

দ্বিতীয় অধ্যায়

ডেস্টার Vector



ACS Physics Department এর মনোনীত প্রশ্নসমূহ

১। ৬ একক ও ৪ একক মানের দুটি ডেস্টার 60° কোণে কোনো কণার ওপর একই সময় ক্রিয়া করছে। এদের লক্ষির মান ও দিক নির্ণয় করো।

উত্তর: $12.16; 25.28^\circ$

২। দুটি বলের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান যথাক্রমে 29 kg-wt ও 5 kg-wt ; যদি প্রত্যেকটি বলের মান 3kg-wt করে বাঢ়ানো হয়, তবে নতুন বলদ্বয়ের লক্ষির মান নির্ণয় কর যেন বলদ্বয় পরস্পরের সাথে সমকোণে থাকে।

উত্তর: $25 \text{ kg-wt}; 36.869^\circ; 20 \text{ kg-wt}$ এর সাথে

৩। যদি A, B ও C বিন্দুগুলোর অবস্থান ডেস্টার যথাক্রমে $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}, 3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $5\hat{i} - 10\hat{j} + 13\hat{k}$ হয় তবে দেখাও যে, AB ও BC ডেস্টারদ্বয় সমরেখিক বা collinear।

৪। $\vec{A} = (6\hat{i} - 8\hat{j})\text{m}$, $\vec{B} = (-8\hat{i} + 3\hat{j})\text{m}$ এবং $\vec{C} = (26\hat{i} + 19\hat{j})\text{m}$ ডেস্টার পরস্পরের সাথে $a\vec{A} + b\vec{B} + \vec{C} = \vec{0}$ সমীকরণ দ্বারা সম্পর্কিত। a ও b এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: $a = 5; b = 7$

৫। $\vec{d}_1 + \vec{d}_2 = 5\vec{d}_3, \vec{d}_1 - \vec{d}_2 = 3\vec{d}_3$ এবং $\vec{d}_3 = 2\hat{i} + 4\hat{j}$ হলে, \vec{d}_1 ও \vec{d}_2 নির্ণয় কর।

উত্তর: $\vec{d}_1 = 8\hat{i} + 16\hat{j}; \vec{d}_2 = 2\hat{i} + 4\hat{j}$

৬। যদি $3\text{N}, 4\text{N}$ ও 12N মানের তিনটি বল কোনো কোনো একটি কণার উপর এমনভাবে ক্রিয়াশীল হয় যেন বলগুলোর প্রত্যেকটি পরস্পরের সাথে সমকোণে ক্রিয়াশীল, তবে লক্ষি বলের মান নির্ণয় কর।

উত্তর: 13 N

৭। যদি সমান মানের দুটি বলের মান F এবং তাদের লক্ষি মান $\frac{F}{3}$ হয় তবে বল দুটির মধ্যবর্তী কোণ কতো?

উত্তর: 160.812°

৮। একটি বিমান 500km/h দ্রুতিতে উত্তর দিকে যাচ্ছিলো। একজন যাত্রীবেশী হাইজ্যাকার একটি বন্দুক নিয়ে হঠাৎ 1000km/h দ্রুতিতে উপরের দিকে গুলি ছুঁড়তে শুরু করলো। পৃথিবীতে অবস্থিত পর্যবেক্ষক টেলিফোপের সাহায্যে সম্পূর্ণ ঘটনা পর্যবেক্ষণ করলো। পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে গুলি উলমেরের সাথে কত কোণে গতিশীল হবে?

উত্তর: 26.565°

৯। যদি $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ হয়, তবে কোন শর্তসাপেক্ষে $A^2 + B^2 = C^2$ হবে?

উত্তর: \vec{A} ও \vec{B} পরস্পরের লম্ব হয়।

১০। যদি $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ হয়, তবে কোন শর্তসাপেক্ষে $A + B = C$ হবে?

উত্তর: 0°

১১। কোনো বিন্দুতে θ কোণে ক্রিয়ারত \vec{P} ও \vec{Q} ডেস্টারের লক্ষি \vec{R} . যদি \vec{Q} এর মান দ্বিগুণ করা হয় তবে লক্ষির মান দ্বিগুণ হয়।

যদি \vec{Q} কে $-\vec{Q}$ দ্বারা প্রতিস্থাপিত করা হয় তাহলেও লক্ষির মান $2R$ হয়। \vec{P}, \vec{Q} ও \vec{R} এর মানের অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর: $P : Q : R = \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$

১২। দুটি সমান ডেস্টারকে ঘোগ করলে কোনো অবস্থায় তাদের লক্ষি-

(ক) একটি ডেস্টারের মানের $\sqrt{2}$ গুণ হবে এবং

উত্তর: 90°

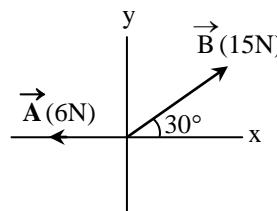
(খ) একটি ডেস্টারের মানের $\sqrt{3}$ গুণ হবে?

উত্তর: 60°

১৩। $2\vec{A}$ এবং \vec{A} ডেস্টার পরস্পরের সঙ্গে একটি নির্দিষ্ট কোণে আনত। প্রথম ডেস্টারকে দ্বিগুণ করলে লক্ষির মান তিনগুণ হয়। ডেস্টারদ্বয়ের অন্তর্বর্তী কোণ কত?

উত্তর: 180°

১৪। চিত্র-১ প্রদর্শিত ডেস্টার \vec{A} ও \vec{B} এর সমষ্টি $(\vec{A} + \vec{B})$ ও অন্তর $(\vec{A} - \vec{B})$ নির্ণয় কর।



উত্তর: $|\vec{A} + \vec{B}| = 10.25 \text{ N}$

$|\vec{A} - \vec{B}| = 20.42 \text{ N}$

১৫। ডেস্টার রাশি $A = 3$ এবং $B = 4$, যদি A এর দিক B এর উলমের দিক হয় তাহলে তাদের লম্ব ডেস্টার R কত হবে? A এর সাপেক্ষে R এর দিক কি হবে?

উত্তর: $R = 5$ একক

$$\theta = 53.13^\circ$$

১৬। উত্তর এবং পূর্ব দিকে যথাক্রমে 3 ms^{-1} এবং 4 ms^{-1} মানের দুটি বেগ ভেঙ্গে ভেঙ্গে করা হলো। এদের বিয়োগফল $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$ নির্ণয় কর। এটি কোন দিকে কত কোণে থাকবে?

উত্তর: উত্তরের সাথে 53.13° কোণে উত্তর-পশ্চিমে।

১৭। x-অক্ষের ধনাত্ত্বক দিকের সাথে 170° ও 50° কোণে দুটি বল কোন বিন্দু বস্তুর উপর ক্রিয়ালী। উভয় বলের মান 100 N হলে লক্ষি বলের মান ও দিক নির্ণয় করো।

উত্তর: $R = 100 \text{ N}$; x অক্ষের সাথে $= 110^\circ$

১৮। $(\vec{A} + \vec{B})$ এবং $(\vec{A} - \vec{B})$ এর মধ্যবর্তী কোণ কত হলে তাদের লক্ষির মান $\sqrt{3A^2 + B^2}$ হবে?

উত্তর: $\theta = 60^\circ$

১৯। একটি উড়োজাহাজ 110 m/s বেগে উত্তর দিকে যাত্রা শুরু করল। ঐ সময় বাতাস 40 m/s বেগে পশ্চিম হতে পূর্ব দিকে বইছিল। উড়োজাহাজটি ভূমি সাপেক্ষে কত বেগে কোন দিকে চলবে?

উত্তর: উত্তর দিকের সাথে 19.98° করে উত্তর-পূর্ব দিকে

২০। ভেঙ্গে \vec{B} কে \vec{A} এর সাথে যোগ করলে $6\hat{i} + \hat{j}$ এবং ভেঙ্গে \vec{A} হতে বিয়োগ করলে $-4\hat{i} + 7\hat{j}$ হয়। ভেঙ্গে \vec{A} ও \vec{B} এবং তাদের মান নির্ণয় কর।

উত্তর: $\vec{A} = \hat{i} + 4\hat{j}$; $|\vec{A}| = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$ একক
 $\vec{B} = 5\hat{i} - 3\hat{j}$; $|\vec{B}| = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$ একক

২১। 75° কোণে ক্রিয়ারত দুটি বলের লক্ষি 12 N এবং তা একটির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে। বল দুটির মান নির্ণয় কর।

উত্তর: $P = 6.21 \text{ N}$; $Q = 8.78 \text{ N}$

২২। যদি $\vec{r}_1 = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{r}_2 = \hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{r}_3 = -2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{r}_4 = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$ হয় তবে, a, b ও c এর মান নির্ণয় কর যেন $\vec{r}_4 = a\vec{r}_1 + b\vec{r}_2 + c\vec{r}_3$ হয়।

উত্তর: $a = -2$, $b = 1$, $c = -3$

২৩। একটি ত্রিভুজের তিনটি কৌণিক বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $A(3, -2, 1)$, $B(1, -3, 5)$, $C(2, 1, -4)$ । BC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

উত্তর: $|\vec{BC}| = 7\sqrt{2}$ একক

খ. ত্রিভুজটি সমকোণী কি-না মূল্যায়ন পূর্বক মতামত দাও।

উত্তর: ABC ত্রিভুজ, সমকোণী ত্রিভুজ নয়।

২৪। বায়ু ভূমির সমান্তরাল উত্তর দিকে 5 km/h বেগে প্রবাহিত হচ্ছে। নিম্নোক্ত দিকসমূহ এর উপাংশ কত?

(ক) পূর্ব দিক : (খ) পশ্চিম দিক (গ) খাড়া উপরের দিক

উত্তর: (ক) 0 km/h ; (খ) 0 km/h ; (গ) 0 km/h

২৫। বায়ু দক্ষিণ পূর্ব দিকের মাঝামাঝি কোনো দিক হতে উত্তর-পশ্চিম দিকে প্রবাহিত হচ্ছে। বায়ুর বেগের উত্তরমুখী ও পশ্চিমমুখী অংশকের মান যথাক্রমে 3 km/h ও 4 km/h .

(ক) বায়ুর প্রকৃত বেগ কতো?

উত্তর: 5 kmh^{-1}

(খ) বায়ু উত্তর দিকের সাথে কতো কোণে প্রবাহিত হচ্ছে?

উত্তর: 53.13°

২৬। দুটি দিক রাশি \vec{A}_1 এবং \vec{A}_2 একটি বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়া করে। \vec{A}_1 এর মান 4 একক এবং এটি অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। \vec{A}_2 এর মান 3 একক এবং এটি অনুভূমিক দিকে ক্রিয়ালী। লক্ষির অনুভূমিক ও উল্লম্ব অংশ বের করো।

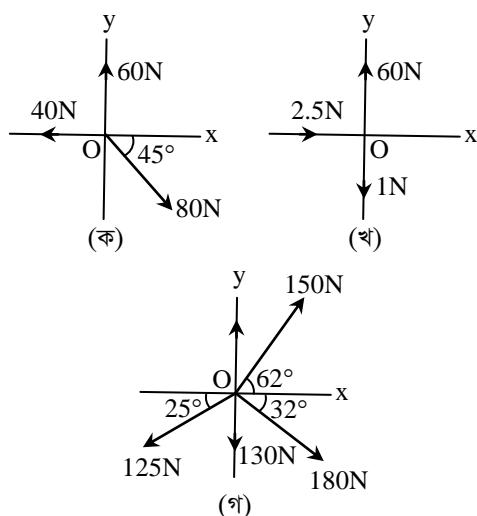
উত্তর: 6.464 একক; 2 একক

২৭। OABC একটি সামান্তরিক। এর সম্মিহিত বাহুদ্বয় OA এবং OC , কর্ণ OB এর সাথে যথাক্রমে 30° ও 40° কোণ উৎপন্ন করে। কর্ণের দৈর্ঘ্য 20 সে.মি. হলে, OA এবং OC এর দৈর্ঘ্য কতো?

উত্তর: OA এর দৈর্ঘ্য $= 13.68 \text{ cm}$

OC এর দৈর্ঘ্য $= 10.64 \text{ cm}$

২৮। এটা ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো।



উপরের (ক), (খ) ও (গ) চিত্রগুলোতে কয়েকটি সমতলীয় ভেঙ্গে xy সমতলের মূলবিন্দুতে ক্রিয়ারত। প্রত্যেক ক্ষেত্রে লক্ষির মান ও দিক নির্ণয় কর।

উত্তর: (ক) $|\vec{R}| = 16.92 \text{ N}$; $\theta_1 = 11.70^\circ$ x অক্ষের সাথে

(খ) $|\vec{R}_2| = 59.053 \text{ N}$; $\theta_2 = 87.57^\circ$ x অক্ষের সাথে

(গ) $|\vec{R}_3| = 182.48 \text{ N}$; $\theta_3 = 53.02^\circ$ x অক্ষের সাথে

২৯। যদি \hat{A} ও \hat{B} একক ভেঙ্গের দিকে মধ্যবর্তী কোণ θ হয় তবে প্রমাণ কর যে, $|\hat{A} - \hat{B}| = 2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$.

৩০। 10 N ও 20 N মানের দুটি বল কোনো বিন্দুতে একসাথে কতো কোণে কাজ করলে লাঈ বলটি 10 N এর সাথে সমকোণে কাজ করবে? (অনুরূপ প্রয়োগ ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর: 120°

৩১। এক ব্যক্তি প্রথমে 3 km উত্তর দিকে হাঁটলো। এরপর সে উত্তর-পূর্বদিকে 5 km হাঁটলো। লেখচিত্র এবং গাণিতিকভাবে তার সরণ প্রকাশ করো। (অনুরূপ প্রয়োগ ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর: সরণ = 7.43 km ; $\theta = 61.59^\circ$

৩২। এক ব্যক্তি প্রথমে উত্তর দিকে 30 m ; অতঃপর পূর্বদিকে 20 m এবং সরশেমে $30\sqrt{2}\text{ m}$ দক্ষিণ-পশ্চিম দিকে হাঁটলো। ঐ ব্যক্তির প্রাথমিক অবস্থান হতে সরণ কতো? (এই প্রয়োগ ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর: প্রাথমিক অবস্থান হতে পশ্চিম দিকে 10 m সরণ।

৩৩। একজন মহিলা উত্তর পূর্ব দিকে 30° কোণে 250 m হাঁটল। অতঃপর সোজা পূর্বদিকে 175 m গেল। (অনুরূপ প্রয়োগ ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

(ক) সরণের মান ও দিক বের করে।

উত্তর: $R = 369.97\text{ m}$

$\theta = 35.82^\circ$ কোণে (পূর্ব-উত্তর)

(খ) মহিলাটি কতদূর হাটে তা বের করো।

উত্তর: 425 m

(গ) সরণের মান ও দূরত্বের মধ্যে কোনটি বেশি তা নির্ণয় করো।
উত্তর: সরণ < দূরত্ব

৩৪। \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ভেষ্টরের প্রতিটির মান 50 m এবং এরা xy সমতলে অবস্থান করে। \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ভেষ্টরের অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যথাক্রমে 30° , 195° , 315° কোণ উৎপন্ন করে। যদি $(\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{c} + \vec{d}) = \vec{0}$ হয়, তাহলে \vec{d} এর মান ও দিক নির্ণয় করো।

উত্তর: $|\vec{d}| = 62.26\text{ m}$

$\alpha = 130.4^\circ$

৩৫। একটি ট্রাক উত্তর দিকে 25 km যাবার পর উত্তর-পশ্চিম দিকে 60° কোণে 50 km যায়। ট্রাকের লাঈ সরণের মান ও দিক নির্ণয় কর। (অনুরূপ প্রয়োগ ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর: $R = 66.14\text{ m}$

$\theta = 40.9^\circ$ উত্তর দিকের সাথে পশ্চিম দিকে।

৩৬। ABCDEF একটি ষড়ভুজের AB, AC, AD, AE ও AF বাহ্যগুলো যথাক্রমে 1 একক, 2 একক, 3 একক, 4 একক ও 5 এককের 5টি ভেষ্টর রাশিকে প্রকাশ করে। লাঈর মান ও দিক নির্ণয় কর। (অনুরূপ প্রয়োগ ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর: $R = 12.05$ একক

$\theta = 81.79^\circ$ x অক্ষের সাথে

৩৭। একটি জাহাজ পূর্ব উত্তর দিকে 60° কোণে 130 km দূরত্ব অতিক্রম করল। জাহাজটি যাত্রাবিন্দু হতে কতদূর উত্তর ও কতদূর পূর্ব দিকে গেল?

উত্তর: পূর্ব দিকে গেল = 65 km

উত্তর দিকে গেল = 112.6 km

৩৮। একটি উড়োজাহাজ দক্ষিণ পূর্বদিকে 30° কোণে 250 km উড়ে। অতঃপর দক্ষিণ-পশ্চিম দিকে 30° কোণে 250 km উড়লো। উড়োজাহাজটির সরণ ভেষ্টরের মান ও দিক কত? (অনুরূপ প্রয়োগ ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর: সরণ এর মান = 433.013 km

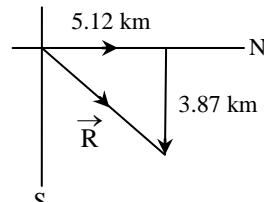
এবং দিক দক্ষিণ দিক বরাবর।

৩৯। একটি 30 N বল Y-অক্ষের সাথে 60° কোণে আনত। X ও Y অক্ষ বরাবর বলটির উপাংশ দুটি নির্ণয় কর।

উত্তর: $A_x = 15\sqrt{3}\text{ N}$; $A_y = 15\text{ N}$

৪০। \vec{A} ও \vec{B} দুটি ভেষ্টরের লাঈর মান $\sqrt{3}B$ এবং লাঈ \vec{A} ভেষ্টরের সাথে 30° কোণে আনত থাকে। দেখাও যে, $\vec{A} = \vec{B}$ অথবা $A = 2B$

৪১। চিত্রে একজন লোক প্রথমে পূর্বদিকে 5.12 km এবং তারপর দক্ষিণ দিকে 3.87 km গিয়ে বিশ্রাম নেয় (চিত্র)। যাত্রাবিন্দু হতে লোকটির বিশ্রামের দূরত্ব R এর মান ও দিক নির্ণয় কর।



উত্তর: $R = 6.42\text{ km}$; $\theta = 37.084^\circ$

৪২। 10 N মানের একটি বল অন্য একটি অজানা বলের সাথে 120° কোণে আনত। বল দুইটির লাঈ অজানা বলের সাথে 90° কোণে অবস্থিত। অজানা বলটির মান কত?

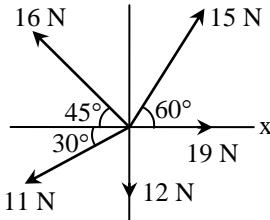
উত্তর: 5 N

৪৩। একটি লন রোলার টানার সময় এর হাতলে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 39.2 N বল প্রয়োগ করা হলে, এর ওজন কত হাস পারে?

উত্তর: 19.6 N

৪৪। দুইটি ভেষ্টরের বৃহত্তরটি ক্ষুদ্রতরটির $\sqrt{2}$ গুণ হলে দেখাও যে, এদের লাঈ বৃহত্তরটির সাথে যে কোণে আনত তার মান $\frac{\pi}{4}$ অপেক্ষা বেশি হবে না।

৪৫। A বিন্দুতে অবস্থিত কোনো একটি বস্তুর উপর 19 N , 15 N , 16 N , 11 N এবং 12 N এর পাঁচটি বল একই তলে ক্রিয়া করে। লব্ধির মান নির্ণয় কর। (অনুরূপ প্রৱেশ ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)



$$\text{উত্তর: } R = 8.85\text{ N}$$

৪৬। একটি গাড়ি প্রতি ঘণ্টায় 30 km/h দ্রুতিতে চলে। গাড়িটি প্রথম 10 s . সোজা পূর্ব দিকে, পরবর্তী 8 s . সোজা উত্তর দিকে এবং শেষ 4 s . সোজা পশ্চিম দিকে গেল। গাড়িটির গড় বেগ নির্ণয় করো।

$$\text{উত্তর: গড় বেগ} = 13.63\text{ km/h}$$

৪৭। 2 kg ভরের একটি বস্তু অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে আনত কোন তলের উপর ছিঁড়ি আছে।

(ক) তলের লম্ব বরাবর উপাংশ বের কর।

$$\text{উত্তর: } 17.32\text{ N}$$

(খ) তল বরাবর বস্তুটির ওজনের উপাংশ বের কর। ধরো $g = 10\text{ ms}^{-2}$

$$\text{উত্তর: } 10\text{ N}$$

৪৮। একটি বস্তু কণা XY সমতলে $x = a \sin \omega t$ এবং $y = a(1 - \cos \omega t)$ সমীকরণ অনুসারে গতিশীল আছে। $t = \tau$ সময়ে কণাটি দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

$$\text{উত্তর: } a\omega\tau$$

৪৯। একটি সাইকেলের বেগ করে হলে 8 ms^{-1} বেগের বৃষ্টির ফেঁটা আরোহীর গায়ে 30° কোণে আঘাত করবে?

$$\text{উত্তর: } 4.619\text{ ms}^{-1}$$

৫০। পশ্চিমদিকে 4 kmh^{-1} বেগে গতিশীল কেনো একজন লোকের কাছে মনে হয় বায়ু দক্ষিণ দিক থেকে প্রবাহিত হয়। লোকটির বেগ দিগন্তে তার কাছে মনে হয় বায়ু দক্ষিণ-পশ্চিম দিক থেকে প্রবাহিত হয়। বায়ুর বেগের মান ও দিক নির্ণয় করো।

উত্তর: বাতাসের বেগ $4\sqrt{2}\text{ kmh}^{-1}$ এবং পূর্ব দিকের সাথে 135° কোণে দক্ষিণ-পূর্ব দিক হতে প্রবাহিত হচ্ছে।

৫১। A জাহাজটি B জাহাজের 10 km পশ্চিমে অবস্থিত। A জাহাজ উত্তর দিকে 30 kmh^{-1} বেগে গতিশীল এবং B জাহাজ উত্তরের সাথে 60° কোণে পশ্চিমে 20 kmh^{-1} বেগে গতিশীল। (এই ম্যাথ ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

(i) A জাহাজের সাপেক্ষে B জাহাজের বেগের মান ও দিক নির্ণয় করো।

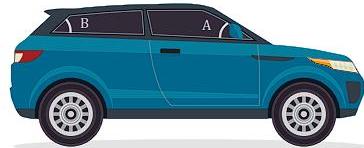
$$\text{উত্তর: } 10\sqrt{7}\text{ kmh}^{-1}$$

উত্তরের সাথে 139.1° কোণে পশ্চিম বরাবর ক্রিয়া করে।

(ii) গতিশীল সময়ে তাদের সম্ভাব্য সর্বনিম্ন দূরত্ব কত হবে?

$$\text{উত্তর: } 6.546\text{ km}$$

৫২। 2 ms^{-1} বেগে যাওয়া বাতাসের দিকে একটি গাড়ি 12 ms^{-1} বেগে চলছে। ত্রিমান্যায়ী গাড়িটির সামনের ও পিছনের প্লাসের কোণ $\angle A = 35^\circ$ ও $\angle B = 60^\circ$ । গাড়িটির সামনের প্লাসে লম্বভাবে বৃষ্টি পড়ছে।



ক) বৃষ্টির বেগ বের কর।

$$\text{উত্তর: } 14.28\text{ ms}^{-1}$$

খ) বৃষ্টির ফোটা কি সরাসরি পিছনের কাচে আঘাত করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

উত্তর: পিছনের কাচে আঘাত করবে না।

৫৩। এক ব্যক্তি 3 km/h বেগে পূর্বদিকে চলছিলো। যদি বৃষ্টির ফেঁটা 4 km/h বেগে নিচের দিকে পতিত হয় তবে ঐ ব্যক্তির সাপেক্ষে বৃষ্টি কতো বেগে এবং কোনদিকে পতিত হবে?

$$\text{উত্তর: } 5\text{ km/h}; 36.87^\circ$$

৫৪। একটি জাহাজ 10 km/h দ্রুতিতে পূর্বদিকে যাচ্ছিলো। দ্বিতীয় আরেকটি জাহাজ পূর্বদিকের সাথে 30° কোণ করে দক্ষিণ দিকে চলছিলো। যদি দ্বিতীয় জাহাজ সাপেক্ষে প্রথম জাহাজটিকে সর্বদা উত্তর দিকে চলমান মনে হয়, তবে দ্বিতীয় জাহাজের দ্রুতি কতো ছিলো?

$$\text{উত্তর: } 11.547\text{ km/h}$$

৫৫। এক ব্যক্তি অনুভূমিক রাস্তায় ঘণ্টায় 4 km/h বেগে হাঁটছে। তার মনে হচ্ছে বৃষ্টি উলম্বভাবে ঘণ্টায় 4 km এসে পড়ছে। বৃষ্টির প্রকৃত বেগ কতো এবং উলম্বের সাথে কতো কোণে আঘাত নির্ণয় করো।

$$\text{উত্তর: বৃষ্টির প্রকৃত বেগ} = 4\sqrt{2}\text{ km/h}; \text{ উলম্বের সাথে কোণ} = 45^\circ$$

৫৬। একটি বানর 5 m/s বেগে একটি উলম্ব খুঁটিতে উঠছিলো। একটি কুকুর খুঁটিটির দিকে $5\sqrt{3}\text{ m/s}$ বেগে দৌড়াচ্ছিলো। বানরটির সাপেক্ষে কুকুরটির আপেক্ষিক বেগের মান কতো ছিলো?

$$\text{উত্তর: } 10\text{ m/s}; 30^\circ \text{ [অনুভূমিকের সাথে]}$$

৫৭। একজন সাঁতারু শ্রোতার অবস্থায় নদীতে 3 km/h বেগে সাঁতার কাটতে পারেন। শ্রোতের নদীতে তিনি এক পাড় থেকে সোজা ওপাড়ে যাওয়ার জন্য সাঁতার কাটা শুরু করে 5 km/h বেগে কোনাকুনি নদী পার হলেন। নদীতে শ্রোতের বেগ কতো?

$$\text{উত্তর: } 4\text{ km/h}$$

৫৮। একটি নদীর শ্রোতের বেগ 5 km/h । শ্রোতের সাথে 60° কোণে 4 km/h বেগের একটি নৌকা চালনা করলে নৌকা প্রকৃতপক্ষে কতো বেগে কোন দিকে চলবে?

$$\text{উত্তর: } R = 7.81\text{ km/h}; \theta = 26.33^\circ$$

৫৯। একটি নদীতে পশ্চিম হতে পূর্ব দিকে পানি প্রবাহের বেগ 5 m/min ; শ্রোতার অবস্থায় একটি লোক 10 m/min দ্রুতিতে সাঁতার কাটতে পারেন। যদি লোকটি নদীর দক্ষিণ প্রান্তে যাত্রা শুরু করে উত্তর প্রান্তে সর্বনিম্ন সময়ে ও সর্বনিম্ন পথে পৌছতে চায় তবে তাকে কোনদিকে যাত্রা শুরু করতে হবে?

$$\text{উত্তর: } 120^\circ$$

৬০। একজন লোক শ্রোতহীন অবস্থায় 100 মিটার প্রশ্নত একটি নদী 4 মিনিটে সোজাসুজি সাতরিয়ে পার হতে পারে; কিন্তু শ্রোত থাকলে সে একই পথ 5 মিনিটে অতিক্রম করে। শ্রোতের গতিবেগ নির্ণয় করো।

উত্তর: 15 m/min

৬১। একটি নৌকা পূর্ব দিকে ঘন্টায় 6 কিলোমিটার বেগে যাচ্ছিলো। ঐ সময় বাতাস সোজা উত্তর দিকে ঘন্টায় 8 কিলোমিটার বেগে প্রবাহিত হচ্ছিলো। নৌকাটির প্রকৃত বেগ ও দিক নির্ণয় কর।

উত্তর: $R = 10 \text{ km/h}$; 53.13° (পূর্ব দিকের সাথে উত্তর দিকে)

৬২। কোনো নদীতে শ্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ 24 km/h এবং শ্রোতের প্রতিকূলে 8 km/h সোজা অপর পাড়ে পৌছতে নৌকা কোন দিকে এবং কতো বেগে চালাতে হবে?

উত্তর: 120° ; $8\sqrt{3} \text{ km/h}$

৬৩। একটি নদীতে শ্রোতের বেগ 8 ms^{-1} ; 12 ms^{-1} বেগের একটি ইঞ্জিন চালিত নৌকাকে সোজা পাড়ি দিতে হলে কোন দিকে চালনা করতে হবে? নৌকার লক্ষ বেগ কতো হবে? নদীটি 400m প্রশ্নত হলে পাড়ি দিতে কতো সময় লাগবে?

উত্তর: 131.81° ; $4\sqrt{5} \text{ ms}^{-1}$; 44.74 s

৬৪। নদীতে শ্রোতের বেগ 5 km/h এবং নৌকার বেগ 12 km/h । বৃষ্টি 36 km/h বেগে উলঘাটাবে পড়ছে।

ক. সোজা অপর পাড়ে যেতে নৌকাকে শ্রোতের সাথে কত কোণে রওনা হতে হবে নির্ণয় কর।

উত্তর: 114.62°

খ. বৃষ্টি হতে বাঁচতে নৌকায় বসা একজন লোককে শ্রোতের অনুকূলে এবং প্রতিকূলে উলঘাটের সাথে কত কোণে ছাতা ধরতে হবে- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

উত্তর: শ্রোতের অনুকূলে কোণ = 25.28° ; প্রতিকূলে কোণ = 11°

৬৫। একটি নদীতে পশ্চিম হতে পূর্ব দিকে পানি প্রবাহের বেগ 5m/min ; শ্রোতহীন অবস্থায় একটি লোক 10m/min দ্রুতিতে সাঁতার কাটতে পারেন। যদি লোকটি নদীর দক্ষিণ প্রান্তে যাত্রা শুরু করে উত্তর প্রান্তে সর্বনিম্ন সময়ে ও সর্বনিম্ন পথে পৌছতে চায় তবে তাকে কোনদিকে যাত্রা শুরু করতে হবে?

উত্তর: 90° ; 120°

৬৬। শ্রোতের নদীতে শ্রোতের সাপেক্ষে একটি ইঞ্জিন চালিত নৌকা 8 km/h দ্রুতিতে চলতে পারে। যদি শ্রোতের দ্রুতি 3 km/h হয়, তবে নদী তীরবর্তী কোনো গাছকে নৌকাটি শ্রোতের অনুকূলে ও প্রতিকূলে কত দ্রুতিতে অতিক্রম করবে?

উত্তর: অনুকূলে দ্রুতি = 11 km/h ; প্রতিকূলে দ্রুতি = 5 km/h

৬৭। একজন সাঁতার শ্রোতহীন অবস্থায় নদীতে 3 km/h বেগে সাঁতার কাটতে পারেন। শ্রোতের নদীতে তিনি এপার থেকে ওপারে যাওয়ার জন্য সাঁতার কাটা শুরু করে 5 km/h বেগে কোনাকুনি নদী পার হলেন। নদীতে শ্রোতের বেগ কত? কত কোণে সাঁতার সাতার দিয়েছিল?

উত্তর: 4 km/h ; 36.87°

৬৮। একজন লোক শ্রোতহীন অবস্থায় 100 মিটার প্রশ্নত একটি নদী 4 মিনিটে সোজাসুজি সাতরিয়ে পার হতে পারে; কিন্তু শ্রোত থাকলে সে এই পথে 5 মিনিটে একে অতিক্রম করতে পারে। শ্রোতের গতিবেগ নির্ণয় করো।

i. শ্রোতের গতিবেগ বের করো।

উত্তর: শ্রোতের গতিবেগ = 15 m/min

ii. সাঁতারুর পক্ষে নদীর এপার থেকে ওপারের ঠিক বিপরীত বিন্দুতে পৌছানো সম্ভব কি-না? গাণিতিক যুক্তি দাও।

উত্তর: 126.87°

iii. শ্রোতের দিকের সাথে 60° কোণে যাত্রা করলে অপর তীরে কোথায় পৌছানো?

উত্তর: 127.022 m

৬৯। একজন সাঁতার স্থির পানিতে ঘন্টায় $2\sqrt{2} \text{ km}$ বেগে সাঁতার কাটতে পারেন। ঘন্টায় 2 km বেগের শ্রোতযুক্ত একটি নদী তিনি সাঁতার কেটে পার হচ্ছেন।

i. সর্বাপেক্ষা কম দূরত্ব অতিক্রম করে অপর তীরে পৌছাতে হলে তাকে কোন দিকে সাঁতার কাটতে হবে?

উত্তর: 135°

ii. সর্বাপেক্ষা কম সময়ে নদী পার হতে হলে তাকে কোন দিকে সাঁতার কাটতে হবে?

উত্তর: 90° হবে।

iii. নদীর প্রশ্ন $\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ km}$ হলে, সেক্ষেত্রে শ্রোত তাকে কত দূর ভাসিয়ে নিয়ে যাবে?

উত্তর: $\frac{1}{2} \text{ km}$

৭০। একটি শ্রোতস্বীন নদীতে এমনভাবে নৌকা চালনা করা হল যেন সেটি ন্যূনতম পথে অপর তীরে পৌছায়। এতে যে সময় লাগে, নদীতে শ্রোত না থাকলে তার অর্ধেক সময় লাগে। নৌকার বেগ 2 m/s হলে শ্রোতের বেগ কত?

উত্তর: $\sqrt{3} \text{ m/s}$

৭১। $\vec{P} = 4$ একক পূর্বদিকে এবং $\vec{Q} = 3$ একক পূর্বদিকের সাথে 45° উত্তর দিকে হলে $\vec{P} \cdot \vec{Q}$ এর মান কত?

উত্তর: $6\sqrt{2}$

৭২। $\vec{A} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ভেস্টেরয়ের ক্ষেত্রে গুণফল নির্ণয় করো।

উত্তর: -5

৭৩। $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$; \vec{A} বরাবর \vec{B} এর লম্ব অভিক্ষেপ নির্ণয় করো।

উত্তর: $\frac{13}{\sqrt{19}}$

৭৪। $\vec{P} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এর মধ্যবর্তী কোণের কোসাইন নির্ণয় করো।

উত্তর: $\cos\theta = \frac{17}{3\sqrt{33}}$

৭৫। $\vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ হলে, A ও B ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মান নির্ণয় করো।

উত্তর: 90°

৭৬। কোনো বস্তুর উপর $\vec{F} = (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})N$ বল প্রয়োগ করার ফলে $\vec{s} = (2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})m$ সরণ ঘটে। বলের দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় করো।

উত্তর: 8 J

৭৭। $\vec{A} = 9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$ । ভেক্টর দুটির ক্ষেত্রের গুণফল নির্ণয় করে দেখাও যে, এরা পরস্পর লম্ব।

৭৮। m এর কোন মানের জন্য $\vec{A} = 2m\hat{i} + m\hat{j} - 4\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ পরস্পর লম্ব?

উত্তর: m = 2 অথবা, -1

৭৯। $\vec{P} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এর সাথে x, y ও z অক্ষের কৌণিক ব্যবধান নির্ণয় করো।

উত্তর: $\therefore \theta_x = 70.528^\circ; \theta_y = 131.81^\circ; \theta_z = 48.189^\circ$

৮০। এমন একটি ভেক্টর নির্ণয় করো যা xy তলের সমান্তরাল এবং $2\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ এর সাথে সমকোণে অবস্থিত।

উত্তর: $\pm \frac{\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{2}}$

৮১। যদি $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ হয় তাহলে,

$$(i) |\vec{A} \times \vec{B}| = ?$$

উত্তর: $\sqrt{195}$ বর্গএকক

$$(ii) (\vec{A} + 2\vec{B}) \times (2\vec{A} - \vec{B}) = ?$$

উত্তর: $-25\hat{i} + 35\hat{j} - 55\hat{k}$

$$(iii) |(\vec{A} + \vec{B}) \times (\vec{A} - \vec{B})| = ?$$

উত্তর: $2\sqrt{195}$

৮২। যদি $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} - \hat{j} - 5\hat{k}$ হয় তবে, প্রমাণ কর যে, $(\vec{A} + \vec{B}) \times (\vec{A} - \vec{B}) \neq (\vec{A} - \vec{B}) \times (\vec{A} + \vec{B})$

৮৩। $\vec{P} = 5$ একক পূর্বদিকে এবং $\vec{Q} = 4$ একক পূর্বদিকের সাথে 30° উভয় দিকে হলে $\vec{P} \times \vec{Q}$ এর মান কত?

উত্তর: 10

৮৪। $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$ । \vec{A} ও \vec{B} উভয়ের লম্ব দিকে একক দিক রাশি নির্ণয় করো।

উত্তর: $\pm \frac{\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}}{\sqrt{42}}$

৮৫। দুটি ভেক্টরের ক্ষেত্রের গুণফল 18 একক এবং ভেক্টর গুণফলের মান $6\sqrt{3}$ একক। ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?

উত্তর: 30°

৮৬। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু দুটি যথাক্রমে $\vec{A} = \hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = -2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ । সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

উত্তর: $\sqrt{107}$ বর্গএকক

৮৭। একটি সামান্তরিকের দুটি কর্ণ যথাক্রমে $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ । সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

উত্তর: 13.077 বর্গএকক

৮৮। $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{B} = 6\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{C} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ হলে, $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = ?$

উত্তর: 40

৮৯। $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{C} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ হলে প্রমাণ কর যে, $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$

৯০। ঘনকের কর্ণ ও এর যেকোনো একটি পৃষ্ঠের কর্ণের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় করো।

উত্তর: 35.3°

৯১। $\vec{A} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$, $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{C} = \hat{i} + \hat{m}\hat{k} + 3\hat{j}$ । m এর মান কত হলে সামান্তরিকের আয়তন 50 একক হবে?

উত্তর: $m = -\frac{70}{19}$

৯২। টর্ক $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$; যদি $\vec{F} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং \vec{r} ভেক্টরটি $(-2, 3, 4)$ ও $(1, 2, 3)$ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব হয় তবে $\vec{\tau} = ?$

উত্তর: $-4\hat{j} + 4\hat{k}$

৯৩। \vec{d}_1 সরণ ভেক্টরটি yz অক্ষে 63° কোণে অবস্থিত। \vec{d}_1 এর z উপাংশের মান 4.50m; \vec{d}_2 সরণ ভেক্টরটি xx সমতলে যা + x হতে 30° কোণে অবস্থিত। \vec{d}_2 এর z উপাংশ 1.40 m হলে নির্ণয় কর-

$$(ক) \vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 :$$

উত্তর: 6.3 m^2

$$(খ) \vec{d}_1 \times \vec{d}_2 :$$

উত্তর: $(3.22\hat{i} + 10.89\hat{j} - 5.566\hat{k}) \text{ m}^2$

(গ) \vec{d}_1 ও \vec{d}_2 এর মধ্যবর্তী কোণ :

উত্তর: 63.56°

৯৪। $\vec{A} = \hat{i} + \sqrt{2}\hat{j} + 3\hat{k}$ ভেট্টরটি z – অক্ষের সাথে যে কোণ

উৎপন্ন করে এবং yz তলে \vec{A} এর উপাংশ নির্ণয় করো।

উত্তর: $75.52^\circ; \sqrt{11}$

৯৫। যদি $\vec{P} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 3\hat{i} - a\hat{j} + b\hat{k}$ ভেট্টরদ্বয়ের সমরৈখিক বা সমান্তরাল হবার শর্ত নির্ণয় করো।

উত্তর: $a = -\frac{9}{2}; b = -6$

৯৬। একটি কণার আদি অবস্থান ভেট্টর $\vec{r}_1 = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k})m$

এবং শেষ অবস্থান ভেট্টর $\vec{r}_2 = (14\hat{i} + 13\hat{j} + 9\hat{k})m$ যদি

একটি সুষম বল $\vec{F} = (4\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k})N$ কণাটির ওপর ক্রিয়াশীল হয়, তবে বল দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় করো।

উত্তর: $100 J$

৯৭। রৈখিক বেগ \vec{v} কৌণিক বেগ \vec{t} ও ব্যাসার্ধ ভেট্টর \vec{r} এর

মধ্যে সম্পর্ক $\vec{v} = \vec{t} \times \vec{r}$ যদি কোনো মুহূর্তে $\vec{t} = \hat{i} - 2\hat{j} +$

$3\hat{k}$ কণাটির কৌণিক বেগ এবং $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ কণাটির

অবস্থান ভেট্টর বোঝায়, তবে কণাটির বেগ \vec{v} কত?

উত্তর: $-5\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$

৯৮। a ধ্রুবকটির মান কতো হলে $\vec{P} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং \vec{Q}

$= \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{R} = 3\hat{i} + a\hat{j} + 5\hat{k}$ ভেট্টরদ্বয় সমতলীয়

হবে?

উত্তর: $a = -4$

৯৯। $\vec{\alpha} = 1\hat{i} + 1\hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{\beta} = -1\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{\gamma}$

$= 5\hat{i} + 8\hat{k}$ হয়, তবে ক্ষেলার রাশি c ও d এর মান নির্ণয় করো

যেন, $\vec{\gamma} - c\vec{\alpha} - d\vec{\beta}$ ভেট্টরটি \vec{t} ও \vec{r} উভয়ের উপরই লম্ব হয়।

উত্তর: $c = -1; d = 1$

১০০। একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু তিনটি $(2, 3, 1)$, $(1, 1, 3)$ এবং $(2, 2, 5)$ হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

উত্তর: $\frac{1}{2}\sqrt{53}$ বর্গএকক

১০১। দুটি ভেট্টরের যোগফল $\vec{A} + \vec{B} = 12\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k}$

এবং বিয়োগফল $\vec{A} - \vec{B} = -6\hat{i} + 12\hat{j} + 10\hat{k}$ হলে \vec{A} ও

\vec{B} নির্ণয় করো এবং এদের ক্ষেলার গুণন নির্ণয় কর।

উত্তর: -14

১০২। বল $\vec{F} = 12.0 N$ এবং ব্যাসার্ধ ভেট্টর $\vec{r} = 4.0 m$ এবং এই ভেট্টরের মধ্যবর্তী কোণ 60° ; ভেট্টর গুণন নির্ণয় করো। এটি কোন রাশি নির্দেশ করে?

উত্তর: টর্ক নির্দেশ করে $\tau = \vec{r} \times \vec{F}$

১০৩। $2 kg$ ভরের একটি গতিশীল কণার গতিবেগ $\vec{v} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ । কণাটির অবস্থান ভেট্টর $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j}$ হলে মূলবিন্দু সাপেক্ষে এর কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় করো।

উত্তর: $-4\hat{i} + 4\hat{j}$

১০৪। অবস্থান ভেট্টরকে ব্যবকলন করে বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করো।

উত্তর: বেগ, $\vec{v} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$
ত্বরণ, $\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$

১০৫। মুক্তভাবে পড়ত একটি বস্তুর সরণকে $x = \frac{1}{2}gt^2$ দ্বারা

বর্ণনা করা যায়। বস্তুটির বেগ-

(ক) 1 সেকেন্ড পর কতো হবে?

উত্তর: $9.8 ms^{-1}$

(খ) 5 সেকেন্ড পর কতো হবে?

উত্তর: $49 ms^{-1}$

(গ) বস্তুটির ত্বরণ কতো হবে?

উত্তর: $9.8 ms^{-2}$

১০৬। একটি গতিশীল কণার কোনো মুহূর্তের অবস্থান ভেট্টর $\vec{r} = \hat{i}\cos\omega t + \hat{j}\sin\omega t$ দ্বারা নির্দেশ করা যায়। এখানে ω একটি ধ্রুবক। কণাটির তাৎক্ষণিক বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করো এবং আরো দেখাও যে, $\vec{r} \times \vec{v} =$ একটি ধ্রুবক ভেট্টর।

১০৭। দুইটি ভেট্টর $\vec{A} = \hat{i}t^2 - \hat{j}t + (2t + 1)\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 5\hat{i}t + \hat{j}t - \hat{k}t^3$ হলে $\frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \vec{B})$ ও $\frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B})$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $-8t^3 + 12t^2 - 2t;$

$$\hat{i}(4t^3 - 4t - 1) + \hat{j}(5t^4 + 20t + 5) + \hat{k}(3t^2 + 10t)$$

১০৮। যদি $\phi = 2xy^4 - x^2z$ হয়, তবে $(2, -1, -2)$ বিন্দুতে $\vec{\nabla}\phi$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $10\hat{i} - 16\hat{j} - 4\hat{k}$

১০৯। যদি $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + zk\hat{k}$ হয়, তবে $\vec{r} \cdot \vec{r}$ নির্ণয় করো।

উত্তর: 3

১১০। $(1, -1, 1)$ অবস্থানে $\vec{A} = 3xyz^2\hat{i} + 2xy^3\hat{j} - x^3xy\hat{k}$ এর অতিসারিতা বা ডাইভারজেন্স নির্ণয় করো।

উত্তর: 4

১১১। $\vec{A} = x^3z\hat{i} + 4y^3z^2\hat{j} - xy^2z\hat{k}$ হলে $\nabla \cdot \vec{A}$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $3x^2z + 12y^2z^2 - xy^2$

১১২। $(1, -1, 1)$ অবস্থানে $\vec{A} = xz^3\hat{i} - 2x^2yz\hat{j} + 2yz^4\hat{k}$ এর কার্ল নির্ণয় করো।

উত্তর: $3\hat{j} + 4\hat{k}$

১১৩। $\vec{V} = (x^2 + yz)\hat{i} + (y^2 + zx)\hat{j} + (z^2 + xy)\hat{k}$ এর কার্ল নির্ণয় করো।

উত্তর: 0

১১৪। কোনো কণার অবস্থান ভেট্টর $\vec{r} = [(3.0 \text{ ms}^{-1})t + 4.2 \text{ ms}^{-1}]\hat{i} + (5.3 \text{ ms}^{-1})\hat{j}$ হলে বেগ \vec{v} নির্ণয় করো।

উত্তর: 3 ms^{-1}

১১৫। $\phi(x, y, z) = 2xz^4 - x^2y$ হলে $(2, -2, -1)$ বিন্দুতে $\nabla \cdot \phi$ ও $|\nabla \phi|$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $10\hat{i} - 4\hat{j} - 16\hat{k}; 2\sqrt{93}$

১১৬। $\vec{V} \cdot (2x^2z\hat{i} - xy^2z\hat{j} + 3yz^2\hat{k})$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $4xz - 2xyz + 6yz$

১১৭। $\phi = 2x^3y^2z^4$ হলে $\vec{V} \cdot \vec{V}\phi$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $12xy^2z^4 + 4x^3z^4 + 24x^3y^2z^2$

১১৮। $\vec{A} = 3xyz^2\hat{i} + 2xy^3\hat{j} - x^2yz\hat{k}$ এবং $\phi = 3x^2 - yz$ হলে $(1, -1, 1)$ বিন্দুতে নির্ণয় করো।

(a) $\vec{V} \cdot \vec{A}$

উত্তর: 4

(b) $\vec{A} \cdot \vec{V}\phi$

উত্তর: -15

(c) $\vec{V} \cdot (\phi \vec{A})$

উত্তর: 1

(d) $\vec{V} \cdot \vec{V}\phi$

উত্তর: 6

১১৯। দেখাও যে, $\vec{A} = 3y^4z^2\hat{i} + 4x^3z^2\hat{j} - 3x^2y^2\hat{k}$ ভেট্টর ক্ষেত্রটি সলিনয়েডাল।

উত্তর: 0 [$\vec{V} \cdot \vec{A} = 0$ হওয়ায় ভেট্টর ক্ষেত্রটি সলিনয়েডাল।]

১২০। $\vec{A} = 2xz^2\hat{i} - xy\hat{j} + 3xz^3\hat{k}$ এবং $\phi = x^2z$ হলে $(1, -1, 1)$ বিন্দুতে নির্ণয় করো।

(a) $\vec{V} \times \vec{A}$

উত্তর: $\hat{j} + \hat{k}$

(b) $\vec{V} \times (\phi \vec{A})$

উত্তর: 17

(c) $\vec{V} \times (\vec{V} \times \vec{A})$

উত্তর: $4\hat{i} + 4\hat{k}$

১২১। দেখাও যে, $\vec{A} = (6xy + z^3)\hat{i} + (3x^2 - z)\hat{j} + (3xz^2 - y)\hat{k}$ ভেট্টর ক্ষেত্রটি অধূর্ণশীল।

উত্তর: 0

১২২। xy তলের উপর এমন একটি একক ভেট্টর নির্ণয় করো যা $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ এর উপর লম্ব।

উত্তর: $\pm \frac{1}{\sqrt{5}}(\hat{i} - 2\hat{j})$

১২৩। প্রমাণ কর যে, যে কোনো ভেট্টরের কার্লের ডাইভারজেন্স সব সময়ই শূন্য হয়।

১২৪। যদি $\vec{A} = 3xyz\hat{i} + 2xy^2\hat{j} - x^2yz\hat{k}$ হয়, তবে-

(ক) $\vec{V} \cdot \vec{A}$ ও $\vec{V} \times \vec{A}$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $\therefore 3yz + 4xy - x^2y;$

$-x^2z\hat{i} + (3xy + 2xyz)\hat{j} + (2y^2 - 3xz)\hat{k}$

(খ) $(1, 1, -1)$ বিন্দুতে $\vec{V} \cdot \vec{A}$, $\vec{V} \times \vec{A}$ এবং $|\vec{V} \times \vec{A}|$ কতো?

উত্তর: 0; $\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k}; \sqrt{27}$

১২৫। যদি $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + 2z\hat{k}$ হয়, তাহলে $\vec{V} \cdot \vec{r} = ?$

উত্তর: 2

১২৬। প্রমাণ করো যে $\vec{V} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{\vec{r}}{r^3}$

১২৭। দেখাও যে, $\vec{V} \cdot \vec{r}^n = n\vec{r}^{n-2} \vec{r}$

১২৮। প্রমাণ করো যে, $\vec{V} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^3} \right) = 0$

১২৯। মান নির্ণয় করো। $\vec{V} \cdot (r^3 \vec{r}) = ?$

উত্তর: $6r^3$

১৩০। যদি $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ প্রমাণ করো যে, $\vec{\omega} = \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \times \vec{v})$
যেখানে $\vec{\omega}$ একটি ধ্রুব রাশি।

১৩১। প্রমাণ করো যে, $\vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{r}}{r^2} \right) = \vec{0}$

১৩২। যদি $\vec{v} = (-4x - 6y + 3z)\hat{i} + (-2x + y - 5z)\hat{j} + (5x + 6y + az)\hat{k}$ হয় তবে a এর কোন মানের জন্য \vec{v} ভেস্টেরিটি সলিনয়ডাল বা বেলনাকৃতির হবে?

উত্তর: $a = 3$

১৩৩। যদি $\vec{v} = (-4x - 3y + az)\hat{i} + (bx + 3y + 5z)\hat{j} + (4x + cy + 3z)\hat{k}$ হয় তবে a, b ও c এর কোন মানের জন্য ভেস্টেরিটি অঘূর্ণশীল হবে?

উত্তর: $c = 5, a = 4, b = -3$

১৩৪। দেখাও যে, $\vec{A} \cdot \frac{d\vec{A}}{dt} = A \frac{dA}{dt}$

১৩৫। যদি $\vec{A} = (2x^2y - x^4)\hat{i} + (e^{xy} - y \sin x)\hat{j} + (x^2 \cos y)\hat{k}$ হয় তবে (ক) $\frac{\partial \vec{A}}{\partial x}$ (খ) $\frac{\partial \vec{A}}{\partial y}$ (গ) $\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2}$ (ঘ) $\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} = ?$

উত্তর: (ক) $\frac{\partial \vec{A}}{\partial x} = (4xy - 4x^3)\hat{i} + (ye^{xy} - y \cos x)\hat{j} + (2x \cos y)\hat{k}$
(খ) $\frac{\partial \vec{A}}{\partial y} = (2x^2)\hat{i} + (xe^{xy} - \sin x)\hat{j} - (x^2 \sin y)\hat{k}$

(গ) $\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} = (4y - 12x^2)\hat{i} + (y^2 e^{xy} + y \sin x)\hat{j} + (2 \cos y)\hat{k}$

(ঘ) $\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} = (x^2 e^{xy})\hat{j} - (x^2 \cos y)\hat{k}$

১৩৬। যদি $\phi(x, y, z) = xy^2z$ এবং $\vec{A} = xz\hat{i} - xy^2\hat{j} + yz^2\hat{k}$ হয় তবে $(2, -1, 1)$ বিন্দুতে $\frac{\partial^3 \phi \vec{A}}{\partial x^2 \partial z}$ এর মান বের করো।

উত্তর: $4\hat{i} - 2\hat{j}$

১৩৭। যদি $\vec{A}(t) = 3t^2\hat{i} - (t + 4)\hat{j} + (t^2 - 2t)\hat{k}$ এবং $\vec{B}(t) = (\sin t)\hat{i} + (3e^{-t})\hat{j} - (3\cos t)\hat{k}$ হয়, তবে $t = 0$ সময়ে $\frac{d^2}{dt^2}(\vec{A} \times \vec{B}) = ?$

উত্তর: $-24\hat{i} + 14\hat{j} + 20\hat{k}$

১৩৮। যদি $\vec{A} = (x^2yz)\hat{i} - (2xz^3)\hat{j} - (xz^2)\hat{k}$ এবং $\vec{B} = (2z)\hat{i} - y\hat{j} - x^2\hat{k}$ হয়, তবে $(1, 0, -2)$ বিন্দুতে $\frac{\partial^2 \vec{A} \times \vec{B}}{\partial x \partial y}$ নির্ণয় কর।

উত্তর: $4\hat{i} - 8\hat{j}$

১৩৯। দেখাও যে, $\vec{A} = (2x^2 + 8xy^2z)\hat{i} + (3x^3y - 3xy)\hat{j} - (4y^2z^2 + 2x^3z)\hat{k}$ ভেস্টেরিটি সলিনয়ডাল নয় কিন্তু $\vec{B} = (xyz^2)\hat{A}$ ভেস্টেরিটি সলিনয়ডাল।

১৪০। যদি $\varphi = (x^2 + y^2 + z^2)e^{-\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ হয় তবে, $\vec{\nabla}\varphi = ?$

উত্তর: $(2 - r)\vec{r} e^{-r}$

১৪১। $\vec{\alpha} = 1\hat{i} + 1\hat{j} - 2\hat{k}, \vec{\beta} = -1\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{\gamma} = 5\hat{i} + 8\hat{k}$ হয়, তবে ক্ষেপার রাশি c ও d এর মান নির্ণয় কর যেন, $\vec{\gamma} - c\vec{\alpha} - d\vec{\beta}$ ভেস্টেরিটি $\vec{\alpha}$ ও $\vec{\beta}$ উভয়ের উপরই লম্ব হয়।

উত্তর: $c = -1; d = 1$

১৪২। কোনো কণার অবস্থান ভেস্টের, $\vec{r} = 2t\hat{i} + 3t^2\hat{j}$ হলে কণাটির বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

উত্তর: $2\hat{i} + 6t\hat{j}; 6\hat{j}$

১৪৩। যদি $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$ হয়, তবে দেখাও যে,
 $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{v}) = 0$

১৪৪। দেখাও যে, $\text{div } \vec{r} = 3$ ।

১৪৫। দেখাও যে, $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \varphi) = \vec{0}$ । অথবা, $\text{curl grad } \varphi = \vec{0}$

১৪৬। xy সমতলে গতিশীল ‘ m ’ ভরের একটি কণার অবস্থান, $\vec{r} = \hat{i}a \cos \omega t + \hat{j}b \sin \omega t = \hat{i}x + \hat{j}y$ এখানে, a, b ও ω ধনাত্মক এবং $a > b$ । কোনো এক সময় কণাটির উপর \vec{F} বল প্রযুক্ত হয়।

i. উদ্বীপকের কণাটির ত্বরণ নির্ণয় কর।

উত্তর: $-\omega^2(\hat{i}x + \hat{j}y)$

ii. \vec{F} অঘূর্ণশীল হতে পারে কি? উদ্বীপকের আলোকে গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

উত্তর: \vec{F} ভেস্টেরিটি অঘূর্ণশীল।

১৪৭। b এর কোন মানের জন্য $\vec{v} = (x - 3y)\hat{i} + (3y - z)\hat{j} + (bz - 2x)\hat{k}$ সলিনয়ডাল (চোঙাকৃতি) হবে?

উত্তর: $b = -4$

১৪৮। দেখাও যে, বৈদ্যুতিক ক্ষেত্র $\vec{E} = \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z$ একটি সংরক্ষিত ক্ষেত্র।

১৪৯। দেখাও যে, $\vec{\nabla} \times \vec{r} = 0$ যেখানে $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$.

১৫০। $\vec{A} = x^2y\hat{i} - 2xz\hat{j} + 2yz\hat{k}$ হলে $\text{Curl Curl } \vec{A}$ নির্ণয় কর।

উত্তর: $2(1+x)\hat{j}$

১৫১। প্রমাণ কর যে, (i) $\nabla^2 \left(\frac{1}{r}\right) = 0$ (ii) $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi = 0$

১৫২। নিচের ভেট্টের ফাংশনটি t এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করো।

$$\vec{A} = 3t^2x\hat{i} + 2ty\hat{j} + 3t\hat{k}.$$

উত্তর: $6tx\hat{i} + 2y\hat{j} + 3\hat{k}$

১৫৩। $\phi = x^4 + y^4 + z^4$ হলে $\vec{\nabla} \phi$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $4x^3\hat{i} + 4y^3\hat{j} + 4z^3\hat{k}$

১৫৪। $\vec{A} = 6x^2y\hat{i} + 4xy^2\hat{j} + 2x\hat{k}$ এবং $\vec{B} = x^2y^2\hat{i} - 4xz\hat{j} + 2yz\hat{k}$ দুটি ভেট্টেরক্ষেত্র।

(i) $P(1, -1, 2)$ বিন্দুতে \vec{B} এর ডাইভার্জেন্স নির্ণয় করো।
উত্তর: ০

(ii) উপরের উদ্দীপকের \vec{A} ভেট্টেরটি চোঙাকৃতি (সলিনয়ডাল) নয় এবং \vec{B} ভেট্টেরটি ঘূর্ণনশীল (অসংরক্ষণশীল)- গাণিতিকভাবে প্রমাণ কর।

১৫৫। $\vec{A} = x^2\hat{i} + y^2\hat{j} + z^2\hat{k}$ ভেট্টের ক্ষেত্রটি কি চোঙাকৃতির না অঘূর্ণনশীল?

উত্তর: ভেট্টের ক্ষেত্রটি অঘূর্ণনশীল।

১৫৬। যেকোন সময় $t \geq 0$ এ একটি কণার ত্বরণ $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} =$

$$12 \cos 2t\hat{i} - 8 \sin 2t\hat{j} + 16t\hat{k}$$

(ক) বন্ধুকণাটির বেগ নির্ণয় করো।

উত্তর: $6 \sin 2t\hat{i} + 4 \cos 2t\hat{j} + 8t^2\hat{k} - 4\hat{j}$

(খ) বন্ধুকণাটির সরণ নির্ণয় কর।

উত্তর: $(3 - 3 \cos 2t)\hat{i} + (2 \sin 2t - 4t)\hat{j} + \frac{8}{3}t^3\hat{k}$

১৫৭। $\vec{r} = 3t\hat{i} + 2t^2\hat{j} + t^3\hat{k}$ হলে, নির্ণয় করো $\frac{d\vec{r}}{dt}$ এবং

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

উত্তর: $3\hat{i} + 4t\hat{j} + 3t^2\hat{k}; 4\hat{j} + 6t\hat{k}$

১৫৮। একটি অবস্থান ভেট্টেরের ডাইভারজেন্স নির্ণয় করো।

উত্তর: ৩

১৫৯। একটি অবস্থান ভেট্টেরের কার্ল নির্ণয় করো।

উত্তর: ০

১৬০। একটি ভেট্টের $\vec{v} = \hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ হলে, মান নির্ণয় করো-

$$(ক) \int_0^1 \vec{v} dt \quad (খ) \int_{-1}^0 \vec{v} dt$$

উত্তর: (ক) $\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$

(খ) $-\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$

১৬১। $Q = x^2yz^3$ হলে, $\vec{\nabla} Q$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $2xyz^3\hat{i} + x^2z^3\hat{j} + 3x^2yz^2\hat{k}$

১৬২। $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ হলে $\vec{\nabla} r$ এর মান নির্ণয় করো।

$$\frac{\vec{r}}{r}$$

১৬৩। m এর মান কত হলে $\vec{A} = (x + 3y)\hat{i} + (my - z)\hat{j}$

$+(x - 2z)\hat{k}$ সলিনয়ডাল হবে?

উত্তর: $m = 1$

১৬৪। $\vec{F} = (6x^2y - z^3)\hat{i} + 2\hat{j}x^3 - 3\hat{k}xz^2$ একটি বল ক্ষেত্র প্রকাশ করলে প্রমাণ কর যে, বল ক্ষেত্রটি সংরক্ষণশীল ও অঘূর্ণনশীল।

উত্তর: বল ক্ষেত্রটি সংরক্ষণশীল ও অঘূর্ণনশীল।

১৬৫। প্রমাণ কর যে, অবস্থান ভেট্টেরের মানের গ্যাডিয়েন্ট একটি একক ভেট্টের।

১৬৬। A ধ্রুব ভেট্টেরের জন্য প্রমাণ কর যে, $\vec{\nabla}(\vec{r} \cdot \vec{A}) = \vec{A}$

১৬৭। $\vec{A} = 2xz^2\hat{i} - yz\hat{j} + 3xz^3\hat{k}$ ভেট্টের ক্ষেত্রটির $(1, 1, 1)$ বিন্দুর কার্ল নির্ণয় করো।

উত্তর: $\hat{i} + \hat{j}$

১৬৮। $\vec{F} = yz^2\hat{i} + xy\hat{j} + yz\hat{k}$ ভেট্টের ক্ষেত্রের জন্য প্রমাণ কর যে, $\text{div}(\text{curl } \vec{F}) = 0$ বা, $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \times \vec{F}) = 0$

১৬৯। দেখাও যে, $\vec{E} = \frac{\vec{r}}{r^2}$ ভেট্টেরটি অঘূর্ণনশীল।

ACS Physics Department এর মনোনীত প্রশ্নসমূহ

- ১। ৬ একক ও ৪ একক মানের দুটি ভেট্টর 60° কোণে কোনো কণার ওপর একই সময় ক্রিয়া করছে। এদের লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় করো।
 উত্তর: $12.16; 25.28^\circ$

- ২। দুটি বলের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান যথাক্রমে 29 kg-wt ও 5 kg-wt ; যদি প্রত্যেকটি বলের মান 3kg-wt করে বাড়ানো হয়, তবে নতুন বলদ্বয়ের লব্ধির মান নির্ণয় কর যেন বলদ্বয় পরস্পরের সাথে সমকোণে থাকে।

উত্তর: $25 \text{ kg-wt}; 36.869^\circ; 20 \text{ kg-wt}$ এর সাথে

- ৩। যদি A, B ও C বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেট্টরএয় যথাক্রমে $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}, 3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $5\hat{i} - 10\hat{j} + 13\hat{k}$ হয় তবে দেখাও যে, AB ও BC ভেট্টরদ্বয় সমরেখিক বা collinear.

৪। $\vec{A} = (6\hat{i} - 8\hat{j})\text{m}$, $\vec{B} = (-8\hat{i} + 3\hat{j})\text{m}$ এবং $\vec{C} = (26\hat{i} + 19\hat{j})\text{m}$ তেক্ষণত্বের সাথে $a\vec{A} + b\vec{B} + \vec{C} = \vec{0}$ সমীকরণ দ্বারা সম্পর্কিত। a ও b এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: $a = 5$; $b = 7$

৫। $\vec{d}_1 + \vec{d}_2 = 5\vec{d}_3$, $\vec{d}_1 - \vec{d}_2 = 3\vec{d}_3$ এবং $\vec{d}_3 = 2\hat{i} + 4\hat{j}$ হলে, \vec{d}_1 ও \vec{d}_2 নির্ণয় কর।

উত্তর: $\vec{d}_1 = 8\hat{i} + 16\hat{j}$; $\vec{d}_2 = 2\hat{i} + 4\hat{j}$

৬। যদি $3N$, $4N$ ও $12N$ মানের তিনটি বল কোনো কোনো একটি কণার উপর এমনভাবে ক্রিয়াশীল হয় যেন বলগুলোর প্রত্যেকটি পরস্পরের সাথে সমকোণে ক্রিয়াশীল, তবে লক্ষ্মি বলের মান নির্ণয় কর।

উত্তর: $13 N$

৭। যদি সমান ঘানের দুটি বলের মান F এবং তাদের লক্ষি মান $\frac{F}{3}$ হয় তবে বল দুটির মধ্যবর্তী কোণ কতো?

উত্তর: 160.812°

৮। একটি বিমান 500km/h দ্রুতিতে উত্তর দিকে যাচ্ছিলো। একজন যাত্রীবেশী হাইজ্যাকার একটি বন্দুক নিয়ে হঠাৎ 1000km/h দ্রুতিতে উপরের দিকে গুলি ছুঁড়তে শুরু করলো। পৃথিবীতে অবস্থিত পর্যবেক্ষক টেলিস্কোপের সাহায্যে সম্পূর্ণ ঘটনা পর্যবেক্ষণ করলো। পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে গুলি উলবের সাথে কত কোণে গতিশীল হবে?

উত্তর: 26.565°

৯। যদি $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ হয়, তবে কোন শর্তসাপেক্ষে $A^2 + B^2 = C^2$ হবে? উত্তর: \vec{A} ও \vec{B} পরস্পরের লম্ব হয়।

১০। যদি $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ হয়, তবে কোন শর্তসাপেক্ষে $A + B = C$ হবে?

উত্তর: 0°

১১। কোনো বিন্দুতে θ কোণে ক্রিয়ারত \vec{P} ও \vec{Q} ভেক্টরের লম্বি \vec{R} . যদি \vec{Q} এর মান দিগ্নণ করা হয় তবে লম্বির মান দিগ্নণ হয়। যদি \vec{Q} কে $-\vec{Q}$ দ্বারা প্রতিস্থাপিত করা হয় তাহলেও লম্বির মান $2R$ হয়। \vec{P} , \vec{Q} ও \vec{R} এর মানের অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর: $P : Q : R = \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$

১২। দুটি সমান ভেক্টরকে যোগ করলে কোনো অবস্থায় তাদের লম্বি-

(ক) একটি ভেক্টরের মানের $\sqrt{2}$ গুণ হবে এবং

উত্তর: 90°

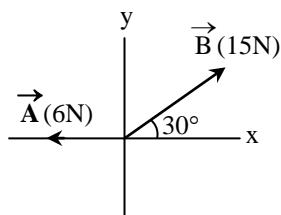
(খ) একটি ভেক্টরের মানের $\sqrt{3}$ গুণ হবে?

উত্তর: 60°

১৩। $2\vec{A}$ এবং \vec{A} ভেট্টরদ্বয় পরস্পরের সঙ্গে একটি নির্দিষ্ট কোণে আনত। প্রথম ভেট্টরকে দ্বিগুণ করলে লক্ষিত মান তিনগুণ হয়। ভেট্টরদ্বয়ের অন্তর্বর্তী কোণ কত?

উত্তর: 180°

১৪। চিত্র-১ প্রদর্শিত ভেট্টর \vec{A} ও \vec{B} এর সমষ্টি ($\vec{A} + \vec{B}$) ও অন্তর ($\vec{A} - \vec{B}$) নির্ণয় কর।



উত্তর: $|\vec{A} + \vec{B}| = 10.25 \text{ N}; |\vec{A} - \vec{B}| = 20.42 \text{ N}$

১৫। ভেট্টর রাশি $A = 3$ এবং $B = 4$, যদি A এর দিক B এর উলম্বের দিক হয় তাহলে তাদের লম্ব ভেট্টর R কত হবে? A এর সাপেক্ষে R এর দিক কি হবে?

উত্তর: $R = 5$ একক; $\theta = 53.13^\circ$

১৬। উভয় এবং পূর্ব দিকে যথাক্রমে 3 ms^{-1} এবং 4 ms^{-1} মানের দুটি বেগ ভেঙ্গরকে \vec{v}_1 এবং \vec{v}_2 দ্বারা সূচিত করা হলো। এদের বিয়োগফল $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$ নির্ণয় কর। এটি কোন দিকে কত কোণে থাকবে?

উত্তর: উভয়ের সাথে 53.13° কোণে উত্তর-পশ্চিমে।

১৭। x-অক্ষের ধনাত্ত্বক দিকের সাথে 170° ও 50° কোণে দুটি বল কোন বিন্দু বস্ত্রের উপর ত্রিয়াশীল। উভয় বলের মান **100 N** হলে লক্ষ বলের মান ও দিক নির্ণয় করো।

উত্তর: $R = 100 \text{ N}$; x অক্ষের সাথে $= 110^\circ$

১৮। $(\vec{A} + \vec{B})$ এবং $(\vec{A} - \vec{B})$ এর মধ্যবর্তী কোণ কত হলে তাদের লক্ষির মান $\sqrt{3A^2 + B^2}$ হবে? উত্তর: $\theta = 60^\circ$

১৯। একটি উড়োজাহাজ 110 m/s বেগে উত্তর দিকে যাত্রা শুরু করল। ঐ সময় বাতাস 40 m/s বেগে পশ্চিম হতে পূর্ব দিকে বইছিল। উড়োজাহাজটি ভূমি সাপেক্ষে কত বেগে কোন দিকে চলবে?

উত্তর: উত্তর দিকের সাথে 19.98° করে উত্তর-পূর্ব দিকে।

২০। ডেস্টার \vec{B} কে \vec{A} এর সাথে যোগ করলে $6\hat{i} + \hat{j}$ এবং ডেস্টার \vec{A} হতে বিয়োগ করলে $-4\hat{i} + 7\hat{j}$ হয়। ডেস্টার \vec{A} ও \vec{B} এবং তাদের মান নির্ণয় কর।

উত্তর: $\vec{A} = \hat{i} + 4\hat{j}$; $|\vec{A}| = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$ একক; $\vec{B} = 5\hat{i} - 3\hat{j}$; $|\vec{B}| = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$ একক

২১। 75° কোণে ক্রিয়ারত দুটি বলের লক্ষ্য 12N এবং তা একটির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে। বল দুটির মান নির্ণয় কর।

উত্তর: $P = 6.21 \text{ N}$; $Q = 8.78 \text{ N}$

২২। যদি $\vec{r}_1 = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{r}_2 = \hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{r}_3 = -2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{r}_4 = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$ হয় তবে, a , b ও c এর মান নির্ণয় কর যেন $\vec{r}_4 = a\vec{r}_1 + b\vec{r}_2 + c\vec{r}_3$ হয়।

উত্তর: $a = -2$, $b = 1$ $c = -3$

২৩। একটি ত্রিভুজের তিনটি কৌণিক বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $A(3, -2, 1)$, $B(1, -3, 5)$, $C(2, 1, -4)$.

ক. BC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

উত্তর: $|\vec{BC}| = 7\sqrt{2}$ একক

খ. ত্রিভুজটি সমকোণী কি-না মূল্যায়ন পূর্বক মতামত দাও।

উত্তর: ABC ত্রিভুজ, সমকোণী ত্রিভুজ নয়।

২৪। বায়ু ভূমির সমান্তরাল উত্তর দিকে 5 km/h বেগে প্রবাহিত হচ্ছে। নিম্নোক্ত দিকসমূহ এর উপাংশ কত?

- (ক) পূর্ব দিক : (খ) পশ্চিম দিক (গ) খাড়া উপরের দিক উত্তর: (ক) 0 km/h ; (খ) 0 km/h ; (গ) 0 km/h

২৫। বায়ু দক্ষিণ পূর্ব দিকের মাঝামাঝি কোনো দিক হতে উত্তর-পশ্চিম দিকে প্রবাহিত হচ্ছে। বায়ুর বেগের উত্তরমুখী ও পশ্চিমমুখী অংশকের মান যথাক্রমে 3 km/h ও 4 km/h .

- (ক) বায়ুর প্রকৃত বেগ কতো?

উত্তর: 5 kmh^{-1}

- (খ) বায়ু উত্তর দিকের সাথে কতো কোণে প্রবাহিত হচ্ছে?

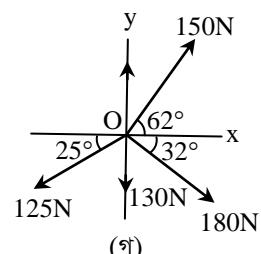
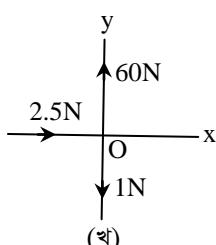
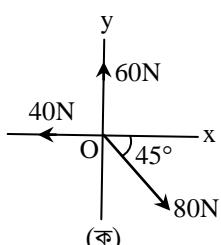
উত্তর: 53.13°

২৬। দুটি দিক রাশি \vec{A}_1 এবং \vec{A}_2 একটি বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়া করে। \vec{A}_1 এর মান 4 একক এবং এটি অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। \vec{A}_2 এর মান 3 একক এবং এটি অনুভূমিক দিকে ক্রিয়াশীল। লব্ধির অনুভূমিক ও উল্লম্ব উত্তর: 6.464 একক; 2 একক অংশ বের করো।

২৭। $OABC$ একটি সামান্তরিক। এর সন্নিহিত বাহুদ্বয় OA এবং OC , কর্ণ OB এর সাথে ঘথাক্রমে 30° ও 40° কোণ উৎপন্ন করে। কর্ণের দৈর্ঘ্য 20 সে.মি. হলে, OA এবং OC এর দৈর্ঘ্য কতো?

উত্তর: OA এর দৈর্ঘ্য = 13.68 cm; OC এর দৈর্ঘ্য = 10.64 cm

২৮। এটা ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো।



উপরের (ক), (খ) ও (গ) চিত্রগুলোতে কয়েকটি সমতলীয় ভেস্টের xy সমতলের মূলবিন্দুতে ক্রিয়ারত। প্রত্যেক ক্ষেত্রে লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর। উত্তর: (ক) $|\vec{R}| = 16.92$ N; $\theta_1 = 11.70^\circ$ x অক্ষের সাথে; (খ) $|\vec{R}_2| = 59.053$ N; $\theta_2 = 87.57^\circ$ x অক্ষের সাথে; (গ) $|\vec{R}_3| = 182.48$ N; $\theta_3 = 53.02^\circ$ x অক্ষের সাথে

২৯। যদি \hat{A} ও \hat{B} একক ডেস্টারদয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ হয় তবে প্রমাণ কর যে, $|\hat{A} - \hat{B}| = 2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$.

৩০। **10 N** ও **20 N** মানের দুটি বল কোনো বিন্দুতে একসাথে কতো কোণে কাজ করলে লব্ধি বলটি **10 N** এর সাথে
সমকোণে কাজ করবে? (অনুরূপ প্রোগ্রাম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)
উত্তর: 120°

৩১। এক ব্যক্তি প্রথমে **3 km** উত্তর দিকে হাঁটলো। এরপর সে উত্তর-পূর্বদিকে **5 km** হাঁটলো। লেখচিত্র এবং
গাণিতিকভাবে তার সরণ প্রকাশ করো। (অনুরূপ প্রোগ্রাম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর: সরণ = 7.43 km ; $\theta = 61.59^\circ$

৩২। এক ব্যক্তি প্রথমে উত্তর দিকে 30 m; অতঃপর পূর্বদিকে 20 m এবং সরশেয়ে $30\sqrt{2}$ m দক্ষিণ-পশ্চিম দিকে হাঁটলো। ঐ ব্যক্তির প্রাথমিক অবস্থান হতে সরণ কতো? (এই প্রশ্নের ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর: প্রাথমিক অবস্থান হতে পশ্চিম দিকে 10 m সরণ।

৩৩। একজন মহিলা উত্তর পূর্ব দিকে 30° কোণে 250 m হাটল। অতঃপর সোজা পূর্বদিকে 175 m গেল। (অনুরূপ প্রশ্নের ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

(ক) সরণের মান ও দিক বের করে।

উত্তর: $R = 369.97$ m; $\theta = 35.82^\circ$ কোণে (পূর্ব-উত্তর)

(খ) মহিলাটি কতদূর হাটে তা বের করো।

উত্তর: 425 m

(গ) সরণের মান ও দূরত্বের মধ্যে কোনটি বেশি তা নির্ণয় করো।

উত্তর: সরণ < দূরত্ব

- ৩৪। \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ভেট্টরের প্রতিটির মান 50 m এবং এরা xy সমতলে অবস্থান করে। \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ভেট্টরগুলি অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যথাক্রমে 30° , 195° , 315° কোণ উৎপন্ন করে। যদি $(\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{c} + \vec{d}) = \vec{0}$ হয়, তাহলে \vec{d} এর মান ও দিক নির্ণয় করো।
- উত্তর: $|\vec{d}| = 62.26\text{ m}; \alpha = 130.4^\circ$

- ৩৫। একটি ট্রাক উত্তর দিকে 25 km যাবার পর উত্তর-পশ্চিম দিকে 60° কোণে 50 km যায়। ট্রাকের লকি সরণের মান ও দিক নির্ণয় কর। (অনুরূপ প্রৱেশ ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো) উত্তর: $R = 66.14\text{ m}; \theta = 40.9^\circ$ উত্তর দিকের সাথে পশ্চিম দিকে।

- ৩৬। ABCDEF একটি ষড়ভুজের AB, AC, AD, AE ও AF বাহুগুলি যথাক্রমে 1 একক, 2 একক, 3 একক, 4 একক ও 5 এককের 5টি ভেট্টর রাশিকে প্রকাশ করে। লকির মান ও দিক নির্ণয় কর। (অনুরূপ প্রৱেশ ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)
- উত্তর: $R = 12.05$ একক; $\theta = 81.79^\circ$ x অক্ষের সাথে

৩৭। একটি জাহাজ পূর্ব উত্তর দিকে 60° কোণে 130 km দূরত্ব অতিক্রম করল। জাহাজটি যাত্রাবিন্দু হতে কতদূর উত্তর ও কতদূর পূর্ব দিকে গেল?

উত্তর: পূর্ব দিকে গেল = 65 km ; উত্তর দিকে গেল = 112.6 km

৩৮। একটি উড়োজাহাজ দক্ষিণ পূর্বদিকে 30° কোণে 250 km উড়ে। অতঃপর দক্ষিণ-পশ্চিম দিকে 30° কোণে 250 km উড়লো। উড়োজাহাজটির সরণ ভেষ্টনের মান ও দিক কত? (অনুরূপ প্রয়োগ ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

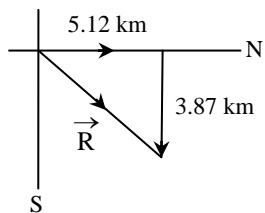
উত্তর: সরণ এর মান = 433.013 km এবং দিক দক্ষিণ দিক বরাবর।

৩৯। একটি 30 N বল Y -অক্ষের সাথে 60° কোণে আনত। X ও Y অক্ষ বরাবর বলটির উপাংশ দুটি নির্ণয় কর।

উত্তর: $A_x = 15\sqrt{3}\text{ N}$; $A_y = 15\text{ N}$

৮০। \vec{A} ও \vec{B} দুটি ডেষ্টারের লক্ষির মান $\sqrt{3}B$ এবং লক্ষি \vec{A} ডেষ্টারের সাথে 30° কোণে আনত থাকে। দেখাও যে, $\vec{A} = \vec{B}$ অথবা $A = 2B$

৮১। চিত্রে একজন লোক প্রথমে পূর্বদিকে **5.12 km** এবং তারপর দক্ষিণ দিকে **3.87 km** গিয়ে বিশ্রাম নেয় (চিত্র)।
যাত্রাবিন্দু হতে লোকটির বিশ্রামের দূরত্ব R এর মান ও দিক নির্ণয় কর। উত্তর: $R = 6.42 \text{ km}; \theta = 37.084^\circ$



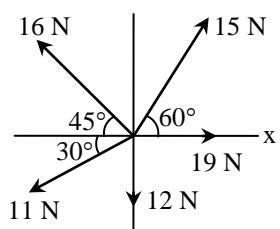
৮২। **10 N** মানের একটি বল অন্য একটি অজানা বলের সাথে 120° কোণে আনত। বল দুইটির লক্ষি অজানা বলের সাথে 90° কোণে অবস্থিত। অজানা বলটির মান কত? উত্তর: 5 N

৪৩। একটি লন রোলার টানার সময় এর হাতলে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 39.2 N বল প্রয়োগ করা হলে, এর ওজন কত হাস পারে?

উত্তর: 19.6 N

৪৪। দুইটি তেষ্টেরের বৃহত্তরটি ক্ষুদ্রতরটির $\sqrt{2}$ গুণ হলে দেখাও যে, এদের লক্ষি বৃহত্তরটির সাথে যে কোণে আনত তার মান $\frac{\pi}{4}$ অপেক্ষা বেশি হবে না।

৪৫। A বিন্দুতে অবস্থিত কোনো একটি বস্তুর উপর 19 N , 15 N , 16 N , 11 N এবং 12 N এর পাঁচটি বল একই তলে ক্রিয়া করে। লক্ষির মান নির্ণয় কর। (অনুরূপ প্রক্রিয়া ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো) উত্তর: R = 8.85 N



৮৬। একটি গাড়ি প্রতি ঘন্টায় 30 কিলোমিটার গতিতে চলে। গাড়িটি প্রথম 10 সে. সোজা পূর্ব দিকে, পরবর্তী 8 সে. সোজা উত্তর দিকে এবং শেষ 4 সে. সোজা পশ্চিম দিকে গেল। গাড়িটির গড় বেগ নির্ণয় করো।

উত্তর: গড় বেগ = 13.63 km/h

৮৭। 2kg ভরের একটি বস্তু অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে আনত কোন তলের উপর ছিঁড়ি আছে।

(ক) তলের লম্ব বরাবর উপাংশ বের কর।

উত্তর: 17.32 N

(খ) তল বরাবর বস্তুটির ওজনের উপাংশ বের কর। ধরো $g = 10 \text{ ms}^{-2}$

উত্তর: 10 N

৪৮। একটি বস্তু কণা XY সমতলে $x = a \sin\omega t$ এবং $y = a(1 - \cos\omega t)$ সমীকরণ অনুসারে গতিশীল আছে। $t = \tau$ সময়ে কণাটি দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

উত্তর: $a\omega\tau$

৪৯। একটি সাইকেলের বেগ কত হলে 8 ms^{-1} বেগের বৃষ্টির ফেঁটা আরোহীর গায়ে 30° কোণে আঘাত করবে?

উত্তর: 4.619 ms^{-1}

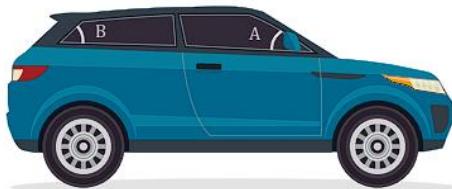
৫০। পশ্চিমদিকে 4 kmh^{-1} বেগে গতিশীল কেনো একজন লোকের কাছে মনে হয় বায়ু দক্ষিণ দিক থেকে প্রবাহিত হয়। লোকটির বেগ দিগন্বন্ধন করলে তার কাছে মনে হয় বায়ু দক্ষিণ-পশ্চিম দিক থেকে প্রবাহিত হয়। বায়ুর বেগের মান ও দিক নির্ণয় করো। উত্তর: বাতাসের বেগ $4\sqrt{2} \text{ kmh}^{-1}$ এবং পূর্ব দিকের সাথে 135° কোণে দক্ষিণ-পূর্ব দিক হতে প্রবাহিত হচ্ছে।

- ৫১। A জাহাজটি B জাহাজের **10 km** পশ্চিমে অবস্থিত। A জাহাজ উত্তর দিকে 30 kmh^{-1} বেগে গতিশীল এবং B জাহাজ উত্তরের সাথে 60° কোণে পশ্চিমে 20 kmh^{-1} বেগে গতিশীল। (এই ম্যাথ ফ্লাসে অন্য নিয়মে করানো)
 (i) A জাহাজের সাপেক্ষে B জাহাজের বেগের মান ও দিক নির্ণয় করো। উত্তর: $10\sqrt{7} \text{ kmh}^{-1}$; উত্তরের সাথে 139.1° কোণে পশ্চিম বরাবর ক্রিয়া করে।

(ii) গতিশীল সময়ে তাদের সম্ভাব্য সর্বনিম্ন দূরত্ব কত হবে?

উত্তর: 6.546 km

- ৫২। 2 ms^{-1} বেগে বয়ে যাওয়া বাতাসের দিকে একটি গাড়ি 12 ms^{-1} বেগে চলছে। চিত্রানুযায়ী গাড়িটির সামনের ও পিছনের ফ্লাসের কোণ $\angle A = 35^\circ$ ও $\angle B = 60^\circ$ । গাড়িটির সামনের ফ্লাসে লম্বভাবে বৃষ্টি পড়ছে।



ক) বৃষ্টির বেগ বের কর।

উত্তর: 14.28 ms^{-1}

খ) বৃষ্টির ফোটা কি সরাসরি পিছনের কাচে আঘাত করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। উত্তর: পিছনের কাচে আঘাত করবে না।

৫৩। এক ব্যক্তি 3 km/h বেগে পূর্বদিকে চলছিলো। যদি বৃষ্টির ফোটা 4 km/h বেগে নিচের দিকে পতিত হয় তবে ঐ ব্যক্তির সাপেক্ষে বৃষ্টি কতো বেগে এবং কোনদিকে পতিত হবে?

উত্তর: $5 \text{ km/h}; 36.87^\circ$

৫৪। একটি জাহাজ 10 km/h দ্রুতিতে পূর্বদিকে যাচ্ছিলো। দ্বিতীয় আরেকটি জাহাজ পূর্বদিকের সাথে 30° কোণ করে দক্ষিণ দিকে চলছিলো। যদি দ্বিতীয় জাহাজ সাপেক্ষে প্রথম জাহাজটিকে সর্বদা উত্তর দিকে চলমান মনে হয়, তবে দ্বিতীয় জাহাজের দ্রুতি কতো ছিলো?

উত্তর: 11.547 km/h

৫৫। এক ব্যক্তি অনুভূমিক রাস্তায় ঘন্টায় 4 km/h বেগে হাঁটছে। তার মনে হচ্ছে বৃষ্টি উলম্বভাবে ঘন্টায় 4 km এসে পড়ছে। বৃষ্টির প্রকৃত বেগ কতো এবং উলম্বের সাথে কতো কোণে আনত নির্ণয় করো।

$$\text{উত্তর: বৃষ্টির প্রকৃত বেগ} = 4\sqrt{2} \text{ km/h}; \text{ উলম্বের সাথে কোণ} = 45^\circ$$

৫৬। একটি বানর 5 m/s বেগে একটি উলম্ব খুঁটিতে উঠেছিলো। একটি কুকুর খুঁটিটির দিকে $5\sqrt{3} \text{ m/s}$ বেগে দৌড়াচ্ছিলো। বানরটির সাপেক্ষে কুকুরটির আপেক্ষিক বেগের মান কতো ছিলো?

$$\text{উত্তর: } 10 \text{ m/s; } 30^\circ \text{ [অনুভূমিকের সাথে]}$$

৫৭। একজন সাঁতারু শ্রোতহীন অবস্থায় নদীতে 3 km/h বেগে সাঁতার কাটতে পারেন। শ্রোতের নদীতে তিনি এক পাড় থেকে সোজা ওপাড়ে যাওয়ার জন্য সাঁতার কাটা শুরু করে 5 km/h বেগে কোনাকুনি নদী পার হলেন। নদীতে শ্রোতের বেগ কতো?

$$\text{উত্তর: } 4 \text{ km/h}$$

৫৮। একটি নদীর স্রোতের বেগ 5 km/h । স্রোতের সাথে 60° কোণে 4 km/h বেগের একটি নৌকা চালনা করলে নৌকা প্রকৃতপক্ষে কতো বেগে কোন দিকে চলবে?

উত্তর: $R = 7.81 \text{ km/h}$; $\theta = 26.33^\circ$

৫৯। একটি নদীতে পশ্চিম হতে পূর্ব দিকে পানি প্রবাহের বেগ 5 m/min ; স্রোতহীন অবস্থায় একটি লোক 10m/min দ্রুতিতে সাঁতার কাঁটতে পারেন। যদি লোকটি নদীর দক্ষিণ প্রান্তে যাত্রা শুরু করে উত্তর প্রান্তে সর্বনিম্ন সময়ে ও সর্বনিম্ন পথে পৌছতে চায় তবে তাকে কোনদিকে যাত্রা শুরু করতে হবে?

উত্তর: 120°

৬০। একজন লোক স্রোতহীন অবস্থায় 100 মিটার প্রশস্ত একটি নদী 4 মিনিটে সোজাসুজি সাঁতরিয়ে পার হতে পারে; কিন্তু স্রোত থাকলে সে একই পথ 5 মিনিটে অতিক্রম করে। স্রোতের গতিবেগ নির্ণয় করো।

উত্তর: 15 m/min

৬১। একটি নৌকা পূর্ব দিকে ঘন্টায় ৬ কিলোমিটার বেগে যাচ্ছিলো। ঐ সময় বাতাস সোজা উত্তর দিকে ঘন্টায় ৮ কিলোমিটার বেগে প্রবাহিত হচ্ছিলো। নৌকাটির থক্কত বেগ ও দিক নির্ণয় কর।

উত্তর: $R = 10 \text{ km/h}$; 53.13° (পূর্ব দিকের সাথে উত্তর দিকে।)

৬২। কোনো নদীতে শ্রেতের অনুকূলে নৌকার বেগ 24 km/h এবং শ্রেতের প্রতিকূলে 8 km/h সোজা অপর পাড়ে পৌছতে নৌকা কোন দিকে এবং কতো বেগে চালাতে হবে?

উত্তর: 120° ; $8\sqrt{3} \text{ km/h}$

৬৩। একটি নদীতে শ্রেতের বেগ 8 ms^{-1} । 12 ms^{-1} বেগের একটি ইঞ্জিন চালিত নৌকাকে সোজা পাড়ি দিতে হলে কোন দিকে চালনা করতে হবে? নৌকার লক্ষি বেগ কতো হবে? নদীটি 400m প্রশস্ত হলে পাড়ি দিতে কতো সময় লাগবে?

উত্তর: 131.81° ; $4\sqrt{5} \text{ ms}^{-1}$; 44.74 s

৬৪। নদীতে শ্রোতের বেগ 5 km/h এবং নৌকার বেগ 12 km/h । বৃষ্টি 36 km/h বেগে উলম্বভাবে পড়ছে।

ক. সোজা অপর পাড়ে যেতে নৌকাকে শ্রোতের সাথে কত কোণে রওনা হতে হবে নির্ণয় কর। উত্তর: 114.62°

খ. বৃষ্টি হতে বাঁচতে নৌকায় বসা একজন লোককে শ্রোতের অনুকূলে এবং প্রতিকূলে উলম্বের সাথে কত কোণে ছাতা ধরতে হবে- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। উত্তর: শ্রোতের অনুকূলে কোণ = 25.28° ; প্রতিকূলে কোণ = 11°

৬৫। একটি নদীতে পশ্চিম হতে পূর্ব দিকে পানি প্রবাহের বেগ 5m/min ; শ্রোতীন অবস্থায় একটি লোক 10m/min দ্রুতিতে সাঁতার কাটতে পারেন। যদি লোকটি নদীর দক্ষিণ প্রান্তে যাত্রা শুরু করে উত্তর প্রান্তে সর্বনিম্ন সময়ে ও সর্বনিম্ন পথে পৌছতে চায় তবে তাকে কোনদিকে যাত্রা শুরু করতে হবে?

উত্তর: 90° ; 120°

- ৬৬। শ্রোতের নদীতে শ্রোতের সাপেক্ষে একটি ইঞ্জিন চালিত নৌকা 8 km/h দ্রুতিতে চলতে পারে। যদি শ্রোতের দ্রুতি 3 km/h হয়, তবে নদী তীরবর্তী কোনো গাছকে নৌকাটি শ্রোতের অনুকূলে ও প্রতিকূলে কত দ্রুতিতে অভিক্রম করবে?
- উত্তর:** অনুকূলে দ্রুতি = 11 km/h ; প্রতিকূলে দ্রুতি = 5 km/h

- ৬৭। একজন সাঁতারু শ্রোতহীন অবস্থায় নদীতে 3 km/h বেগে সাঁতার কাটতে পারেন। শ্রোতের নদীতে তিনি এপার থেকে ওপারে যাওয়ার জন্য সাঁতার কাটা শুরু করে 5 km/h বেগে কোনাকুনি নদী পার হলেন। নদীতে শ্রোতের বেগ কত? কত কোণে সাঁতারু সাতার দিয়েছিল?
- উত্তর:** $4 \text{ km/h}; 36.87^\circ$

- ৬৮। একজন লোক শ্রোতহীন অবস্থায় 100 মিটার প্রশস্ত একটি নদী 4 মিনিটে সোজাসুজি সাতরিয়ে পার হতে পারে। কিন্তু শ্রোত থাকলে সে এই পথে 5 মিনিটে একে অভিক্রম করতে পারে।
- i. শ্রোতের গতিবেগ বের করো।
- উত্তর:** শ্রোতের গতিবেগ = 15 m/min

ii. সাঁতারুর পক্ষে নদীর এপার থেকে ওপারের ঠিক বিপরীত বিন্দুতে পৌছানো সম্ভব কি-না? গাণিতিক যুক্তি দাও।

উত্তর: 126.87°

iii. শ্রোতের দিকের সাথে 60° কোণে যাত্রা করলে অপর তীরে কোথায় পৌছাবে?

উত্তর: 127.022 m

৬৯। একজন সাঁতার স্থির পানিতে ঘন্টায় $2\sqrt{2}$ km বেগে সাঁতার কাটতে পারেন। ঘন্টায় 2 km বেগের শ্রোতযুক্ত একটি নদী তিনি সাঁতার কেটে পার হচ্ছেন।

i. সর্বাপেক্ষা কম দূরত্ব অতিক্রম করে অপর তীরে পৌছাতে হলে তাকে কোন দিকে সাঁতার কাটতে হবে? উত্তর: 135°

ii. সর্বাপেক্ষা কম সময়ে নদী পার হতে হলে তাকে কোন দিকে সাঁতার কাটতে হবে?

উত্তর: 90° হবে।

iii. নদীর প্রশ্ন $\frac{1}{\sqrt{2}}$ km হলে, সেক্ষেত্রে শ্রোত তাকে কত দূর ভাসিয়ে নিয়ে যাবে?

উত্তর: $\frac{1}{2}$ km

৭০। একটি শ্রোতস্থিনী নদীতে এমনভাবে নৌকা চালনা করা হল যেন সোটি ন্যূনতম পথে অপর তীরে পৌছায়। এতে যে সময় লাগে, নদীতে শ্রোত না থাকলে তার অর্ধেক সময় লাগে। নৌকার বেগ 2 m/s হলে শ্রোতের বেগ কত?

উত্তর: $\sqrt{3} \text{ m/s}$

৭১। $\vec{P} = 4$ একক পূর্বদিকে এবং $\vec{Q} = 3$ একক পূর্বদিকের সাথে 45° উভয় দিকে হলে $\vec{P} \cdot \vec{Q}$ এর মান কত?

উত্তর: $6\sqrt{2}$

৭২। $\vec{A} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ভেট্টরদ্বয়ের ক্ষেলার গুণফল নির্ণয় করো।

উত্তর: -5

৭৩। $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$; \vec{A} বরাবর \vec{B} এর লম্ব অভিক্ষেপ নির্ণয় করো।

উত্তর: $\frac{13}{\sqrt{19}}$

৭৪। $\vec{P} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এর মধ্যবর্তী কোণের কোসাইন নির্ণয় করো। উত্তর: $\cos\theta = \frac{17}{3\sqrt{33}}$

৭৫। $\vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ হলে, A ও B ডেস্টারদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মান নির্ণয় করো।

উত্তর: 90°

৭৬। কোনো বস্তুর উপর $\vec{F} = (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})N$ বল প্রয়োগ করার ফলে $\vec{s} = (2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})m$ সরণ ঘটে। বলের দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় করো।

উত্তর: 8 J

৭৭। $\vec{A} = 9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$ । ভেট্রে দুটির ক্ষেত্রের গুণফল নির্ণয় করে দেখাও যে, এরা পরস্পর
লম্ব।

৭৮। m এর কোন মানের জন্য $\vec{A} = 2m\hat{i} + m\hat{j} - 4\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ পরস্পর লম্ব?

উত্তর: $m = 2$ অথবা, -1

৭৯। $\vec{P} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এর সাথে x , y ও z অক্ষের কोণিক ব্যবধান নির্ণয় করো।

উত্তর: $\therefore \theta_x = 70.528^\circ; \theta_y = 131.81^\circ; \theta_z = 48.189^\circ$

৮০। এমন একটি ডেস্টার নির্ণয় করো যা xy তলের সমান্তরাল এবং $2\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ এর সাথে সমকোণে অবস্থিত।

$$\text{উত্তর: } \pm \frac{\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{2}}$$

৮১। যদি $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ হয় তাহলে,

(i) $|\vec{A} \times \vec{B}| = ?$

উত্তর: $\sqrt{195}$ বর্গএকক

(ii) $(\vec{A} + 2\vec{B}) \times (2\vec{A} - \vec{B}) = ?$

উত্তর: $-25\hat{i} + 35\hat{j} - 55\hat{k}$

(iii) $|(\vec{A} + \vec{B}) \times (\vec{A} - \vec{B})| = ?$

উত্তর: $2\sqrt{195}$

৪২। যদি $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} - \hat{j} - 5\hat{k}$ হয় তবে, প্রমাণ কর যে, $(\vec{A} + \vec{B}) \times (\vec{A} - \vec{B}) \neq (\vec{A} - \vec{B}) \times (\vec{A} + \vec{B})$

৪৩। $\vec{P} = 5$ একক পূর্বদিকে এবং $\vec{Q} = 4$ একক পূর্বদিকের সাথে 30° উভর দিকে হলে $\vec{P} \times \vec{Q}$ এর মান কত?

উত্তর: 10

৮৪। $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$ । \vec{A} ও \vec{B} উভয়ের লম্ব দিকে একক দিক রাশি নির্ণয় করো।

$$\text{উত্তর: } \pm \frac{\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}}{\sqrt{42}}$$

৮৫। দুটি ডেস্টারের ক্ষেলার গুণফল 18 একক এবং ডেস্টার গুণফলের মান $6\sqrt{3}$ একক। ডেস্টারদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?
উত্তর: 30°

৮৬। একটি সামান্তরিকের সন্ধিহিত বাহু দুটি যথাক্রমে $\vec{A} = \hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = -2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ । সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
উত্তর: $\sqrt{107}$ বর্গএকক

৮৭। একটি সামান্তরিকের দুটি কর্ণ যথাক্রমে $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
উত্তর: 13.077 বর্গএকক

৮৮। $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{B} = 6\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{C} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ হলে, $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = ?$ উত্তর: 40

৮৯। $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{C} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ হলে প্রমাণ কর যে, $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$

৯১। $\vec{A} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$, $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{C} = \hat{i} + m\hat{k} + 3\hat{j} + m$ এর মান কত হলে সামান্তরিকের আয়তন 50 একক হবে?

$$\text{উত্তর: } m = -\frac{70}{19}$$

৯২। টর্ক $\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F}$; যদি $\vec{F} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং \vec{r} ডেস্টারটি $(-2, 3, 4)$ ও $(1, 2, 3)$ বিন্দুয়ের দূরত্ব হয় তবে $\vec{T} = ?$
উত্তর: $-4\hat{j} + 4\hat{k}$

৯৩। \vec{d}_1 সরণ ভেক্টরটি yz অক্ষে 63° কোণে অবস্থিত। \vec{d}_1 -এর z উপাংশের মান 4.50m ; \vec{d}_2 সরণ ভেক্টরটি xz সমতলে যা + x হতে 30° কোণে অবস্থিত। \vec{d}_2 এর z উপাংশ 1.40 m হলে নির্ণয় কর-

(ক) $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 :$

উত্তর: 6.3 m^2

(খ) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2 :$

উত্তর: $(3.22\hat{i} + 10.89\hat{j} - 5.566\hat{k})\text{ m}^2$

(গ) \vec{d}_1 ও \vec{d}_2 এর মধ্যবর্তী কোণ :

উত্তর: 63.56°

৯৪। $\vec{A} = \hat{i} + \sqrt{2}\hat{j} + 3\hat{k}$ ডেস্টারটি z - অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে এবং yz তলে \vec{A} এর উপাংশ নির্ণয় করো।
 উত্তর: $75.52^\circ; \sqrt{11}$

৯৫। যদি $\vec{P} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 3\hat{i} - a\hat{j} + b\hat{k}$ ডেস্টারদ্বয়ের সমরোধিক বা সমান্তরাল হবার শর্ত নির্ণয় করো।
 উত্তর: $a = -\frac{9}{2}; b = -6$

৯৬। একটি কণার আদি অবস্থান ডেস্টার $\vec{r}_1 = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k})m$ এবং শেষ অবস্থান ডেস্টার $\vec{r}_2 = (14\hat{i} + 13\hat{j} + 9\hat{k})m$
 যদি একটি সুষম বল $\vec{F} = (4\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k})N$ কণাটির ওপর ক্রিয়াশীল হয়, তবে বল দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় করো।
 উত্তর: 100 J

৯৭। রেখিক বেগ \vec{v} কৌণিক বেগ $\vec{\theta}$ ও ব্যাসাৰ্ধ ভেট্টৰ \vec{r} এৰ মধ্যে সম্পর্ক $\vec{v} = \vec{\theta} \times \vec{r}$ যদি কোনো মুহূৰ্তে $\vec{\theta} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ কণাটিৰ কৌণিক বেগ এবং $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ কণাটিৰ অবস্থান ভেট্টৰ বোৰায়, তবে কণাটিৰ বেগ \vec{v} কত?

$$\text{উত্তৰ: } -5\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

৯৮। a ধ্ৰুবকটিৰ মান কতো হলে $\vec{P} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{R} = 3\hat{i} + a\hat{j} + 5\hat{k}$ ভেট্টৰঅয় সমতলীয় হবে? উত্তৰ: a = -4

৯৯। $\vec{\alpha} = 1\hat{i} + 1\hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{\beta} = -1\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{\gamma} = 5\hat{i} + 8\hat{k}$ হয়, তবে ক্ষেলার রাশি c ও d এৰ মান নিৰ্ণয় কৱো যেন, $\vec{\gamma} - c\vec{\alpha} - d\vec{\beta}$ ভেট্টৰটি $\vec{\alpha}$ ও $\vec{\beta}$ উভয়েৰ উপৰই লম্ব হয়। উত্তৰ: c = -1; d = 1

১০০। একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু তিনটি $(2, 3, 1)$, $(1, 1, 3)$ এবং $(2, 2, 5)$ হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

$$\text{উত্তর: } \frac{1}{2} \sqrt{53} \text{ বর্গএকক}$$

১০১। দুটি ডেস্টারের যোগফল $\vec{A} + \vec{B} = 12\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k}$ এবং বিয়োগফল $\vec{A} - \vec{B} = -6\hat{i} + 12\hat{j} + 10\hat{k}$ হলে \vec{A} ও \vec{B} নির্ণয় করো এবং এদের ক্ষেপণ গুণন নির্ণয় কর।

$$\text{উত্তর: } -14$$

১০২। বল $\vec{F} = 12.0 \text{ N}$ এবং ব্যাসার্ধ ডেস্টার $\vec{r} = 4.0 \text{ m}$ এবং এই ডেস্টারের মধ্যবর্তী কোণ 60° ; ডেস্টার গুণন নির্ণয় করো। এটি কোন রাশি নির্দেশ করে?

$$\text{উত্তর: টর্ক নির্দেশ করে } \tau = \vec{r} \times \vec{F}$$

১০৩। 2 kg ভরের একটি গতিশীল কণার গতিবেগ $\vec{v} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ । কণাটির অবস্থান ভেষ্টের $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j}$ হলে
মূলবিন্দু সাপেক্ষে এর কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় করো।

$$\text{উত্তর: } -4\hat{i} + 4\hat{j}$$

১০৪। অবস্থান ভেষ্টেরকে ব্যবকলন করে বেগ ও ত্ত্বরণ নির্ণয় করো।

$$\text{উত্তর: বেগ, } \vec{v} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}; \text{ ত্ত্বরণ, } \vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$$

১০৫। মুক্তাবে পড়ত একটি বস্তুর সরণকে $x = \frac{1}{2}gt^2$ দ্বারা বর্ণনা করা যায়। বস্তুটির বেগ-

(ক) 1 সেকেন্ড পর কতো হবে?

$$\text{উত্তর: } 9.8 \text{ ms}^{-1}$$

(গ) বস্তুটির ত্বরণ কতো হবে?

উত্তর: 9.8 ms^{-2}

১০৬। একটি গতিশীল কণার কোনো মুহূর্তের অবস্থান ভেটার $\vec{r} = \hat{i} \cos\omega t + \hat{j} \sin\omega t$ দ্বারা নির্দেশ করা যায়। এখানে ω একটি ধ্রুবক। কণাটির তাঙ্কশিক বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করো এবং আরো দেখাও যে, $\vec{r} \times \vec{v} =$ একটি ধ্রুবক ভেটার।

১০৭। দুইটি ভেক্টর $\vec{A} = \hat{i}t^2 - \hat{j}t + (2t + 1)\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 5\hat{i}t + \hat{j}t - \hat{k}t^3$ হলে $\frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \vec{B})$ ও $\frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B})$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $-8t^3 + 12t^2 - 2t; \hat{i}(4t^3 - 4t - 1) + \hat{j}(5t^4 + 20t + 5) + \hat{k}(3t^2 + 10t)$

১০৮। যদি $\phi = 2xy^4 - x^2z$ হয়, তবে $(2, -1, -2)$ বিন্দুতে $\vec{\nabla}\phi$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $10\hat{i} - 16\hat{j} - 4\hat{k}$

১০৯। যদি $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ হয়, তবে $\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$ নির্ণয় করো।

উত্তর: 3

১১০। $(1, -1, 1)$ অবস্থানে $\vec{A} = 3xyz^2\hat{i} + 2xy^3\hat{j} - x^3xy\hat{k}$ এর অভিসারিতা বা ডাইভারজেন্স নির্ণয় করো। উত্তর: 4

১১১। $\vec{A} = x^3z\hat{i} + 4y^3z^2\hat{j} - xy^2z\hat{k}$ হলে $\nabla \cdot \vec{A}$ নির্ণয় করো।

୧୧୨। $(1, -1, 1)$ ଅବଶ୍ୱାନେ $\vec{A} = xz^3\hat{i} - 2x^2yz\hat{j} + 2yz^4\hat{k}$ ଏର କାର୍ଲ ନିର୍ଣ୍ୟ କରୋ ।

১১৩। $\vec{V} = (x^2 + yz)\hat{i} + (y^2 + zx)\hat{j} + (z^2 + xy)\hat{k}$ এর কার্ল নির্ণয় করো।

উত্তর: ০

১১৪। কোনো কণার অবস্থান ভেট্টর $\vec{r} = [(3.0 \text{ ms}^{-1})t + 4.2\text{ms}^{-1}]\hat{i} + (5.3 \text{ ms}^{-1})\hat{j}$ হলে বেগ \vec{v} নির্ণয় করো।

উত্তর: 3 ms^{-1}

১১৫। $\phi(x, y, z) = 2xz^4 - x^2y$ হলে $(2, -2, -1)$ বিন্দুতে $\vec{\nabla}.\phi$ ও $|\vec{\nabla}\phi|$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $10\hat{i} - 4\hat{j} - 16\hat{k}; 2\sqrt{93}$

১১৬। $\vec{\nabla} \cdot (2x^2z\hat{i} - xy^2z\hat{j} + 3yz^2\hat{k})$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $4xz - 2xyz + 6yz$

১১৭। $\phi = 2x^3y^2z^4$ হলে $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}\phi$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $12xy^2z^4 + 4x^3z^4 + 24x^3y^2z^2$

১১৮। $\vec{A} = 3xyz^2\hat{i} + 2xy^3\hat{j} - x^2yz\hat{k}$ এবং $\phi = 3x^2 - yz$ হলে $(1, -1, 1)$ বিন্দুতে নির্ণয় করো।

(a) $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$

উত্তর: 4

(b) $\vec{A} \cdot \vec{\nabla} \phi$

উত্তর: - 15

(c) $\vec{\nabla} \cdot (\phi \vec{A})$

উত্তর: 1

(d) $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \phi$

উত্তর: 6

১১৯। দেখাও যে, $\vec{A} = 3y^4z^2\hat{i} + 4x^3z^2\hat{j} - 3x^2y^2\hat{k}$ ডেস্টার ক্ষেত্রটি সলিনয়েডাল।

উত্তর: ০ [$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ হওয়ায় ডেস্টার ক্ষেত্রটি সলিনয়েডাল।]

১২০। $\vec{A} = 2xz^2\hat{i} - xy\hat{j} + 3xz^3\hat{k}$ এবং $\phi = x^2z$ হলে $(1, -1, 1)$ বিন্দুতে নির্ণয় করো-

(a) $\vec{\nabla} \times \vec{A}$

উত্তর: $\hat{j} + \hat{k}$

(b) $\vec{\nabla} \times (\phi \vec{A})$

উত্তর: 17

$$(c) \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

উত্তর: $4\hat{i} + 4\hat{k}$

୧୨୧ । ଦେଖାଓ ଯେ, $\vec{A} = (6xy + z^3)\hat{i} + (3x^2 - z)\hat{j} + (3xz^2 - y)\hat{k}$ ଭେଟର କ୍ଷେତ୍ରର ଅସୂର୍ଣ୍ଣଶିଳ ।

উত্তর: ০

১২২। xy তলের উপর এমন একটি একক ভেক্টর নির্ণয় করো যা $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ এর উপর লম্ব।

$$\text{উত্তর: } \pm \frac{1}{\sqrt{5}} (\hat{i} - 2\hat{j})$$

১২৩। প্রমাণ কর যে, যে কোনো ডেটারের কাল্রের ডাইভারজেন্স সব সময়ই শূন্য হয়।

১২৪। যদি $\vec{A} = 3xyz\hat{i} + 2xy^2\hat{j} - x^2yz\hat{k}$ হয়, তবে-

(ক) $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ ও $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ নির্ণয় করো। উত্তর: $\therefore 3yz + 4xy - x^2y ; -x^2z\hat{i} + (3xy + 2xyz)\hat{j} + (2y^2 - 3xz)\hat{k}$

(খ) $(1, 1, -1)$ বিন্দুতে $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$, $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ এবং $|\vec{\nabla} \times \vec{A}|$ কতো?

উত্তর: $0; \hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k}; \sqrt{27}$

১২৫। যদি $\vec{r} = x\hat{j} + y\hat{i} + 2z\hat{k}$ হয়, তাহলে $\vec{\nabla} \cdot \vec{r} = ?$

উত্তর: 2

১২৬। প্রমাণ করো যে $\vec{\nabla} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{\vec{r}}{r^3}$

১২৭। দেখাও যে, $\vec{\nabla} r^n = n r^{n-2} \vec{r}$

১২৮। প্রমাণ করো যে, $\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^3} \right) = 0$

১২৯। মান নির্ণয় করো। $\vec{\nabla} \cdot (r^3 \vec{r}) = ?$

উত্তর: $6r^3$

১৩০। যদি $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ প্রমাণ করো যে, $\vec{\omega} = \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \times \vec{v})$ যেখানে $\vec{\omega}$ একটি ধূর রাশি।

১৩১। প্রমাণ করো যে, $\vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{r}}{r^2} \right) = \vec{0}$

১৩২। যদি $\vec{v} = (-4x - 6y + 3z)\hat{i} + (-2x + y - 5z)\hat{j} + (5x + 6y + az)\hat{k}$ হয় তবে a এর কোন মানের জন্য \vec{v} ভেস্টেরটি সলিনয়ডাল বা বেলনাকৃতির হবে? উত্তর: a = 3

১৩৩। যদি $\vec{v} = (-4x - 3y + az)\hat{i} + (bx + 3y + 5z)\hat{j} + (4x + cy + 3z)\hat{k}$ হয় তবে a, b ও c এর কোন মানের জন্য ভেস্টেরটি অস্থূর্ণনশীল হবে? উত্তর: c = 5, a = 4, b = -3

১৩৪। দেখাও যে, $\vec{A} \cdot \frac{d\vec{A}}{dt} = A \frac{dA}{dt}$

১৩৫। যদি $\vec{A} = (2x^2y - x^4)\hat{i} + (e^{xy} - y \sin x)\hat{j} + (x^2 \cos y)\hat{k}$ হয় তবে (ক) $\frac{\partial \vec{A}}{\partial x}$ (খ) $\frac{\partial \vec{A}}{\partial y}$ (গ) $\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2}$

$$(ঘ) \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} = ?$$

উত্তর: (ক) $\frac{\partial \vec{A}}{\partial x} = (4xy - 4x^3)\hat{i} + (ye^{xy} - y \cos x)\hat{j} + (2x \cos y)\hat{k}$

$$(খ) \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} = (2x^2)\hat{i} + (xe^{xy} - \sin x)\hat{j} - (x^2 \sin y)\hat{k}$$

$$(গ) \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} = (4y - 12x^2)\hat{i} + (y^2 e^{xy} + y \sin x)\hat{j} + (2 \cos y)\hat{k}$$

$$(ঘ) \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} = (x^2 e^{xy})\hat{j} - (x^2 \cos y)\hat{k}$$

১৩৬। যদি $\phi(x, y, z) = xy^2z$ এবং $\vec{A} = xz\hat{i} - xy^2\hat{j} + yz^2\hat{k}$ হয় তবে $(2, -1, 1)$ বিন্দুতে $\frac{\partial^3 \phi \vec{A}}{\partial x^2 \partial z}$ এর মান বের

করো।

উত্তর: $4\hat{i} - 2\hat{j}$

১৩৭। যদি $\vec{A}(t) = 3t^2\hat{i} - (t + 4)\hat{j} + (t^2 - 2t)\hat{k}$ এবং $\vec{B}(t) = (\sin t)\hat{i} + (3e^{-t})\hat{j} - (3\cos t)\hat{k}$ হয়, তবে $t = 0$
সময়ে $\frac{d^2}{dt^2}(\vec{A} \times \vec{B}) = ?$ উত্তর: $-24\hat{i} + 14\hat{j} + 20\hat{k}$

১৩৮। যদি $\vec{A} = (x^2yz)\hat{i} - (2xz^3)\hat{j} - (xz^2)\hat{k}$ এবং $\vec{B} = (2z)\hat{i} - y\hat{j} - x^2\hat{k}$ হয়, তবে $(1, 0, -2)$ বিন্দুতে
 $\frac{\partial^2 \vec{A} \times \vec{B}}{\partial x \partial y}$ নির্ণয় কর। উত্তর: $4\hat{i} - 8\hat{j}$

১৩৯। দেখাও যে, $\vec{A} = (2x^2 + 8xy^2z)\hat{i} + (3x^3y - 3xy)\hat{j} - (4y^2z^2 + 2x^3z)\hat{k}$ ডেক্টরটি সলিনয়ডাল নয় কিন্তু
 $\vec{B} = (xyz^2)\hat{A}$ ডেক্টরটি সলিনয়ডাল।

১৪০। যদি $\varphi = (x^2 + y^2 + z^2)e^{-\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ হয় তবে, $\vec{\nabla}\varphi = ?$

উত্তর: $(2 - r)\vec{r}e^{-r}$

১৪১। $\vec{\alpha} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{\beta} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{\gamma} = 5\hat{i} + 8\hat{k}$ হয়, তবে ক্ষেপার রাশি c ও d এর মান নির্ণয় কর যেন, $\vec{\gamma} - c\vec{\alpha} - d\vec{\beta}$ ডেক্সেলারেটরি অভিযন্তা এবং উভয়ের উপরই লম্ব হয়।

উত্তর: $c = -1$; $d = 1$

১৪২। কোনো কণার অবস্থান ডেক্সেলার, $\vec{r} = 2t\hat{i} + 3t^2\hat{j}$ হলে কণাটির বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

উত্তর: $2\hat{i} + 6t\hat{j}$; $6\hat{j}$

১৪৩। যদি $\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$ হয়, তবে দেখাও যে, $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{v}) = 0$

১৪৪। দেখাও যে, $\operatorname{div} \vec{r} = 3$ ।

১৪৫। দেখাও যে, $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \phi) = 0$ । অথবা, $\operatorname{curl} \operatorname{grad} \phi = 0$

১৪৬। xy সমতলে গতিশীল ‘m’ ভরের একটি কণার অবস্থান, $\vec{r} = \hat{i}a \cos\omega t + \hat{j}b \sin\omega t = \hat{i}x + \hat{j}y$ এখানে, a, b ও ω ধনাত্মক এবং $a > b$ । কোনো এক সময় কণাটির উপর \vec{F} বল প্রযুক্ত হয়।

i. উদ্দীপকের কণাটির ত্ত্বরণ নির্ণয় কর।

$$\text{উত্তর: } -\omega^2 (\hat{i}x + \hat{j}y)$$

ii. \vec{F} অস্থূর্ণশীল হতে পারে কি? উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

উত্তর: \vec{F} ভেক্টরটি অস্থূর্ণশীল।

১৪৭। b এর কোন মানের জন্য $\vec{v} = (x - 3y)\hat{i} + (3y - z)\hat{j} + (bz - 2x)\hat{k}$ সলিনয়ডাল (চোঙাকৃতি) হবে?

$$\text{উত্তর: } b = -4$$

১৪৮। দেখাও যে, বৈদ্যুতিক ক্ষেত্র $\vec{E} = \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z$ একটি সংরক্ষিত ক্ষেত্র।

১৪৯। দেখাও যে, $\vec{\nabla} \times \vec{r} = 0$ যেখানে $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$.

১৫০। $\vec{A} = x^2y\hat{i} - 2xz\hat{j} + 2yz\hat{k}$ হলে $\text{Curl Curl} \vec{A}$ নির্ণয় কর।

উত্তর: $2(1+x)\hat{j}$

১৫১। প্রমাণ কর যে, (i) $\nabla^2 \left(\frac{1}{r} \right) = 0$ (ii) $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi = 0$

১৫২। নিচের ভেস্টর ফাংশনটি t এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করো। $\vec{A} = 3t^2 \hat{x} + 2ty\hat{j} + 3tk$. উত্তর: $6tx\hat{i} + 2y\hat{j} + 3\hat{k}$

১৫৩। $\phi = x^4 + y^4 + z^4$ হলে $\vec{\nabla}\phi$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $4x^3\hat{i} + 4y^3\hat{j} + 4z^3\hat{k}$

১৫৪। $\vec{A} = 6x^2\hat{i} + 4xy^2\hat{j} + 2x\hat{k}$ এবং $\vec{B} = x^2y^2\hat{i} - 4xz\hat{j} + 2yz\hat{k}$ দুটি ভেট্টরক্ষেত্র।

(i) $P(1, -1, 2)$ বিন্দুতে \vec{B} এর ডাইভার্জেন্স নির্ণয় করো।

উত্তর: ০

(ii) উপরের উদ্দীপকের \vec{A} ভেট্টরটি চোঙাকৃতি (সলিনয়ডাল) নয় এবং \vec{B} ভেট্টরটি ঘূর্ণনশীল (অসংরক্ষণশীল)-গাণিতিকভাবে প্রমাণ কর।

১৫৫। $\vec{A} = x^2\hat{i} + y^2\hat{j} + z^2\hat{k}$ ভেট্টর ক্ষেত্রটি কি চোঙাকৃতির না অ�ূর্ণনশীল?

উত্তর: ভেট্টর ক্ষেত্রটি অঘূর্ণনশীল।

১৫৬। যেকোন সময় $t \geq 0$ এ একটি কণার ত্বরণ $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 12 \cos 2t \hat{i} - 8 \sin 2t \hat{j} + 16t \hat{k}$ ।

(ক) বস্তুকণাটির বেগ নির্ণয় করো।

$$\text{উত্তর: } 6 \sin 2t \hat{i} + 4 \cos 2t \hat{j} + 8t^2 \hat{k} - 4 \hat{j}$$

(খ) বস্তুকণাটির সরণ নির্ণয় কর।

$$\text{উত্তর: } (3 - 3 \cos 2t) \hat{i} + (2 \sin 2t - 4t) \hat{j} + \frac{8}{3} t^3 \hat{k}$$

১৫৭। $\vec{r} = 3t \hat{i} + 2t^2 \hat{j} + t^3 \hat{k}$ হলে, নির্ণয় করো $\frac{d\vec{r}}{dt}$ এবং $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

$$\text{উত্তর: } 3 \hat{i} + 4t \hat{j} + 3t^2 \hat{k}; 4 \hat{j} + 6t \hat{k}$$

১৫৯। একটি অবস্থান ভেট্টরের কার্ল নির্ণয় করো। উত্তর: ০

১৬০। একটি ভেট্টর $\vec{v} = \hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ হলে, মান নির্ণয় করো-

(ক) $\int_0^1 \vec{v} dt$ (খ) $\int_1^0 \vec{v} dt$

উত্তর: (ক) $\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$; (খ) $-\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$

১৬১। $\mathbf{Q} = x^2yz^3$ হলে, $\vec{\nabla}\mathbf{Q}$ নির্ণয় করো।

উত্তর: $2xyz^3\hat{i} + x^2z^3\hat{j} + 3x^2yz^2\hat{k}$

১৬২। $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ হলে $\vec{\nabla}r$ এর মান নির্ণয় করো।

উত্তর: $\frac{\vec{r}}{r}$

১৬৩। m এর মান কত হলে $\vec{A} = (x + 3y)\hat{i} + (my - z)\hat{j} + (x - 2z)\hat{k}$ সলিনয়েডাল হবে?

উত্তর: $m = 1$

১৬৪। $\vec{F} = (6x^2y - z^3)\hat{i} + 2\hat{j}x^3 - 3\hat{k}xz^2$ একটি বল ক্ষেত্র প্রকাশ করলে প্রমাণ কর যে, বল ক্ষেত্রটি সংরক্ষণশীল ও অব্যুর্গনশীল।
উত্তর: বল ক্ষেত্রটি সংরক্ষণশীল ও অব্যুর্গনশীল।

১৬৫। প্রমাণ কর যে, অবস্থান ডেস্টারের মানের গ্র্যাডিয়েন্ট একটি একক ডেস্টার।

১৬৬। \mathbf{A} ধ্রুব ডেস্টারের জন্য প্রমাণ কর যে, $\vec{\nabla}(\vec{r} \cdot \vec{A}) = \vec{A}$

১৬৭। $\vec{A} = 2xz^2\hat{i} - yz\hat{j} + 3xz^3\hat{k}$ ভেট্টার ক্ষেত্রটির $(1, 1, 1)$ বিন্দুর কার্ল নির্ণয় করো।

উত্তর: $\hat{i} + \hat{j}$

১৬৮। $\vec{F} = yz^2\hat{i} + xy\hat{j} + yz\hat{k}$ ভেট্টার ক্ষেত্রের জন্য প্রমাণ কর যে, $\text{div}(\text{Curl } \vec{F}) = 0$ বা, $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \times \vec{F}) = 0$

১৬৯। দেখাও যে, $\vec{E} = \frac{\vec{r}}{r^2}$ ভেট্টারটি অব্যূর্ণনশীল।