



Traitement d'images numériques

Analyse d'images: 3^{ème} partie



Sommaire

I. Introduction

II. Fondamentaux en imagerie numérique

III. Traitement discret 2D

IV. Amélioration d'image

V. Analyse d'images (6 heures)

Analyse d'images

■ Sources qui ont inspirées cette partie:

- ★ *Henri Maître (2003) : Le traitement des images, Hermes-Lavoisier*
- ★ *J.P. Cocquerez (1995) : Analyse d'images: filtrage et segmentation, Hermes-Lavoisier*
- ★ *http://www.ensta.fr/~manzaner/Support_Cours.html*
- ★ *<http://www.tsi.enst.fr/~tupin/TDI.html>*

Sommaire

V. Analyse d'images

✓ 1^{ère} *partie*

- Morphologie mathématique
- Détection et analyse de contours

✓ 2^{ème} *partie*

- Segmentation par régions

✓ 3^{ème} *partie*

- Analyse de formes
- Reconnaissance de formes

Sommaire

V. Analyse d'images

✓ 1^{ère} *partie*

- Morphologie mathématique
- Détection et analyse de contours

✓ 2^{ème} *partie*

- Segmentation par régions

✓ 3^{ème} *partie*

- Analyse de formes
- Reconnaissance de formes

Analyse de formes

■ Contexte

- Définition
- Propriétés

■ Les méthodes classiques

- Boîtes englobantes
- Descripteur de Fourier
- Autres

Analyse de formes

■ Contexte - Définition

Etape qui consiste à reconnaître un objet à partir de sa seule silhouette (forme)

- ▶ **Généralement intervient après une étape de segmentation d'une image**

Analyse de formes

■ Contexte - Définition

- ▶ L'étape d'analyse de forme est basée sur l'utilisation d'un descripteur de forme
- ▶ Il existe de nombreux descripteurs de formes
 - boîtes englobantes
 - représentation par les moments
 - polygones de Guzman
 - chaînes de Freeman
 - descripteur de Fourier

Analyse de formes

■ Contexte - Propriétés

- ▶ **Un bon descripteur de formes doit posséder les propriétés suivantes :**
 - **bonne fidélité à la forme initiale**
 - **bonne discrimination de formes différentes**
 - **bonne adaptation aux opérations de reconnaissance de formes :**
 - **invariance par translation**
 - **invariance par rotation**
 - **invariance par changement d'échelle**

Analyse de formes

■ Contexte - Applications

- ▶ L'étape de reconnaissance d'objet peut intervenir dans différents domaines :
 - application de tri (objets arrivant sur un convoyeur)
 - application de reconnaissance de caractères
 - application de surveillance ou de guidage

Analyse de formes

■ Contexte

- ☐ Définition

- ☐ Propriétés

■ Les méthodes classiques

- ☐ Boîtes englobantes

- ☐ Descripteur de Fourier

- ☐ Autres

Analyse de formes

■ Boîtes englobantes

Création d'une boîte qui englobe l'objet à décrire et dont ses axes sont alignés avec les axes de l'image

- **Ce descripteur est simplement défini par ses dimensions**

$$\left\{ \begin{array}{l} (x_{\max} - x_{\min}) \\ (y_{\max} - y_{\min}) \end{array} \right.$$

Analyse de formes

■ Boîtes englobantes - Exemple

► Détection de structures filaires



Image binaire obtenue après segmentation

Analyse de formes

■ Boîtes englobantes - Exemple

- ▶ *1^{ère} étape: étiquetage des objets*



Algorithmes utilisés

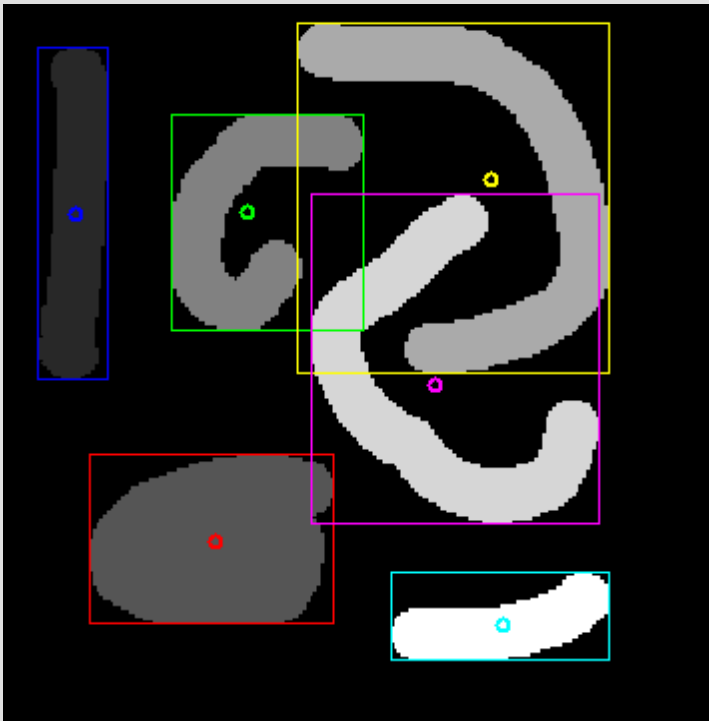
- *Morphologie mathématique (étiquetage)*

```
% Lecture image  
img = imread('pieces.png');  
img = double(img(:,:,1));  
  
% creation de l'etiquetage  
result = bwlabel(img,8);
```

Analyse de formes

■ Boîtes englobantes - Exemple

- ▶ *2^{ème} étape: description de chaque forme*



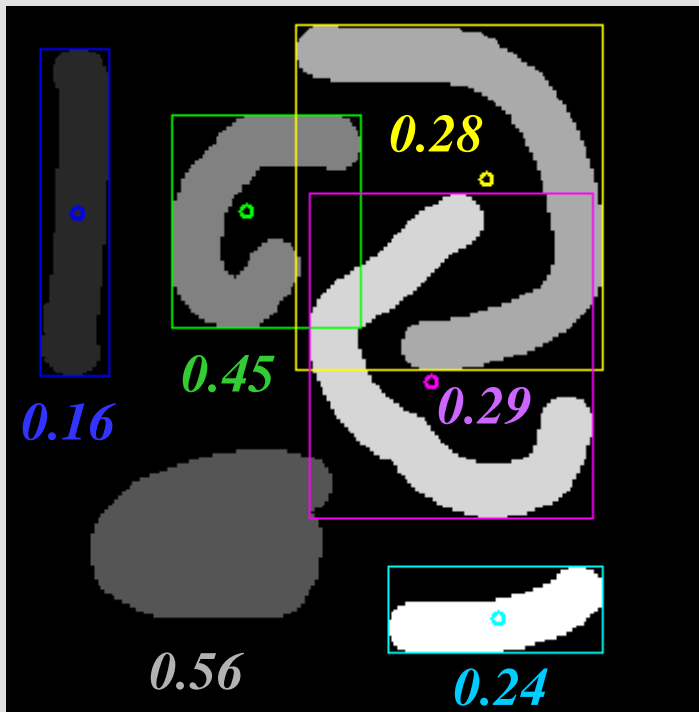
Algorithmes utilisés

- *Description par boîtes englobantes*

Analyse de formes

■ Boîtes englobantes - Exemple

- ▶ *3^{ème} étape: calcul de paramètres discriminants*



Paramètre utilisé

- *Rapport des surfaces objet / carré englobant*
- *On garde les objets dont le paramètre correspondant est inférieur à 0.5*



Analyse de formes

■ Boîtes englobantes - Propriétés

- ▶ Descripteurs utilisés lorsque les formes à étudier sont très irrégulières
- ▶ Invariances en translation uniquement

Analyse de formes

■ Contexte

- ☐ Définition

- ☐ Propriétés

■ Les méthodes classiques

- ☐ Boîtes englobantes

- ☒ Descripteur de Fourier

- ☐ Autres

Analyse de formes

■ Descripteur de Fourier

Outil permettant de décrire l'enveloppe externe d'une forme, c'est-à-dire son contour

- ▶ Il existe deux types de descripteur de Fourier
 - descripteur par tangente
 - descripteur par représentation complexe

Analyse de formes

■ Descripteur de Fourier

Outil permettant de décrire l'enveloppe externe d'une forme, c'est-à-dire son contour

- ▶ Il existe deux types de descripteur de Fourier
 - descripteur par tangente
 - descripteur par représentation complexe

Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Principe

- ▶ Description discrète de la forme par un ensemble $\{M_i\}$ de points du contour
- ▶ Représentation de la forme dans le plan complexe : on associe à chaque point M_i un nombre complexe $z_i = x_i + j y_i$

Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Principe

- ▶ On appelle alors descripteurs de Fourier, les coefficients de la transformée de Fourier discrète Z de z

$$Z_k = \sum_{i=0}^{N-1} z_i \exp(-j2\pi i k)$$

Avec $k \in -N/2 + 1, N/2$

Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Propriétés

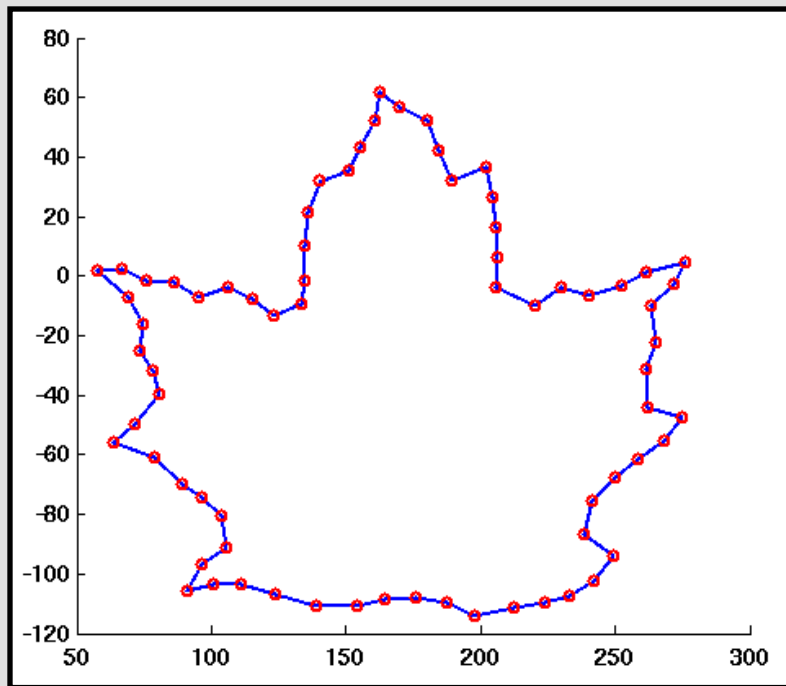
▶ Influence du coefficient Z_0

- Z_0 est le centre de gravité de la forme
- Si l'on impose $Z_0 = 0$, la description est invariante par translation

Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Propriétés

► Influence du coefficient Z_0



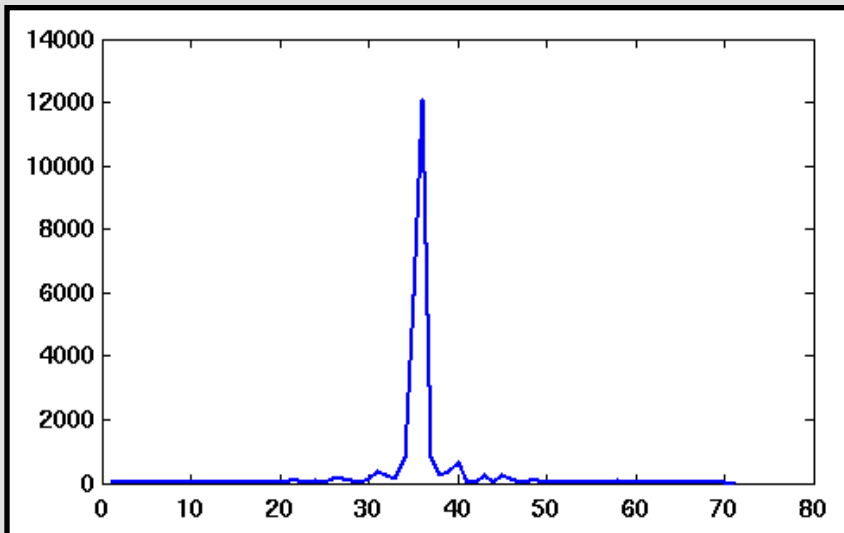
Contour initial

```
% Creation d'une liste de nombres  
% complexes  
ListCmp = complex(ListPoint(:,1), ...  
                  ListPoint(:,2));  
  
% Affichage de cette liste  
figure; plot(ListCmp,'or');
```


Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Propriétés

► Influence du coefficient Z_0



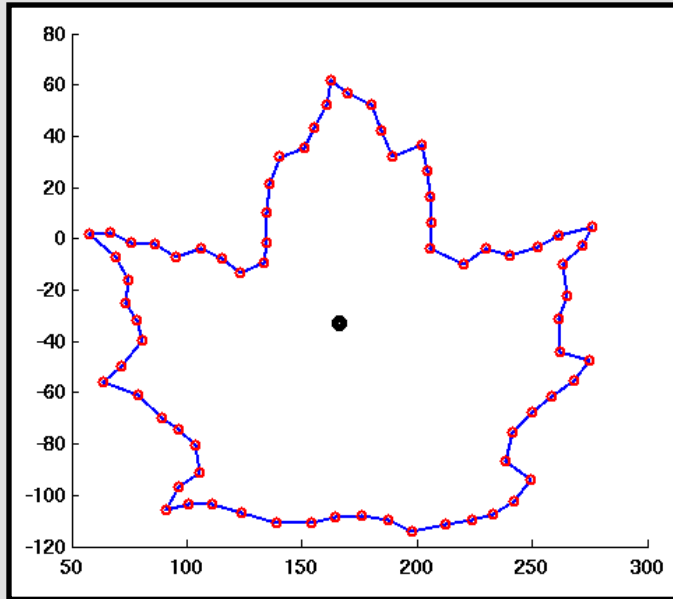
Spectre du contour initial

```
% Calcul du spectre correspondant  
FD = fft(ListCmp);  
  
% Affichage du spectre  
figure; plot(abs(fftshift(FD)));
```

Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Propriétés

► Influence du coefficient Z_0



```
% Calcul du nouveau spectre
FDNew = FD;
FDNew(2:end) = 0;

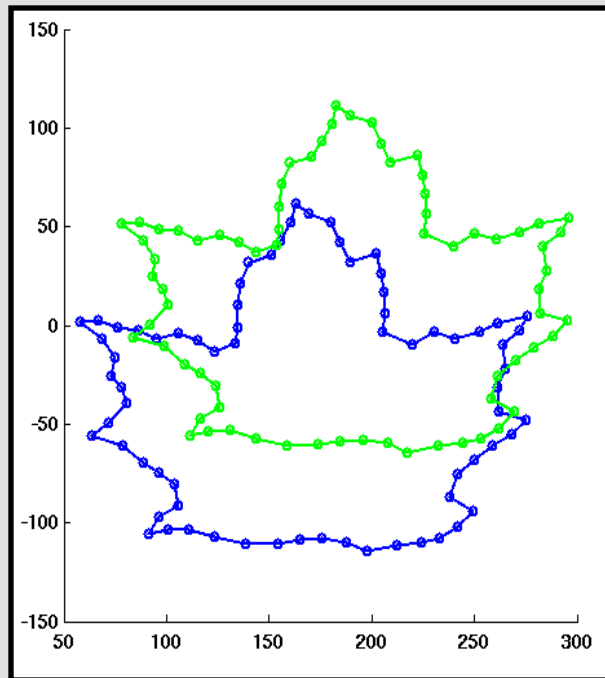
% Affichage des contour correspondant
figure; plot(ifft(FD), 'or');
hold on; plot(ifft(FDNew), 'ok');
```

***Contour initial + contour reconstruit
(noir) correspondant au centre de
gravité du contour***

Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Propriétés

► Influence du coefficient Z_0



*Contour initial (bleu) +
contour translaté (vert)*

```
% Calcul du contour translaté
ListTransCmp(:,1) = ListCmp(:,1) + 20;
ListTransCmp(:,2) = ListCmp(:,2) + 50;

% Affichage des contours correspondant
figure; plot(ListCmp,'ob');
hold on; plot(ListTransCmp,'og');

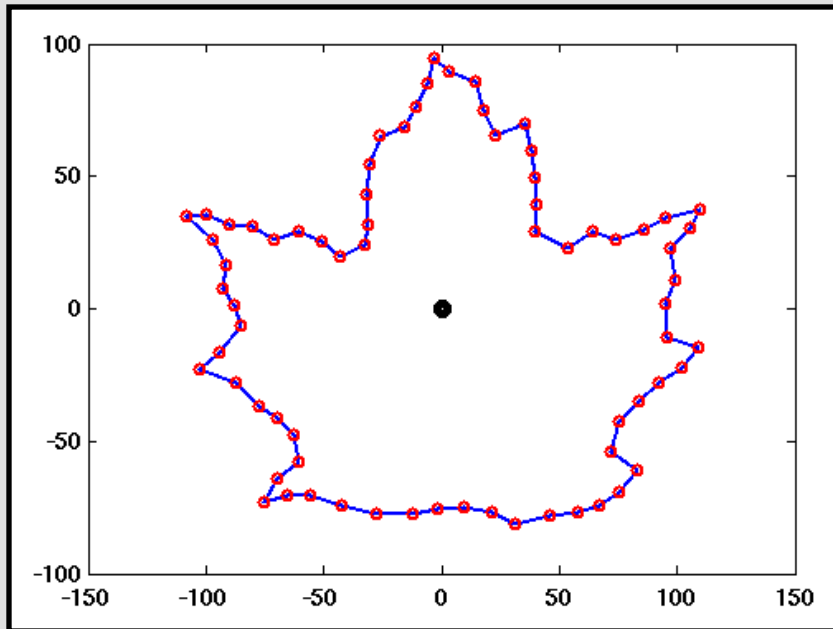
% Calcul du spectre correspondant
FD = fft(ListCmp);
FDTrans = fft(ListTransCmp);

% invariance par translation
FD(1) = 0;
FDTrans(1) = 0;
```

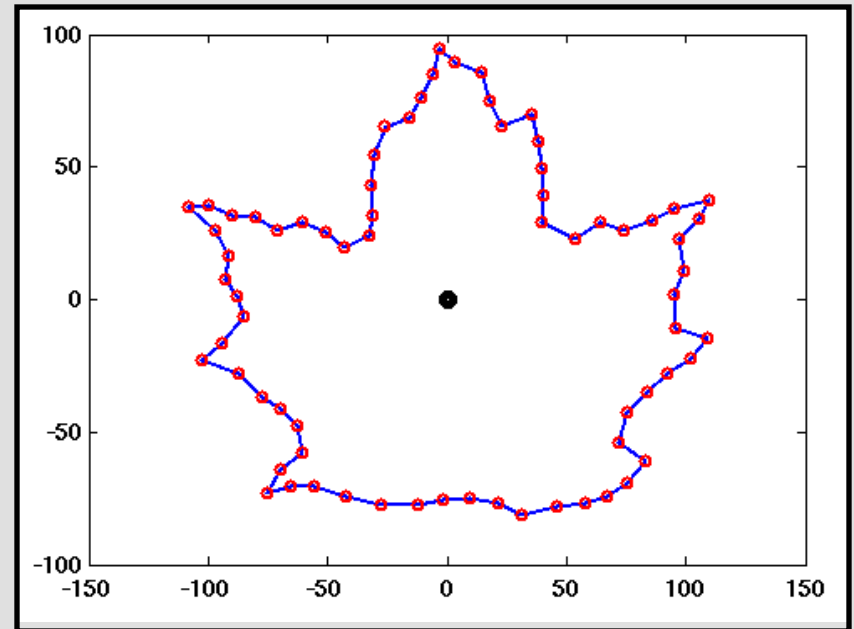
Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Propriétés

► Influence du coefficient Z_0



*Reconstruction du contour initial
après invariance par translation*



*Reconstruction du contour
translaté après invariance par
translation*

Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Propriétés

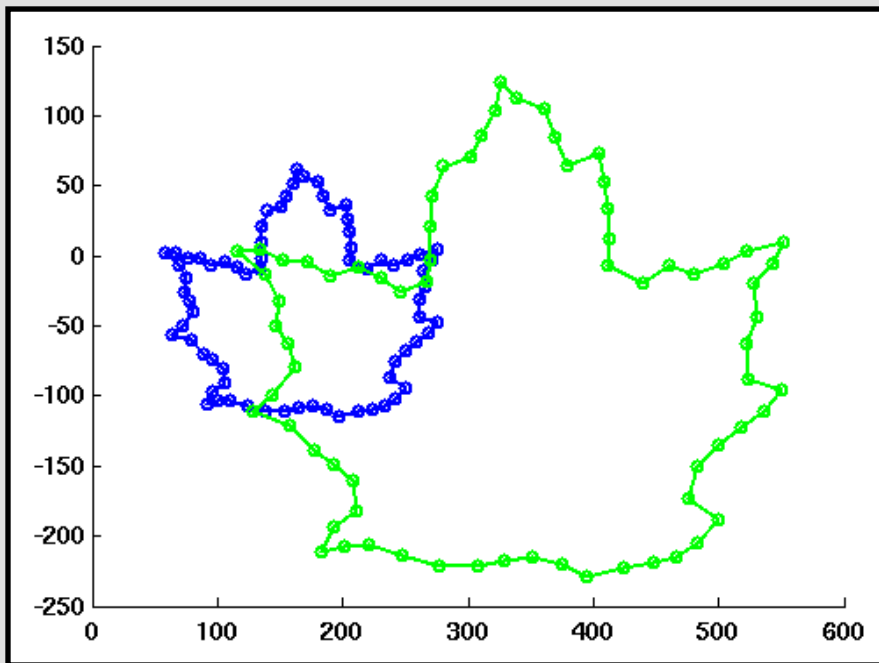
► Influence du coefficient Z_1

- Si tous les coefficients Z_k sont nuls sauf pour $k=1$, la forme est un cercle de rayon Z_1
- Z_1 joue le rôle de facteur d'échelle
- La normalisation par $|Z_1|$ rend la forme invariante par homothétie

Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Propriétés

► Influence du coefficient Z_1



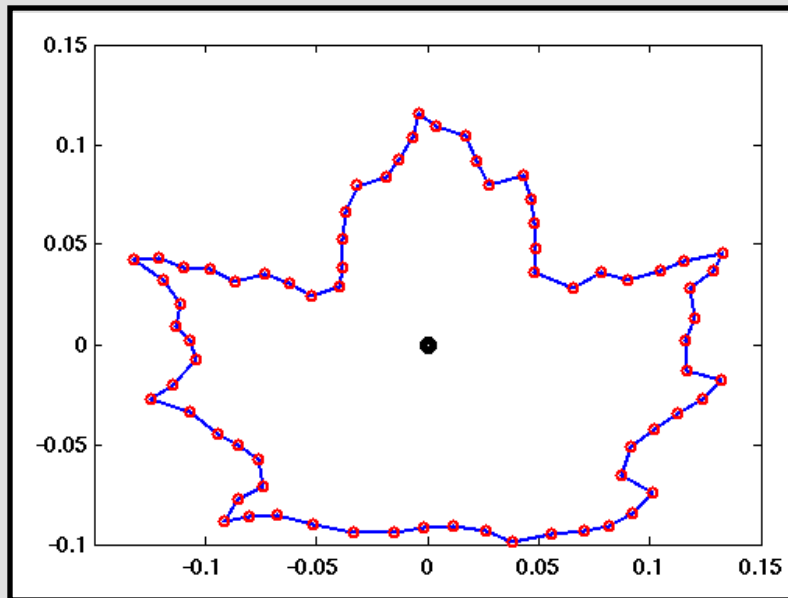
Contour initial (bleu) + contour avec changement d'échelle (vert)

```
% Calcul du contour par changement  
% d'échelle  
ListCECmp(:,1) = ListCmp(:,1) * 2;  
ListCECmp(:,2) = ListCmp(:,2) * 2;  
  
% Affichage des contours correspondant  
figure; plot(ListCmp,'ob');  
hold on; plot(ListCECmp,'og');  
  
% Calcul du spectre correspondant  
FD = fft(ListCmp);  
FDCE = fft(ListCECmp);  
  
% invariance par translation  
FD(1) = 0; FDCE(1) = 0;  
  
% invariance par changement d'échelle  
FD = FD / abs(FD(2));  
FDCE = FDCE / abs(FDCE(2));
```

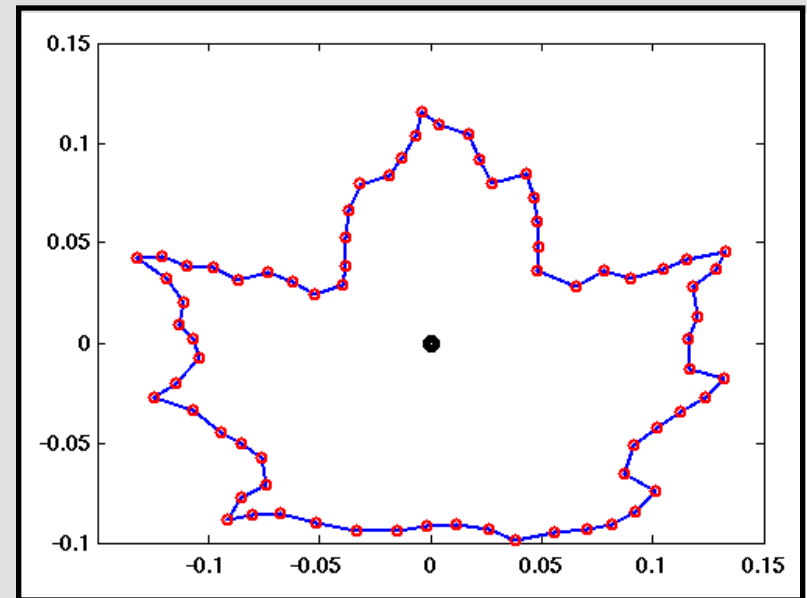
Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Propriétés

► Influence du coefficient Z_1



*Reconstruction du contour initial
après invariance par translation
et changement d'échelle*



*Reconstruction du contour modifié
après invariance par translation
et changement d'échelle*

Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Propriétés

► Etude des coefficients Z_k

- Les coefficients $Z_{|k|}$ et $Z_{|1-k|}$ (pour $k \neq 0$ et $k \neq 1$) jouent des rôles symétriques mais opposés
- L'ordre k indique le nombre d'actions sur le cercle unité (1 action pour $k=2$ et $k=-1$, 2 actions pour $k=3$ et $k=-2$, etc)
- Les actions sont réparties régulièrement autour du cercle unité

Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Propriétés

▶ Etude des coefficients Z_k

- Les valeurs de $k > 0$ indiquent des actions de traction sur la courbe, pour la déformer vers l'extérieur du cercle unité
- Les valeurs de $k < 0$ indiquent des actions de pression sur la courbe, pour creuser la courbe vers son centre

Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Propriétés

▶ Etude des coefficients Z_k

- La phase du nombre complexe Z_k exprime le lieu, sur le cercle unité, où s'exerce l'action

Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Propriétés

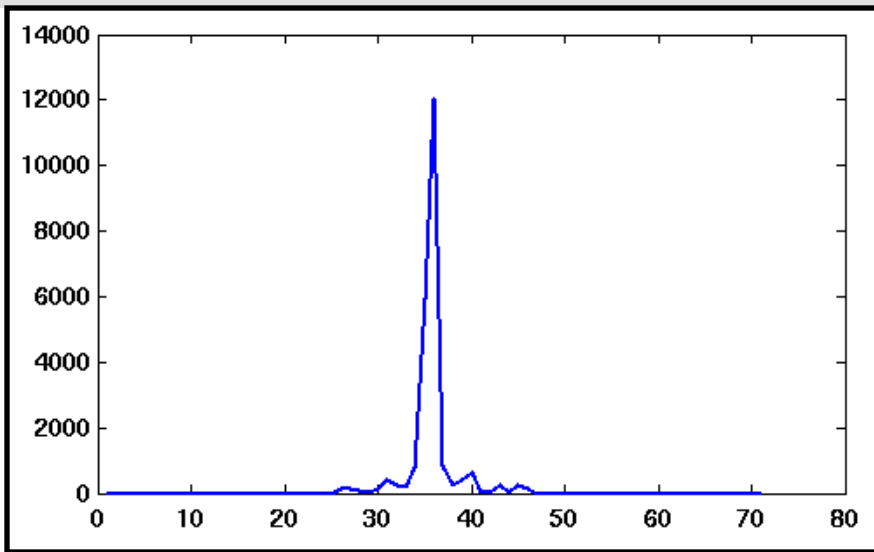
▶ Etude des coefficients Z_k

- La troncature du développement de Fourier permet de représenter des formes plus lisses qui restent fermées (on diminue le nombre d'actions exercées sur la courbe)

Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Propriétés

► Etude des coefficients Z_k



Spectre du contour simplifié

```
% Calcul du spectre correspondant
FDS = fftshift(fft(ListCmp));

% Simplification du spectre
% correspondant
FDS(1:25) = 0;
FDS(47:71) = 0;

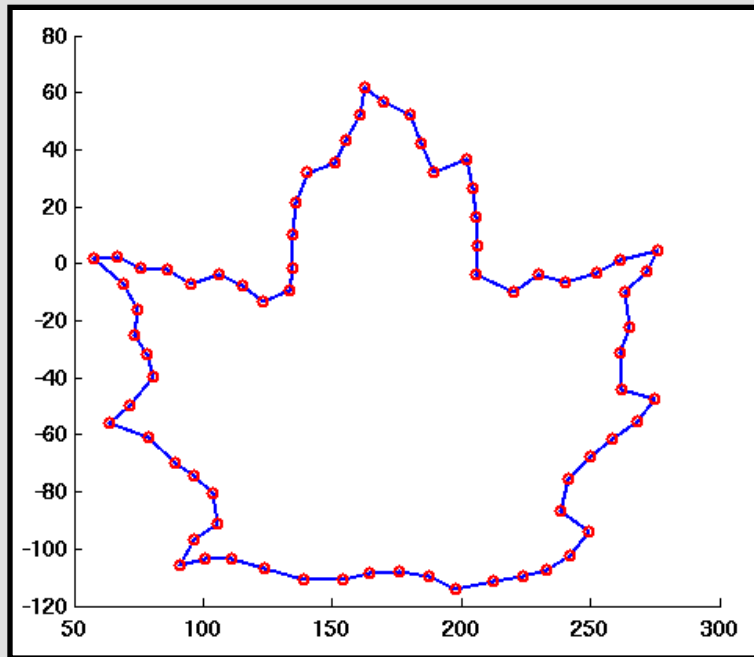
% Reconstruction du contour
Contour = ifft(ifftshift(FDS));

% affichage du contour reconstruit
figure; plot(Contour, 'or');
```

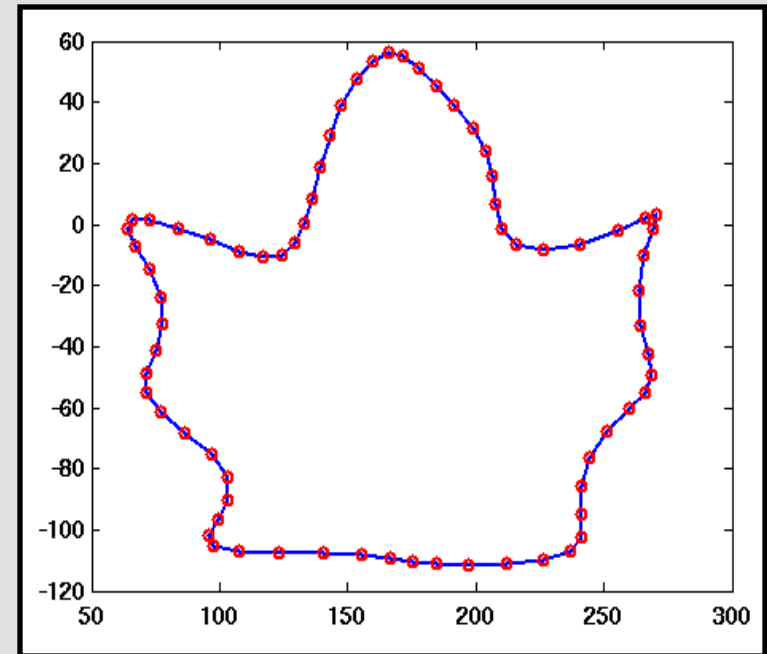
Analyse de formes

■ Descripteur complexe - Propriétés

► Etude des coefficients Z_k



*Reconstruction du contour
avant simplification*



*Reconstruction du contour
après simplification*

Sommaire

V. Analyse d'images

✓ 1^{ère} *partie*

- Morphologie mathématique
- Détection et analyse de contours

✓ 2^{ème} *partie*

- Segmentation par régions

✓ 3^{ème} *partie*

- Analyse de formes
- **Reconnaissance de formes**



Reconnaissance de formes

- **Contexte**

- Définition

- **Les méthodes classiques**

- Approximation d'une droite

- Transformation de Hough

Reconnaissance de formes

■ Contexte - Définition

A partir d'un nuage de points (pixels) obtenu après une phase de traitement, on cherche à retrouver une forme connue a priori qui décrit « au mieux » les points extraits

Reconnaissance de formes

- Contexte

- Définition

- **Les méthodes classiques**

- Approximation d'une droite

- Transformation de Hough

Reconnaissance de formes

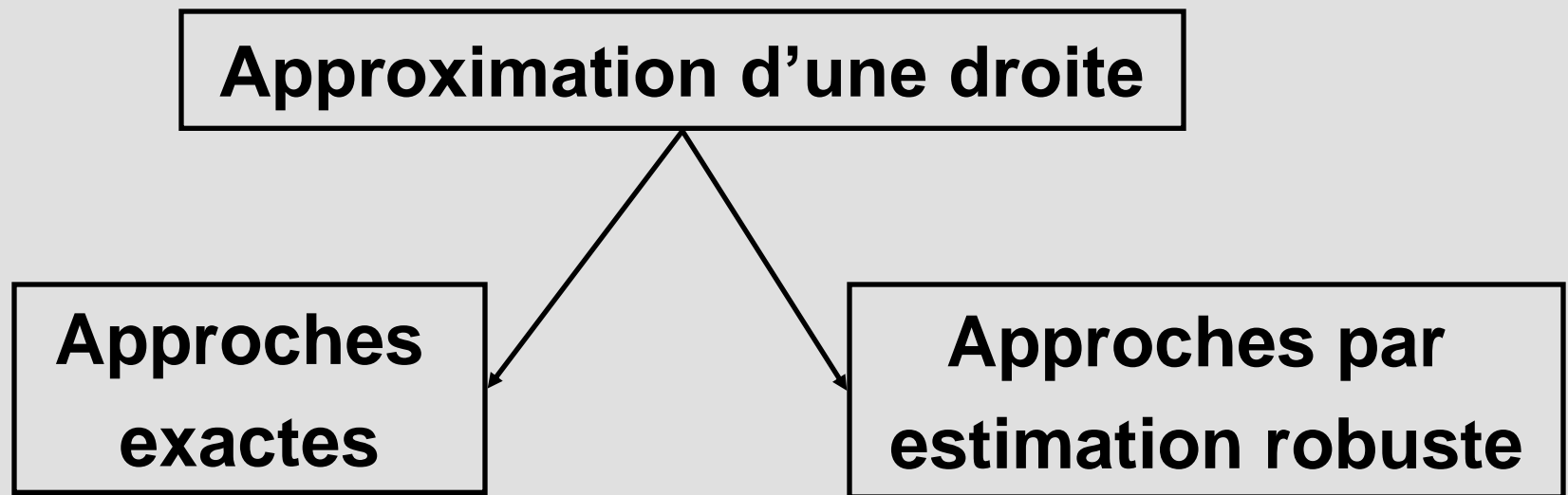
■ Approximation d'une droite

Méthodes basées sur une approche par moindres carrés obtenue à partir de la minimisation d'une distance

- ▶ **Il existe de nombreuses méthodes pour résoudre ce problème apparemment simple**

Reconnaissance de formes

■ Approximation d'une droite - familles



Reconnaissance de formes

■ Méthodes exactes

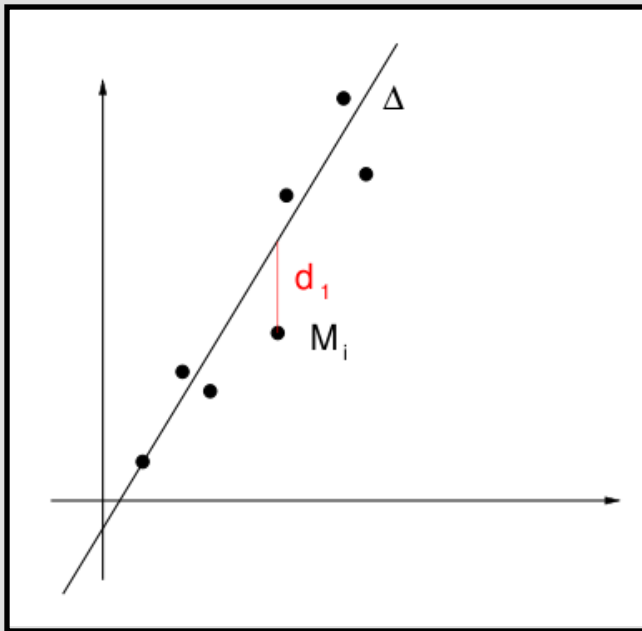
On considère que tous les points extraits participent avec le même poids à la description de la droite

- ▶ **Il existe deux grandes méthodes**
 - **par régression linéaire**
 - **par axe principal d'inertie (annexes)**

Reconnaissance de formes

■ Approximation par régression linéaire

- Recherche de la droite $\Delta : y = a_0 + a_1 x$ qui minimise la distance suivante



$$d_1^2 = \sum_{i=1}^N y_i - (a_0 + a_1 x_i)^2$$

Reconnaissance de formes

■ Approximation par régression linéaire

- ▶ La solution est simplement donnée à partir de la liste de points (x_i, y_i) par

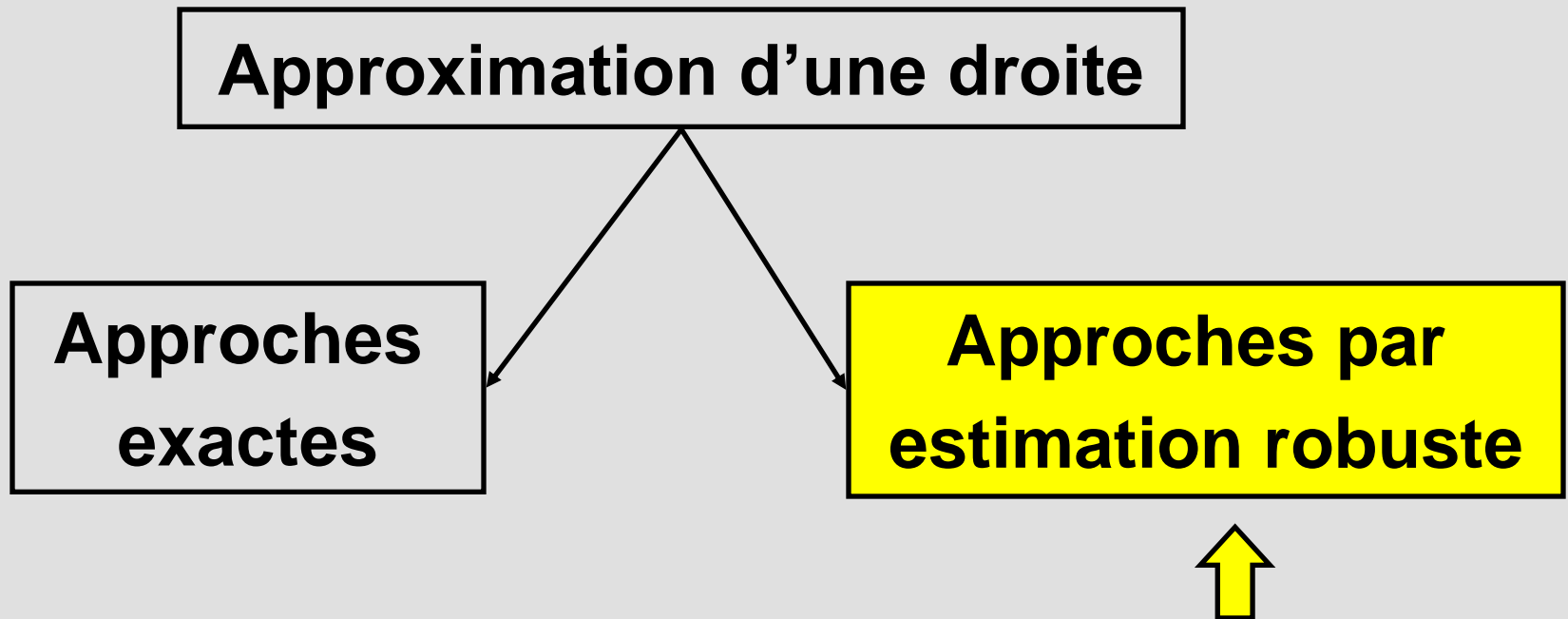
$$A = (X^t X)^{-1} X^t Y$$

avec

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ \cdots & \cdots \\ 1 & x_N \end{bmatrix} \quad Y = y_1, y_2, \cdots, y_N^t \quad A = a_0, a_1^t$$

Reconnaissance de formes

■ Approximation d'une droite - familles



Reconnaissance de formes

■ Approximation par estimation robuste

Recherche de la meilleure droite représentant au mieux l'ensemble des points sous l'hypothèse d'un bruit entachant la position des points

- ▶ Il existe de nombreuses méthodes, entre autres
 - estimation médiane
 - estimation d'un mélange de droites (annexes)

Reconnaissance de formes

■ Approximation par estimation médiane

▶ Principe (1/2)

- On choisit deux points M_i et M_j de l'ensemble
- On leur associe une droite qui fournit les coefficients a_{ij} et b_{ij}
- Par combinatoire sur l'ensemble des points, on obtient deux ensembles de coefficients $a = \{a_{ij}\}$ et $b = \{b_{ij}\}$

Reconnaissance de formes

■ Approximation par estimation médiane

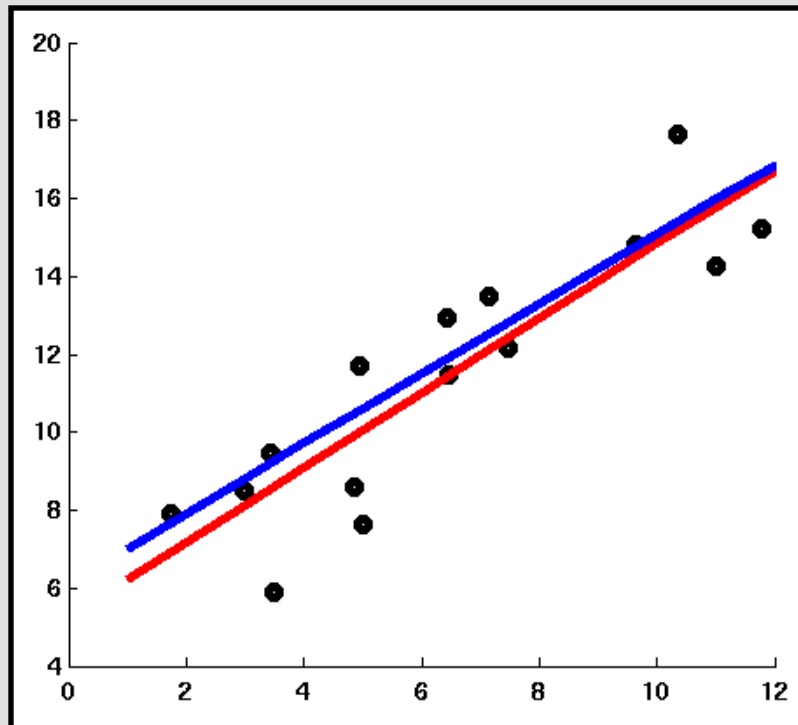
▶ Principe (2/2)

- Les ensembles a et b sont triés séparément et l'on choisit les valeurs médianes a_m et b_m comme estimateurs de paramètres de la droite
- Cette estimateur peut tolérer jusqu'à 50% de points erronés (perturbés par du bruit non gaussien)

Reconnaissance de formes

■ Approximation par estimation médiane

► Exemple



— *Régression linéaire*
— *Estimation par médiane*

Reconnaissance de formes

- Contexte

- Définition

- **Les méthodes classiques**

- Approximation d'une droite

- **Transformation de Hough**

Reconnaissance de formes

■ Transformation de Hough

On appellera transformation de Hough associée à une forme paramétrée par les variables $\{a_i\}$ la transformation qui fait passer de l'espace image I à l'espace de paramètre H

- ▶ S'applique à toute forme paramétrique (ex: droite, cercle, ellipse, paraboles, traces sinusoidales)

Reconnaissance de formes

■ Transformation de Hough - Exemple

▶ Détection d'une droite (1/5)

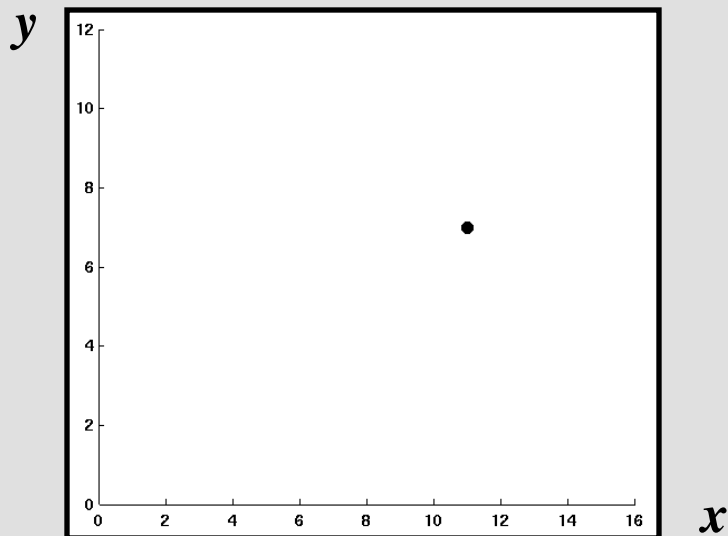
- On associe à un point $M_i = (x_i, y_i)$ de l'espace image I , toutes les droites du plan
- Ces droites sont définies dans l'espace de paramètre H par $b = -ax_i + y_i$

Reconnaissance de formes

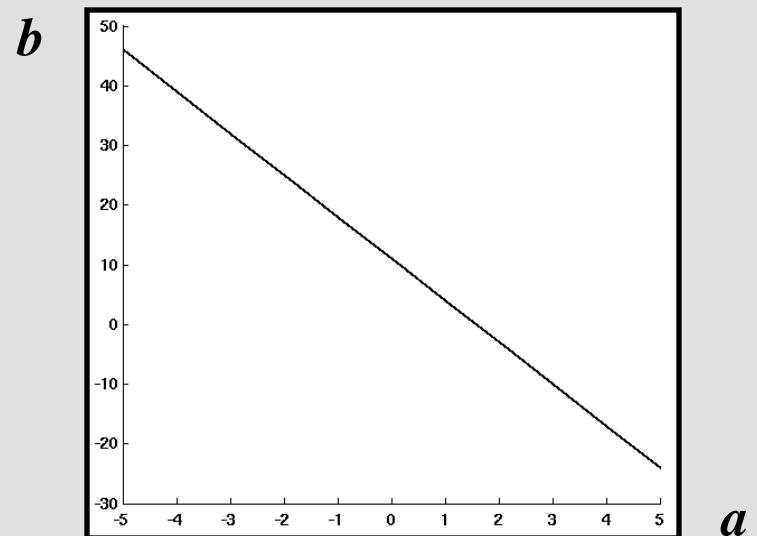
■ Transformation de Hough - Exemple

► Détection d'une droite (2/5)

- A un point de I est associé une droite dans H



Espace image



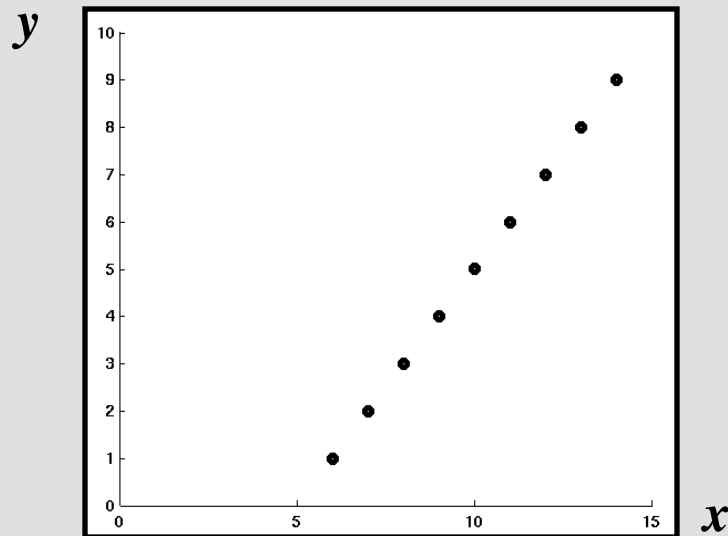
Espace de paramètre

Reconnaissance de formes

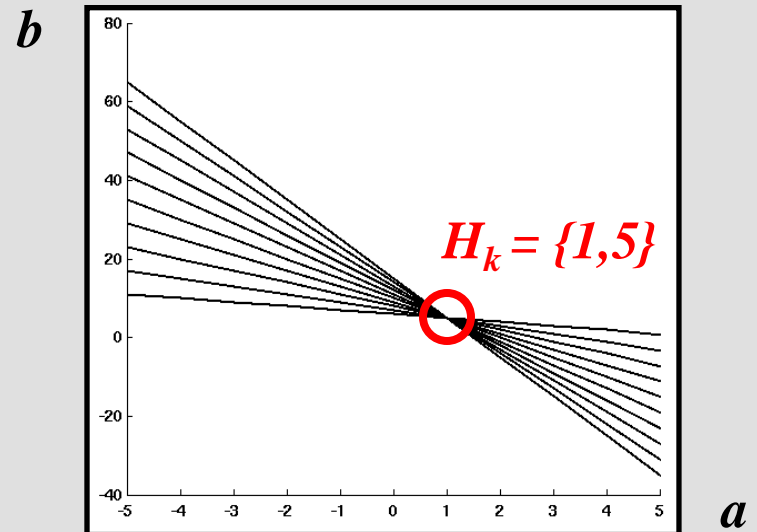
■ Transformation de Hough - Exemple

► Détection d'une droite (3/5)

- En appliquant ce procédé à tous les pixels de l'image, on associe à I un ensemble de droites qui, idéalement, se coupent en des points H_k



Espace image

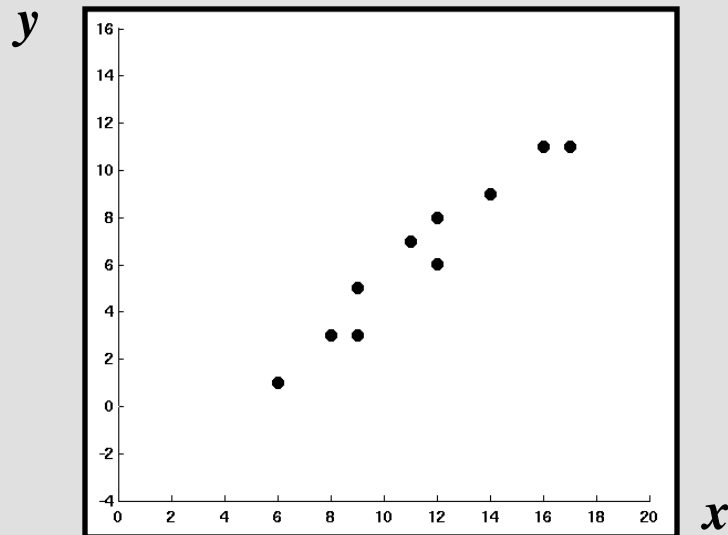


Espace de paramètre

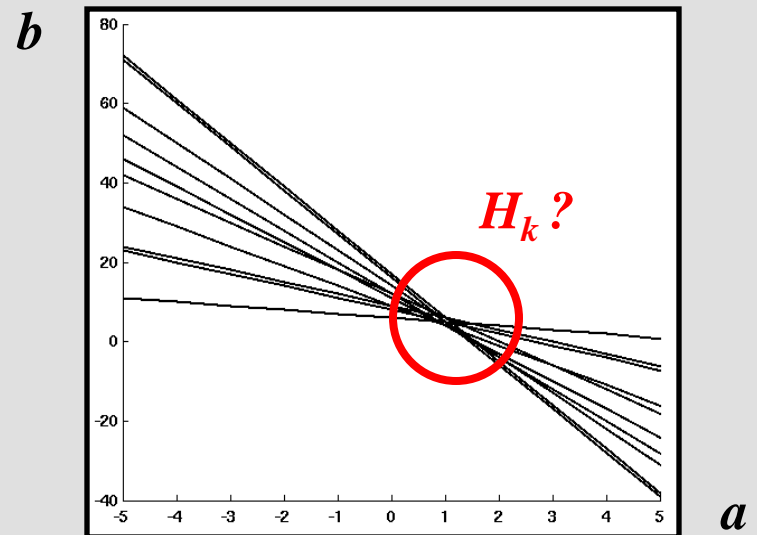
Reconnaissance de formes

■ Transformation de Hough - Exemple

► Détection d'une droite (3/5)



Espace image



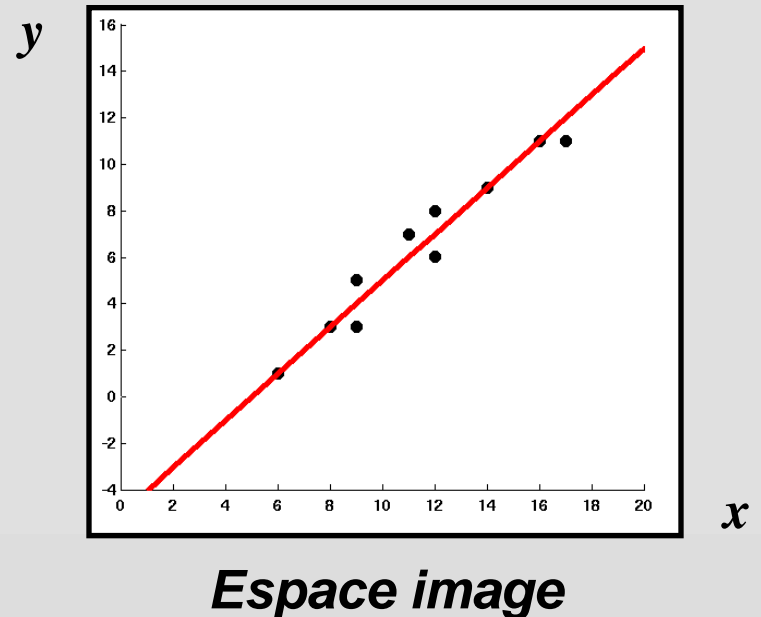
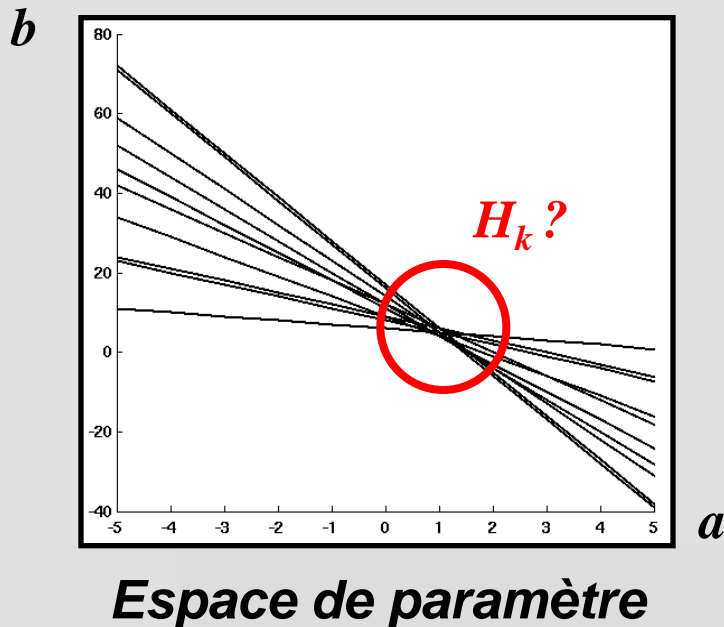
Espace de paramètre

Reconnaissance de formes

■ Transformation de Hough - Exemple

► Détection d'une droite (4/5)

- Les points d'intersection H_k correspondent à des droites recherchées dans l'espace I



Reconnaissance de formes

■ Transformation de Hough - Exemple

► Détection d'une droite (5/5)

- Il suffit de détecter dans l'espace de paramètre les points d'intersection (ou nuages de points denses) pour trouver les droites dans l'espace image
- On préférera comme espace de représentation ρ, θ

$$\rho = x_i \cos \theta + y_i \sin \theta$$

➡ maîtrise des bornes de l'espace H

$$\Delta \theta = -\pi, +\pi \quad \text{et} \quad \Delta \rho = \left[0, \sqrt{2} L \right], \text{ où } L \text{ est le coté de l'image}$$

Reconnaissance de formes

■ Transformation de Hough

► Exemple: étude d'un circuit imprimé

```
% Lecture image  
img = imread('circuit.pgm'); img = double(img);  
  
% Extraction du nuage de points correspondant  
BW = edge(img, 'canny');
```

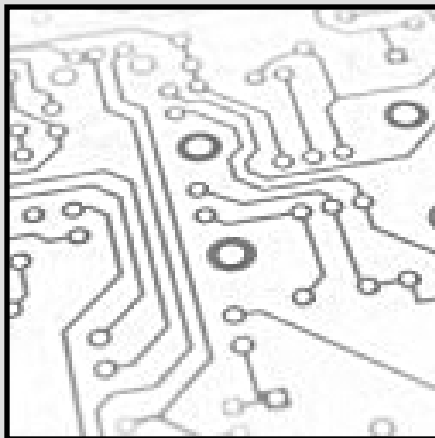


Image originale

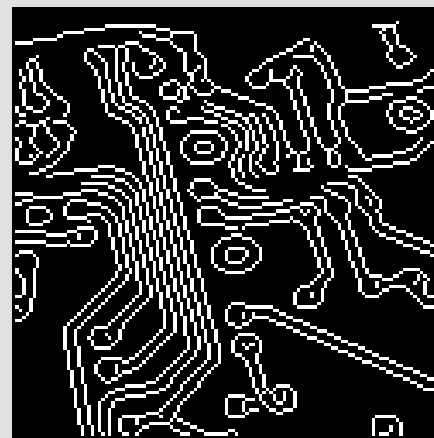
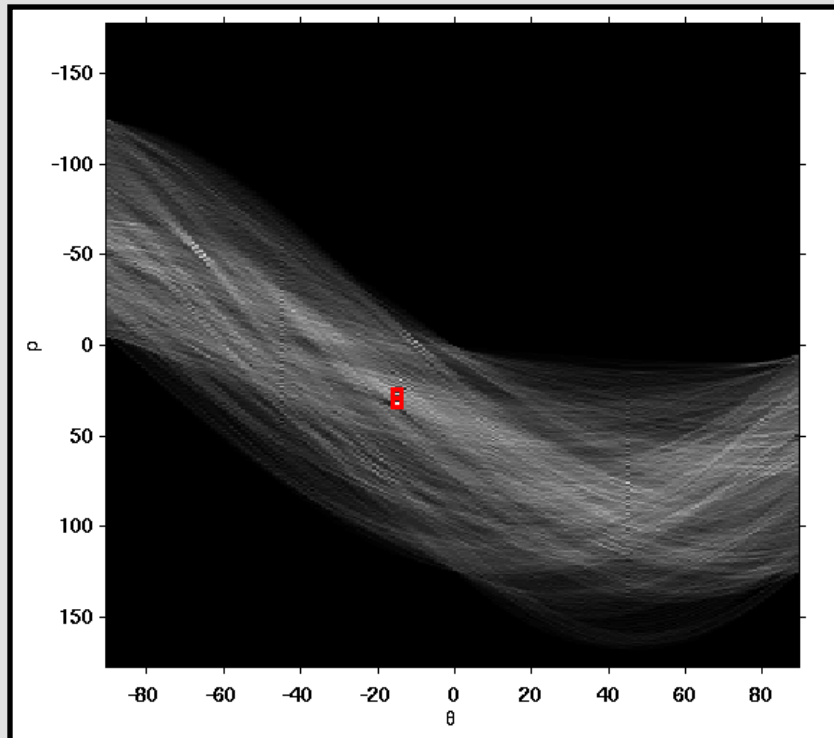


Image contour

Reconnaissance de formes

■ Transformation de Hough

► Exemple: étude d'un circuit imprimé



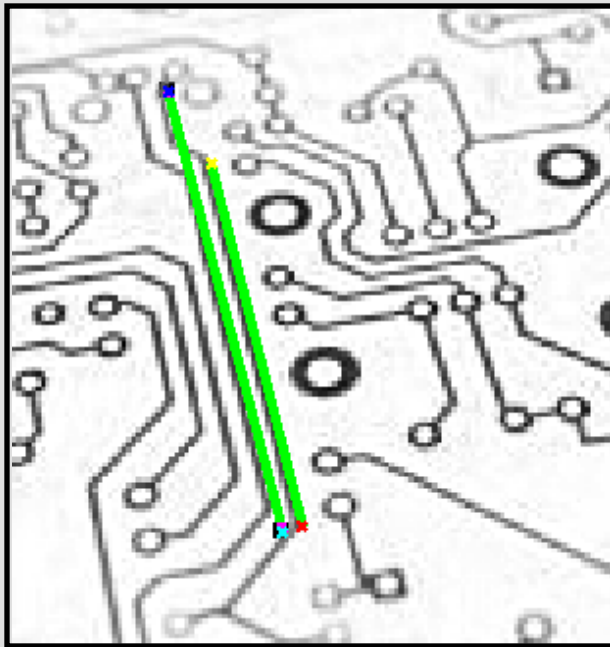
Espace de paramètre

```
% Calcul de la transformée de hough  
[H,T,R] = hough(BW);  
  
% Détection des pics dans l'espace de hough  
P = houghpeaks(H,2,'threshold', ...  
               ceil(0.8*max(H(:))));
```

Reconnaissance de formes

■ Transformation de Hough

► Exemple: étude d'un circuit imprimé



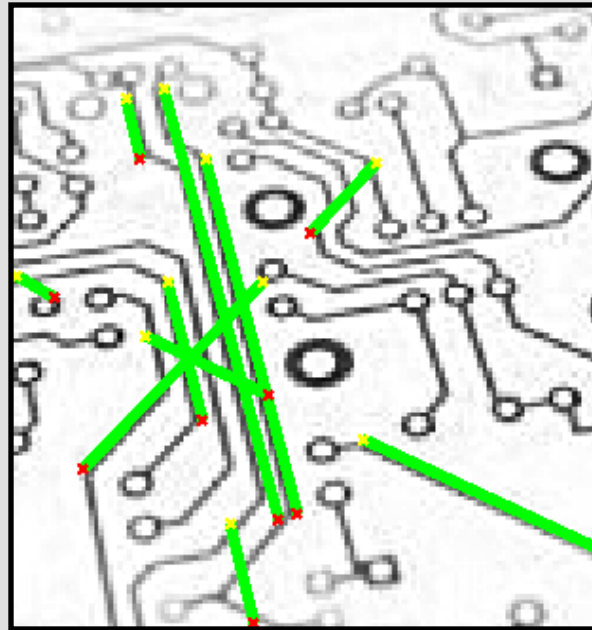
```
% Extraction des lignes correspondantes  
lines = houghlines(BW,T,R,P, ...  
                  'FillGap',5,'MinLength',8);
```

*Les 2 courbes les plus
probables extraites*

Reconnaissance de formes

■ Transformation de Hough

- ▶ *Exemple: étude d'un circuit imprimé - difficultés*



Les 5 courbes les plus probables extraites

Reconnaissance de formes

■ Transformation de Hough

- ▶ *Exemple: étude d'un circuit imprimé - idée*

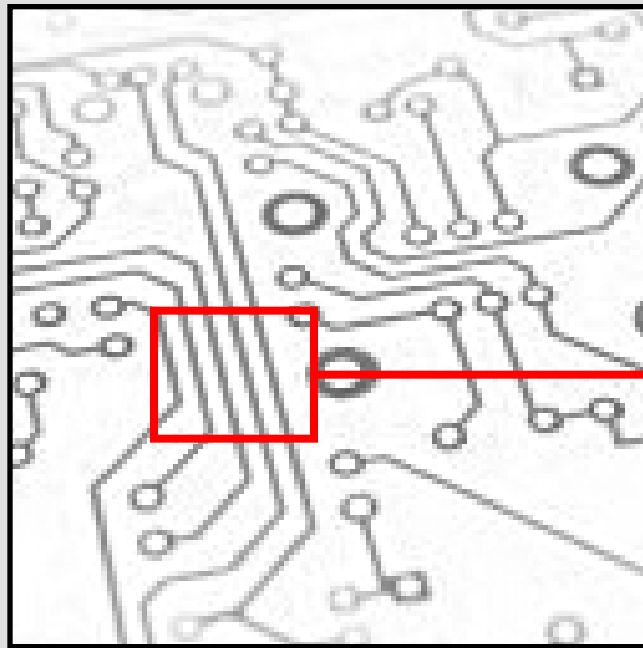


Image originale

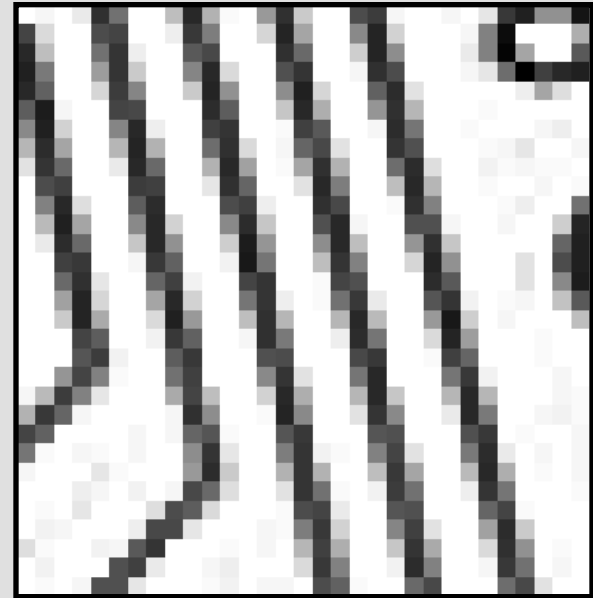
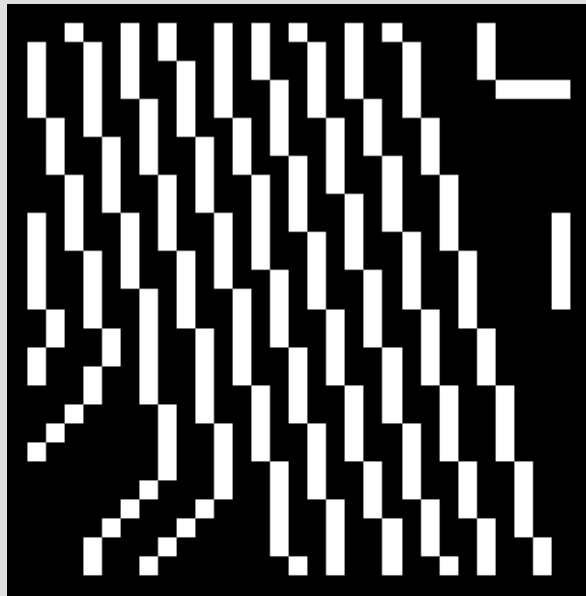


Image zoomée

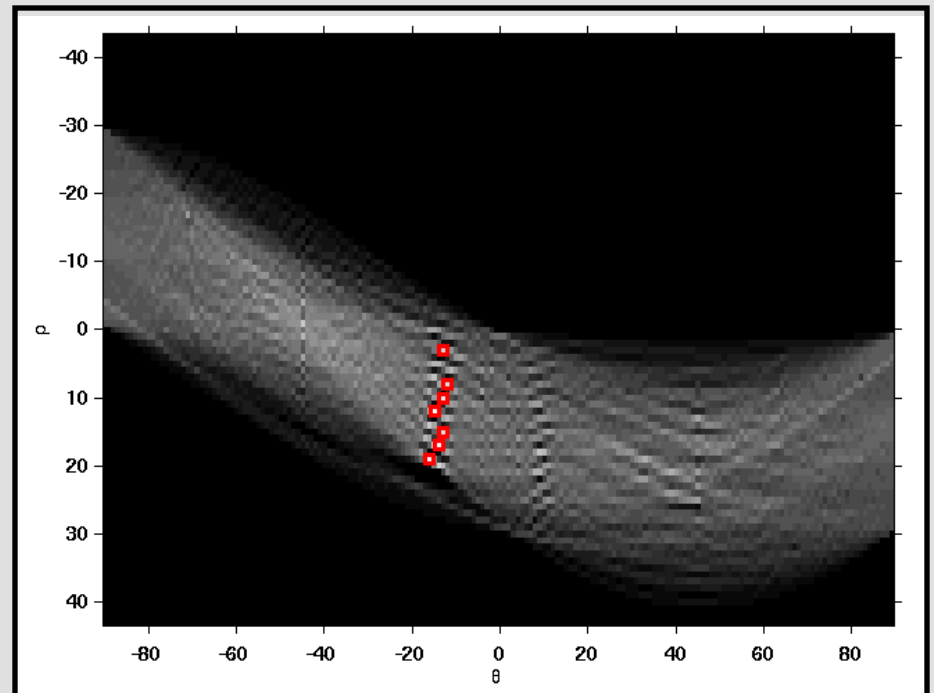
Reconnaissance de formes

■ Transformation de Hough

► Exemple: étude d'un circuit imprimé - idée



Espace Image

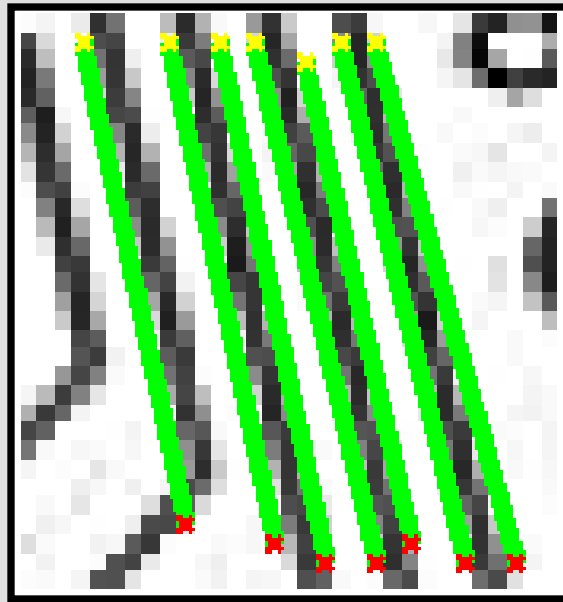


Espace de paramètre

Reconnaissance de formes

■ Transformation de Hough

- ▶ Exemple: étude d'un circuit imprimé - idée



Les 7 courbes les plus probables extraites

Reconnaissance de formes

■ Transformation de Hough - généralisation

- ▶ La méthode de transformation de Hough s'applique à toute forme paramétrique
 - les paraboles (5 paramètres si l'on ne connaît pas leur axe)
 - les cercles (3 paramètres)
 - les ellipses (5 paramètres)
 - les traces sinusoïdales (5 paramètres)



Analyse d'images

Fin de la troisième partie

ANNEXES

- ✓ *Descripteur de Fourier - tangente*
- ✓ *Complément sur l'approximation d'une droite*
- ✓ *Approximation de formes coniques*

ANNEXES

- ✓ ***Descripteur de Fourier - tangente***
- ✓ *Acomplément sur l'approximation d'une droite*
- ✓ *Approximation de formes coniques*

Analyse de formes

■ Descripteur de Fourier

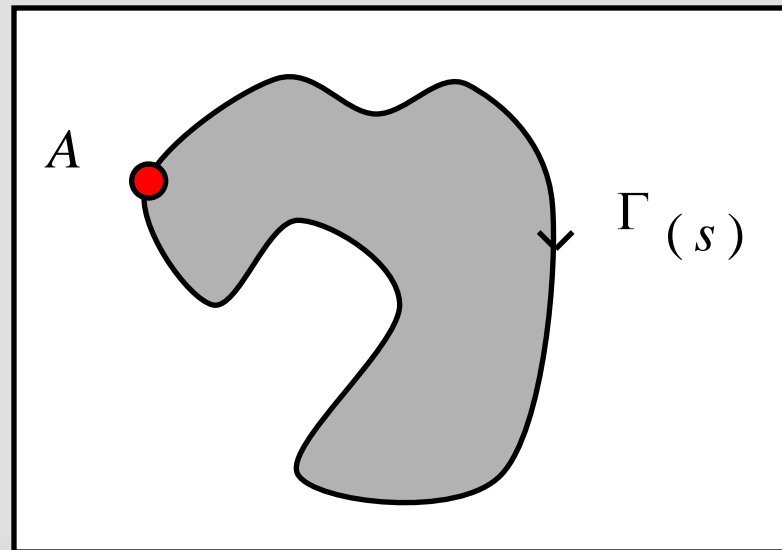
Outil permettant de décrire l'enveloppe externe d'une forme, c'est-à-dire son contour

- ▶ Il existe deux types de descripteur de Fourier
 - descripteur par tangente
 - descripteur par représentation complexe

Analyse de formes

■ Descripteur par tangente - Principe

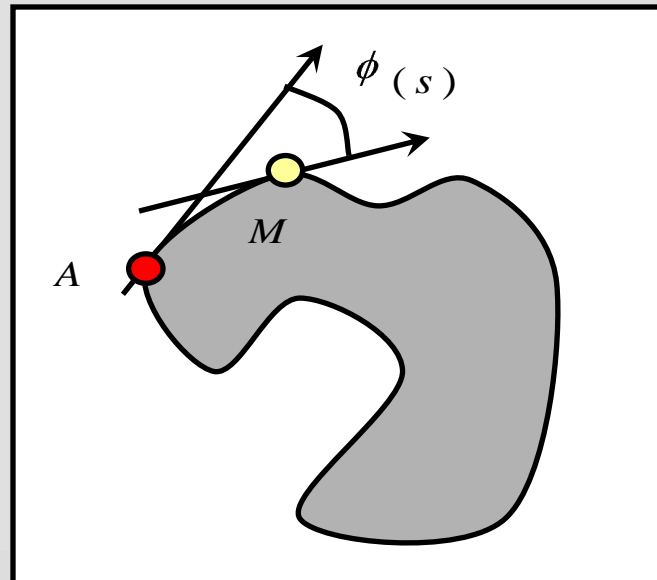
- ▶ On considère le contour de la forme à décrire comme une courbe continue définie par son abscisse curviligne s à partir d'une origine A



Analyse de formes

■ Descripteur par tangente - Principe

- ▶ Paramétrisation de la courbe par l'angle fait par le vecteur tangent en chaque point et celui au point origine $\phi(s)$



Analyse de formes

■ Descripteur par tangente - Expression

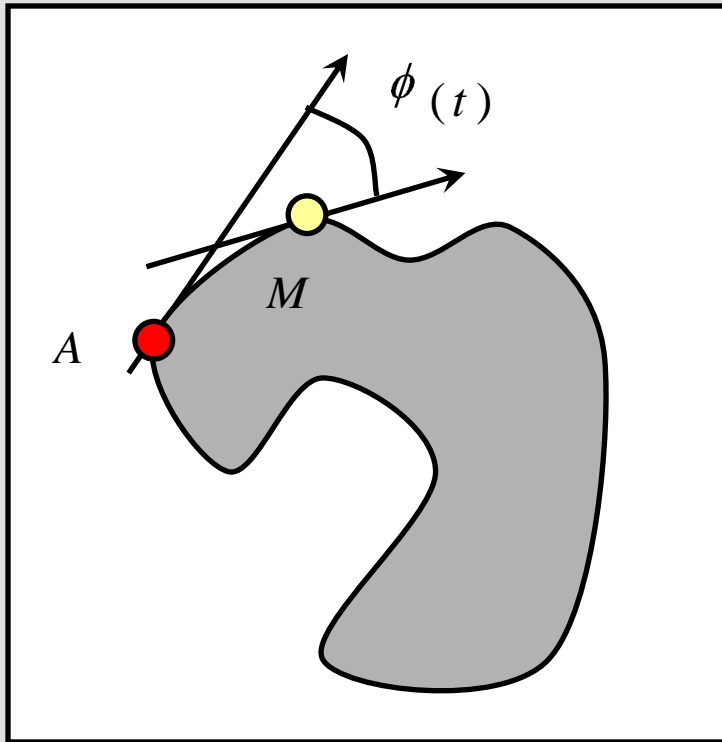
- ▶ Création de la variable réduite t qui prend ses valeurs entre 0 et 2π

$$t = \frac{2\pi \cdot s}{L}$$

Avec L : longueur complète de la courbe

Analyse de formes

■ Descripteur par tangente - Expression



$$\phi(t) = \phi \left[\frac{2\pi \cdot s}{L} \right] - \frac{2\pi \cdot s}{L}$$

- Le terme correctif prend en compte l'enroulement de 2π de la tangente pour un tour du contour

Analyse de formes

■ Descripteur par tangente - Propriétés

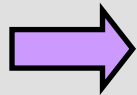
▶ Descripteur invariant par :

- translation
- changement d'échelle (puisque t est normalisé)
- rotation (puisque l'on choisi la différence d'angle entre 2 tangente)
- changement d'origine A

Analyse de formes

■ Descripteur par tangente - Propriétés

- ▶ Pour comparer deux formes, on compare leurs descripteurs par ordre croissant
- ▶ Cependant, l'interprétation géométrique n'est pas évidente
- ▶ Idée



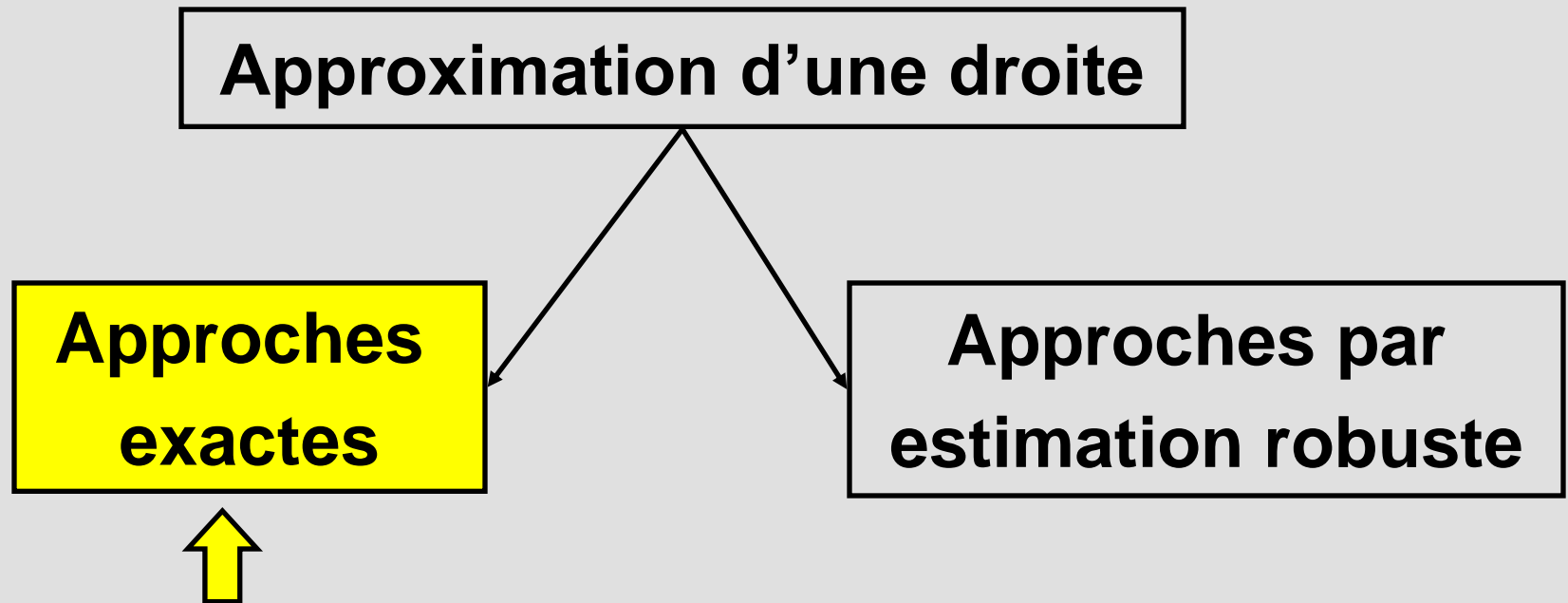
Création d'une autre représentation permettant une interprétation géométrique plus simple

ANNEXES

- ✓ *Descripteur de Fourier - tangente*
- ✓ ***Complément sur l'approximation d'une droite***
- ✓ *Approximation de formes coniques*

Reconnaissance de formes

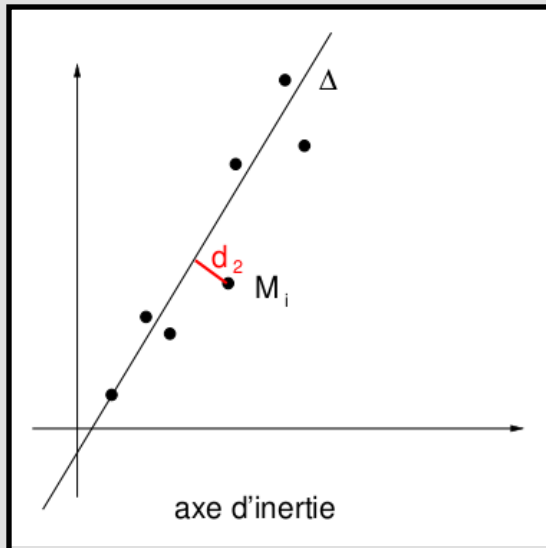
■ Approximation d'une droite - familles



Reconnaissance de formes

■ Approximation par axe principal d'inertie

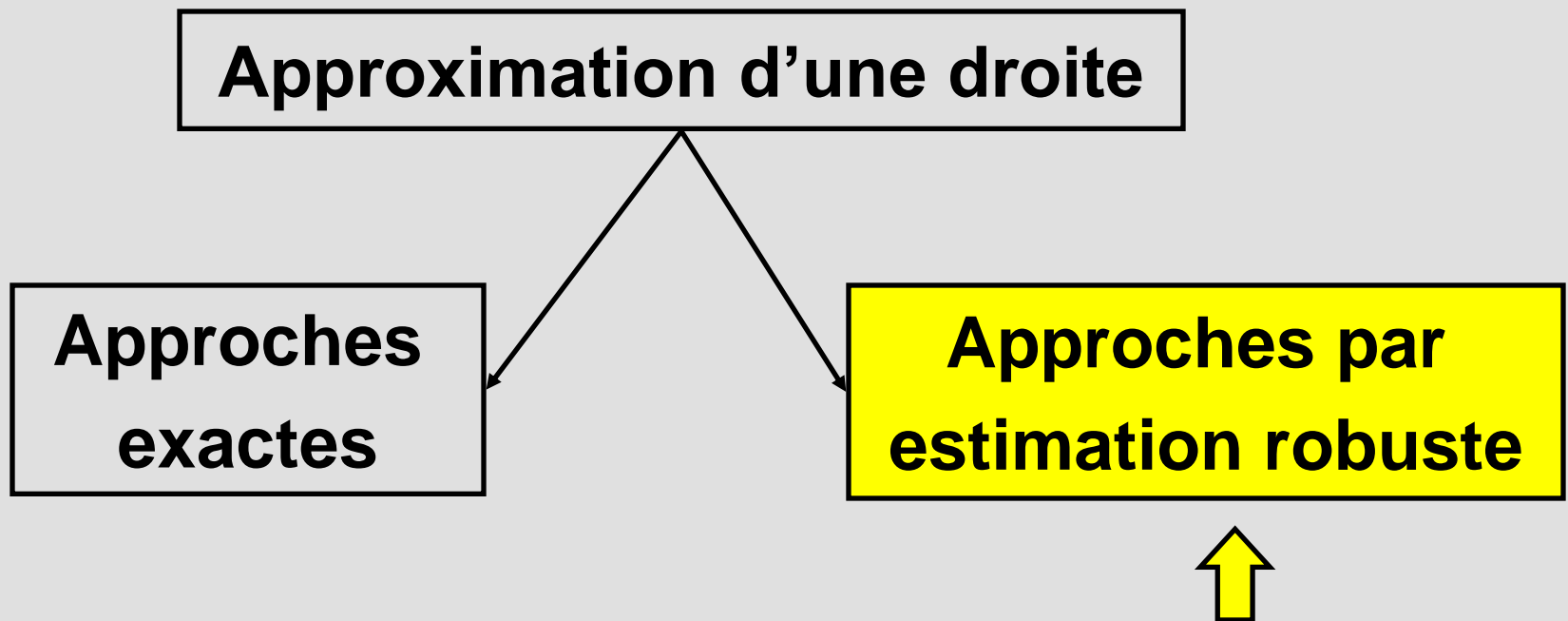
- Recherche de la droite $\Delta : y = a_0 + a_1 x$ qui minimise la somme de la distance de tous les points à la droite Δ



$$d_2^2 = \sum_{i=1}^N \frac{y_i - (a_0 + a_1 x_i)^2}{a_1^2 + 1}$$

Reconnaissance de formes

■ Approximation d'une droite - familles



Reconnaissance de formes

■ Approximation par mélange de droites

▶ Principe (1/2)

- On initialise le processus en choisissant n droites (issues par exemple de l'ensemble des points par tirage aléatoire) représentées par leurs paramètres $a_0^i, a_1^i, \quad i = 1, \dots, n$
- On attribue chaque point à la droite qui minimise une distance (régression linéaire ou axe principal d'inertie)

Reconnaissance de formes

■ Approximation par mélange de droites

► Principe (2/2)

- Après classification de tous les points, on estime pour chaque droite ses paramètres a_0^i, a_1^i par une méthode classique
- On itère le processus enchaînant classification et estimation jusqu'à convergence

ANNEXES

- ✓ *Descripteur de Fourier - tangente*
- ✓ *Complément sur l'approximation d'une droite*
- ✓ ***Approximation de formes coniques***

Reconnaissance de formes

■ Approximation de formes coniques

Extension des méthodes d'approximation d'une droite à la recherche de formes représentées par des cercles ou des ellipses

- ▶ **Il existe de nombreuses méthodes pour résoudre ce problème**

Reconnaissance de formes

■ Approximation de formes coniques

- Description d'une conique par une représentation matricielle

$$\left[(P - q_i)^t A_i (P - q_i) \right] = r_i^2$$

Avec : - q_i : centre de la conique

- P : point appartenant à la conique de coordonnées (x,y)
- A_i : matrice d'ellipticité
- r_i : rayon de la conique

Reconnaissance de formes

■ Approximation de formes coniques

- ▶ A partir d'un nuage de N points P_k , recherche de la conique $\{q_i, A_i, r_i\}$ qui minimise la distance suivante

$$d_3^2 = \sum_{k=1}^N \left[(P_k - q_i)^t A_i (P_k - q_i)^{1/2} - r_i^2 \right]^2$$