $res(X \vee Y, \neg X \vee \neg Y) \rightarrow$  nem képezhető rezolvens!

## Levezetés lépései lehetnek:

- Klózhalmazbeli elem ( $\in S$ )
- Két korábbi lépésbeli formula rezolvense (pl.  $res(3, 4)$ )

Cél: üresklóz levezetése



# Rezolúciós levezetés - példa

$$S = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

# Rezolúciós levezetés - példa

$$S = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

$$1. \quad \neg Y \vee X \vee Z \quad [\in S]$$

# Rezolúciós levezetés - példa

$$S = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$   $[\in S]$
2.  $X \vee Y$   $[\in S]$

# Rezolúciós levezetés - példa

$$S = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$   $[\in S]$
2.  $X \vee Y$   $[\in S]$
3.  $X \vee Z$   $[res(1, 2)]$

# Rezolúciós levezetés - példa

$$S = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$   $[\in S]$
2.  $X \vee Y$   $[\in S]$
3.  $X \vee Z$   $[res(1, 2)]$
4.  $\neg Z$   $[\in S]$

# Rezolúciós levezetés - példa

$$S = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$   $[\in S]$
2.  $X \vee Y$   $[\in S]$
3.  $X \vee Z$   $[res(1, 2)]$
4.  $\neg Z$   $[\in S]$
5.  $X$   $[res(3, 4)]$

# Rezolúciós levezetés - példa

$$S = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$   $[\in S]$
2.  $X \vee Y$   $[\in S]$
3.  $X \vee Z$   $[res(1, 2)]$
4.  $\neg Z$   $[\in S]$
5.  $X$   $[res(3, 4)]$
6.  $\neg X \vee Z$   $[\in S]$

# Rezolúciós levezetés - példa

$$S = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$  [ $\in S$ ]
2.  $X \vee Y$  [ $\in S$ ]
3.  $X \vee Z$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg Z$  [ $\in S$ ]
5.  $X$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $\neg X \vee Z$  [ $\in S$ ]
7.  $Z$  [ $res(5, 6)$ ]



# Rezolúciós levezetés - példa

$$S = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$  [ $\in S$ ]
2.  $X \vee Y$  [ $\in S$ ]
3.  $X \vee Z$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg Z$  [ $\in S$ ]
5.  $X$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $\neg X \vee Z$  [ $\in S$ ]
7.  $Z$  [ $res(5, 6)$ ]
8.  $\square$  [ $res(4, 7)$ ]

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

$$1. \quad \neg F \vee K \quad [\in S]$$

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

1.  $\neg F \vee K$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg K \vee A$  [ $\in S$ ]

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

1.  $\neg F \vee K$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg K \vee A$  [ $\in S$ ]
3.  $\neg F \vee A$  [ $res(1, 2)$ ]

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

1.  $\neg F \vee K$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg K \vee A$  [ $\in S$ ]
3.  $\neg F \vee A$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg A$  [ $\in S$ ]

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

1.  $\neg F \vee K$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg K \vee A$  [ $\in S$ ]
3.  $\neg F \vee A$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg A$  [ $\in S$ ]
5.  $\neg F$  [ $res(3, 4)$ ]

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

1.  $\neg F \vee K$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg K \vee A$  [ $\in S$ ]
3.  $\neg F \vee A$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg A$  [ $\in S$ ]
5.  $\neg F$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $F$  [ $\in S$ ]



# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

1.  $\neg F \vee K$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg K \vee A$  [ $\in S$ ]
3.  $\neg F \vee A$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg A$  [ $\in S$ ]
5.  $\neg F$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $F$  [ $\in S$ ]
7.  $\square$  [ $res(5, 6)$ ]

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

1.  $\neg F \vee K$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg K \vee A$  [ $\in S$ ]
3.  $\neg F \vee A$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg A$  [ $\in S$ ]
5.  $\neg F$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $F$  [ $\in S$ ]
7.  $\square$  [ $res(5, 6)$ ]

Lineáris inputrezolúciós stratégia

( $\in S, \in S, res(1, 2), \in S, res(3, 4), \in S, res(5, 6) \dots$ )

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

$$1. \quad \neg F \vee K \quad [\in S]$$

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

1.  $\neg F \vee K$  [ $\in S$ ]
2.  $F$  [ $\in S$ ]

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

1.  $\neg F \vee K$  [ $\in S$ ]
2.  $F$  [ $\in S$ ]
3.  $K$  [ $res(1, 2)$ ]

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

1.  $\neg F \vee K$  [ $\in S$ ]
2.  $F$  [ $\in S$ ]
3.  $K$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg K \vee A$  [ $\in S$ ]

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

1.  $\neg F \vee K$  [ $\in S$ ]
2.  $F$  [ $\in S$ ]
3.  $K$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg K \vee A$  [ $\in S$ ]
5.  $A$  [ $res(3, 4)$ ]



# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

1.  $\neg F \vee K$  [ $\in S$ ]
2.  $F$  [ $\in S$ ]
3.  $K$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg K \vee A$  [ $\in S$ ]
5.  $A$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $\neg A$  [ $\in S$ ]

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

1.  $\neg F \vee K$  [ $\in S$ ]
2.  $F$  [ $\in S$ ]
3.  $K$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg K \vee A$  [ $\in S$ ]
5.  $A$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $\neg A$  [ $\in S$ ]
7.  $\square$  [ $res(5, 6)$ ]

# Rezolúciós levezetés - Nyomozós feladat

$$S = \{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$$

1.  $\neg F \vee K$  [ $\in S$ ]
2.  $F$  [ $\in S$ ]
3.  $K$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg K \vee A$  [ $\in S$ ]
5.  $A$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $\neg A$  [ $\in S$ ]
7.  $\square$  [ $res(5, 6)$ ]

Egységrezolúciós stratégia ( $res(x, y)$  esetén  $x$ . vagy  $y$ . egységklóz)  
Ez egyben lineáris inputrezolúciós stratégia is

# 1. Feladat

Készítsünk klózalmazt a következő formulahalmazból!

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

Rezolúciós levezetéssel bizonyítsuk a klózalmaz kielégíthetetlenségét!

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) =$$

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

$$(\neg Y \vee \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) =$$



# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

$$(\neg Y \vee \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

$$(\neg Y \vee \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee (\neg\neg X \vee \neg\neg Z)) \wedge (X \vee Y) =$$

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

$$(\neg Y \vee \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee (\neg\neg X \vee \neg\neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

$$(\neg Y \vee \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee (\neg\neg X \vee \neg\neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee X \vee Z) \wedge (X \vee Y) \Rightarrow$$

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

$$(\neg Y \vee \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee (\neg\neg X \vee \neg\neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee X \vee Z) \wedge (X \vee Y) \Rightarrow (\text{klózokká alakítás})$$

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

$$(\neg Y \vee \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee (\neg\neg X \vee \neg\neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee X \vee Z) \wedge (X \vee Y) \Rightarrow (\text{klózokká alakítás})$$

$$\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y$$

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

$$(\neg Y \vee \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee (\neg\neg X \vee \neg\neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee X \vee Z) \wedge (X \vee Y) \Rightarrow (\text{klózzokká alakítás})$$

$$\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y$$

$$\neg(X \wedge \neg Z) =$$

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

$$(\neg Y \vee \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee (\neg\neg X \vee \neg\neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee X \vee Z) \wedge (X \vee Y) \Rightarrow (\text{klózokká alakítás})$$

$$\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y$$

$$\neg(X \wedge \neg Z) = (\text{negáció})$$



# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

$$(\neg Y \vee \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee (\neg\neg X \vee \neg\neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee X \vee Z) \wedge (X \vee Y) \Rightarrow (\text{klózókká alakítás})$$

$$\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y$$

$$\neg(X \wedge \neg Z) = (\text{negáció})$$

$$\neg X \vee \neg\neg Z =$$

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

$$(\neg Y \vee \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee (\neg\neg X \vee \neg\neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee X \vee Z) \wedge (X \vee Y) \Rightarrow (\text{klózzokká alakítás})$$

$$\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y$$

$$\neg(X \wedge \neg Z) = (\text{negáció})$$

$$\neg X \vee \neg\neg Z = (\text{negáció})$$

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

$$(\neg Y \vee \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee (\neg\neg X \vee \neg\neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee X \vee Z) \wedge (X \vee Y) \Rightarrow (\text{klózokká alakítás})$$

$$\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y$$

$$\neg(X \wedge \neg Z) = (\text{negáció})$$

$$\neg X \vee \neg\neg Z = (\text{negáció})$$

$$\neg X \vee Z$$

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

$$(\neg Y \vee \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee (\neg\neg X \vee \neg\neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee X \vee Z) \wedge (X \vee Y) \Rightarrow (\text{klózokká alakítás})$$

$$\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y$$

$$\neg(X \wedge \neg Z) = (\text{negáció})$$

$$\neg X \vee \neg\neg Z = (\text{negáció})$$

$$\neg X \vee Z$$

$$\neg Z$$

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

$$(\neg Y \vee \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee (\neg\neg X \vee \neg\neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee X \vee Z) \wedge (X \vee Y) \Rightarrow (\text{klózokká alakítás})$$

$$\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y$$

$$\neg(X \wedge \neg Z) = (\text{negáció})$$

$$\neg X \vee \neg\neg Z = (\text{negáció})$$

$$\neg X \vee Z$$

$$\neg Z \text{ (ok)}$$

# 1. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y), \neg(X \wedge \neg Z), \neg Z\}$$

$$(Y \supset \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{implikáció})$$

$$(\neg Y \vee \neg(\neg X \wedge \neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee (\neg\neg X \vee \neg\neg Z)) \wedge (X \vee Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg Y \vee X \vee Z) \wedge (X \vee Y) \Rightarrow (\text{klózokká alakítás})$$

$$\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y$$

$$\neg(X \wedge \neg Z) = (\text{negáció})$$

$$\neg X \vee \neg\neg Z = (\text{negáció})$$

$$\neg X \vee Z$$

$$\neg Z \text{ (ok)}$$

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégiát alkalmazva:

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégiát alkalmazva:

$$1. \quad \neg Y \vee X \vee Z \quad [\in K]$$



# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$   $[\in K]$
2.  $X \vee Y$   $[\in K]$

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$   $[\in K]$
2.  $X \vee Y$   $[\in K]$
3.  $X \vee Z$   $[res(1, 2)]$

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$   $[\in K]$
2.  $X \vee Y$   $[\in K]$
3.  $X \vee Z$   $[res(1, 2)]$
4.  $\neg X \vee Z$   $[\in K]$

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$   $[\in K]$
2.  $X \vee Y$   $[\in K]$
3.  $X \vee Z$   $[res(1, 2)]$
4.  $\neg X \vee Z$   $[\in K]$
5.  $Z$   $[res(3, 4)]$

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$   $[\in K]$
2.  $X \vee Y$   $[\in K]$
3.  $X \vee Z$   $[res(1, 2)]$
4.  $\neg X \vee Z$   $[\in K]$
5.  $Z$   $[res(3, 4)]$
6.  $\neg Z$   $[\in K]$

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$   $[\in K]$
2.  $X \vee Y$   $[\in K]$
3.  $X \vee Z$   $[res(1, 2)]$
4.  $\neg X \vee Z$   $[\in K]$
5.  $Z$   $[res(3, 4)]$
6.  $\neg Z$   $[\in K]$
7.  $\square$   $[res(5, 6)]$

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Egységrezolúciós stratégiát alkalmazva:

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Egységrezolúciós stratégiát alkalmazva:

$$1. \quad \neg Y \vee X \vee Z \quad [\in K]$$



# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Egységrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$   $[\in K]$
2.  $X \vee Y$   $[\in K]$

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Egységrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$   $[\in K]$
2.  $X \vee Y$   $[\in K]$
3.  $\neg X \vee Z$   $[\in K]$

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Egységrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$   $[\in K]$
2.  $X \vee Y$   $[\in K]$
3.  $\neg X \vee Z$   $[\in K]$
4.  $\neg Z$   $[\in K]$

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Egységrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$  [ $\in K$ ]
2.  $X \vee Y$  [ $\in K$ ]
3.  $\neg X \vee Z$  [ $\in K$ ]
4.  $\neg Z$  [ $\in K$ ]
5.  $\neg X$  [ $res(3, 4)$ ]

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Egységrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$   $[\in K]$
2.  $X \vee Y$   $[\in K]$
3.  $\neg X \vee Z$   $[\in K]$
4.  $\neg Z$   $[\in K]$
5.  $\neg X$   $[res(3, 4)]$
6.  $Y$   $[res(5, 2)]$

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Egységrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$  [ $\in K$ ]
2.  $X \vee Y$  [ $\in K$ ]
3.  $\neg X \vee Z$  [ $\in K$ ]
4.  $\neg Z$  [ $\in K$ ]
5.  $\neg X$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $Y$  [ $res(5, 2)$ ]
7.  $X \vee Z$  [ $res(1, 6)$ ]

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Egységrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$  [ $\in K$ ]
2.  $X \vee Y$  [ $\in K$ ]
3.  $\neg X \vee Z$  [ $\in K$ ]
4.  $\neg Z$  [ $\in K$ ]
5.  $\neg X$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $Y$  [ $res(5, 2)$ ]
7.  $X \vee Z$  [ $res(1, 6)$ ]
8.  $X$  [ $res(7, 4)$ ]

# 1. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Egységrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $\neg Y \vee X \vee Z$  [ $\in K$ ]
2.  $X \vee Y$  [ $\in K$ ]
3.  $\neg X \vee Z$  [ $\in K$ ]
4.  $\neg Z$  [ $\in K$ ]
5.  $\neg X$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $Y$  [ $res(5, 2)$ ]
7.  $X \vee Z$  [ $res(1, 6)$ ]
8.  $X$  [ $res(7, 4)$ ]
9.  $\square$  [ $res(8, 5)$ ]



## 2. Feladat

Készítsünk klózalmazt a következő szemantikus következmény vizsgálathoz!

$$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C)$$

Rezolúciós levezetéssel bizonyítsuk a klózalmaz kielégíthetetlenségét!

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$$

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C = (\text{implikáció})$

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C = (\text{implikáció})$

$\neg(A \vee B) \vee C =$

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$



## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(\neg A \vee C), (\neg B \vee C)$

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(\neg A \vee C), (\neg B \vee C)$

$\neg((A \supset C) \wedge (B \supset C)) =$

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(\neg A \vee C), (\neg B \vee C)$

$\neg((A \supset C) \wedge (B \supset C)) =$  (implikáció)

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(\neg A \vee C), (\neg B \vee C)$

$\neg((A \supset C) \wedge (B \supset C)) =$  (implikáció)

$\neg((\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)) =$

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(\neg A \vee C), (\neg B \vee C)$

$\neg((A \supset C) \wedge (B \supset C)) =$  (implikáció)

$\neg((\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)) =$  (negáció)



## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(\neg A \vee C), (\neg B \vee C)$

$\neg((A \supset C) \wedge (B \supset C)) =$  (implikáció)

$\neg((\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)) =$  (negáció)

$\neg(\neg A \vee C) \vee \neg(\neg B \vee C) =$

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(\neg A \vee C), (\neg B \vee C)$

$\neg((A \supset C) \wedge (B \supset C)) =$  (implikáció)

$\neg((\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)) =$  (negáció)

$\neg(\neg A \vee C) \vee \neg(\neg B \vee C) =$  (negáció)

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(\neg A \vee C), (\neg B \vee C)$

$\neg((A \supset C) \wedge (B \supset C)) =$  (implikáció)

$\neg((\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)) =$  (negáció)

$\neg(\neg A \vee C) \vee \neg(\neg B \vee C) =$  (negáció)

$(\neg\neg A \wedge \neg C) \vee (\neg\neg B \wedge \neg C) =$

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(\neg A \vee C), (\neg B \vee C)$

$\neg((A \supset C) \wedge (B \supset C)) =$  (implikáció)

$\neg((\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)) =$  (negáció)

$\neg(\neg A \vee C) \vee \neg(\neg B \vee C) =$  (negáció)

$(\neg\neg A \wedge \neg C) \vee (\neg\neg B \wedge \neg C) =$  (negáció)

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(\neg A \vee C), (\neg B \vee C)$

$\neg((A \supset C) \wedge (B \supset C)) =$  (implikáció)

$\neg((\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)) =$  (negáció)

$\neg(\neg A \vee C) \vee \neg(\neg B \vee C) =$  (negáció)

$(\neg\neg A \wedge \neg C) \vee (\neg\neg B \wedge \neg C) =$  (negáció)

$(A \wedge \neg C) \vee (B \wedge \neg C) =$

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(\neg A \vee C), (\neg B \vee C)$

$\neg((A \supset C) \wedge (B \supset C)) =$  (implikáció)

$\neg((\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)) =$  (negáció)

$\neg(\neg A \vee C) \vee \neg(\neg B \vee C) =$  (negáció)

$(\neg\neg A \wedge \neg C) \vee (\neg\neg B \wedge \neg C) =$  (negáció)

$(A \wedge \neg C) \vee (B \wedge \neg C) =$  (KNF-re hozás)

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózzokká alakítás)

$(\neg A \vee C), (\neg B \vee C)$

$\neg((A \supset C) \wedge (B \supset C)) =$  (implikáció)

$\neg((\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)) =$  (negáció)

$\neg(\neg A \vee C) \vee \neg(\neg B \vee C) =$  (negáció)

$(\neg\neg A \wedge \neg C) \vee (\neg\neg B \wedge \neg C) =$  (negáció)

$(A \wedge \neg C) \vee (B \wedge \neg C) =$  (KNF-re hozás)

$(A \vee B) \wedge \neg C \Rightarrow$

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(\neg A \vee C), (\neg B \vee C)$

$\neg((A \supset C) \wedge (B \supset C)) =$  (implikáció)

$\neg((\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)) =$  (negáció)

$\neg(\neg A \vee C) \vee \neg(\neg B \vee C) =$  (negáció)

$(\neg\neg A \wedge \neg C) \vee (\neg\neg B \wedge \neg C) =$  (negáció)

$(A \wedge \neg C) \vee (B \wedge \neg C) =$  (KNF-re hozás)

$(A \vee B) \wedge \neg C \Rightarrow$  (klózokká alakítás)



## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(\neg A \vee C), (\neg B \vee C)$

$\neg((A \supset C) \wedge (B \supset C)) =$  (implikáció)

$\neg((\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)) =$  (negáció)

$\neg(\neg A \vee C) \vee \neg(\neg B \vee C) =$  (negáció)

$(\neg\neg A \wedge \neg C) \vee (\neg\neg B \wedge \neg C) =$  (negáció)

$(A \wedge \neg C) \vee (B \wedge \neg C) =$  (KNF-re hozás)

$(A \vee B) \wedge \neg C \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(A \vee B), \neg C$

## 2. Feladat - Klózhalmazzá alakítás

$\{(A \vee B) \supset C\} \models_0 (A \supset C) \wedge (B \supset C) \Rightarrow$   
 $\{(A \vee B) \supset C, \neg((A \supset C) \wedge (B \supset C))\}$  kielégíthetetlen?

$(A \vee B) \supset C =$  (implikáció)

$\neg(A \vee B) \vee C =$  (negáció)

$(\neg A \wedge \neg B) \vee C =$  (KNF-re hozás)

$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(\neg A \vee C), (\neg B \vee C)$

$\neg((A \supset C) \wedge (B \supset C)) =$  (implikáció)

$\neg((\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)) =$  (negáció)

$\neg(\neg A \vee C) \vee \neg(\neg B \vee C) =$  (negáció)

$(\neg\neg A \wedge \neg C) \vee (\neg\neg B \wedge \neg C) =$  (negáció)

$(A \wedge \neg C) \vee (B \wedge \neg C) =$  (KNF-re hozás)

$(A \vee B) \wedge \neg C \Rightarrow$  (klózokká alakítás)

$(A \vee B), \neg C$

$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Egységrezolúciós stratégia

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Egységrezolúciós stratégia

$$1. \quad \neg A \vee C \quad [\in S]$$

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Egységrezolúciós stratégia

1.  $\neg A \vee C$      $[\in S]$
2.  $\neg C$              $[\in S]$

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Egységrezolúciós stratégia

1.  $\neg A \vee C$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg C$  [ $\in S$ ]
3.  $\neg A$  [ $res(1, 2)$ ]

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Egységrezolúciós stratégia

1.  $\neg A \vee C$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg C$  [ $\in S$ ]
3.  $\neg A$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $A \vee B$  [ $\in S$ ]

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Egységrezolúciós stratégia

1.  $\neg A \vee C$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg C$  [ $\in S$ ]
3.  $\neg A$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $A \vee B$  [ $\in S$ ]
5.  $B$  [ $res(3, 4)$ ]



## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Egységrezolúciós stratégia

1.  $\neg A \vee C$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg C$  [ $\in S$ ]
3.  $\neg A$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $A \vee B$  [ $\in S$ ]
5.  $B$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $\neg B \vee C$  [ $\in S$ ]

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Egységrezolúciós stratégia

1.  $\neg A \vee C$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg C$  [ $\in S$ ]
3.  $\neg A$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $A \vee B$  [ $\in S$ ]
5.  $B$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $\neg B \vee C$  [ $\in S$ ]
7.  $C$  [ $res(5, 6)$ ]

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Egységrezolúciós stratégia

1.  $\neg A \vee C$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg C$  [ $\in S$ ]
3.  $\neg A$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $A \vee B$  [ $\in S$ ]
5.  $B$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $\neg B \vee C$  [ $\in S$ ]
7.  $C$  [ $res(5, 6)$ ]
8.  $\square$  [ $res(2, 7)$ ]

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégia (az előbbi átalakításával)

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégia (az előbbi átalakításával)

1.  $\neg A \vee C$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg C$  [ $\in S$ ]
3.  $\neg A$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $A \vee B$  [ $\in S$ ]
5.  $B$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $\neg B \vee C$  [ $\in S$ ]
7.  $C$  [ $res(5, 6)$ ]

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégia (az előbbi átalakításával)

1.  $\neg A \vee C$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg C$  [ $\in S$ ]
3.  $\neg A$  [ $\text{res}(1, 2)$ ]
4.  $A \vee B$  [ $\in S$ ]
5.  $B$  [ $\text{res}(3, 4)$ ]
6.  $\neg B \vee C$  [ $\in S$ ]
7.  $C$  [ $\text{res}(5, 6)$ ]
8.  $\neg C$  [ $\in S$ ]

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégia (az előbbi átalakításával)

1.  $\neg A \vee C$  [ $\in S$ ]
2.  $\neg C$  [ $\in S$ ]
3.  $\neg A$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $A \vee B$  [ $\in S$ ]
5.  $B$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $\neg B \vee C$  [ $\in S$ ]
7.  $C$  [ $res(5, 6)$ ]
8.  $\neg C$  [ $\in S$ ]
9.  $\square$  [ $res(7, 8)$ ]

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Lineáris inputrezolúció (ismétlés nélküli)



## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Lineáris inputrezolúció (ismétlés nélküli)

$$1. \quad \neg A \vee C \quad [\in S]$$

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Lineáris inputrezolúció (ismétlés nélküli)

1.  $\neg A \vee C$  [ $\in S$ ]
2.  $A \vee B$  [ $\in S$ ]

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Lineáris inputrezolúció (ismétlés nélküli)

1.  $\neg A \vee C$  [ $\in S$ ]
2.  $A \vee B$  [ $\in S$ ]
3.  $C \vee B$  [ $res(1, 2)$ ]

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Lineáris inputrezolúció (ismétlés nélküli)

1.  $\neg A \vee C$  [ $\in S$ ]
2.  $A \vee B$  [ $\in S$ ]
3.  $C \vee B$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg B \vee C$  [ $\in S$ ]

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Lineáris inputrezolúció (ismétlés nélküli)

1.  $\neg A \vee C$  [ $\in S$ ]
2.  $A \vee B$  [ $\in S$ ]
3.  $C \vee B$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg B \vee C$  [ $\in S$ ]
5.  $C$  [ $res(3, 4)$ ]

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Lineáris inputrezolúció (ismétlés nélküli)

1.  $\neg A \vee C$  [ $\in S$ ]
2.  $A \vee B$  [ $\in S$ ]
3.  $C \vee B$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg B \vee C$  [ $\in S$ ]
5.  $C$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $\neg C$  [ $\in S$ ]

## 2. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Lineáris inputrezolúció (ismétlés nélküli)

1.  $\neg A \vee C$  [ $\in S$ ]
2.  $A \vee B$  [ $\in S$ ]
3.  $C \vee B$  [ $res(1, 2)$ ]
4.  $\neg B \vee C$  [ $\in S$ ]
5.  $C$  [ $res(3, 4)$ ]
6.  $\neg C$  [ $\in S$ ]
7.  $\square$  [ $res(5, 6)$ ]

### 3. Feladat

Készítsünk klózalmazt a következő szemantikus következmény vizsgálatához!

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z$$

Rezolúciós levezetéssel bizonyítsuk a klózalmaz kielégíthetetlenségét!



### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z$$

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow$$

### 3. Feladat - Klózthalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$$Z \supset Y =$$

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$Z \supset Y = (\text{implikáció})$

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$Z \supset Y = (\text{implikáció})$

$\neg Z \vee Y$

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$Z \supset Y =$  (implikáció)

$$\neg Z \vee Y$$

$$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) =$$

### 3. Feladat - Klózthalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$Z \supset Y =$  (implikáció)

$\neg Z \vee Y$

$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) =$  (implikáció)



### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$Z \supset Y =$  (implikáció)

$$\neg Z \vee Y$$

$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) =$  (implikáció)

$$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) =$$

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$Z \supset Y = (\text{implikáció})$

$\neg Z \vee Y$

$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) = (\text{implikáció})$

$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) = (\text{negáció})$

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$Z \supset Y =$  (implikáció)

$$\neg Z \vee Y$$

$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) =$  (implikáció)

$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) =$  (negáció)

$$\neg\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$$

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$Z \supset Y =$  (implikáció)

$$\neg Z \vee Y$$

$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) =$  (implikáció)

$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) =$  (negáció)

$\neg\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$  (negáció)

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$Z \supset Y =$  (implikáció)

$$\neg Z \vee Y$$

$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) =$  (implikáció)

$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) =$  (negáció)

$\neg\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$  (negáció)

$\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$Z \supset Y =$  (implikáció)

$$\neg Z \vee Y$$

$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) =$  (implikáció)

$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) =$  (negáció)

$\neg\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$  (negáció)

$\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$  (negáció)

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$Z \supset Y =$  (implikáció)

$$\neg Z \vee Y$$

$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) =$  (implikáció)

$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) =$  (negáció)

$\neg\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$  (negáció)

$\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$  (negáció)

$(\neg\neg X \vee \neg\neg Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) =$

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$Z \supset Y =$  (implikáció)

$$\neg Z \vee Y$$

$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) =$  (implikáció)

$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) =$  (negáció)

$\neg\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$  (negáció)

$\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$  (negáció)

$(\neg\neg X \vee \neg\neg Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) =$  (negáció)



### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$Z \supset Y =$  (implikáció)

$$\neg Z \vee Y$$

$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) =$  (implikáció)

$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) =$  (negáció)

$\neg\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$  (negáció)

$\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$  (negáció)

$(\neg\neg X \vee \neg\neg Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) =$  (negáció)

$(X \vee Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) \Rightarrow$

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$Z \supset Y =$  (implikáció)

$$\neg Z \vee Y$$

$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) =$  (implikáció)

$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) =$  (negáció)

$\neg\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$  (negáció)

$\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$  (negáció)

$(\neg\neg X \vee \neg\neg Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) =$  (negáció)

$(X \vee Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) \Rightarrow$  (klózzokká alakítás)

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$Z \supset Y =$  (implikáció)

$$\neg Z \vee Y$$

$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) =$  (implikáció)

$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) =$  (negáció)

$\neg\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$  (negáció)

$\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) =$  (negáció)

$(\neg\neg X \vee \neg\neg Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) =$  (negáció)

$(X \vee Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) \Rightarrow$  (klózzokká alakítás)

$$X \vee Z, \neg X \vee \neg Y$$

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$$Z \supset Y = (\text{implikáció}) \quad X \supset Z = \\ \neg Z \vee Y$$

$$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) = (\text{implikáció})$$

$$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) = (\text{negáció})$$

$$\neg\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) = (\text{negáció})$$

$$\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg\neg X \vee \neg\neg Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) = (\text{negáció})$$

$$(X \vee Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) \Rightarrow (\text{klózzokká alakítás})$$

$$X \vee Z, \neg X \vee \neg Y$$

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$$Z \supset Y = (\text{implikáció}) \quad X \supset Z = (\text{implikáció}) \\ \neg Z \vee Y$$

$$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) = (\text{implikáció})$$

$$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) = (\text{negáció})$$

$$\neg\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) = (\text{negáció})$$

$$\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg\neg X \vee \neg\neg Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) = (\text{negáció})$$

$$(X \vee Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) \Rightarrow (\text{klózzokká alakítás})$$

$$X \vee Z, \neg X \vee \neg Y$$

### 3. Feladat - Klózthalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$$\begin{array}{ll} Z \supset Y = (\text{implikáció}) & X \supset Z = (\text{implikáció}) \\ \neg Z \vee Y & \neg X \vee Z \end{array}$$

$$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) = (\text{implikáció})$$

$$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) = (\text{negáció})$$

$$\neg\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) = (\text{negáció})$$

$$\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg\neg X \vee \neg\neg Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) = (\text{negáció})$$

$$(X \vee Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) \Rightarrow (\text{klózokká alakítás})$$

$$X \vee Z, \neg X \vee \neg Y$$

### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$$\begin{array}{ll} Z \supset Y = (\text{implikáció}) & X \supset Z = (\text{implikáció}) \\ \neg Z \vee Y & \neg X \vee Z \end{array}$$

$$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) = (\text{implikáció})$$

$$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) = (\text{negáció})$$

$$\neg\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) = (\text{negáció})$$

$$\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg\neg X \vee \neg\neg Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) = (\text{negáció})$$

$$(X \vee Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) \Rightarrow (\text{klózzokká alakítás})$$

$$X \vee Z, \neg X \vee \neg Y$$

### 3. Feladat - Klózthalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$$\begin{array}{lll} Z \supset Y = (\text{implikáció}) & X \supset Z = (\text{implikáció}) & \neg Z \text{ (ok)} \\ \neg Z \vee Y & \neg X \vee Z & \end{array}$$

$$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) = (\text{implikáció})$$

$$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) = (\text{negáció})$$

$$\neg\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) = (\text{negáció})$$

$$\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg\neg X \vee \neg\neg Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) = (\text{negáció})$$

$$(X \vee Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) \Rightarrow (\text{klózokká alakítás})$$

$$X \vee Z, \neg X \vee \neg Y$$



### 3. Feladat - Klózhalmaz készítése

$$\{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z\} \models Z \Rightarrow \\ \{Z \supset Y, \neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)), X \supset Z, \neg Z\}$$

$$\begin{array}{lll} Z \supset Y = (\text{implikáció}) & X \supset Z = (\text{implikáció}) & \neg Z \text{ (ok)} \\ \neg Z \vee Y & \neg X \vee Z & \end{array}$$

$$\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \supset (X \wedge Y)) = (\text{implikáció})$$

$$\neg(\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)) = (\text{negáció})$$

$$\neg\neg\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) = (\text{negáció})$$

$$\neg(\neg X \wedge \neg Z) \wedge \neg(X \wedge Y) = (\text{negáció})$$

$$(\neg\neg X \vee \neg\neg Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) = (\text{negáció})$$

$$(X \vee Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) \Rightarrow (\text{klózzokká alakítás})$$

$$X \vee Z, \neg X \vee \neg Y$$

$$K = \{\neg Z \vee Y, X \vee Z, \neg X \vee \neg Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

### 3. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Z \vee Y, X \vee Z, \neg X \vee \neg Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégiát alkalmazva:

### 3. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Z \vee Y, X \vee Z, \neg X \vee \neg Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégiát alkalmazva:

$$1. \quad X \vee Z \quad [\in K]$$

### 3. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Z \vee Y, X \vee Z, \neg X \vee \neg Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $X \vee Z$  [ $\in K$ ]
2.  $\neg X \vee Z$  [ $\in K$ ]

### 3. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Z \vee Y, X \vee Z, \neg X \vee \neg Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $X \vee Z$   $[\in K]$
2.  $\neg X \vee Z$   $[\in K]$
3.  $Z$   $[res(1, 2)]$

### 3. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Z \vee Y, X \vee Z, \neg X \vee \neg Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $X \vee Z$   $[\in K]$
2.  $\neg X \vee Z$   $[\in K]$
3.  $Z$   $[res(1, 2)]$
4.  $\neg Z$   $[\in K]$

### 3. Feladat - Rezolúciós levezetés

$$K = \{\neg Z \vee Y, X \vee Z, \neg X \vee \neg Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Lineáris inputrezolúciós stratégiát alkalmazva:

1.  $X \vee Z$   $[\in K]$
2.  $\neg X \vee Z$   $[\in K]$
3.  $Z$   $[res(1, 2)]$
4.  $\neg Z$   $[\in K]$
5.  $\square$   $[res(3, 4)]$

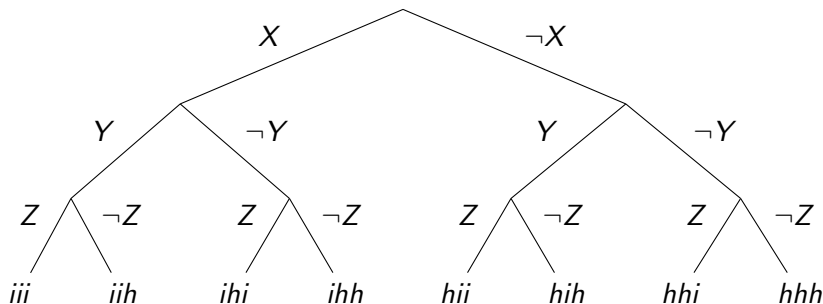
# Szemantikus fa

$$X \vee Y \wedge \neg Z$$

Bázis:  $X, Y, Z$

(**Bázis:** az ítéletváltozók egy rögzített sorrendje, pl. az igazságtáblában)

Interpretációk megadása szemantikus fával:

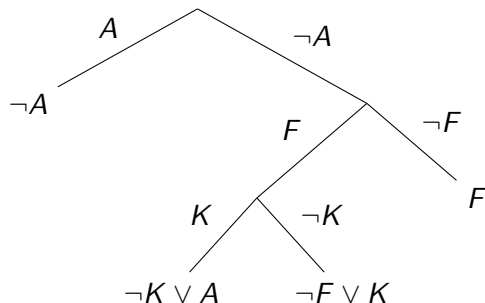




# Szemantikus fa lezárás - Nyomozós feladat

$\{\neg F \vee K, \neg K \vee A, \neg A, F\}$

Bázis:  $A, F, K$



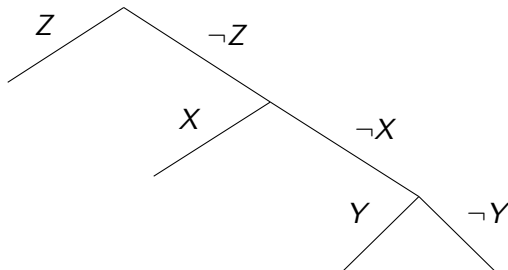
Minden ágat le tudtunk zárni ellentmondás alapján  $\rightarrow$   
A halmaz kielégíthetetlen

# Szemantikus fa lezárása - példa

$\{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$

Bázis:  $Z, X, Y$

(Érdemes a kisebb logikai összetettségű formulából kiindulni)

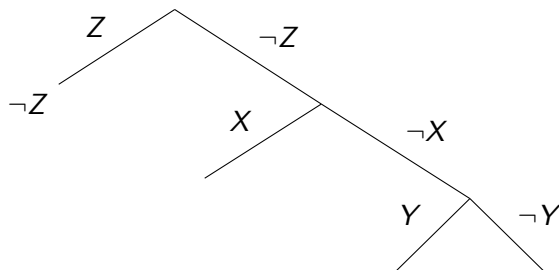


# Szemantikus fa lezárása - példa

$\{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$

Bázis:  $Z, X, Y$

(Érdemes a kisebb logikai összetettségű formulából kiindulni)

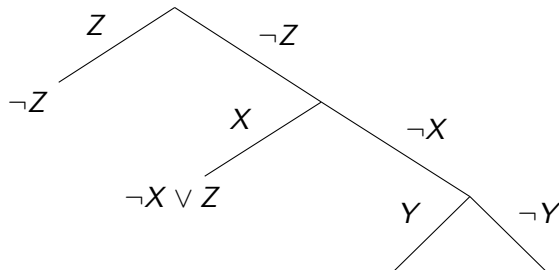


# Szemantikus fa lezárása - példa

$\{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$

Bázis:  $Z, X, Y$

(Érdemes a kisebb logikai összetettségű formulából kiindulni)

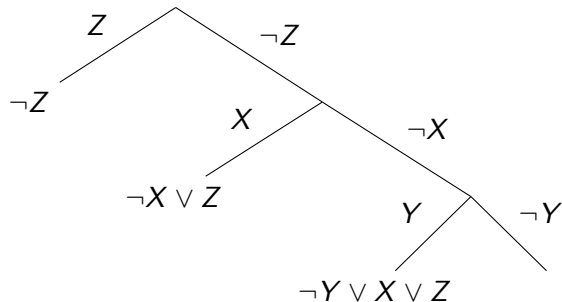


# Szemantikus fa lezárása - példa

$\{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$

Bázis:  $Z, X, Y$

(Érdemes a kisebb logikai összetettségű formulából kiindulni)

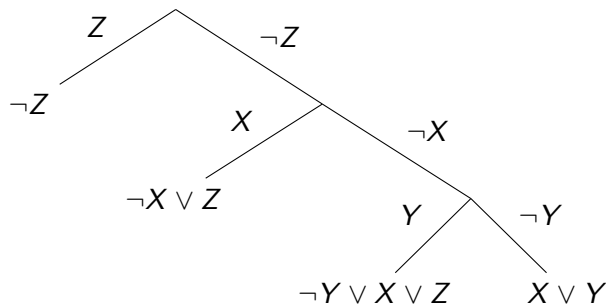


# Szemantikus fa lezárása - példa

$\{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$

Bázis:  $Z, X, Y$

(Érdemes a kisebb logikai összetettségű formulából kiindulni)

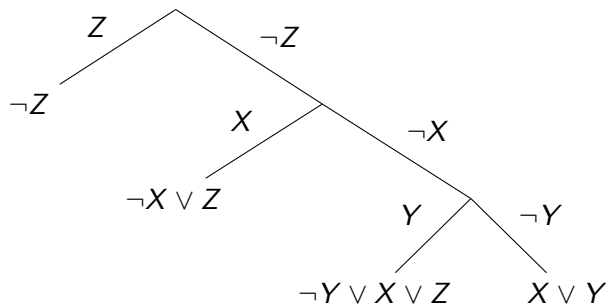


# Szemantikus fa lezárása - példa

$\{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$

Bázis:  $Z, X, Y$

(Érdemes a kisebb logikai összetettségű formulából kiindulni)

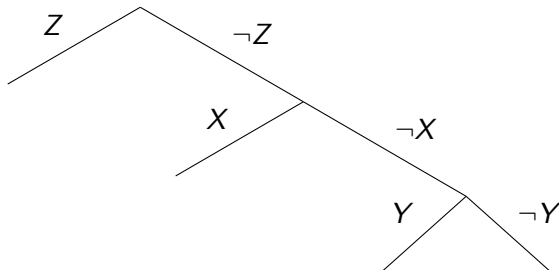


A klózhalmoz kielégíthetetlen, mert a szemantikus fa minden ágon zárt.

# Szemantikus fa lezárása - 1. Feladat

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Bázis :  $Z, X, Y$

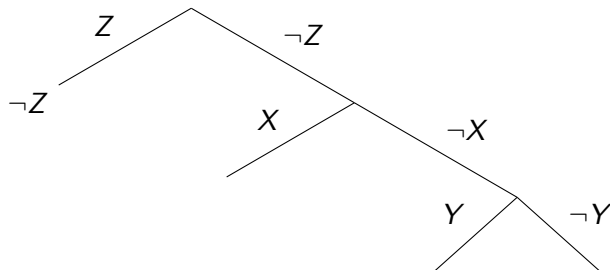




# Szemantikus fa lezárása - 1. Feladat

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

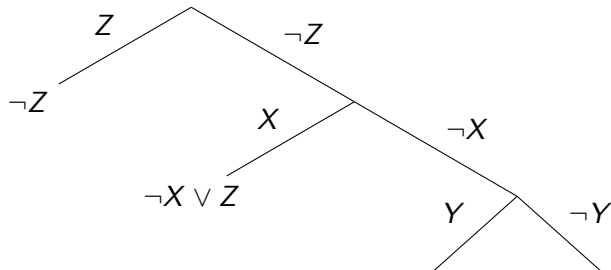
Bázis :  $Z, X, Y$



# Szemantikus fa lezárása - 1. Feladat

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

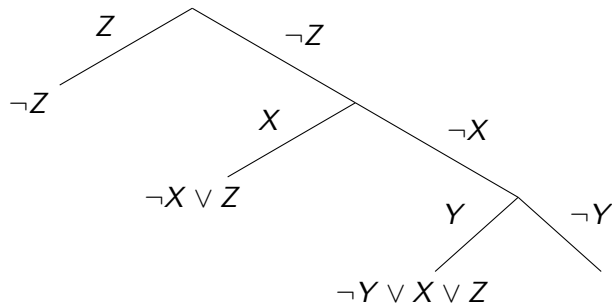
Bázis :  $Z, X, Y$



# Szemantikus fa lezárása - 1. Feladat

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

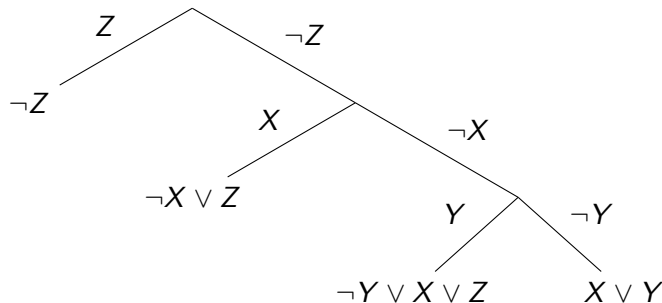
Bázis :  $Z, X, Y$



# Szemantikus fa lezárása - 1. Feladat

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

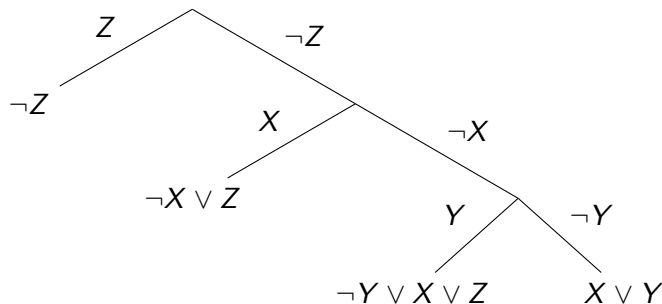
Bázis :  $Z, X, Y$



# Szemantikus fa lezárása - 1. Feladat

$$K = \{\neg Y \vee X \vee Z, X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Bázis :  $Z, X, Y$

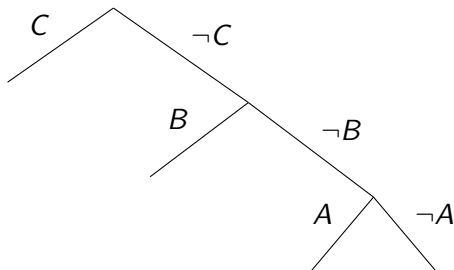


A klózhalmoz kielégíthetetlen, mert a szemantikus fa minden ágon zárt.

## Szemantikus fa lezárása - 2. Feladat

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

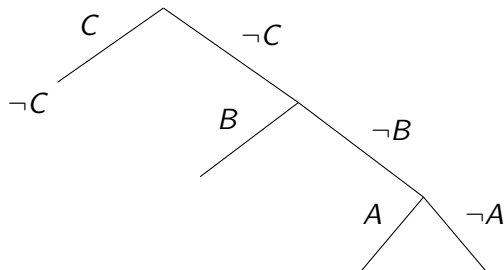
Bázis:  $C, B, A$



## Szemantikus fa lezárása - 2. Feladat

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

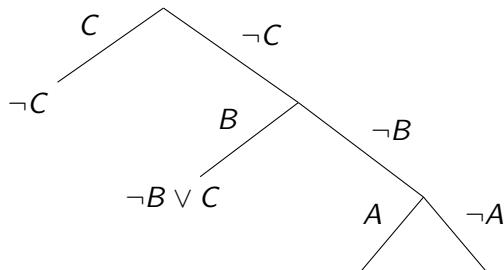
Bázis:  $C, B, A$



## Szemantikus fa lezárása - 2. Feladat

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Bázis:  $C, B, A$

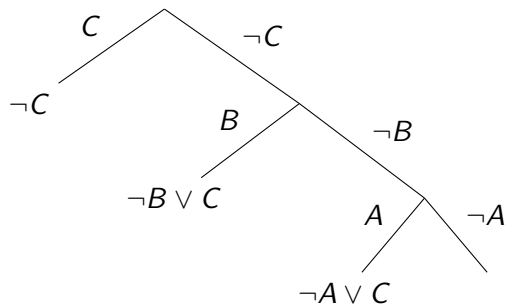




## Szemantikus fa lezárása - 2. Feladat

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

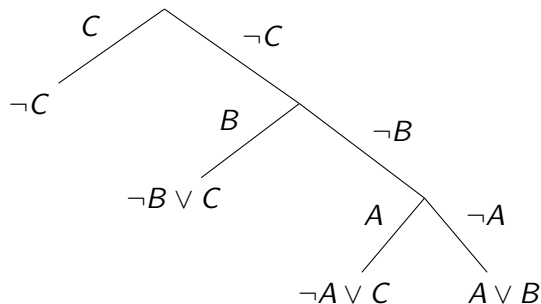
Bázis:  $C, B, A$



## Szemantikus fa lezárása - 2. Feladat

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

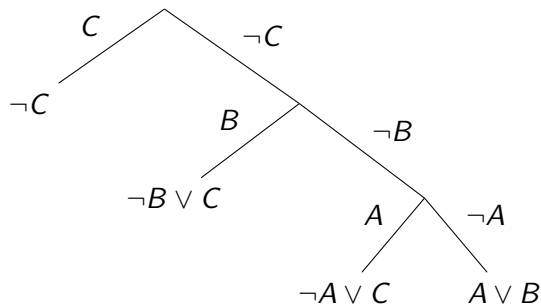
Bázis:  $C, B, A$



## Szemantikus fa lezárása - 2. Feladat

$$S = \{\neg A \vee C, \neg B \vee C, A \vee B, \neg C\}$$

Bázis:  $C, B, A$

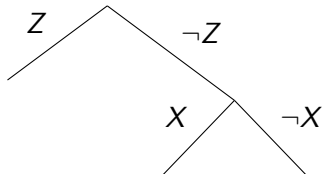


A klózhalmaz kielégíthetetlen, mert a szemantikus fa minden ágon zárt.

## Szemantikus fa lezárása - 3. Feladat

$$K = \{\neg Z \vee Y, X \vee Z, \neg X \vee \neg Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

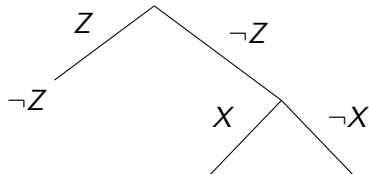
Bázis :  $Z, X, Y$



## Szemantikus fa lezárása - 3. Feladat

$$K = \{\neg Z \vee Y, X \vee Z, \neg X \vee \neg Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

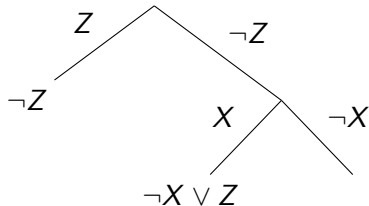
Bázis :  $Z, X, Y$



## Szemantikus fa lezárása - 3. Feladat

$$K = \{\neg Z \vee Y, X \vee Z, \neg X \vee \neg Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

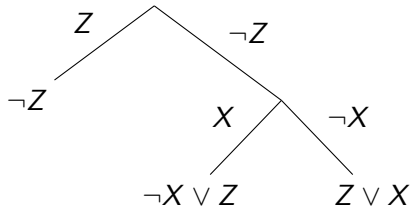
Bázis :  $Z, X, Y$



## Szemantikus fa lezárása - 3. Feladat

$$K = \{\neg Z \vee Y, X \vee Z, \neg X \vee \neg Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

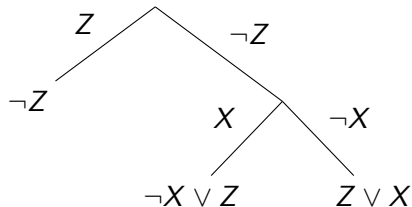
Bázis :  $Z, X, Y$



## Szemantikus fa lezárása - 3. Feladat

$$K = \{\neg Z \vee Y, X \vee Z, \neg X \vee \neg Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Bázis :  $Z, X, Y$



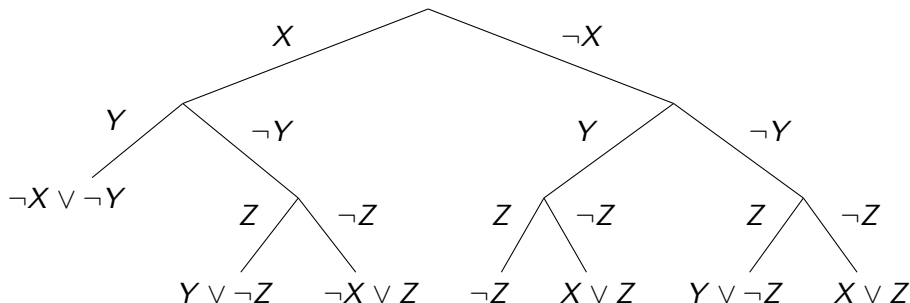
A klózalmaz kielégíthetetlen, mert a szemantikus fa minden ágon zárt.



## Szemantikus fa lezárása - 3. Feladat (másik bázissal)

$$K = \{\neg Z \vee Y, X \vee Z, \neg X \vee \neg Y, \neg X \vee Z, \neg Z\}$$

Bázis :  $X, Y, Z$



A klózalmaz kielégíthetetlen, mert a szemantikus fa minden ágon zárt.