

## দ্বিতীয় অধ্যায়

ভেক্টর  
Vector

## ACS Physics Department এর মনোনীত প্রশ্নসমূহ

১। ৬ একক ও ৪ একক মানের দুটি ভেক্টর  $60^\circ$  কোণে কোনো কণার ওপর একই সময় ক্রিয়া করছে। এদের লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় করো।

উত্তর: 12.16;  $25.28^\circ$

২। দুটি বলের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান যথাক্রমে 29 kg-wt ও 5 kg-wt; যদি প্রত্যেকটি বলের মান 3kg-wt করে বাড়ানো হয়, তবে নতুন বলদ্বয়ের লব্ধির মান নির্ণয় কর যেন বলদ্বয় পরস্পরের সাথে সমকোণে থাকে।

উত্তর: 25 kg-wt;  $36.869^\circ$ ; 20 kg-wt এর সাথে

৩। যদি A, B ও C বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টরত্রয় যথাক্রমে  $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ ,  $3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$  এবং  $5\hat{i} - 10\hat{j} + 13\hat{k}$  হয় তবে দেখাও যে, AB ও BC ভেক্টরদ্বয় সমরৈখিক বা collinear.

৪।  $\vec{A} = (6\hat{i} - 8\hat{j})m$ ,  $\vec{B} = (-8\hat{i} + 3\hat{j})m$  এবং  $\vec{C} = (26\hat{i} + 19\hat{j})m$  ভেক্টরত্রয় পরস্পরের সাথে  $a\vec{A} + b\vec{B} + \vec{C} = \vec{0}$  সমীকরণ দ্বারা সম্পর্কিত। a ও b এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:  $a = 5$ ;  $b = 7$

৫।  $\vec{d}_1 + \vec{d}_2 = 5\vec{d}_3$ ,  $\vec{d}_1 - \vec{d}_2 = 3\vec{d}_3$  এবং  $\vec{d}_3 = 2\hat{i} + 4\hat{j}$  হলে,  $\vec{d}_1$  ও  $\vec{d}_2$  নির্ণয় কর।

উত্তর:  $\vec{d}_1 = 8\hat{i} + 16\hat{j}$ ;  $\vec{d}_2 = 2\hat{i} + 4\hat{j}$

৬। যদি 3N, 4N ও 12N মানের তিনটি বল কোনো কোনো একটি কণার উপর এমনভাবে ক্রিয়াশীল হয় যেন বলগুলোর প্রত্যেকটি পরস্পরের সাথে সমকোণে ক্রিয়াশীল, তবে লব্ধি বলের মান নির্ণয় কর।

উত্তর: 13 N

৭। যদি সমান মানের দুটি বলের মান F এবং তাদের লব্ধি মান  $\frac{F}{3}$  হয় তবে বল দুটির মধ্যবর্তী কোণ কতো?

উত্তর:  $160.812^\circ$

৮। একটি বিমান 500km/h দ্রুতিতে উত্তর দিকে যাচ্ছিলো। একজন যাত্রীবেশী হাইজ্যাকার একটি বন্দুক নিয়ে হঠাৎ 1000km/h দ্রুতিতে উপরের দিকে গুলি ছুঁড়তে শুরু করলো। পৃথিবীতে অবস্থিত পর্যবেক্ষক টেলিস্কোপের সাহায্যে সম্পূর্ণ ঘটনা পর্যবেক্ষণ করলো। পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে গুলি উলম্বের সাথে কত কোণে গতিশীল হবে?

উত্তর:  $26.565^\circ$

৯। যদি  $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$  হয়, তবে কোন শর্তসাপেক্ষে  $A^2 + B^2 = C^2$  হবে?

উত্তর:  $\vec{A}$  ও  $\vec{B}$  পরস্পরের লম্ব হয়।

১০। যদি  $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$  হয়, তবে কোন শর্তসাপেক্ষে  $A + B = C$  হবে?

উত্তর:  $0^\circ$

১১। কোনো বিন্দুতে  $\theta$  কোণে ক্রিয়ারত  $\vec{P}$  ও  $\vec{Q}$  ভেক্টরের লব্ধি  $\vec{R}$ । যদি  $\vec{Q}$  এর মান দ্বিগুণ করা হয় তবে লব্ধির মান দ্বিগুণ হয়।

যদি  $\vec{Q}$  কে  $-\vec{Q}$  দ্বারা প্রতিস্থাপিত করা হয় তাহলেও লব্ধির মান  $2R$  হয়।  $\vec{P}$ ,  $\vec{Q}$  ও  $\vec{R}$  এর মানের অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর:  $P : Q : R = \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$

১২। দুটি সমান ভেক্টরকে যোগ করলে কোনো অবস্থায় তাদের লব্ধি—

(ক) একটি ভেক্টরের মানের  $\sqrt{2}$  গুণ হবে এবং

উত্তর:  $90^\circ$

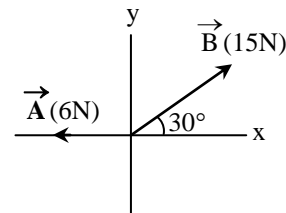
(খ) একটি ভেক্টরের মানের  $\sqrt{3}$  গুণ হবে?

উত্তর:  $60^\circ$

১৩।  $2\vec{A}$  এবং  $\vec{A}$  ভেক্টরদ্বয় পরস্পরের সঙ্গে একটি নির্দিষ্ট কোণে আনত। প্রথম ভেক্টরকে দ্বিগুণ করলে লব্ধির মান তিনগুণ হয়। ভেক্টরদ্বয়ের অন্তর্বর্তী কোণ কত?

উত্তর:  $180^\circ$

১৪। চিত্র-১ প্রদর্শিত ভেক্টর  $\vec{A}$  ও  $\vec{B}$  এর সমষ্টি  $(\vec{A} + \vec{B})$  ও অন্তর  $(\vec{A} - \vec{B})$  নির্ণয় কর।



উত্তর:  $|\vec{A} + \vec{B}| = 10.25 \text{ N}$

$|\vec{A} - \vec{B}| = 20.42 \text{ N}$

১৫। ভেক্টর রাশি  $A = 3$  এবং  $B = 4$ , যদি A এর দিক B এর উলম্বের দিক হয় তাহলে তাদের লব্ধি ভেক্টর R কত হবে? A এর সাপেক্ষে R এর দিক কি হবে?

উত্তর:  $R = 5$  একক

$\theta = 53.13^\circ$

১৬। উত্তর এবং পূর্ব দিকে যথাক্রমে  $3 \text{ ms}^{-1}$  এবং  $4 \text{ ms}^{-1}$  মানের দুটি বেগ ভেক্টরকে  $\vec{v}_1$  এবং  $\vec{v}_2$  দ্বারা সূচিত করা হলো। এদের বিয়োগফল  $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$  নির্ণয় কর। এটি কোন দিকে কত কোণে থাকবে?  
উত্তর: উত্তরের সাথে  $53.13^\circ$  কোণে উত্তর-পশ্চিমে।

১৭। x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে  $170^\circ$  ও  $50^\circ$  কোণে দুটি বল কোন বিন্দু বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল। উভয় বলের মান  $100 \text{ N}$  হলে লব্ধি বলের মান ও দিক নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $R = 100 \text{ N}$ ; x অক্ষের সাথে  $= 110^\circ$

১৮।  $(\vec{A} + \vec{B})$  এবং  $(\vec{A} - \vec{B})$  এর মধ্যবর্তী কোণ কত হলে তাদের লব্ধির মান  $\sqrt{3A^2 + B^2}$  হবে?  
উত্তর:  $\theta = 60^\circ$

১৯। একটি উড়োজাহাজ  $110 \text{ m/s}$  বেগে উত্তর দিকে যাত্রা শুরু করল। ঐ সময় বাতাস  $40 \text{ m/s}$  বেগে পশ্চিম হতে পূর্ব দিকে বইছিল। উড়োজাহাজটি ভূমি সাপেক্ষে কত বেগে কোন দিকে চলবে?  
উত্তর: উত্তর দিকের সাথে  $19.98^\circ$  করে উত্তর-পূর্ব দিকে।

২০। ভেক্টর  $\vec{B}$  কে  $\vec{A}$  এর সাথে যোগ করলে  $6\hat{i} + \hat{j}$  এবং ভেক্টর  $\vec{A}$  হতে বিয়োগ করলে  $-4\hat{i} + 7\hat{j}$  হয়। ভেক্টর  $\vec{A}$  ও  $\vec{B}$  এবং তাদের মান নির্ণয় কর।  
উত্তর:  $\vec{A} = \hat{i} + 4\hat{j}$ ;  $|\vec{A}| = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$  একক  
 $\vec{B} = 5\hat{i} - 3\hat{j}$ ;  $|\vec{B}| = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$  একক

২১।  $75^\circ$  কোণে ক্রিয়ায়ত দুটি বলের লব্ধি  $12 \text{ N}$  এবং তা একটির সাথে  $45^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। বল দুটির মান নির্ণয় কর।  
উত্তর:  $P = 6.21 \text{ N}$ ;  $Q = 8.78 \text{ N}$

২২। যদি  $\vec{r}_1 = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{r}_2 = \hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ ,  $\vec{r}_3 = -2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$  এবং  $\vec{r}_4 = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$  হয় তবে, a, b ও c এর মান নির্ণয় কর যেন  $\vec{r}_4 = a\vec{r}_1 + b\vec{r}_2 + c\vec{r}_3$  হয়।  
উত্তর:  $a = -2$ ,  $b = 1$   $c = -3$

২৩। একটি ত্রিভুজের তিনটি কৌণিক বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $A(3, -2, 1)$ ,  $B(1, -3, 5)$ ,  $C(2, 1, -4)$ ।  
ক. BC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $|\vec{BC}| = 7\sqrt{2}$  একক

খ. ত্রিভুজটি সমকোণী কি-না মূল্যায়ন পূর্বক মতামত দাও।  
উত্তর: ABC ত্রিভুজ, সমকোণী ত্রিভুজ নয়।

২৪। বায়ু ভূমির সমান্তরাল উত্তর দিকে  $5 \text{ km/h}$  বেগে প্রবাহিত হচ্ছে। নিম্নোক্ত দিকসমূহ এর উপাংশ কত?  
(ক) পূর্ব দিক : (খ) পশ্চিম দিক (গ) খাড়া উপরের দিক  
উত্তর: (ক)  $0 \text{ km/h}$ ; (খ)  $0 \text{ km/h}$ ; (গ)  $0 \text{ km/h}$

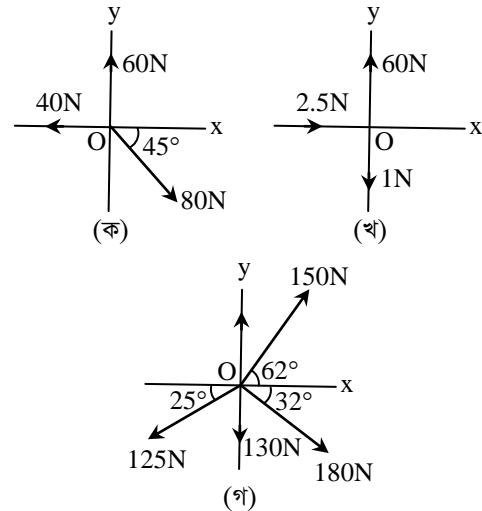
২৫। বায়ু দক্ষিণ পূর্ব দিকের মাঝামাঝি কোনো দিক হতে উত্তর-পশ্চিম দিকে প্রবাহিত হচ্ছে। বায়ুর বেগের উত্তরমুখী ও পশ্চিমমুখী অংশের মান যথাক্রমে  $3 \text{ km/h}$  ও  $4 \text{ km/h}$ ।  
(ক) বায়ুর প্রকৃত বেগ কতো?  
উত্তর:  $5 \text{ kmh}^{-1}$

(খ) বায়ু উত্তর দিকের সাথে কতো কোণে প্রবাহিত হচ্ছে?  
উত্তর:  $53.13^\circ$

২৬। দুটি দিক রাশি  $\vec{A}_1$  এবং  $\vec{A}_2$  একটি বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়া করে।  $\vec{A}_1$  এর মান 4 একক এবং এটি অনুভূমিকের সাথে  $30^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে।  $\vec{A}_2$  এর মান 3 একক এবং এটি অনুভূমিক দিকে ক্রিয়াশীল। লব্ধির অনুভূমিক ও উল্লম্ব অংশ বের করো।  
উত্তর: 6.464 একক; 2 একক

২৭। OABC একটি সামান্তরিক। এর সন্নিহিত বাহুদ্বয় OA এবং OC, কর্ণ OB এর সাথে যথাক্রমে  $30^\circ$  ও  $40^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। কর্ণের দৈর্ঘ্য 20 সে.মি. হলে, OA এবং OC এর দৈর্ঘ্য কতো?  
উত্তর: OA এর দৈর্ঘ্য = 13.68 cm  
OC এর দৈর্ঘ্য = 10.64 cm

২৮। এটা ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো।



উপরের (ক), (খ) ও (গ) চিত্রগুলোতে কয়েকটি সমতলীয় ভেক্টর xy সমতলের মূলবিন্দুতে ক্রিয়ায়ত। প্রত্যেক ক্ষেত্রে লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর।

উত্তর: (ক)  $|\vec{R}| = 16.92 \text{ N}$ ;  $\theta_1 = 11.70^\circ$  x অক্ষের সাথে

(খ)  $|\vec{R}_2| = 59.053 \text{ N}$ ;  $\theta_2 = 87.57^\circ$  x অক্ষের সাথে

(গ)  $|\vec{R}_3| = 182.48 \text{ N}$ ;  $\theta_3 = 53.02^\circ$  x অক্ষের সাথে

২৯। যদি  $\hat{A}$  ও  $\hat{B}$  একক ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ  $\theta$  হয় তবে প্রমাণ কর যে,  $|\hat{A} - \hat{B}| = 2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ .

৩০। 10 N ও 20 N মানের দুটি বল কোনো বিন্দুতে একসাথে কতো কোণে কাজ করলে লব্ধি বলটি 10 N এর সাথে সমকোণে কাজ করবে? (অনুরূপ প্রব্লেম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর:  $120^\circ$

৩১। এক ব্যক্তি প্রথমে 3 km উত্তর দিকে হাঁটলো। এরপর সে উত্তর-পূর্বদিকে 5 km হাঁটলো। লেখচিত্র এবং গাণিতিকভাবে তার সরণ প্রকাশ করো। (অনুরূপ প্রব্লেম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর: সরণ = 7.43 km ;  $\theta = 61.59^\circ$

৩২। এক ব্যক্তি প্রথমে উত্তর দিকে 30 m; অতঃপর পূর্বদিকে 20 m এবং সবশেষে  $30\sqrt{2}$  m দক্ষিণ-পশ্চিম দিকে হাঁটলো। ঐ ব্যক্তির প্রাথমিক অবস্থান হতে সরণ কতো? (এই প্রব্লেম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর: প্রাথমিক অবস্থান হতে পশ্চিম দিকে 10 m সরণ।

৩৩। একজন মহিলা উত্তর পূর্ব দিকে  $30^\circ$  কোণে 250 m হাটল। অতঃপর সোজা পূর্বদিকে 175 m গেল। (অনুরূপ প্রব্লেম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

(ক) সরণের মান ও দিক বের করে।

উত্তর:  $R = 369.97$  m

$\theta = 35.82^\circ$  কোণে (পূর্ব-উত্তর)

(খ) মহিলাটি কতদূর হাটে তা বের করো।

উত্তর: 425 m

(গ) সরণের মান ও দূরত্বের মধ্যে কোনটি বেশি তা নির্ণয় করো।

উত্তর: সরণ < দূরত্ব

৩৪।  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  ভেক্টরের প্রতিটির মান 50 m এবং এরা xy সমতলে অবস্থান করে।  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  ভেক্টরত্রয় অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যথাক্রমে  $30^\circ$ ,  $195^\circ$ ,  $315^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। যদি  $(\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{c} + \vec{d}) = \vec{0}$  হয়, তাহলে  $\vec{d}$  এর মান ও দিক নির্ণয় করো।

উত্তর:  $|\vec{d}| = 62.26$  m

$\alpha = 130.4^\circ$

৩৫। একটি ট্রাক উত্তর দিকে 25 km যাবার পর উত্তর-পশ্চিম দিকে  $60^\circ$  কোণে 50 km যায়। ট্রাকের লব্ধি সরণের মান ও দিক নির্ণয় কর। (অনুরূপ প্রব্লেম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর:  $R = 66.14$  m

$\theta = 40.9^\circ$  উত্তর দিকের সাথে পশ্চিম দিকে।

৩৬। ABCDEF একটি ষড়ভুজের AB, AC, AD, AE ও AF বাহুগুলো যথাক্রমে 1 একক, 2 একক, 3 একক, 4 একক ও 5 এককের 5টি ভেক্টর রাশিকে প্রকাশ করে। লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর। (অনুরূপ প্রব্লেম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর:  $R = 12.05$  একক

$\theta = 81.79^\circ$  x অক্ষের সাথে

৩৭। একটি জাহাজ পূর্ব উত্তর দিকে  $60^\circ$  কোণে 130 km দূরত্ব অতিক্রম করল। জাহাজটি যাত্রাবিন্দু হতে কতদূর উত্তর ও কতদূর পূর্ব দিকে গেল?

উত্তর: পূর্ব দিকে গেল = 65 km

উত্তর দিকে গেল = 112.6 km

৩৮। একটি উড়োজাহাজ দক্ষিণ পূর্বদিকে  $30^\circ$  কোণে 250 km উড়ে। অতঃপর দক্ষিণ-পশ্চিম দিকে  $30^\circ$  কোণে 250 km উড়লো। উড়োজাহাজটির সরণ ভেক্টরের মান ও দিক কত? (অনুরূপ প্রব্লেম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর: সরণ এর মান = 433.013 km

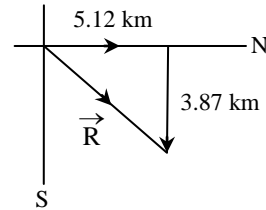
এবং দিক দক্ষিণ দিক বরাবর।

৩৯। একটি 30 N বল Y-অক্ষের সাথে  $60^\circ$  কোণে আনত। X ও Y অক্ষ বরাবর বলটির উপাংশ দুটি নির্ণয় কর।

উত্তর:  $A_x = 15\sqrt{3}$  N;  $A_y = 15$  N

৪০।  $\vec{A}$  ও  $\vec{B}$  দুটি ভেক্টরের লব্ধির মান  $\sqrt{3}B$  এবং লব্ধি  $\vec{A}$  ভেক্টরের সাথে  $30^\circ$  কোণে আনত থাকে। দেখাও যে,  $\vec{A} = \vec{B}$  অথবা  $A = 2B$

৪১। চিত্রে একজন লোক প্রথমে পূর্বদিকে 5.12 km এবং তারপর দক্ষিণ দিকে 3.87 km গিয়ে বিশ্রাম নেয় (চিত্র)। যাত্রাবিন্দু হতে লোকটির বিশ্রামের দূরত্ব R এর মান ও দিক নির্ণয় কর।



উত্তর:  $R = 6.42$  km;  $\theta = 37.084^\circ$

৪২। 10 N মানের একটি বল অন্য একটি অজানা বলের সাথে  $120^\circ$  কোণে আনত। বল দুইটির লব্ধি অজানা বলের সাথে  $90^\circ$  কোণে অবস্থিত। অজানা বলটির মান কত?

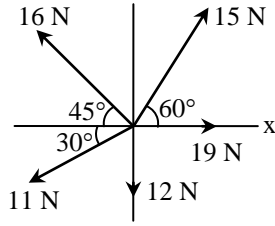
উত্তর: 5 N

৪৩। একটি লন রোলার টানার সময় এর হাতলে অনুভূমিকের সাথে  $30^\circ$  কোণে 39.2 N বল প্রয়োগ করা হলে, এর ওজন কত হ্রাস পাবে?

উত্তর: 19.6 N

৪৪। দুইটি ভেক্টরের বৃহত্তরটি ক্ষুদ্রতরটির  $\sqrt{2}$  গুণ হলে দেখাও যে, এদের লব্ধি বৃহত্তরটির সাথে যে কোণে আনত তার মান  $\frac{\pi}{4}$  অপেক্ষা বেশি হবে না।

৪৫। A বিন্দুতে অবস্থিত কোনো একটি বস্তুর উপর 19 N, 15 N, 16 N, 11 N এবং 12 N এর পাঁচটি বল একই তলে ক্রিয়া করে। লব্ধির মান নির্ণয় কর। (অনুরূপ প্রদ্রোম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)



উত্তর:  $R = 8.85 \text{ N}$

৪৬। একটি গাড়ি প্রতি ঘণ্টায় 30 কিলোমিটার গতিতে চলে। গাড়িটি প্রথম 10 সে. সোজা পূর্ব দিকে, পরবর্তী 8 সে. সোজা উত্তর দিকে এবং শেষ 4 সে. সোজা পশ্চিম দিকে গেল। গাড়িটির গড় বেগ নির্ণয় করো।

উত্তর: গড় বেগ =  $13.63 \text{ km/h}$

৪৭।  $2 \text{ kg}$  ভরের একটি বস্তু অনুভূমিকের সাথে  $30^\circ$  কোণে আনত কোন তলের উপর স্থির আছে।

(ক) তলের লম্ব বরাবর উপাংশ বের কর।

উত্তর:  $17.32 \text{ N}$

(খ) তল বরাবর বস্তুর ওজনের উপাংশ বের কর। ধরো  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$

উত্তর:  $10 \text{ N}$

৪৮। একটি বস্তু কণা XY সমতলে  $x = a \sin \omega t$  এবং  $y = a(1 - \cos \omega t)$  সমীকরণ অনুসারে গতিশীল আছে।  $t = \tau$  সময়ে কণাটি দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

উত্তর:  $a\omega\tau$

৪৯। একটি সাইকেলের বেগ কত হলে  $8 \text{ ms}^{-1}$  বেগের বৃষ্টির ফোঁটা আরোহীর গায়ে  $30^\circ$  কোণে আঘাত করবে?

উত্তর:  $4.619 \text{ ms}^{-1}$

৫০। পশ্চিমদিকে  $4 \text{ kmh}^{-1}$  বেগে গতিশীল কেনো একজন লোকের কাছে মনে হয় বায়ু দক্ষিণ দিক থেকে প্রবাহিত হয়। লোকটির বেগ দ্বিগুণ করলে তার কাছে মনে হয় বায়ু দক্ষিণ-পশ্চিম দিক থেকে প্রবাহিত হয়। বায়ুর বেগের মান ও দিক নির্ণয় করো।

উত্তর: বাতাসের বেগ  $4\sqrt{2} \text{ kmh}^{-1}$  এবং পূর্ব দিকের সাথে  $135^\circ$  কোণে দক্ষিণ-পূর্ব দিক হতে প্রবাহিত হচ্ছে।

৫১। A জাহাজটি B জাহাজের  $10 \text{ km}$  পশ্চিমে অবস্থিত। A জাহাজ উত্তর দিকে  $30 \text{ kmh}^{-1}$  বেগে গতিশীল এবং B জাহাজ উত্তরের সাথে  $60^\circ$  কোণে পশ্চিমে  $20 \text{ kmh}^{-1}$  বেগে গতিশীল। (এই ম্যাথ ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

(i) A জাহাজের সাপেক্ষে B জাহাজের বেগের মান ও দিক নির্ণয় করো।

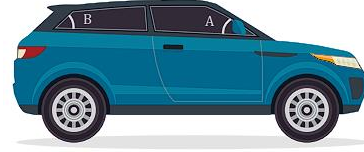
উত্তর:  $10\sqrt{7} \text{ kmh}^{-1}$

উত্তরের সাথে  $139.1^\circ$  কোণে পশ্চিম বরাবর ক্রিয়া করে।

(ii) গতিশীল সময়ে তাদের সম্ভাব্য সর্বনিম্ন দূরত্ব কত হবে?

উত্তর:  $6.546 \text{ km}$

৫২।  $2 \text{ ms}^{-1}$  বেগে বয়ে যাওয়া বাতাসের দিকে একটি গাড়ি  $12 \text{ ms}^{-1}$  বেগে চলছে। চিত্রানুযায়ী গাড়িটির সামনের ও পিছনের গ্রাসের কোণ  $\angle A = 35^\circ$  ও  $\angle B = 60^\circ$ । গাড়িটির সামনের গ্রাসে লম্বভাবে বৃষ্টি পড়ছে।



ক) বৃষ্টির বেগ বের কর।

উত্তর:  $14.28 \text{ ms}^{-1}$

খ) বৃষ্টির ফোঁটা কি সরাসরি পিছনের কাচে আঘাত করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

উত্তর: পিছনের কাচে আঘাত করবে না।

৫৩। এক ব্যক্তি  $3 \text{ km/h}$  বেগে পূর্বদিকে চলছিলো। যদি বৃষ্টির ফোঁটা  $4 \text{ km/h}$  বেগে নিচের দিকে পতিত হয় তবে ঐ ব্যক্তির সাপেক্ষে বৃষ্টি কতো বেগে এবং কোনদিকে পতিত হবে?

উত্তর:  $5 \text{ km/h}$ ;  $36.87^\circ$

৫৪। একটি জাহাজ  $10 \text{ km/h}$  দ্রুতিতে পূর্বদিকে যাচ্ছিলো। দ্বিতীয় আরেকটি জাহাজ পূর্বদিকের সাথে  $30^\circ$  কোণ করে দক্ষিণ দিকে চলছিলো। যদি দ্বিতীয় জাহাজ সাপেক্ষে প্রথম জাহাজটিকে সর্বদা উত্তর দিকে চলমান মনে হয়, তবে দ্বিতীয় জাহাজের দ্রুতি কতো ছিলো?

উত্তর:  $11.547 \text{ km/h}$

৫৫। এক ব্যক্তি অনুভূমিক রাস্তায় ঘন্টায়  $4 \text{ km/h}$  বেগে হাঁটছে। তার মনে হচ্ছে বৃষ্টি উলম্বভাবে ঘন্টায়  $4 \text{ km}$  এসে পড়ছে। বৃষ্টির প্রকৃত বেগ কতো এবং উলম্বের সাথে কতো কোণে আনত নির্ণয় করো।

উত্তর: বৃষ্টির প্রকৃত বেগ  $= 4\sqrt{2} \text{ km/h}$ ; উলম্বের সাথে কোণ  $= 45^\circ$

৫৬। একটি বানর  $5 \text{ m/s}$  বেগে একটি উলম্ব খুঁটিতে উঠছিলো। একটি কুকুর খুঁটিটির দিকে  $5\sqrt{3} \text{ m/s}$  বেগে দৌড়াচ্ছিলো। বানরটির সাপেক্ষে কুকুরটির আপেক্ষিক বেগের মান কতো ছিলো?

উত্তর:  $10 \text{ m/s}$ ;  $30^\circ$  [অনুভূমিকের সাথে]

৫৭। একজন সাঁতারু শ্রোতহীন অবস্থায় নদীতে  $3 \text{ km/h}$  বেগে সাঁতার কাটতে পারেন। শ্রোতের নদীতে তিনি এক পাড় থেকে সোজা ওপাড়ে যাওয়ার জন্য সাঁতার কাটা শুরু করে  $5 \text{ km/h}$  বেগে কোনাকুনি নদী পার হলেন। নদীতে শ্রোতের বেগ কতো?

উত্তর:  $4 \text{ km/h}$

৫৮। একটি নদীর শ্রোতের বেগ  $5 \text{ km/h}$ । শ্রোতের সাথে  $60^\circ$  কোণে  $4 \text{ km/h}$  বেগের একটি নৌকা চালনা করলে নৌকা প্রকৃতপক্ষে কতো বেগে কোন দিকে চলবে?

উত্তর:  $R = 7.81 \text{ km/h}$ ;  $\theta = 26.33^\circ$

৫৯। একটি নদীতে পশ্চিম হতে পূর্ব দিকে পানি প্রবাহের বেগ  $5 \text{ m/min}$ ; শ্রোতহীন অবস্থায় একটি লোক  $10 \text{ m/min}$  দ্রুতিতে সাঁতার কাটতে পারেন। যদি লোকটি নদীর দক্ষিণ প্রান্তে যাত্রা শুরু করে উত্তর প্রান্তে সর্বনিম্ন সময়ে ও সর্বনিম্ন পথে পৌছতে চায় তবে তাকে কোনদিকে যাত্রা শুরু করতে হবে?

উত্তর:  $120^\circ$

৬০। একজন লোক শ্রোতহীন অবস্থায় 100 মিটার প্রশস্ত একটি নদী 4 মিনিটে সোজাসুজি সাঁতারিয়ে পার হতে পারে; কিন্তু শ্রোত থাকলে সে একই পথ 5 মিনিটে অতিক্রম করে। শ্রোতের গতিবেগ নির্ণয় করো।

উত্তর: 15 m/min

৬১। একটি নৌকা পূর্ব দিকে ঘণ্টায় 6 কিলোমিটার বেগে যাচ্ছিলো। ঐ সময় বাতাস সোজা উত্তর দিকে ঘণ্টায় 8 কিলোমিটার বেগে প্রবাহিত হচ্ছিলো। নৌকাটির প্রকৃত বেগ ও দিক নির্ণয় কর।

উত্তর:  $R = 10 \text{ km/h}$ ;  $53.13^\circ$  (পূর্ব দিকের সাথে উত্তর দিকে।)

৬২। কোনো নদীতে শ্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ 24 km/h এবং শ্রোতের প্রতিকূলে 8 km/h সোজা অপর পাড়ে পৌঁছতে নৌকা কোন দিকে এবং কতো বেগে চালাতে হবে?

উত্তর:  $120^\circ$ ;  $8\sqrt{3} \text{ km/h}$

৬৩। একটি নদীতে শ্রোতের বেগ  $8 \text{ ms}^{-1}$ ।  $12 \text{ ms}^{-1}$  বেগের একটি ইঞ্জিন চালিত নৌকাকে সোজা পাড়ি দিতে হলে কোন দিকে চালনা করতে হবে? নৌকার লব্ধি বেগ কতো হবে? নদীটি 400m প্রশস্ত হলে পাড়ি দিতে কতো সময় লাগবে?

উত্তর:  $131.81^\circ$ ;  $4\sqrt{5} \text{ ms}^{-1}$ ; 44.74 s

৬৪। নদীতে শ্রোতের বেগ 5 km/h এবং নৌকার বেগ 12 km/h। বৃষ্টি 36 km/h বেগে উলম্বভাবে পড়ছে।

ক. সোজা অপর পাড়ে যেতে নৌকাকে শ্রোতের সাথে কত কোণে রওনা হতে হবে নির্ণয় কর।

উত্তর:  $114.62^\circ$

খ. বৃষ্টি হতে বাঁচতে নৌকায় বসা একজন লোককে শ্রোতের অনুকূলে এবং প্রতিকূলে উলম্বের সাথে কত কোণে ছাড়া ধরতে হবে- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

উত্তর: শ্রোতের অনুকূলে কোণ =  $25.28^\circ$ ; প্রতিকূলে কোণ =  $11^\circ$

৬৫। একটি নদীতে পশ্চিম হতে পূর্ব দিকে পানি প্রবাহের বেগ 5m/min; শ্রোতহীন অবস্থায় একটি লোক 10m/min দ্রুতিতে সাঁতার কাটতে পারেন। যদি লোকটি নদীর দক্ষিণ প্রান্তে যাত্রা শুরু করে উত্তর প্রান্তে সর্বনিম্ন সময়ে ও সর্বনিম্ন পথে পৌঁছতে চায় তবে তাকে কোনদিকে যাত্রা শুরু করতে হবে?

উত্তর:  $90^\circ$ ;  $120^\circ$

৬৬। শ্রোতের নদীতে শ্রোতের সাপেক্ষে একটি ইঞ্জিন চালিত নৌকা 8 km/h দ্রুতিতে চলতে পারে। যদি শ্রোতের দ্রুতি 3 km/h হয়, তবে নদী তীরবর্তী কোনো গাছকে নৌকাটি শ্রোতের অনুকূলে ও প্রতিকূলে কত দ্রুতিতে অতিক্রম করবে?

উত্তর: অনুকূলে দ্রুতি = 11 km/h; প্রতিকূলে দ্রুতি = 5 km/h

৬৭। একজন সাঁতারু শ্রোতহীন অবস্থায় নদীতে 3 km/h বেগে সাঁতার কাটতে পারেন। শ্রোতের নদীতে তিনি এপার থেকে ওপারে যাওয়ার জন্য সাঁতার কাটা শুরু করে 5 km/h বেগে কোনাকুনি নদী পার হলেন। নদীতে শ্রোতের বেগ কত? কত কোণে সাঁতারু সাঁতার দিয়েছিল?

উত্তর: 4 km/h;  $36.87^\circ$

৬৮। একজন লোক শ্রোতহীন অবস্থায় 100 মিটার প্রশস্ত একটি নদী 4 মিনিটে সোজাসুজি সাঁতারিয়ে পার হতে পারে। কিন্তু শ্রোত থাকলে সে এই পথে 5 মিনিটে একে অতিক্রম করতে পারে।

i. শ্রোতের গতিবেগ বের করো।

উত্তর: শ্রোতের গতিবেগ = 15 m/min

ii. সাঁতারুর পক্ষে নদীর এপার থেকে ওপারের ঠিক বিপরীত বিন্দুতে পৌঁছানো সম্ভব কি-না? গাণিতিক যুক্তি দাও।

উত্তর:  $126.87^\circ$

iii. শ্রোতের দিকের সাথে  $60^\circ$  কোণে যাত্রা করলে অপর তীরে কোথায় পৌঁছাবে?

উত্তর: 127.022 m

৬৯। একজন সাঁতারু স্থির পানিতে ঘণ্টায়  $2\sqrt{2} \text{ km}$  বেগে সাঁতার কাটতে পারেন। ঘণ্টায় 2 km বেগের শ্রোতযুক্ত একটি নদী তিনি সাঁতার কেটে পার হচ্ছেন।

i. সর্বাপেক্ষা কম দূরত্ব অতিক্রম করে অপর তীরে পৌঁছাতে হলে তাকে কোন দিকে সাঁতার কাটতে হবে?

উত্তর:  $135^\circ$

ii. সর্বাপেক্ষা কম সময়ে নদী পার হতে হলে তাকে কোন দিকে সাঁতার কাটতে হবে?

উত্তর:  $90^\circ$  হবে।

iii. নদীর প্রস্থ  $\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ km}$  হলে, সেক্ষেত্রে শ্রোত তাকে কত দূর ভাসিয়ে নিয়ে যাবে?

উত্তর:  $\frac{1}{2} \text{ km}$

৭০। একটি শ্রোতস্থি নদীতে এমনভাবে নৌকা চালনা করা হল যেন সেটি ন্যূনতম পথে অপর তীরে পৌঁছায়। এতে যে সময় লাগে, নদীতে শ্রোত না থাকলে তার অর্ধেক সময় লাগে। নৌকার বেগ 2 m/s হলে শ্রোতের বেগ কত?

উত্তর:  $\sqrt{3} \text{ m/s}$

৭১।  $\vec{P} = 4$  একক পূর্বদিকে এবং  $\vec{Q} = 3$  একক পূর্বদিকের সাথে  $45^\circ$  উত্তর দিকে হলে  $\vec{P} \cdot \vec{Q}$  এর মান কত?

উত্তর:  $6\sqrt{2}$

৭২।  $\vec{A} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  ভেক্টরদ্বয়ের স্কেলার গুণফল নির্ণয় করো।

উত্তর: -5

৭৩।  $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = \hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ ;  $\vec{A}$  বরাবর  $\vec{B}$  এর লম্ব অভিক্ষেপ নির্ণয় করো।

উত্তর:  $\frac{13}{\sqrt{19}}$

৭৪।  $\vec{P} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$  এবং  $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  এর মধ্যবর্তী কোণের কোসাইন নির্ণয় করো।

উত্তর:  $\cos\theta = \frac{17}{3\sqrt{33}}$



৭৫।  $\vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$  হলে, A ও B ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মান নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $90^\circ$

৭৬। কোনো বস্তুর উপর  $\vec{F} = (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})N$  বল প্রয়োগ করার ফলে  $\vec{s} = (2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})m$  সরণ ঘটে। বলের দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় করো।  
উত্তর: 8 J

৭৭।  $\vec{A} = 9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$ । ভেক্টর দুটির স্কেলার গুণফল নির্ণয় করে দেখাও যে, এরা পরস্পর লম্ব।

৭৮। m এর কোন মানের জন্য  $\vec{A} = 2m\hat{i} + m\hat{j} - 4\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = m\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  পরস্পর লম্ব?  
উত্তর:  $m = 2$  অথবা,  $-1$

৭৯।  $\vec{P} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$  এর সাথে x, y ও z অক্ষের কৌণিক ব্যবধান নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $\therefore \theta_x = 70.528^\circ; \theta_y = 131.81^\circ; \theta_z = 48.189^\circ$

৮০। এমন একটি ভেক্টর নির্ণয় করো যা xy তলের সমান্তরাল এবং  $2\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$  এর সাথে সমকোণে অবস্থিত।  
উত্তর:  $\pm \frac{\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{2}}$

৮১। যদি  $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  হয় তাহলে,  
(i)  $|\vec{A} \times \vec{B}| = ?$   
উত্তর:  $\sqrt{195}$  বর্গএকক

(ii)  $(\vec{A} + 2\vec{B}) \times (2\vec{A} - \vec{B}) = ?$   
উত্তর:  $-25\hat{i} + 35\hat{j} - 55\hat{k}$

(iii)  $|(\vec{A} + \vec{B}) \times (\vec{A} - \vec{B})| = ?$   
উত্তর:  $2\sqrt{195}$

৮২। যদি  $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 3\hat{i} - \hat{j} - 5\hat{k}$  হয় তবে, প্রমাণ কর যে,  $(\vec{A} + \vec{B}) \times (\vec{A} - \vec{B}) \neq (\vec{A} - \vec{B}) \times (\vec{A} + \vec{B})$

৮৩।  $\vec{P} = 5$  একক পূর্বদিকে এবং  $\vec{Q} = 4$  একক পূর্বদিকের সাথে  $30^\circ$  উত্তর দিকে হলে  $\vec{P} \times \vec{Q}$  এর মান কত?  
উত্তর: 10

৮৪।  $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$ ।  $\vec{A}$  ও  $\vec{B}$  উভয়ের লম্ব দিকে একক দিক রাশি নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $\pm \frac{\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}}{\sqrt{42}}$

৮৫। দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল 18 একক এবং ভেক্টর গুণফলের মান  $6\sqrt{3}$  একক। ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?  
উত্তর:  $30^\circ$

৮৬। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু দুটি যথাক্রমে  $\vec{A} = \hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k}$  এবং  $\vec{B} = -2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ । সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $\sqrt{107}$  বর্গএকক

৮৭। একটি সামান্তরিকের দুটি কর্ণ যথাক্রমে  $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$  সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।  
উত্তর: 13.077 বর্গএকক

৮৮।  $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{B} = 6\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  এবং  $\vec{C} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$  হলে,  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = ?$   
উত্তর: 40

৮৯।  $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  এবং  $\vec{C} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  হলে প্রমাণ কর যে,  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$

৯০। ঘনকের কর্ণ ও এর যেকোনো একটি পৃষ্ঠের কর্ণের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $35.3^\circ$

৯১।  $\vec{A} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ ,  $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$  এবং  $\vec{C} = \hat{i} + m\hat{k} + 3\hat{j}$ । m এর মান কত হলে সামান্তরিকের আয়তন 50 একক হবে?  
উত্তর:  $m = -\frac{70}{19}$

৯২। টর্ক  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ ; যদি  $\vec{F} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  এবং  $\vec{r}$  ভেক্টরটি  $(-2, 3, 4)$  ও  $(1, 2, 3)$  বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব হয় তবে  $\vec{\tau} = ?$   
উত্তর:  $-4\hat{j} + 4\hat{k}$

৯৩।  $\vec{d}_1$  সরণ ভেক্টরটি yz অক্ষে  $63^\circ$  কোণে অবস্থিত।  $\vec{d}_1$  এর z উপাংশের মান 4.50m;  $\vec{d}_2$  সরণ ভেক্টরটি xz সমতলে যা + x হতে  $30^\circ$  কোণে অবস্থিত।  $\vec{d}_2$  এর z উপাংশ 1.40 m হলে নির্ণয় কর—

(ক)  $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$  :  
উত্তর:  $6.3 \text{ m}^2$

(খ)  $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$  :

উত্তর:  $(3.22 \hat{i} + 10.89 \hat{j} - 5.566 \hat{k}) \text{ m}^2$

(গ)  $\vec{d}_1$  ও  $\vec{d}_2$  এর মধ্যবর্তী কোণ :

উত্তর:  $63.56^\circ$

৯৪।  $\vec{A} = \hat{i} + \sqrt{2}\hat{j} + 3\hat{k}$  ভেক্টরটি  $z$ -অক্ষের সাথে যে কোণ

উৎপন্ন করে এবং  $yz$  তলে  $\vec{A}$  এর উপাংশ নির্ণয় করো।

উত্তর:  $75.52^\circ; \sqrt{11}$

৯৫। যদি  $\vec{P} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$  এবং  $\vec{Q} = 3\hat{i} - \hat{j} + b\hat{k}$  ভেক্টরদ্বয়ের সমরৈখিক বা সমান্তরাল হবার শর্ত নির্ণয় করো।

উত্তর:  $a = -\frac{9}{2}; b = -6$

৯৬। একটি কণার আদি অবস্থান ভেক্টর  $\vec{r}_1 = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k})\text{m}$

এবং শেষ অবস্থান ভেক্টর  $\vec{r}_2 = (14\hat{i} + 13\hat{j} + 9\hat{k})\text{m}$  যদি

একটি সুস্থম বল  $\vec{F} = (4\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k})\text{N}$  কণাটির ওপর ক্রিয়াশীল হয়, তবে বল দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় করো।

উত্তর:  $100\text{ J}$

৯৭। রৈখিক বেগ  $\vec{v}$  কৌণিক বেগ  $\vec{\omega}$  ও ব্যাসার্ধ ভেক্টর  $\vec{r}$  এর মধ্যে সম্পর্ক  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$  যদি কোনো মুহূর্তে  $\vec{\omega} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  কণাটির কৌণিক বেগ এবং  $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  কণাটির

অবস্থান ভেক্টর বোঝায়, তবে কণাটির বেগ  $\vec{v}$  কত?

উত্তর:  $-5\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$

৯৮।  $a$  ধ্রুবকটির মান কতো হলে  $\vec{P} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  এবং  $\vec{Q} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  এবং  $\vec{R} = 3\hat{i} + a\hat{j} + 5\hat{k}$  ভেক্টরদ্বয় সমতলীয় হবে?

উত্তর:  $a = -4$

৯৯।  $\vec{\alpha} = 1\hat{i} + 1\hat{j} - 2\hat{k}$ ,  $\vec{\beta} = -1\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  এবং  $\vec{\gamma} = 5\hat{i} + 8\hat{k}$  হয়, তবে স্কেলার রাশি  $c$  ও  $d$  এর মান নির্ণয় করো

যেন,  $\vec{\gamma} - c\vec{\alpha} - d\vec{\beta}$  ভেক্টরটি  $\vec{\alpha}$  ও  $\vec{\beta}$  উভয়ের উপরই লম্ব হয়।

উত্তর:  $c = -1; d = 1$

১০০। একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু তিনটি  $(2, 3, 1)$ ,  $(1, 1, 3)$  এবং  $(2, 2, 5)$  হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

উত্তর:  $\frac{1}{2}\sqrt{53}$  বর্গএকক

১০১। দুটি ভেক্টরের যোগফল  $\vec{A} + \vec{B} = 12\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k}$

এবং বিয়োগফল  $\vec{A} - \vec{B} = -6\hat{i} + 12\hat{j} + 10\hat{k}$  হলে  $\vec{A}$  ও  $\vec{B}$  নির্ণয় করো এবং এদের স্কেলার গুণন নির্ণয় কর।

উত্তর:  $-14$

১০২। বল  $\vec{F} = 12.0\text{ N}$  এবং ব্যাসার্ধ ভেক্টর  $\vec{r} = 4.0\text{ m}$  এবং এই ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ  $60^\circ$ ; ভেক্টর গুণন নির্ণয় করো। এটি কোন রাশি নির্দেশ করে?

উত্তর: টর্ক নির্দেশ করে  $\tau = \vec{r} \times \vec{F}$

১০৩।  $2\text{ kg}$  ভরের একটি গতিশীল কণার গতিবেগ  $\vec{v} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ । কণাটির অবস্থান ভেক্টর  $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j}$  হলে মূলবিন্দু সাপেক্ষে এর কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় করো।

উত্তর:  $-4\hat{i} + 4\hat{j}$

১০৪। অবস্থান ভেক্টরকে ব্যবকলন করে বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করো।

উত্তর: বেগ,  $\vec{v} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$

ত্বরণ,  $\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$

১০৫। মুক্তভাবে পড়ন্ত একটি বস্তুর সরণকে  $x = \frac{1}{2}gt^2$  দ্বারা

বর্ণনা করা যায়। বস্তুটির বেগ-

(ক)  $1$  সেকেন্ড পর কতো হবে?

উত্তর:  $9.8\text{ ms}^{-1}$

(খ)  $5$  সেকেন্ড পর কতো হবে?

উত্তর:  $49\text{ ms}^{-1}$

(গ) বস্তুটির ত্বরণ কতো হবে?

উত্তর:  $9.8\text{ ms}^{-2}$

১০৬। একটি গতিশীল কণার কোনো মুহূর্তের অবস্থান ভেক্টর  $\vec{r} = \hat{i}\cos\omega t + \hat{j}\sin\omega t$  দ্বারা নির্দেশ করা যায়। এখানে  $\omega$  একটি ধ্রুবক। কণাটির তাৎক্ষণিক বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করো এবং আরো দেখাও যে,  $\vec{r} \times \vec{v} =$  একটি ধ্রুবক ভেক্টর।

১০৭। দুইটি ভেক্টর  $\vec{A} = \hat{i}t^2 - \hat{j}t + (2t + 1)\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 5\hat{i}t + \hat{j}t - \hat{k}t^3$  হলে  $\frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \vec{B})$  ও  $\frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B})$  নির্ণয় করো।

উত্তর:  $-8t^3 + 12t^2 - 2t;$

$\hat{i}(4t^3 - 4t - 1) + \hat{j}(5t^4 + 20t + 5) + \hat{k}(3t^2 + 10t)$

১০৮। যদি  $\phi = 2xy^4 - x^2z$  হয়, তবে  $(2, -1, -2)$  বিন্দুতে  $\vec{\nabla}\phi$  নির্ণয় করো।

উত্তর:  $10\hat{i} - 16\hat{j} - 4\hat{k}$

১০৯। যদি  $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$  হয়, তবে  $\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$  নির্ণয় করো।

উত্তর:  $3$

১১০।  $(1, -1, 1)$  অবস্থানে  $\vec{A} = 3xyz^2\hat{i} + 2xy^3\hat{j} - x^3xy\hat{k}$  এর অভিসারিতা বা ডাইভারজেন্স নির্ণয় করো।  
উত্তর: 4

১১১।  $\vec{A} = x^3z\hat{i} + 4y^3z^2\hat{j} - xy^2z\hat{k}$  হলে  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$  নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $3x^2z + 12y^2z^2 - xy^2$

১১২।  $(1, -1, 1)$  অবস্থানে  $\vec{A} = xz^3\hat{i} - 2x^2yz\hat{j} + 2yz^4\hat{k}$  এর কার্ল নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $3\hat{j} + 4\hat{k}$

১১৩।  $\vec{V} = (x^2 + yz)\hat{i} + (y^2 + zx)\hat{j} + (z^2 + xy)\hat{k}$  এর কার্ল নির্ণয় করো।  
উত্তর: 0

১১৪। কোনো কণার অবস্থান ভেক্টর  $\vec{r} = [(3.0 \text{ ms}^{-1})t + 4.2\text{ms}^{-1}]\hat{i} + (5.3 \text{ ms}^{-1})\hat{j}$  হলে বেগ  $\vec{v}$  নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $3 \text{ ms}^{-1}$

১১৫।  $\phi(x, y, z) = 2xz^4 - x^2y$  হলে  $(2, -2, -1)$  বিন্দুতে  $\vec{\nabla} \cdot \phi$  ও  $|\vec{\nabla} \phi|$  নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $10\hat{i} - 4\hat{j} - 16\hat{k}$ ;  $2\sqrt{93}$

১১৬।  $\vec{\nabla} \cdot (2x^2z\hat{i} - xy^2z\hat{j} + 3yz^2\hat{k})$  নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $4xz - 2xyz + 6yz$

১১৭।  $\phi = 2x^3y^2z^4$  হলে  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \phi$  নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $12xy^2z^4 + 4x^3z^4 + 24x^3y^2z^2$

১১৮।  $\vec{A} = 3xyz^2\hat{i} + 2xy^3\hat{j} - x^2yz\hat{k}$  এবং  $\phi = 3x^2 - yz$  হলে  $(1, -1, 1)$  বিন্দুতে নির্ণয় করো।

(a)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$   
উত্তর: 4

(b)  $\vec{A} \cdot \vec{\nabla} \phi$   
উত্তর: -15

(c)  $\vec{\nabla} \cdot (\phi \vec{A})$   
উত্তর: 1

(d)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \phi$   
উত্তর: 6

১১৯। দেখাও যে,  $\vec{A} = 3y^4z^2\hat{i} + 4x^3z^2\hat{j} - 3x^2y^2\hat{k}$  ভেক্টর ক্ষেত্রটি সলিনয়েডাল।  
উত্তর: 0 [ $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$  হওয়ায় ভেক্টর ক্ষেত্রটি সলিনয়েডাল।]

১২০।  $\vec{A} = 2xz^2\hat{i} - xy\hat{j} + 3xz^3\hat{k}$  এবং  $\phi = x^2z$  হলে  $(1, -1, 1)$  বিন্দুতে নির্ণয় করো-

(a)  $\vec{\nabla} \times \vec{A}$   
উত্তর:  $\hat{j} + \hat{k}$

(b)  $\vec{\nabla} \times (\phi \vec{A})$   
উত্তর: 17

(c)  $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$   
উত্তর:  $4\hat{i} + 4\hat{k}$

১২১। দেখাও যে,  $\vec{A} = (6xy + z^3)\hat{i} + (3x^2 - z)\hat{j} + (3xz^2 - y)\hat{k}$  ভেক্টর ক্ষেত্রটি অঘূর্ণনশীল।  
উত্তর: 0

১২২।  $xy$  তলের উপর এমন একটি একক ভেক্টর নির্ণয় করো যা  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$  এর উপর লম্ব।  
উত্তর:  $\pm \frac{1}{\sqrt{5}}(\hat{i} - 2\hat{j})$

১২৩। প্রমাণ কর যে, যে কোনো ভেক্টরের কার্লের ডাইভারজেন্স সব সময়ই শূন্য হয়।

১২৪। যদি  $\vec{A} = 3xyz\hat{i} + 2xy^2\hat{j} - x^2yz\hat{k}$  হয়, তবে-

(ক)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$  ও  $\vec{\nabla} \times \vec{A}$  নির্ণয় করো।

উত্তর:  $\therefore 3yz + 4xy - x^2y$ ;  
 $-x^2z\hat{i} + (3xy + 2xyz)\hat{j} + (2y^2 - 3xz)\hat{k}$

(খ)  $(1, 1, -1)$  বিন্দুতে  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ ,  $\vec{\nabla} \times \vec{A}$  এবং  $|\vec{\nabla} \times \vec{A}|$  কতো?  
উত্তর: 0;  $\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k}$ ;  $\sqrt{27}$

১২৫। যদি  $\vec{r} = x\hat{j} + y\hat{i} + 2z\hat{k}$  হয়, তাহলে  $\vec{\nabla} \cdot \vec{r} = ?$   
উত্তর: 2

১২৬। প্রমাণ করো যে  $\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{1}{r^3}$

১২৭। দেখাও যে,  $\vec{\nabla} r^n = nr^{n-2}\vec{r}$

১২৮। প্রমাণ করো যে,  $\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^3}\right) = 0$

১২৯। মান নির্ণয় করো।  $\vec{\nabla} \cdot (r^3 \vec{r}) = ?$   
উত্তর:  $6r^3$



১৩০। যদি  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$  প্রমাণ করো যে,  $\vec{\omega} = \frac{1}{2}(\vec{\nabla} \times \vec{v})$  যেখানে  $\vec{\omega}$  একটি ধ্রুব রাশি।

১৩১। প্রমাণ করো যে,  $\vec{\nabla} \times \left( \frac{\vec{r}}{r^2} \right) = \vec{0}$

১৩২। যদি  $\vec{v} = (-4x - 6y + 3z)\hat{i} + (-2x + y - 5z)\hat{j} + (5x + 6y + az)\hat{k}$  হয় তবে a এর কোন মানের জন্য  $\vec{v}$  ভেক্টরটি সলিনয়ডাল বা বেলনাকৃতির হবে?

উত্তর:  $a = 3$

১৩৩। যদি  $\vec{v} = (-4x - 3y + az)\hat{i} + (bx + 3y + 5z)\hat{j} + (4x + cy + 3z)\hat{k}$  হয় তবে a, b ও c এর কোন মানের জন্য ভেক্টরটি অঘূর্ণনশীল হবে?

উত্তর:  $c = 5, a = 4, b = -3$

১৩৪। দেখাও যে,  $\vec{A} \cdot \frac{d\vec{A}}{dt} = A \frac{dA}{dt}$

১৩৫। যদি  $\vec{A} = (2x^2y - x^4)\hat{i} + (e^{xy} - y \sin x)\hat{j} + (x^2 \cos y)\hat{k}$  হয় তবে (ক)  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial x}$  (খ)  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial y}$  (গ)  $\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2}$  (ঘ)  $\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} = ?$

উত্তর: (ক)  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial x} = (4xy - 4x^3)\hat{i} + (ye^{xy} - y \cos x)\hat{j} + (2x \cos y)\hat{k}$

(খ)  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial y} = (2x^2)\hat{i} + (xe^{xy} - \sin x)\hat{j} - (x^2 \sin y)\hat{k}$

(গ)  $\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} = (4y - 12x^2)\hat{i} + (y^2 e^{xy} + y \sin x)\hat{j} + (2 \cos y)\hat{k}$

(ঘ)  $\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} = (x^2 e^{xy})\hat{j} - (x^2 \cos y)\hat{k}$

১৩৬। যদি  $\phi(x, y, z) = xy^2z$  এবং  $\vec{A} = xz\hat{i} - xy^2\hat{j} + yz^2\hat{k}$  হয় তবে  $(2, -1, 1)$  বিন্দুতে  $\frac{\partial^3 \phi \vec{A}}{\partial x^2 \partial z}$  এর মান বের করো।

উত্তর:  $4\hat{i} - 2\hat{j}$

১৩৭। যদি  $\vec{A}(t) = 3t^2\hat{i} - (t + 4)\hat{j} + (t^2 - 2t)\hat{k}$  এবং  $\vec{B}(t) = (\sin t)\hat{i} + (3e^{-t})\hat{j} - (3\cos t)\hat{k}$  হয়, তবে  $t = 0$  সময়ে  $\frac{d^2}{dt^2}(\vec{A} \times \vec{B}) = ?$

উত্তর:  $-24\hat{i} + 14\hat{j} + 20\hat{k}$

১৩৮। যদি  $\vec{A} = (x^2yz)\hat{i} - (2xz^3)\hat{j} - (xz^2)\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = (2z)\hat{i} - y\hat{j} - x^2\hat{k}$  হয়, তবে  $(1, 0, -2)$  বিন্দুতে  $\frac{\partial^2 \vec{A} \times \vec{B}}{\partial x \partial y}$  নির্ণয় কর।

উত্তর:  $4\hat{i} - 8\hat{j}$

১৩৯। দেখাও যে,  $\vec{A} = (2x^2 + 8xy^2z)\hat{i} + (3x^3y - 3xy)\hat{j} - (4y^2z^2 + 2x^3z)\hat{k}$  ভেক্টরটি সলিনয়ডাল নয় কিন্তু  $\vec{B} = (xyz^2)\hat{A}$  ভেক্টরটি সলিনয়ডাল।

১৪০। যদি  $\phi = (x^2 + y^2 + z^2)e^{-\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$  হয় তবে,  $\vec{\nabla} \phi = ?$

উত্তর:  $(2 - r)\vec{r}e^{-r}$

১৪১।  $\vec{\alpha} = 1\hat{i} + 1\hat{j} - 2\hat{k}$ ,  $\vec{\beta} = -1\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  এবং  $\vec{\gamma} = 5\hat{i} + 8\hat{k}$  হয়, তবে স্কেলার রাশি c ও d এর মান নির্ণয় কর যেন,  $\vec{\gamma} - c\vec{\alpha} - d\vec{\beta}$  ভেক্টরটি  $\vec{\alpha}$  ও  $\vec{\beta}$  উভয়ের উপরই লম্ব হয়।

উত্তর:  $c = -1; d = 1$

১৪২। কোনো কণার অবস্থান ভেক্টর,  $\vec{r} = 2t\hat{i} + 3t^2\hat{j}$  হলে কণাটির বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

উত্তর:  $2\hat{i} + 6t\hat{j}; 6\hat{j}$

১৪৩। যদি  $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$  হয়, তবে দেখাও যে,  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{v}) = 0$

১৪৪। দেখাও যে,  $\text{div } \vec{r} = 3$ ।

১৪৫। দেখাও যে,  $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \phi) = \vec{0}$ । অথবা,  $\text{curl grad } \phi = \vec{0}$

১৪৬। xy সমতলে গতিশীল 'm' ভরের একটি কণার অবস্থান,  $\vec{r} = \hat{i}a \cos \omega t + \hat{j}b \sin \omega t = \hat{i}x + \hat{j}y$  এখানে, a, b ও  $\omega$  ধনাত্মক এবং  $a > b$ । কোনো এক সময় কণাটির উপর  $\vec{F}$  বল প্রযুক্ত হয়।

i. উদ্দীপকের কণাটির ত্বরণ নির্ণয় কর।

উত্তর:  $-\omega^2(\hat{i}x + \hat{j}y)$

ii.  $\vec{F}$  অঘূর্ণনশীল হতে পারে কি? উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

উত্তর:  $\vec{F}$  ভেক্টরটি অঘূর্ণনশীল।

১৪৭। b এর কোন মানের জন্য  $\vec{v} = (x - 3y)\hat{i} + (3y - z)\hat{j} + (bz - 2x)\hat{k}$  সলিনয়ডাল (চোঙাকৃতি) হবে?

উত্তর:  $b = -4$

১৪৮। দেখাও যে, বৈদ্যুতিক ক্ষেত্র  $\vec{E} = \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z$  একটি সংরক্ষিত ক্ষেত্র।

১৪৯। দেখাও যে,  $\vec{\nabla} \times \vec{r} = 0$  যেখানে  $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ ।

১৫০।  $\vec{A} = x^2y\hat{i} - 2xz\hat{j} + 2yz\hat{k}$  হলে  $\text{Curl Curl } \vec{A}$  নির্ণয় কর।

উত্তর:  $2(1+x)\hat{j}$

১৫১। প্রমাণ কর যে, (i)  $\nabla^2 \left( \frac{1}{r} \right) = 0$  (ii)  $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi = 0$

১৫২। নিচের ভেক্টর ফাংশনটি  $t$  এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করো।

$$\vec{A} = 3t^2x\hat{i} + 2ty\hat{j} + 3t\hat{k}$$

উত্তর:  $6tx\hat{i} + 2y\hat{j} + 3\hat{k}$

১৫৩।  $\phi = x^4 + y^4 + z^4$  হলে  $\vec{\nabla} \phi$  নির্ণয় করো।

উত্তর:  $4x^3\hat{i} + 4y^3\hat{j} + 4z^3\hat{k}$

১৫৪।  $\vec{A} = 6x^2y\hat{i} + 4xy^2\hat{j} + 2x\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = x^2y^2\hat{i} - 4xz\hat{j} + 2yz\hat{k}$  দুটি ভেক্টরক্ষেত্র।

(i)  $P(1, -1, 2)$  বিন্দুতে  $\vec{B}$  এর ডাইভারজেন্স নির্ণয় করো।

উত্তর: 0

(ii) উপরের উদ্দীপকের  $\vec{A}$  ভেক্টরটি চোঙাকৃতি (সলিনয়ডাল) নয় এবং  $\vec{B}$  ভেক্টরটি ঘূর্ণনশীল (অসংরক্ষণশীল) – গাণিতিকভাবে প্রমাণ কর।

১৫৫।  $\vec{A} = x^2\hat{i} + y^2\hat{j} + z^2\hat{k}$  ভেক্টর ক্ষেত্রটি কি চোঙাকৃতির না অঘূর্ণনশীল?

উত্তর: ভেক্টর ক্ষেত্রটি অঘূর্ণনশীল।

১৫৬। যেকোন সময়  $t \geq 0$  এ একটি কণার ত্বরণ  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} =$

$$12 \cos 2t\hat{i} - 8 \sin 2t\hat{j} + 16t\hat{k}$$

(ক) বস্তুকণাটির বেগ নির্ণয় করো।

উত্তর:  $6 \sin 2t\hat{i} + 4 \cos 2t\hat{j} + 8t^2\hat{k} - 4\hat{j}$

(খ) বস্তুকণাটির সরণ নির্ণয় কর।

উত্তর:  $(3 - 3 \cos 2t)\hat{i} + (2 \sin 2t - 4t)\hat{j} + \frac{8}{3} t^3\hat{k}$

১৫৭।  $\vec{r} = 3t\hat{i} + 2t^2\hat{j} + t^3\hat{k}$  হলে, নির্ণয় করো  $\frac{d\vec{r}}{dt}$  এবং

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

উত্তর:  $3\hat{i} + 4t\hat{j} + 3t^2\hat{k}; 4\hat{j} + 6t\hat{k}$

১৫৮। একটি অবস্থান ভেক্টরের ডাইভারজেন্স নির্ণয় করো।

উত্তর: 3

১৫৯। একটি অবস্থান ভেক্টরের কার্ল নির্ণয় করো।

উত্তর: 0

১৬০। একটি ভেক্টর  $\vec{v} = \hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$  হলে, মান নির্ণয় করো—

$$(ক) \int_0^1 \vec{v} dt \quad (খ) \int_1^0 \vec{v} dt$$

উত্তর: (ক)  $\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$

(খ)  $-\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$

১৬১।  $Q = x^2yz^3$  হলে,  $\vec{\nabla} Q$  নির্ণয় করো।

উত্তর:  $2xyz^3\hat{i} + x^2z^3\hat{j} + 3x^2yz^2\hat{k}$

১৬২।  $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$  হলে  $\vec{\nabla} r$  এর মান নির্ণয় করো।

উত্তর:  $\frac{\vec{r}}{r}$

১৬৩।  $m$  এর মান কত হলে  $\vec{A} = (x + 3y)\hat{i} + (my - z)\hat{j}$

+  $(x - 2z)\hat{k}$  সলিনয়ডাল হবে?

উত্তর:  $m = 1$

১৬৪।  $\vec{F} = (6x^2y - z^3)\hat{i} + 2\hat{j}x^3 - 3\hat{k}xz^2$  একটি বল ক্ষেত্র প্রকাশ করলে প্রমাণ কর যে, বল ক্ষেত্রটি সংরক্ষণশীল ও অঘূর্ণনশীল।

উত্তর: বল ক্ষেত্রটি সংরক্ষণশীল ও অঘূর্ণনশীল।

১৬৫। প্রমাণ কর যে, অবস্থান ভেক্টরের মানের গ্র্যাডিয়েন্ট একটি একক ভেক্টর।

১৬৬।  $A$  প্রব ভেক্টরের জন্য প্রমাণ কর যে,  $\vec{\nabla}(\vec{r} \cdot \vec{A}) = \vec{A}$

১৬৭।  $\vec{A} = 2xz^2\hat{i} - yz\hat{j} + 3xz^3\hat{k}$  ভেক্টর ক্ষেত্রটির  $(1, 1, 1)$  বিন্দুর কার্ল নির্ণয় করো।

উত্তর:  $\hat{i} + \hat{j}$

১৬৮।  $\vec{F} = yz^2\hat{i} + xy\hat{j} + yz\hat{k}$  ভেক্টর ক্ষেত্রের জন্য প্রমাণ কর যে,  $\text{div}(\text{Curl } \vec{F}) = 0$  বা,  $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \times \vec{F}) = 0$

১৬৯। দেখাও যে,  $\vec{E} = \frac{\vec{r}}{r^2}$  ভেক্টরটি অঘূর্ণনশীল।

---

## ACS Physics Department এর মনোনীত প্রশ্নসমূহ

- ১। ৬ একক ও ৪ একক মানের দুটি ভেক্টর  $60^\circ$  কোণে কোনো কণার ওপর একই সময় ক্রিয়া করছে। এদের লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় করো।

উত্তর: 12.16;  $25.28^\circ$

- ২। দুটি বলের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান যথাক্রমে 29 kg-wt ও 5 kg-wt; যদি প্রত্যেকটি বলের মান 3kg-wt করে বাড়ানো হয়, তবে নতুন বলদ্বয়ের লব্ধির মান নির্ণয় কর যেন বলদ্বয় পরস্পরের সাথে সমকোণে থাকে।

উত্তর: 25 kg-wt;  $36.869^\circ$ ; 20 kg-wt এর সাথে

- ৩। যদি A, B ও C বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টরত্রয় যথাক্রমে  $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ ,  $3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$  এবং  $5\hat{i} - 10\hat{j} + 13\hat{k}$  হয় তবে দেখাও যে, AB ও BC ভেক্টরদ্বয় সমরৈখিক বা collinear.

- ৪।  $\vec{A} = (6\hat{i} - 8\hat{j})m$ ,  $\vec{B} = (-8\hat{i} + 3\hat{j})m$  এবং  $\vec{C} = (26\hat{i} + 19\hat{j})m$  ভেক্টরত্রয় পরস্পরের সাথে  $a\vec{A} + b\vec{B} + \vec{C} = \vec{0}$  সমীকরণ দ্বারা সম্পর্কিত।  $a$  ও  $b$  এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:  $a = 5$ ;  $b = 7$

- ৫।  $\vec{d}_1 + \vec{d}_2 = 5\vec{d}_3$ ,  $\vec{d}_1 - \vec{d}_2 = 3\vec{d}_3$  এবং  $\vec{d}_3 = 2\hat{i} + 4\hat{j}$  হলে,  $\vec{d}_1$  ও  $\vec{d}_2$  নির্ণয় কর।

উত্তর:  $\vec{d}_1 = 8\hat{i} + 16\hat{j}$ ;  $\vec{d}_2 = 2\hat{i} + 4\hat{j}$

- ৬। যদি 3N, 4N ও 12N মানের তিনটি বল কোনো কোনো একটি কণার উপর এমনভাবে ক্রিয়াশীল হয় যেন বলগুলোর প্রত্যেকটি পরস্পরের সাথে সমকোণে ক্রিয়াশীল, তবে লব্ধি বলের মান নির্ণয় কর।

উত্তর: 13 N

৭। যদি সমান মানের দুটি বলের মান  $F$  এবং তাদের লব্ধি মান  $\frac{F}{3}$  হয় তবে বল দুটির মধ্যবর্তী কোণ কতো?

উত্তর:  $160.812^\circ$

৮। একটি বিমান  $500\text{km/h}$  দ্রুতিতে উত্তর দিকে যাচ্ছিলো। একজন যাত্রীবেশী হাইজ্যাকার একটি বন্দুক নিয়ে হঠাৎ  $1000\text{km/h}$  দ্রুতিতে উপরের দিকে গুলি ছুঁড়তে শুরু করলো। পৃথিবীতে অবস্থিত পর্যবেক্ষক টেলিস্কোপের সাহায্যে সম্পূর্ণ ঘটনা পর্যবেক্ষণ করলো। পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে গুলি উলম্বের সাথে কত কোণে গতিশীল হবে?

উত্তর:  $26.565^\circ$

৯। যদি  $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$  হয়, তবে কোন শর্তসাপেক্ষে  $A^2 + B^2 = C^2$  হবে?

উত্তর:  $\vec{A}$  ও  $\vec{B}$  পরস্পরের লম্ব হয়।



১০। যদি  $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$  হয়, তবে কোন শর্তসাপেক্ষে  $A + B = C$  হবে?

উত্তর:  $0^\circ$

১১। কোনো বিন্দুতে  $\theta$  কোণে ক্রিয়ায়ত  $\vec{P}$  ও  $\vec{Q}$  ভেক্টরের লব্ধি  $\vec{R}$ । যদি  $\vec{Q}$  এর মান দ্বিগুণ করা হয় তবে লব্ধির মান দ্বিগুণ হয়। যদি  $\vec{Q}$  কে  $-\vec{Q}$  দ্বারা প্রতিস্থাপিত করা হয় তাহলেও লব্ধির মান  $2R$  হয়।  $\vec{P}$ ,  $\vec{Q}$  ও  $\vec{R}$  এর মানের অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর:  $P : Q : R = \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$

১২। দুটি সমান ভেক্টরকে যোগ করলে কোনো অবস্থায় তাদের লব্ধি—

(ক) একটি ভেক্টরের মানের  $\sqrt{2}$  গুণ হবে এবং

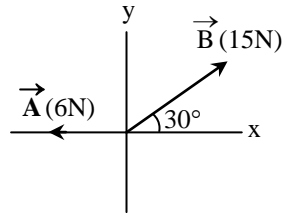
উত্তর:  $90^\circ$

(খ) একটি ভেক্টরের মানের  $\sqrt{3}$  গুণ হবে?

উত্তর:  $60^\circ$

- ১৩।  $2\vec{A}$  এবং  $\vec{A}$  ভেক্টরদ্বয় পরস্পরের সঙ্গে একটি নির্দিষ্ট কোণে আনত। প্রথম ভেক্টরকে দ্বিগুণ করলে লব্ধির মান তিনগুণ হয়। ভেক্টরদ্বয়ের অন্তর্বর্তী কোণ কত? উত্তর:  $180^\circ$

- ১৪। চিত্র-১ প্রদর্শিত ভেক্টর  $\vec{A}$  ও  $\vec{B}$  এর সমষ্টি  $(\vec{A} + \vec{B})$  ও অন্তর  $(\vec{A} - \vec{B})$  নির্ণয় কর।



উত্তর:  $|\vec{A} + \vec{B}| = 10.25 \text{ N}$ ;  $|\vec{A} - \vec{B}| = 20.42 \text{ N}$

- ১৫। ভেক্টর রাশি  $A = 3$  এবং  $B = 4$ , যদি  $A$  এর দিক  $B$  এর উলম্বের দিক হয় তাহলে তাদের লম্বি ভেক্টর  $R$  কত হবে?  $A$  এর সাপেক্ষে  $R$  এর দিক কি হবে? উত্তর:  $R = 5$  একক;  $\theta = 53.13^\circ$

১৬। উত্তর এবং পূর্ব দিকে যথাক্রমে  $3 \text{ ms}^{-1}$  এবং  $4 \text{ ms}^{-1}$  মানের দুটি বেগ ভেক্টরকে  $\vec{v}_1$  এবং  $\vec{v}_2$  দ্বারা সূচিত করা হলো। এদের বিয়োগফল  $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$  নির্ণয় কর। এটি কোন দিকে কত কোণে থাকবে?

উত্তর: উত্তরের সাথে  $53.13^\circ$  কোণে উত্তর-পশ্চিমে।

১৭। x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে  $170^\circ$  ও  $50^\circ$  কোণে দুটি বল কোন বিন্দু বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল। উভয় বলের মান  $100 \text{ N}$  হলে লব্ধি বলের মান ও দিক নির্ণয় করো।

উত্তর:  $R = 100 \text{ N}$ ; x অক্ষের সাথে  $= 110^\circ$

১৮।  $(\vec{A} + \vec{B})$  এবং  $(\vec{A} - \vec{B})$  এর মধ্যবর্তী কোণ কত হলে তাদের লব্ধির মান  $\sqrt{3A^2 + B^2}$  হবে? উত্তর:  $\theta = 60^\circ$

১৯। একটি উড়োজাহাজ  $110 \text{ m/s}$  বেগে উত্তর দিকে যাত্রা শুরু করল। ঐ সময় বাতাস  $40 \text{ m/s}$  বেগে পশ্চিম হতে পূর্ব দিকে বইছিল। উড়োজাহাজটি ভূমি সাপেক্ষে কত বেগে কোন দিকে চলবে?

উত্তর: উত্তর দিকের সাথে  $19.98^\circ$  করে উত্তর-পূর্ব দিকে।

২০। ভেক্টর  $\vec{B}$  কে  $\vec{A}$  এর সাথে যোগ করলে  $6\hat{i} + \hat{j}$  এবং ভেক্টর  $\vec{A}$  হতে বিয়োগ করলে  $-4\hat{i} + 7\hat{j}$  হয়। ভেক্টর  $\vec{A}$  ও  $\vec{B}$  এবং তাদের মান নির্ণয় কর।

উত্তর:  $\vec{A} = \hat{i} + 4\hat{j}$ ;  $|\vec{A}| = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$  একক;  $\vec{B} = 5\hat{i} - 3\hat{j}$ ;  $|\vec{B}| = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$  একক

২১।  $75^\circ$  কোণে ক্রিয়ারত দুটি বলের লব্ধি  $12\text{N}$  এবং তা একটির সাথে  $45^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। বল দুটির মান নির্ণয় কর।

উত্তর:  $P = 6.21 \text{ N}$ ;  $Q = 8.78 \text{ N}$

২২। যদি  $\vec{r}_1 = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{r}_2 = \hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ ,  $\vec{r}_3 = -2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$  এবং  $\vec{r}_4 = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$  হয় তবে, a, b ও c এর মান নির্ণয় কর যেন  $\vec{r}_4 = a\vec{r}_1 + b\vec{r}_2 + c\vec{r}_3$  হয়।

উত্তর:  $a = -2$ ,  $b = 1$   $c = -3$

২৩। একটি ত্রিভুজের তিনটি কৌণিক বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(3, -2, 1), B(1, -3, 5), C(2, 1, -4).

ক. BC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

উত্তর:  $|\vec{BC}| = 7\sqrt{2}$  একক

খ. ত্রিভুজটি সমকোণী কি-না মূল্যায়ন পূর্বক মতামত দাও।

উত্তর: ABC ত্রিভুজ, সমকোণী ত্রিভুজ নয়।



২৪। বায়ু ভূমির সমান্তরাল উত্তর দিকে  $5 \text{ km/h}$  বেগে প্রবাহিত হচ্ছে। নিম্নোক্ত দিকসমূহ এর উপাংশ কত?

(ক) পূর্ব দিক : (খ) পশ্চিম দিক (গ) খাড়া উপরের দিক উত্তর: (ক)  $0 \text{ km/h}$ ; (খ)  $0 \text{ km/h}$ ; (গ)  $0 \text{ km/h}$

২৫। বায়ু দক্ষিণ পূর্ব দিকের মাঝামাঝি কোনো দিক হতে উত্তর-পশ্চিম দিকে প্রবাহিত হচ্ছে। বায়ুর বেগের উত্তরমুখী ও পশ্চিমমুখী অংশকের মান যথাক্রমে  $3 \text{ km/h}$  ও  $4 \text{ km/h}$ .

(ক) বায়ুর প্রকৃত বেগ কতো?

উত্তর:  $5 \text{ kmh}^{-1}$

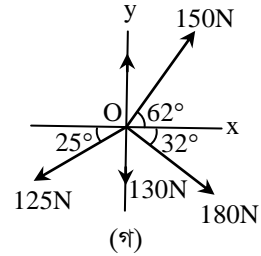
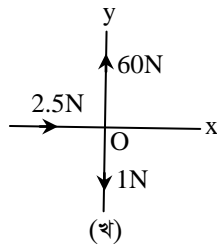
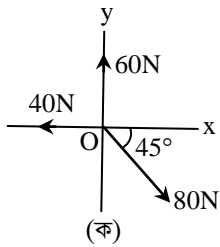
(খ) বায়ু উত্তর দিকের সাথে কতো কোণে প্রবাহিত হচ্ছে?

উত্তর:  $53.13^\circ$

- ২৬। দুটি দিক রাশি  $\vec{A}_1$  এবং  $\vec{A}_2$  একটি বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়া করে।  $\vec{A}_1$  এর মান 4 একক এবং এটি অনুভূমিকের সাথে  $30^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে।  $\vec{A}_2$  এর মান 3 একক এবং এটি অনুভূমিক দিকে ক্রিয়াশীল। লব্ধির অনুভূমিক ও উল্লম্ব অংশ বের করো।  
উত্তর: 6.464 একক; 2 একক

- ২৭। OABC একটি সামান্তরিক। এর সন্নিহিত বাহুদ্বয় OA এবং OC, কর্ণ OB এর সাথে যথাক্রমে  $30^\circ$  ও  $40^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। কর্ণের দৈর্ঘ্য 20 সে.মি. হলে, OA এবং OC এর দৈর্ঘ্য কতো?  
উত্তর: OA এর দৈর্ঘ্য = 13.68 cm; OC এর দৈর্ঘ্য = 10.64 cm

- ২৮। এটা ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো।



উপরের (ক), (খ) ও (গ) চিত্রগুলোতে কয়েকটি সমতলীয় ভেক্টর xy সমতলের মূলবিন্দুতে ক্রিয়ারত। প্রত্যেক ক্ষেত্রে লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর। উত্তর: (ক)  $|\vec{R}| = 16.92 \text{ N}$ ;  $\theta_1 = 11.70^\circ$  x অক্ষের সাথে; (খ)  $|\vec{R}_2| = 59.053 \text{ N}$ ;  $\theta_2 = 87.57^\circ$  x অক্ষের সাথে; (গ)  $|\vec{R}_3| = 182.48 \text{ N}$ ;  $\theta_3 = 53.02^\circ$  x অক্ষের সাথে

২৯। যদি  $\hat{A}$  ও  $\hat{B}$  একক ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ  $\theta$  হয় তবে প্রমাণ কর যে,  $|\hat{A} - \hat{B}| = 2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ .

৩০। 10 N ও 20 N মানের দুটি বল কোনো বিন্দুতে একসাথে কতো কোণে কাজ করলে লব্ধি বলটি 10 N এর সাথে সমকোণে কাজ করবে? (অনুরূপ প্রব্লেম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো) উত্তর:  $120^\circ$

৩১। এক ব্যক্তি প্রথমে 3 km উত্তর দিকে হাঁটলো। এরপর সে উত্তর-পূর্বদিকে 5 km হাঁটলো। লেখচিত্র এবং গাণিতিকভাবে তার সরণ প্রকাশ করো। (অনুরূপ প্রব্লেম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর: সরণ = 7.43 km ;  $\theta = 61.59^\circ$

৩২। এক ব্যক্তি প্রথমে উত্তর দিকে 30 m; অতঃপর পূর্বদিকে 20 m এবং সবশেষে  $30\sqrt{2}$  m দক্ষিণ-পশ্চিম দিকে হাঁটলো। ঐ ব্যক্তির প্রাথমিক অবস্থান হতে সরণ কতো? (এই প্রব্লেম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর: প্রাথমিক অবস্থান হতে পশ্চিম দিকে 10 m সরণ।

৩৩। একজন মহিলা উত্তর পূর্ব দিকে  $30^\circ$  কোণে 250 m হাটল। অতঃপর সোজা পূর্বদিকে 175 m গেল। (অনুরূপ প্রব্লেম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

(ক) সরণের মান ও দিক বের করে।

উত্তর:  $R = 369.97$  m;  $\theta = 35.82^\circ$  কোণে (পূর্ব-উত্তর)

(খ) মহিলাটি কতদূর হাটে তা বের করো।

উত্তর: 425 m

(গ) সরণের মান ও দূরত্বের মধ্যে কোনটি বেশি তা নির্ণয় করো।

উত্তর: সরণ < দূরত্ব

৩৪।  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  ভেক্টরের প্রতিটির মান 50 m এবং এরা xy সমতলে অবস্থান করে।  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  ভেক্টরত্রয় অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যথাক্রমে  $30^\circ$ ,  $195^\circ$ ,  $315^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। যদি  $(\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{c} + \vec{d}) = \vec{0}$  হয়, তাহলে  $\vec{d}$  এর মান ও দিক নির্ণয় করো।

উত্তর:  $|\vec{d}| = 62.26 \text{ m}$ ;  $\alpha = 130.4^\circ$

৩৫। একটি ট্রাক উত্তর দিকে 25 km যাবার পর উত্তর-পশ্চিম দিকে  $60^\circ$  কোণে 50 km যায়। ট্রাকের লব্ধি সরণের মান ও দিক নির্ণয় কর। (অনুরূপ প্রব্লেম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো) উত্তর:  $R = 66.14 \text{ m}$ ;  $\theta = 40.9^\circ$  উত্তর দিকের সাথে পশ্চিম দিকে।

৩৬। ABCDEF একটি ষড়ভুজের AB, AC, AD, AE ও AF বাহুগুলো যথাক্রমে 1 একক, 2 একক, 3 একক, 4 একক ও 5 এককের 5টি ভেক্টর রাশিকে প্রকাশ করে। লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর। (অনুরূপ প্রব্লেম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

উত্তর:  $R = 12.05$  একক;  $\theta = 81.79^\circ$  x অক্ষের সাথে



৩৭। একটি জাহাজ পূর্ব উত্তর দিকে  $60^\circ$  কোণে  $130 \text{ km}$  দূরত্ব অতিক্রম করল। জাহাজটি যাত্রাবিন্দু হতে কতদূর উত্তর ও কতদূর পূর্ব দিকে গেল?

উত্তর: পূর্ব দিকে গেল =  $65 \text{ km}$ ; উত্তর দিকে গেল =  $112.6 \text{ km}$

৩৮। একটি উড়োজাহাজ দক্ষিণ পূর্বদিকে  $30^\circ$  কোণে  $250 \text{ km}$  উড়ে। অতঃপর দক্ষিণ-পশ্চিম দিকে  $30^\circ$  কোণে  $250 \text{ km}$  উড়লো। উড়োজাহাজটির সরণ ভেক্টরের মান ও দিক কত? (অনুরূপ প্রদত্ত ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)

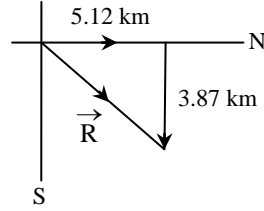
উত্তর: সরণ এর মান =  $433.013 \text{ km}$  এবং দিক দক্ষিণ দিক বরাবর।

৩৯। একটি  $30 \text{ N}$  বল  $Y$ -অক্ষের সাথে  $60^\circ$  কোণে আনত।  $X$  ও  $Y$  অক্ষ বরাবর বলটির উপাংশ দুটি নির্ণয় কর।

উত্তর:  $A_x = 15\sqrt{3} \text{ N}$ ;  $A_y = 15 \text{ N}$

৪০।  $\vec{A}$  ও  $\vec{B}$  দুটি ভেক্টরের লব্ধির মান  $\sqrt{3}B$  এবং লব্ধি  $\vec{A}$  ভেক্টরের সাথে  $30^\circ$  কোণে আনত থাকে। দেখাও যে,  $\vec{A} = \vec{B}$  অথবা  $A = 2B$

৪১। চিত্রে একজন লোক প্রথমে পূর্বদিকে 5.12 km এবং তারপর দক্ষিণ দিকে 3.87 km গিয়ে বিশ্রাম নেয় (চিত্র)।  
যাত্রাবিন্দু হতে লোকটির বিশ্রামের দূরত্ব R এর মান ও দিক নির্ণয় কর। উত্তর:  $R = 6.42 \text{ km}$ ;  $\theta = 37.084^\circ$

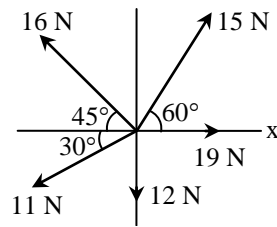


৪২। 10 N মানের একটি বল অন্য একটি অজানা বলের সাথে  $120^\circ$  কোণে আনত। বল দুইটির লব্ধি অজানা বলের সাথে  $90^\circ$  কোণে অবস্থিত। অজানা বলটির মান কত? উত্তর: 5 N

৪৩। একটি লন রোলার টানার সময় এর হাতলে অনুভূমিকের সাথে  $30^\circ$  কোণে  $39.2\text{ N}$  বল প্রয়োগ করা হলে, এর ওজন কত হ্রাস পাবে? উত্তর:  $19.6\text{ N}$

৪৪। দুইটি ভেক্টরের বৃহত্তরটি ক্ষুদ্রতরটির  $\sqrt{2}$  গুণ হলে দেখাও যে, এদের লব্ধি বৃহত্তরটির সাথে যে কোণে আনত তার মান  $\frac{\pi}{4}$  অপেক্ষা বেশি হবে না।

৪৫। A বিন্দুতে অবস্থিত কোনো একটি বস্তুর উপর  $19\text{ N}$ ,  $15\text{ N}$ ,  $16\text{ N}$ ,  $11\text{ N}$  এবং  $12\text{ N}$  এর পাঁচটি বল একই তলে ক্রিয়া করে। লব্ধির মান নির্ণয় কর। (অনুরূপ প্রদ্রোম ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো) উত্তর:  $R = 8.85\text{ N}$



৪৬। একটি গাড়ি প্রতি ঘণ্টায় 30 কিলোমিটার গতিতে চলে। গাড়িটি প্রথম 10 সে. সোজা পূর্ব দিকে, পরবর্তী 8 সে. সোজা উত্তর দিকে এবং শেষ 4 সে. সোজা পশ্চিম দিকে গেল। গাড়িটির গড় বেগ নির্ণয় করো।

উত্তর: গড় বেগ = 13.63 km/h

৪৭। 2kg ভরের একটি বস্তু অনুভূমিকের সাথে  $30^\circ$  কোণে আনত কোন তলের উপর স্থির আছে।

(ক) তলের লম্ব বরাবর উপাংশ বের কর।

উত্তর: 17.32 N

(খ) তল বরাবর বস্তুর ওজনের উপাংশ বের কর। ধরো  $g = 10 \text{ ms}^{-1}$

উত্তর: 10 N

৪৮। একটি বস্তু কণা XY সমতলে  $x = a \sin \omega t$  এবং  $y = a(1 - \cos \omega t)$  সমীকরণ অনুসারে গতিশীল আছে।  $t = \tau$  সময়ে কণাটি দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

উত্তর:  $a\omega\tau$

৪৯। একটি সাইকেলের বেগ কত হলে  $8 \text{ ms}^{-1}$  বেগের বৃষ্টির ফোঁটা আরোহীর গায়ে  $30^\circ$  কোণে আঘাত করবে?

উত্তর:  $4.619 \text{ ms}^{-1}$

৫০। পশ্চিমদিকে  $4 \text{ kmh}^{-1}$  বেগে গতিশীল কেনো একজন লোকের কাছে মনে হয় বায়ু দক্ষিণ দিক থেকে প্রবাহিত হয়। লোকটির বেগ দ্বিগুণ করলে তার কাছে মনে হয় বায়ু দক্ষিণ-পশ্চিম দিক থেকে প্রবাহিত হয়। বায়ুর বেগের মান ও দিক নির্ণয় করো। উত্তর: বাতাসের বেগ  $4\sqrt{2} \text{ kmh}^{-1}$  এবং পূর্ব দিকের সাথে  $135^\circ$  কোণে দক্ষিণ-পূর্ব দিক হতে প্রবাহিত হচ্ছে।

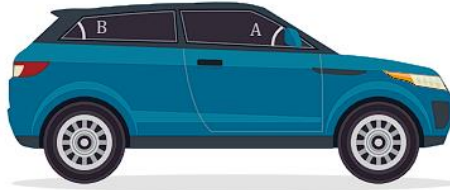


- ৫১। A জাহাজটি B জাহাজের 10 km পশ্চিমে অবস্থিত। A জাহাজ উত্তর দিকে  $30 \text{ kmh}^{-1}$  বেগে গতিশীল এবং B জাহাজ উত্তরের সাথে  $60^\circ$  কোণে পশ্চিমে  $20 \text{ kmh}^{-1}$  বেগে গতিশীল। (এই ম্যাথ ক্লাসে অন্য নিয়মে করানো)
- (i) A জাহাজের সাপেক্ষে B জাহাজের বেগের মান ও দিক নির্ণয় করো। উত্তর:  $10\sqrt{7} \text{ kmh}^{-1}$  ; উত্তরের সাথে  $139.1^\circ$  কোণে পশ্চিম বরাবর ক্রিয়া করে।

- (ii) গতিশীল সময়ে তাদের সম্ভাব্য সর্বনিম্ন দূরত্ব কত হবে?

উত্তর: 6.546 km

- ৫২।  $2 \text{ ms}^{-1}$  বেগে বয়ে যাওয়া বাতাসের দিকে একটি গাড়ি  $12 \text{ ms}^{-1}$  বেগে চলছে। চিত্রানুযায়ী গাড়িটির সামনের ও পিছনের গ্লাসের কোণ  $\angle A = 35^\circ$  ও  $\angle B = 60^\circ$ । গাড়িটির সামনের গ্লাসে লম্বভাবে বৃষ্টি পড়ছে।



- ক) বৃষ্টির বেগ বের কর।

উত্তর:  $14.28 \text{ ms}^{-1}$

খ) বৃষ্টির ফোঁটা কি সরাসরি পিছনের কাচে আঘাত করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। উত্তর: পিছনের কাচে আঘাত করবে না।

৫৩। এক ব্যক্তি  $3 \text{ km/h}$  বেগে পূর্বদিকে চলছিলো। যদি বৃষ্টির ফোঁটা  $4 \text{ km/h}$  বেগে নিচের দিকে পতিত হয় তবে ঐ ব্যক্তির সাপেক্ষে বৃষ্টি কতো বেগে এবং কোনদিকে পতিত হবে? উত্তর:  $5 \text{ km/h}$ ;  $36.87^\circ$

৫৪। একটি জাহাজ  $10 \text{ km/h}$  দ্রুতিতে পূর্বদিকে যাচ্ছিলো। দ্বিতীয় আরেকটি জাহাজ পূর্বদিকের সাথে  $30^\circ$  কোণ করে দক্ষিণ দিকে চলছিলো। যদি দ্বিতীয় জাহাজ সাপেক্ষে প্রথম জাহাজটিকে সর্বদা উত্তর দিকে চলমান মনে হয়, তবে দ্বিতীয় জাহাজের দ্রুতি কতো ছিলো? উত্তর:  $11.547 \text{ km/h}$

৫৫। এক ব্যক্তি অনুভূমিক রাস্তায় ঘন্টায় 4 km/h বেগে হাঁটছে। তার মনে হচ্ছে বৃষ্টি উলম্বভাবে ঘন্টায় 4 km এসে পড়ছে। বৃষ্টির প্রকৃত বেগ কতো এবং উলম্বের সাথে কতো কোণে আনত নির্ণয় করো।

উত্তর: বৃষ্টির প্রকৃত বেগ =  $4\sqrt{2}$  km/h; উলম্বের সাথে কোণ =  $45^\circ$

৫৬। একটি বানর 5 m/s বেগে একটি উলম্ব খুঁটিতে উঠছিলো। একটি কুকুর খুঁটিটির দিকে  $5\sqrt{3}$  m/s বেগে দৌড়াচ্ছিলো। বানরটির সাপেক্ষে কুকুরটির আপেক্ষিক বেগের মান কতো ছিলো?

উত্তর: 10 m/s;  $30^\circ$  [অনুভূমিকের সাথে]

৫৭। একজন সাঁতারু শ্রোতহীন অবস্থায় নদীতে 3 km/h বেগে সাঁতার কাটতে পারেন। শ্রোতের নদীতে তিনি এক পাড় থেকে সোজা ওপাড়ে যাওয়ার জন্য সাঁতার কাটা শুরু করে 5 km/h বেগে কোনাকুনি নদী পার হলেন। নদীতে শ্রোতের বেগ কতো?

উত্তর: 4 km/h

৫৮। একটি নদীর শ্রোতের বেগ  $5 \text{ km/h}$ । শ্রোতের সাথে  $60^\circ$  কোণে  $4 \text{ km/h}$  বেগের একটি নৌকা চালনা করলে নৌকা প্রকৃতপক্ষে কতো বেগে কোন দিকে চলবে?

উত্তর:  $R = 7.81 \text{ km/h}$ ;  $\theta = 26.33^\circ$

৫৯। একটি নদীতে পশ্চিম হতে পূর্ব দিকে পানি প্রবাহের বেগ  $5 \text{ m/min}$  ; শ্রোতহীন অবস্থায় একটি লোক  $10 \text{ m/min}$  দ্রুতিতে সাঁতার কাঁটতে পারেন। যদি লোকটি নদীর দক্ষিণ প্রান্তে যাত্রা শুরু করে উত্তর প্রান্তে সর্বনিম্ন সময়ে ও সর্বনিম্ন পথে পৌঁছতে চায় তবে তাকে কোনদিকে যাত্রা শুরু করতে হবে?

উত্তর:  $120^\circ$

৬০। একজন লোক শ্রোতহীন অবস্থায়  $100$  মিটার প্রশস্ত একটি নদী  $4$  মিনিটে সোজাসুজি সাঁতারিয়ে পার হতে পারে; কিন্তু শ্রোত থাকলে সে একই পথ  $5$  মিনিটে অতিক্রম করে। শ্রোতের গতিবেগ নির্ণয় করো।

উত্তর:  $15 \text{ m/min}$

৬১। একটি নৌকা পূর্ব দিকে ঘণ্টায় ৬ কিলোমিটার বেগে যাচ্ছিলো। ঐ সময় বাতাস সোজা উত্তর দিকে ঘণ্টায় ৪ কিলোমিটার বেগে প্রবাহিত হচ্ছিলো। নৌকাটির প্রকৃত বেগ ও দিক নির্ণয় কর।

উত্তর:  $R = 10 \text{ km/h}$ ;  $53.13^\circ$  (পূর্ব দিকের সাথে উত্তর দিকে।)

৬২। কোনো নদীতে শ্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ  $24 \text{ km/h}$  এবং শ্রোতের প্রতিকূলে  $8 \text{ km/h}$  সোজা অপর পাড়ে পৌঁছতে নৌকা কোন দিকে এবং কতো বেগে চালাতে হবে?

উত্তর:  $120^\circ$ ;  $8\sqrt{3} \text{ km/h}$

৬৩। একটি নদীতে শ্রোতের বেগ  $8 \text{ ms}^{-1}$ ।  $12 \text{ ms}^{-1}$  বেগের একটি ইঞ্জিন চালিত নৌকাকে সোজা পাড়ি দিতে হলে কোন দিকে চালনা করতে হবে? নৌকার লব্ধি বেগ কতো হবে? নদীটি  $400\text{m}$  প্রশস্ত হলে পাড়ি দিতে কতো সময় লাগবে?

উত্তর:  $131.81^\circ$ ;  $4\sqrt{5} \text{ ms}^{-1}$ ;  $44.74 \text{ s}$

৬৪। নদীতে শ্রোতের বেগ  $5 \text{ km/h}$  এবং নৌকার বেগ  $12 \text{ km/h}$ । বৃষ্টি  $36 \text{ km/h}$  বেগে উলম্বভাবে পড়ছে।

ক. সোজা অপর পাড়ে যেতে নৌকাকে শ্রোতের সাথে কত কোণে রওনা হতে হবে নির্ণয় কর।

উত্তর:  $114.62^\circ$

খ. বৃষ্টি হতে বাঁচতে নৌকায় বসা একজন লোককে শ্রোতের অনুকূলে এবং প্রতিকূলে উলম্বের সাথে কত কোণে ছাতা ধরতে হবে- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

উত্তর: শ্রোতের অনুকূলে কোণ =  $25.28^\circ$ ; প্রতিকূলে কোণ =  $11^\circ$

৬৫। একটি নদীতে পশ্চিম হতে পূর্ব দিকে পানি প্রবাহের বেগ  $5 \text{ m/min}$ ; শ্রোতহীন অবস্থায় একটি লোক  $10 \text{ m/min}$  দ্রুতিতে সাঁতার কাটতে পারেন। যদি লোকটি নদীর দক্ষিণ প্রান্তে যাত্রা শুরু করে উত্তর প্রান্তে সর্বনিম্ন সময়ে ও সর্বনিম্ন পথে পৌঁছতে চায় তবে তাকে কোনদিকে যাত্রা শুরু করতে হবে?

উত্তর:  $90^\circ$ ;  $120^\circ$

৬৬। শ্রোতের নদীতে শ্রোতের সাপেক্ষে একটি ইঞ্জিন চালিত নৌকা  $8 \text{ km/h}$  দ্রুতিতে চলতে পারে। যদি শ্রোতের দ্রুতি  $3 \text{ km/h}$  হয়, তবে নদী তীরবর্তী কোনো গাছকে নৌকাটি শ্রোতের অনুকূলে ও প্রতিকূলে কত দ্রুতিতে অতিক্রম করবে?

উত্তর: অনুকূলে দ্রুতি =  $11 \text{ km/h}$ ; প্রতিকূলে দ্রুতি =  $5 \text{ km/h}$

৬৭। একজন সাঁতারু শ্রোতহীন অবস্থায় নদীতে  $3 \text{ km/h}$  বেগে সাঁতার কাটতে পারেন। শ্রোতের নদীতে তিনি এপার থেকে ওপারে যাওয়ার জন্য সাঁতার কাটা শুরু করে  $5 \text{ km/h}$  বেগে কোনাকুনি নদী পার হলেন। নদীতে শ্রোতের বেগ কত? কত কোণে সাঁতারু সাঁতার দিয়েছিল?

উত্তর:  $4 \text{ km/h}$ ;  $36.87^\circ$

৬৮। একজন লোক শ্রোতহীন অবস্থায়  $100$  মিটার প্রশস্ত একটি নদী  $4$  মিনিটে সোজাসুজি সাতরিয়ে পার হতে পারে। কিন্তু শ্রোত থাকলে সে এই পথে  $5$  মিনিটে একে অতিক্রম করতে পারে।

i. শ্রোতের গতিবেগ বের করো।

উত্তর: শ্রোতের গতিবেগ =  $15 \text{ m/min}$

ii. সাঁতারের পক্ষে নদীর এপার থেকে ওপারের ঠিক বিপরীত বিন্দুতে পৌঁছানো সম্ভব কি-না? গাণিতিক যুক্তি দাও।

উত্তর:  $126.87^\circ$

iii. শ্রোতের দিকের সাথে  $60^\circ$  কোণে যাত্রা করলে অপর তীরে কোথায় পৌঁছাবে?

উত্তর: 127.022 m

৬৯। একজন সাঁতার স্থির পানিতে ঘণ্টায়  $2\sqrt{2}$  km বেগে সাঁতার কাটতে পারেন। ঘণ্টায় 2 km বেগের শ্রোতযুক্ত একটি নদী তিনি সাঁতার কেটে পার হচ্ছেন।

i. সর্বাপেক্ষা কম দূরত্ব অতিক্রম করে অপর তীরে পৌঁছাতে হলে তাকে কোন দিকে সাঁতার কাটতে হবে? উত্তর:  $135^\circ$



ii. সর্বাপেক্ষা কম সময়ে নদী পার হতে হলে তাকে কোন দিকে সাঁতার কাটতে হবে?

উত্তর:  $90^\circ$  হবে।

iii. নদীর প্রস্থ  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  km হলে, সেক্ষেত্রে শ্রোত তাকে কত দূর ভাসিয়ে নিয়ে যাবে?

উত্তর:  $\frac{1}{2}$  km

৭০। একটি শ্রোতস্বিনী নদীতে এমনভাবে নৌকা চালনা করা হল যেন সেটি ন্যূনতম পথে অপর তীরে পৌঁছায়। এতে যে সময় লাগে, নদীতে শ্রোত না থাকলে তার অর্ধেক সময় লাগে। নৌকার বেগ  $2 \text{ m/s}$  হলে শ্রোতের বেগ কত?

উত্তর:  $\sqrt{3} \text{ m/s}$

৭১।  $\vec{P} = 4$  একক পূর্বদিকে এবং  $\vec{Q} = 3$  একক পূর্বদিকের সাথে  $45^\circ$  উত্তর দিকে হলে  $\vec{P} \cdot \vec{Q}$  এর মান কত?

উত্তর:  $6\sqrt{2}$

৭২।  $\vec{A} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  ভেক্টরদ্বয়ের স্কেলার গুণফল নির্ণয় করো।

উত্তর:  $-5$

৭৩।  $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = \hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ ;  $\vec{A}$  বরাবর  $\vec{B}$  এর লম্ব অভিক্ষেপ নির্ণয় করো।

উত্তর:  $\frac{13}{\sqrt{19}}$

৭৪।  $\vec{P} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$  এবং  $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  এর মধ্যবর্তী কোণের কোসাইন নির্ণয় করো। উত্তর:  $\cos\theta = \frac{17}{3\sqrt{33}}$

৭৫।  $\vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$  হলে, A ও B ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মান নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $90^\circ$

৭৬। কোনো বস্তুর উপর  $\vec{F} = (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})\text{N}$  বল প্রয়োগ করার ফলে  $\vec{s} = (2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})\text{m}$  সরণ ঘটে। বলের দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় করো।  
উত্তর: 8 J

৭৭।  $\vec{A} = 9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$ । ভেক্টর দুটির স্কেলার গুণফল নির্ণয় করে দেখাও যে, এরা পরস্পর লম্ব।

৭৮।  $m$  এর কোন মানের জন্য  $\vec{A} = 2m\hat{i} + m\hat{j} - 4\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = m\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  পরস্পর লম্ব?

উত্তর:  $m = 2$  অথবা,  $-1$

৭৯।  $\vec{P} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$  এর সাথে  $x$ ,  $y$  ও  $z$  অক্ষের কৌণিক ব্যবধান নির্ণয় করো।

উত্তর:  $\therefore \theta_x = 70.528^\circ; \theta_y = 131.81^\circ; \theta_z = 48.189^\circ$

৮০। এমন একটি ভেক্টর নির্ণয় করো যা  $xy$  তলের সমান্তরাল এবং  $2\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$  এর সাথে সমকোণে অবস্থিত।

$$\text{উত্তর: } \pm \frac{\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{2}}$$

৮১। যদি  $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  হয় তাহলে,

(i)  $|\vec{A} \times \vec{B}| = ?$

উত্তর:  $\sqrt{195}$  বর্গএকক

(ii)  $(\vec{A} + 2\vec{B}) \times (2\vec{A} - \vec{B}) = ?$

উত্তর:  $-25\hat{i} + 35\hat{j} - 55\hat{k}$

(iii)  $|(\vec{A} + \vec{B}) \times (\vec{A} - \vec{B})| = ?$

উত্তর:  $2\sqrt{195}$

৮২। যদি  $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 3\hat{i} - \hat{j} - 5\hat{k}$  হয় তবে, প্রমাণ কর যে,  $(\vec{A} + \vec{B}) \times (\vec{A} - \vec{B}) \neq (\vec{A} - \vec{B}) \times (\vec{A} + \vec{B})$

৮৩।  $\vec{P} = 5$  একক পূর্বদিকে এবং  $\vec{Q} = 4$  একক পূর্বদিকের সাথে  $30^\circ$  উত্তর দিকে হলে  $\vec{P} \times \vec{Q}$  এর মান কত?

উত্তর: 10

৮৪।  $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$ ।  $\vec{A}$  ও  $\vec{B}$  উভয়ের লম্ব দিকে একক দিক রাশি নির্ণয় করো।

$$\text{উত্তর: } \pm \frac{\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}}{\sqrt{42}}$$

৮৫। দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল 18 একক এবং ভেক্টর গুণফলের মান  $6\sqrt{3}$  একক। ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?

উত্তর:  $30^\circ$

৮৬। একটি সামান্তরিকের সম্মিহিত বাহু দুটি যথাক্রমে  $\vec{A} = \hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k}$  এবং  $\vec{B} = -2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ । সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

$$\text{উত্তর: } \sqrt{107} \text{ বর্গএকক}$$

৮৭। একটি সামান্তরিকের দুটি কর্ণ যথাক্রমে  $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$  সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।  
উত্তর: 13.077 বর্গএকক

৮৮।  $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{B} = 6\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  এবং  $\vec{C} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$  হলে,  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = ?$       উত্তর: 40

৮৯।  $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  এবং  $\vec{C} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  হলে প্রমাণ কর যে,  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$



৯০। ঘনকের কর্ণ ও এর যেকোনো একটি পৃষ্ঠের কর্ণের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় করো।

উত্তর:  $35.3^\circ$

৯১।  $\vec{A} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ ,  $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$  এবং  $\vec{C} = \hat{i} + m\hat{k} + 3\hat{j}$ ।  $m$  এর মান কত হলে সামান্তরিকের

আয়তন 50 একক হবে?

উত্তর:  $m = -\frac{70}{19}$

৯২। টর্ক  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ ; যদি  $\vec{F} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  এবং  $\vec{r}$  ভেক্টরটি  $(-2, 3, 4)$  ও  $(1, 2, 3)$  বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব হয় তবে  $\vec{\tau} = ?$

উত্তর:  $-4\hat{j} + 4\hat{k}$

৯৩।  $\vec{d}_1$  সরণ ভেক্টরটি  $yz$  অক্ষে  $63^\circ$  কোণে অবস্থিত।  $\vec{d}_1$  এর  $z$  উপাংশের মান  $4.50\text{m}$ ;  $\vec{d}_2$  সরণ ভেক্টরটি  $xz$  সমতলে  $y + x$  হতে  $30^\circ$  কোণে অবস্থিত।  $\vec{d}_2$  এর  $z$  উপাংশ  $1.40\text{ m}$  হলে নির্ণয় কর-

(ক)  $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$  :

উত্তর:  $6.3\text{ m}^2$

(খ)  $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$  :

উত্তর:  $(3.22 \hat{i} + 10.89 \hat{j} - 5.566 \hat{k})\text{ m}^2$

(গ)  $\vec{d}_1$  ও  $\vec{d}_2$  এর মধ্যবর্তী কোণ :

উত্তর:  $63.56^\circ$

৯৪।  $\vec{A} = \hat{i} + \sqrt{2}\hat{j} + 3\hat{k}$  ভেক্টরটি  $z$ -অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে এবং  $yz$  তলে  $\vec{A}$  এর উপাংশ নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $75.52^\circ; \sqrt{11}$

৯৫। যদি  $\vec{P} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$  এবং  $\vec{Q} = 3\hat{i} - a\hat{j} + b\hat{k}$  ভেক্টরদ্বয়ের সমরৈখিক বা সমান্তরাল হবার শর্ত নির্ণয় করো।  
উত্তর:  $a = -\frac{9}{2}; b = -6$

৯৬। একটি কণার আদি অবস্থান ভেক্টর  $\vec{r}_1 = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k})\text{m}$  এবং শেষ অবস্থান ভেক্টর  $\vec{r}_2 = (14\hat{i} + 13\hat{j} + 9\hat{k})\text{m}$   
যদি একটি সুক্ষম বল  $\vec{F} = (4\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k})\text{N}$  কণাটির ওপর ক্রিয়াশীল হয়, তবে বল দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় করো।  
উত্তর: 100 J

৯৭। রৈখিক বেগ  $\vec{v}$  কৌণিক বেগ  $\vec{\omega}$  ও ব্যাসার্ধ ভেক্টর  $\vec{r}$  এর মধ্যে সম্পর্ক  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$  যদি কোনো মুহূর্তে  $\vec{\omega} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  কণাটির কৌণিক বেগ এবং  $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  কণাটির অবস্থান ভেক্টর বোঝায়, তবে কণাটির বেগ  $\vec{v}$  কত?

উত্তর:  $-5\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$

৯৮।  $a$  ধ্রুবকটির মান কতো হলে  $\vec{P} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  এবং  $\vec{Q} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  এবং  $\vec{R} = 3\hat{i} + a\hat{j} + 5\hat{k}$  ভেক্টরত্রয় সমতলীয় হবে?

উত্তর:  $a = -4$

৯৯।  $\vec{\alpha} = 1\hat{i} + 1\hat{j} - 2\hat{k}$ ,  $\vec{\beta} = -1\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  এবং  $\vec{\gamma} = 5\hat{i} + 8\hat{k}$  হয়, তবে স্কেলার রাশি  $c$  ও  $d$  এর মান নির্ণয় করো যেন,  $\vec{\gamma} - c\vec{\alpha} - d\vec{\beta}$  ভেক্টরটি  $\vec{\alpha}$  ও  $\vec{\beta}$  উভয়ের উপরই লম্ব হয়।

উত্তর:  $c = -1$ ;  $d = 1$

১০০। একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু তিনটি  $(2, 3, 1)$ ,  $(1, 1, 3)$  এবং  $(2, 2, 5)$  হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

উত্তর:  $\frac{1}{2}\sqrt{53}$  বর্গএকক

১০১। দুটি ভেক্টরের যোগফল  $\vec{A} + \vec{B} = 12\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k}$  এবং বিয়োগফল  $\vec{A} - \vec{B} = -6\hat{i} + 12\hat{j} + 10\hat{k}$  হলে  $\vec{A}$  ও  $\vec{B}$  নির্ণয় করো এবং এদের স্কেলার গুণন নির্ণয় কর।

উত্তর:  $-14$

১০২। বল  $\vec{F} = 12.0 \text{ N}$  এবং ব্যাসার্ধ ভেক্টর  $\vec{r} = 4.0 \text{ m}$  এবং এই ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ  $60^\circ$ ; ভেক্টর গুণন নির্ণয় করো। এটি কোন রাশি নির্দেশ করে?

উত্তর: টর্ক নির্দেশ করে  $\tau = \vec{r} \times \vec{F}$

১০৩। ২ kg ভরের একটি গতিশীল কণার গতিবেগ  $\vec{v} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ । কণাটির অবস্থান ভেক্টর  $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j}$  হলে মূলবিন্দু সাপেক্ষে এর কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় করো।

উত্তর:  $-4\hat{i} + 4\hat{j}$

১০৪। অবস্থান ভেক্টরকে ব্যবকলন করে বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করো।

উত্তর: বেগ,  $\vec{v} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$ ; ত্বরণ,  $\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$

১০৫। মুক্তভাবে পড়ন্ত একটি বস্তুর সরণকে  $x = \frac{1}{2}gt^2$  দ্বারা বর্ণনা করা যায়। বস্তুটির বেগ-

(ক) ১ সেকেন্ড পর কতো হবে?

উত্তর:  $9.8 \text{ ms}^{-1}$

(খ) 5 সেকেন্ড পর কতো হবে?

উত্তর:  $49 \text{ ms}^{-1}$ 

(গ) বস্তুটির ত্বরণ কতো হবে?

উত্তর:  $9.8 \text{ ms}^{-2}$ 

১০৬। একটি গতিশীল কণার কোনো মুহূর্তের অবস্থান ভেক্টর  $\vec{r} = \hat{i} \cos \omega t + \hat{j} \sin \omega t$  দ্বারা নির্দেশ করা যায়। এখানে  $\omega$  একটি ধ্রুবক। কণাটির তাৎক্ষণিক বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করো এবং আরো দেখাও যে,  $\vec{r} \times \vec{v} =$  একটি ধ্রুবক ভেক্টর।

১০৭। দুইটি ভেক্টর  $\vec{A} = \hat{i}t^2 - \hat{j}t + (2t + 1)\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 5\hat{i}t + \hat{j}t - \hat{k}t^3$  হলে  $\frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \vec{B})$  ও  $\frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B})$  নির্ণয়

করো।

উত্তর:  $-8t^3 + 12t^2 - 2t$ ;  $\hat{i}(4t^3 - 4t - 1) + \hat{j}(5t^4 + 20t + 5) + \hat{k}(3t^2 + 10t)$

১০৮। যদি  $\phi = 2xy^4 - x^2z$  হয়, তবে  $(2, -1, -2)$  বিন্দুতে  $\vec{\nabla}\phi$  নির্ণয় করো।

উত্তর:  $10\hat{i} - 16\hat{j} - 4\hat{k}$

১০৯। যদি  $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$  হয়, তবে  $\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$  নির্ণয় করো।

উত্তর: 3



১১০।  $(1, -1, 1)$  অবস্থানে  $\vec{A} = 3xyz^2\hat{i} + 2xy^3\hat{j} - x^3xy\hat{k}$  এর অভিসারিতা বা ডাইভারজেন্স নির্ণয় করো। উত্তর: 4

১১১।  $\vec{A} = x^3z\hat{i} + 4y^3z^2\hat{j} - xy^2z\hat{k}$  হলে  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$  নির্ণয় করো।

উত্তর:  $3x^2z + 12y^2z^2 - xy^2$

১১২।  $(1, -1, 1)$  অবস্থানে  $\vec{A} = xz^3\hat{i} - 2x^2yz\hat{j} + 2yz^4\hat{k}$  এর কার্ল নির্ণয় করো।

উত্তর:  $3\hat{j} + 4\hat{k}$

১১৩।  $\vec{V} = (x^2 + yz)\hat{i} + (y^2 + zx)\hat{j} + (z^2 + xy)\hat{k}$  এর কার্ল নির্ণয় করো।

উত্তর: 0

১১৪। কোনো কণার অবস্থান ভেক্টর  $\vec{r} = [(3.0 \text{ ms}^{-1})t + 4.2\text{ms}^{-1}]\hat{i} + (5.3 \text{ ms}^{-1})\hat{j}$  হলে বেগ  $\vec{v}$  নির্ণয় করো।

উত্তর:  $3 \text{ ms}^{-1}$

১১৫।  $\phi(x, y, z) = 2xz^4 - x^2y$  হলে  $(2, -2, -1)$  বিন্দুতে  $\vec{\nabla}\phi$  ও  $|\vec{\nabla}\phi|$  নির্ণয় করো।

উত্তর:  $10\hat{i} - 4\hat{j} - 16\hat{k}$ ;  $2\sqrt{93}$

১১৬।  $\vec{\nabla} \cdot (2x^2z\hat{i} - xy^2z\hat{j} + 3yz^2\hat{k})$  নির্ণয় করো।

উত্তর:  $4xz - 2xyz + 6yz$

১১৭।  $\phi = 2x^3y^2z^4$  হলে  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}\phi$  নির্ণয় করো।

উত্তর:  $12xy^2z^4 + 4x^3z^4 + 24x^3y^2z^2$

১১৮।  $\vec{A} = 3xyz^2\hat{i} + 2xy^3\hat{j} - x^2yz\hat{k}$  এবং  $\phi = 3x^2 - yz$  হলে  $(1, -1, 1)$  বিন্দুতে নির্ণয় করো।

(a)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$

উত্তর: 4

(b)  $\vec{A} \cdot \vec{\nabla} \phi$

উত্তর: – 15

(c)  $\vec{\nabla} \cdot (\phi \vec{A})$

উত্তর: 1

(d)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \phi$

উত্তর: 6

১১৯। দেখাও যে,  $\vec{A} = 3y^4z^2\hat{i} + 4x^3z^2\hat{j} - 3x^2y^2\hat{k}$  ভেক্টর ক্ষেত্রটি সলিনয়েডাল।

উত্তর: 0 [ $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$  হওয়ায় ভেক্টর ক্ষেত্রটি সলিনয়েডাল।]

১২০।  $\vec{A} = 2xz^2\hat{i} - xy\hat{j} + 3xz^3\hat{k}$  এবং  $\phi = x^2z$  হলে  $(1, -1, 1)$  বিন্দুতে নির্ণয় করো-

(a)  $\vec{\nabla} \times \vec{A}$

উত্তর:  $\hat{j} + \hat{k}$

(b)  $\vec{\nabla} \times (\phi\vec{A})$

উত্তর: 17

(c)  $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$

উত্তর:  $4\hat{i} + 4\hat{k}$

১২১। দেখাও যে,  $\vec{A} = (6xy + z^3)\hat{i} + (3x^2 - z)\hat{j} + (3xz^2 - y)\hat{k}$  ভেক্টর ক্ষেত্রটি অঘূর্ণনশীল।

উত্তর: 0

১২২।  $xy$  তলের উপর এমন একটি একক ভেক্টর নির্ণয় করো যা  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$  এর উপর লম্ব।

উত্তর:  $\pm \frac{1}{\sqrt{5}} (\hat{i} - 2\hat{j})$

১২৩। প্রমাণ কর যে, যে কোনো ভেক্টরের কার্লে'র ডাইভারজেন্স সব সময়ই শূন্য হয়।

১২৪। যদি  $\vec{A} = 3xyz\hat{i} + 2xy^2\hat{j} - x^2yz\hat{k}$  হয়, তবে-

(ক)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$  ও  $\vec{\nabla} \times \vec{A}$  নির্ণয় করো। উত্তর:  $\therefore 3yz + 4xy - x^2y; -x^2z\hat{i} + (3xy + 2xyz)\hat{j} + (2y^2 - 3xz)\hat{k}$

(খ)  $(1, 1, -1)$  বিন্দুতে  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ ,  $\vec{\nabla} \times \vec{A}$  এবং  $|\vec{\nabla} \times \vec{A}|$  কতো?

উত্তর:  $0; \hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k}; \sqrt{27}$

১২৫। যদি  $\vec{r} = x\hat{j} + y\hat{i} + 2z\hat{k}$  হয়, তাহলে  $\vec{\nabla} \cdot \vec{r} = ?$

উত্তর: 2

১২৬। প্রমাণ করো যে  $\vec{\nabla} \left( \frac{1}{r} \right) = -\frac{\vec{r}}{r^3}$

১২৭। দেখাও যে,  $\vec{\nabla} r^n = nr^{n-2}\vec{r}$



১২৮। প্রমাণ করো যে,  $\vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\vec{r}}{r^3} \right) = 0$

১২৯। মান নির্ণয় করো।  $\vec{\nabla} \cdot (r^3 \vec{r}) = ?$

উত্তর:  $6r^3$

১৩০। যদি  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$  প্রমাণ করো যে,  $\vec{\omega} = \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \times \vec{v})$  যেখানে  $\vec{\omega}$  একটি ধ্রুব রাশি।

১৩১। প্রমাণ করো যে,  $\vec{\nabla} \times \left( \frac{\vec{r}}{r^2} \right) = \vec{0}$

১৩২। যদি  $\vec{v} = (-4x - 6y + 3z)\hat{i} + (-2x + y - 5z)\hat{j} + (5x + 6y + az)\hat{k}$  হয় তবে  $a$  এর কোন মানের জন্য  $\vec{v}$  ভেক্টরটি সলিনয়ডাল বা বেলনাকৃতির হবে? উত্তর:  $a = 3$

১৩৩। যদি  $\vec{v} = (-4x - 3y + az)\hat{i} + (bx + 3y + 5z)\hat{j} + (4x + cy + 3z)\hat{k}$  হয় তবে  $a, b$  ও  $c$  এর কোন মানের জন্য ভেক্টরটি অঘূর্ণনশীল হবে? উত্তর:  $c = 5, a = 4, b = -3$

১৩৪। দেখাও যে,  $\vec{A} \cdot \frac{d\vec{A}}{dt} = A \frac{dA}{dt}$

১৩৫। যদি  $\vec{A} = (2x^2y - x^4)\hat{i} + (e^{xy} - y \sin x)\hat{j} + (x^2 \cos y)\hat{k}$  হয় তবে (ক)  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial x}$  (খ)  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial y}$  (গ)  $\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2}$

(ঘ)  $\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} = ?$

উত্তর: (ক)  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial x} = (4xy - 4x^3)\hat{i} + (ye^{xy} - y \cos x)\hat{j} + (2x \cos y)\hat{k}$

(খ)  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial y} = (2x^2)\hat{i} + (xe^{xy} - \sin x)\hat{j} - (x^2 \sin y)\hat{k}$

$$(গ) \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} = (4y - 12x^2)\hat{i} + (y^2 e^{xy} + y \sin x)\hat{j} + (2 \cos y)\hat{k}$$

$$(ঘ) \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} = (x^2 e^{xy})\hat{j} - (x^2 \cos y)\hat{k}$$

১৩৬। যদি  $\phi(x, y, z) = xy^2z$  এবং  $\vec{A} = xz\hat{i} - xy^2\hat{j} + yz^2\hat{k}$  হয় তবে  $(2, -1, 1)$  বিন্দুতে  $\frac{\partial^3 \phi \vec{A}}{\partial x^2 \partial z}$  এর মান বের

করো।

উত্তর:  $4\hat{i} - 2\hat{j}$

১৩৭। যদি  $\vec{A}(t) = 3t^2\hat{i} - (t + 4)\hat{j} + (t^2 - 2t)\hat{k}$  এবং  $\vec{B}(t) = (\sin t)\hat{i} + (3e^{-t})\hat{j} - (3\cos t)\hat{k}$  হয়, তবে  $t = 0$  সময়ে  $\frac{d^2}{dt^2}(\vec{A} \times \vec{B}) = ?$  উত্তর:  $-24\hat{i} + 14\hat{j} + 20\hat{k}$

১৩৮। যদি  $\vec{A} = (x^2yz)\hat{i} - (2xz^3)\hat{j} - (xz^2)\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = (2z)\hat{i} - y\hat{j} - x^2\hat{k}$  হয়, তবে  $(1, 0, -2)$  বিন্দুতে  $\frac{\partial^2 \vec{A} \times \vec{B}}{\partial x \partial y}$  নির্ণয় কর। উত্তর:  $4\hat{i} - 8\hat{j}$

১৩৯। দেখাও যে,  $\vec{A} = (2x^2 + 8xy^2z)\hat{i} + (3x^3y - 3xy)\hat{j} - (4y^2z^2 + 2x^3z)\hat{k}$  ভেক্টরটি সলিনয়ডাল নয় কিন্তু  $\vec{B} = (xyz^2)\hat{i}$  ভেক্টরটি সলিনয়ডাল।

১৪০। যদি  $\phi = (x^2 + y^2 + z^2)e^{-\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$  হয় তবে,  $\vec{\nabla}\phi = ?$

উত্তর:  $(2 - r)\vec{r}e^{-r}$

১৪১।  $\vec{\alpha} = 1\hat{i} + 1\hat{j} - 2\hat{k}$ ,  $\vec{\beta} = -1\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  এবং  $\vec{\gamma} = 5\hat{i} + 8\hat{k}$  হয়, তবে স্কেলার রাশি  $c$  ও  $d$  এর মান নির্ণয় কর যেন,  $\vec{\gamma} - c\vec{\alpha} - d\vec{\beta}$  ভেক্টরটি  $\vec{\alpha}$  ও  $\vec{\beta}$  উভয়ের উপরই লম্ব হয়।

উত্তর:  $c = -1$ ;  $d = 1$

১৪২। কোনো কণার অবস্থান ভেক্টর,  $\vec{r} = 2t\hat{i} + 3t^2\hat{j}$  হলে কণাটির বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

উত্তর:  $2\hat{i} + 6t\hat{j}$ ;  $6\hat{j}$

১৪৩। যদি  $\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$  হয়, তবে দেখাও যে,  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{v}) = 0$

১৪৪। দেখাও যে,  $\text{div } \vec{r} = 3$ ।

১৪৫। দেখাও যে,  $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \phi) = 0$ । অথবা,  $\text{curl grad } \phi = 0$

১৪৬।  $xy$  সমতলে গতিশীল 'm' ভরের একটি কণার অবস্থান,  $\vec{r} = \hat{i}a \cos \omega t + \hat{j}b \sin \omega t = \hat{i}x + \hat{j}y$  এখানে,  $a$ ,  $b$  ও  $\omega$  ধনাত্মক এবং  $a > b$ । কোনো এক সময় কণাটির উপর  $\vec{F}$  বল প্রযুক্ত হয়।

i. উদ্দীপকের কণাটির ত্বরণ নির্ণয় কর।

উত্তর:  $-\omega^2 (\hat{i}x + \hat{j}y)$

ii.  $\vec{F}$  অঘূর্ণনশীল হতে পারে কি? উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

উত্তর:  $\vec{F}$  ভেক্টরটি অঘূর্ণনশীল।

১৪৭।  $b$  এর কোন মানের জন্য  $\vec{v} = (x - 3y)\hat{i} + (3y - z)\hat{j} + (bz - 2x)\hat{k}$  সলিনয়ডাল (চোঙাকৃতি) হবে?

উত্তর:  $b = -4$



১৪৮। দেখাও যে, বৈদ্যুতিক ক্ষেত্র  $\vec{E} = \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z$  একটি সংরক্ষিত ক্ষেত্র।

১৪৯। দেখাও যে,  $\vec{\nabla} \times \vec{r} = 0$  যেখানে  $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ .

১৫০।  $\vec{A} = x^2y\hat{i} - 2xz\hat{j} + 2yz\hat{k}$  হলে  $\text{Curl Curl}\vec{A}$  নির্ণয় কর।

উত্তর:  $2(1+x)\hat{j}$

১৫১। প্রমাণ কর যে, (i)  $\nabla^2 \left( \frac{1}{r} \right) = 0$  (ii)  $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi = 0$

১৫২। নিচের ভেক্টর ফাংশনটি  $t$  এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করো।  $\vec{A} = 3t^2x\hat{i} + 2ty\hat{j} + 3t\hat{k}$ . উত্তর:  $6tx\hat{i} + 2y\hat{j} + 3\hat{k}$

১৫৩।  $\phi = x^4 + y^4 + z^4$  হলে  $\vec{\nabla}\phi$  নির্ণয় করো।

উত্তর:  $4x^3\hat{i} + 4y^3\hat{j} + 4z^3\hat{k}$

১৫৪।  $\vec{A} = 6x^2y\hat{i} + 4xy^2\hat{j} + 2xz\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = x^2y^2\hat{i} - 4xz\hat{j} + 2yz\hat{k}$  দুটি ভেক্টরক্ষেত্র।

(i)  $P(1, -1, 2)$  বিন্দুতে  $\vec{B}$  এর ডাইভারজেন্স নির্ণয় করো।

উত্তর: 0

(ii) উপরের উদ্দীপকের  $\vec{A}$  ভেক্টরটি চোঙাকৃতি (সলিনয়ডাল) নয় এবং  $\vec{B}$  ভেক্টরটি ঘূর্ণনশীল (অসংরক্ষণশীল)–গাণিতিকভাবে প্রমাণ কর।

১৫৫।  $\vec{A} = x^2\hat{i} + y^2\hat{j} + z^2\hat{k}$  ভেক্টর ক্ষেত্রটি কি চোঙাকৃতির না অঘূর্ণনশীল?

উত্তর: ভেক্টর ক্ষেত্রটি অঘূর্ণনশীল।

১৫৬। যেকোন সময়  $t \geq 0$  এ একটি কণার ত্বরণ  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 12 \cos 2t \hat{i} - 8 \sin 2t \hat{j} + 16t \hat{k}$ ।

(ক) বস্তুকণাটির বেগ নির্ণয় করো।

উত্তর:  $6 \sin 2t \hat{i} + 4 \cos 2t \hat{j} + 8t^2 \hat{k} - 4 \hat{j}$

(খ) বস্তুকণাটির সরণ নির্ণয় কর।

উত্তর:  $(3 - 3 \cos 2t) \hat{i} + (2 \sin 2t - 4t) \hat{j} + \frac{8}{3} t^3 \hat{k}$

১৫৭।  $\vec{r} = 3t \hat{i} + 2t^2 \hat{j} + t^3 \hat{k}$  হলে, নির্ণয় করো  $\frac{d\vec{r}}{dt}$  এবং  $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

উত্তর:  $3 \hat{i} + 4t \hat{j} + 3t^2 \hat{k}; 4 \hat{j} + 6t \hat{k}$

১৫৮। একটি অবস্থান ভেক্টরের ডাইভারজেন্স নির্ণয় করো।

উত্তর: 3

১৫৯। একটি অবস্থান ভেক্টরের কার্ল নির্ণয় করো।

উত্তর: 0

১৬০। একটি ভেক্টর  $\vec{v} = \hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$  হলে, মান নির্ণয় করো-

(ক)  $\int_0^1 \vec{v} dt$  (খ)  $\int_1^0 \vec{v} dt$

উত্তর: (ক)  $\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ ; (খ)  $-\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$

১৬১।  $Q = x^2yz^3$  হলে,  $\vec{\nabla}Q$  নির্ণয় করো।

উত্তর:  $2xyz^3\hat{i} + x^2z^3\hat{j} + 3x^2yz^2\hat{k}$

১৬২।  $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$  হলে  $\vec{\nabla}r$  এর মান নির্ণয় করো।

উত্তর:  $\frac{\vec{r}}{r}$

১৬৩।  $m$  এর মান কত হলে  $\vec{A} = (x + 3y)\hat{i} + (my - z)\hat{j} + (x - 2z)\hat{k}$  সলিনয়েডাল হবে?

উত্তর:  $m = 1$

১৬৪।  $\vec{F} = (6x^2y - z^3)\hat{i} + 2\hat{j}x^3 - 3\hat{k}xz^2$  একটি বল ক্ষেত্র প্রকাশ করলে প্রমাণ কর যে, বল ক্ষেত্রটি সংরক্ষণশীল ও অঘূর্ণনশীল।  
উত্তর: বল ক্ষেত্রটি সংরক্ষণশীল ও অঘূর্ণনশীল।

১৬৫। প্রমাণ কর যে, অবস্থান ভেক্টরের মানের গ্র্যাডিয়েন্ট একটি একক ভেক্টর।

১৬৬। A ধ্রুব ভেক্টরের জন্য প্রমাণ কর যে,  $\vec{\nabla}(\vec{r} \cdot \vec{A}) = \vec{A}$

১৬৭।  $\vec{A} = 2xz^2\hat{i} - yz\hat{j} + 3xz^3\hat{k}$  ভেক্টর ক্ষেত্রটির  $(1, 1, 1)$  বিন্দুর কার্ল নির্ণয় করো।

উত্তর:  $\hat{i} + \hat{j}$

১৬৮।  $\vec{F} = yz^2\hat{i} + xy\hat{j} + yz\hat{k}$  ভেক্টর ক্ষেত্রের জন্য প্রমাণ কর যে,  $\text{div}(\text{Curl } \vec{F}) = 0$  বা,  $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \times \vec{F}) = 0$

১৬৯। দেখাও যে,  $\vec{E} = \frac{\vec{r}}{r^2}$  ভেক্টরটি অঘূর্ণনশীল।