

Segmentation d'images par la méthode des level-set

Olivier Bernard

Lyon, 15 mars 2013

Creatis

Livres

- ★ ***James Sethian (1996) : Level Set & Fast Marching Methods, Cambridge***
- ★ ***Stan Osher & Ronald Fedkiw (2002) : Level Set Methods and Dynamics Implicit Surfaces, Springer***
- ★ ***Stan Osher & Nikos Paragios (2003) : Geometric Level Set in Imaging Vision and Graphics, Springer***

Journaux

- ★ *M. Kass, A. Witkin and D. Terzopoulos, "Snakes: Active contour models", International Journal of Computer Vision (1988)*
- ★ *S. Zhu and A. Yuille, "Region Competition: Unifying Snakes, Region Growing, and Bayes/MDL for Multiband Image Segmentation", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (1996)*
- ★ *V. Caselles, R. Kimmel and G. Sapiro , "Geodesic Active Contours ", International Journal of Computer Vision (1997)*
- ★ *T. Chan and L. Vese , "Active Contours without Edges", IEEE Transactions on Image Processing (2001)*
- ★ *G. Aubert et. al., "Image Segmentation Using Active Contours: Calculus Of Variations Or Shape Gradients", SIAM (2003)*

Journaux

- ★ ***S. Lankton and A. Tannenbaum, " Localizing region-based active contours", IEEE Transaction on Image Processing (2008)***
- ★ ***C. Li, C.-Y. Kao, J.C. Gore, and Z. Ding, " Minimization of region-scalable fitting energy for image segmentation", IEEE Transaction on Image Processing (2008)***
- ★ ***Y. Shi and W.C. Karl, " A real-time algorithm for the approximation of level-set based curve evolution", IEEE Transaction on Image Processing (2008)***
- ★ ***O. Bernard, D. Friboulet, P. Thevenaz, and M. Unser, "Variational B-Spline Level-Set: A Linear Filtering Approach for Fast Deformable Model Evolution", IEEE Transaction on Image Processing (2009)***

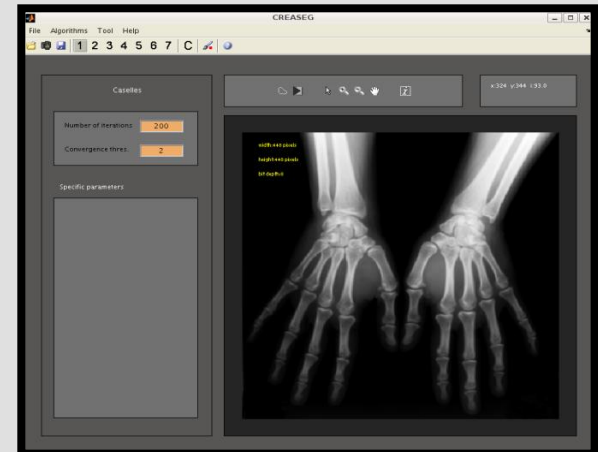
Liens vers les documents de cours

★ www.creatis.insa-lyon.fr/~bernard/courses.html

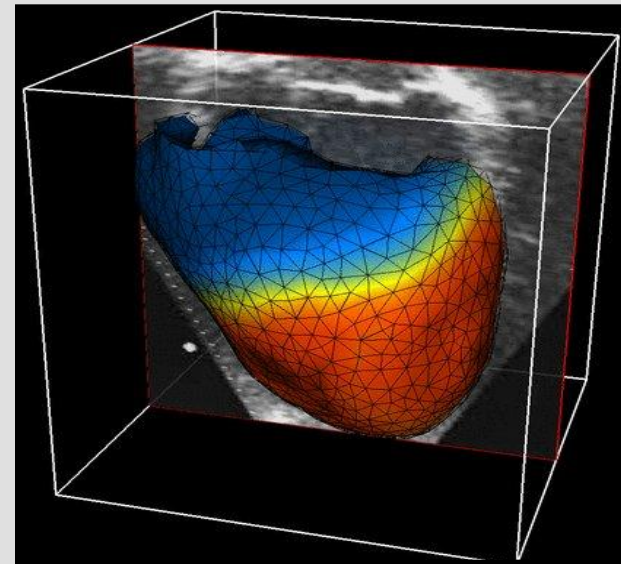
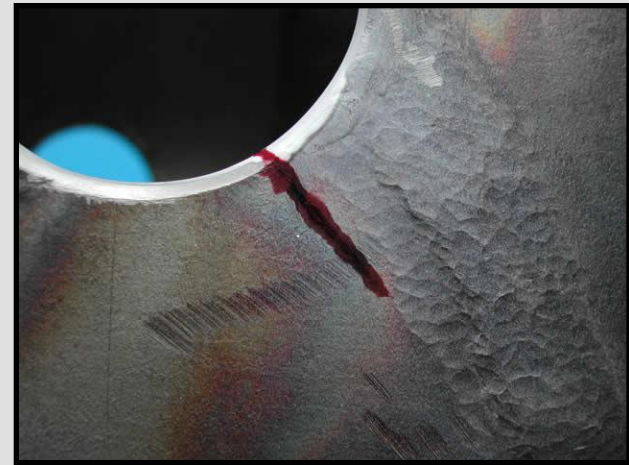
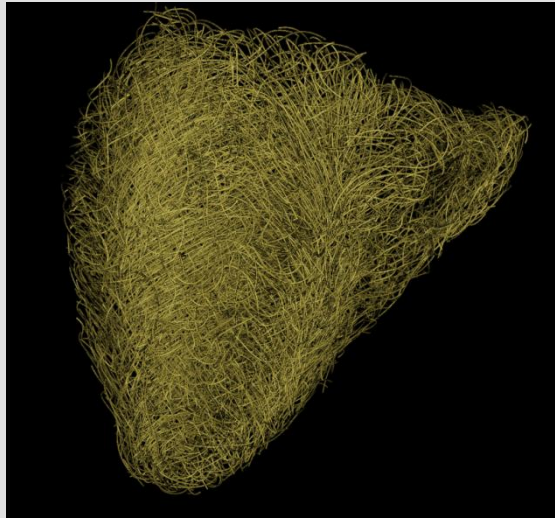
 *images, vidéos*

★ www.creatis.insa-lyon.fr/~bernard/creaseg/

 *fichiers et codes sources matlab*



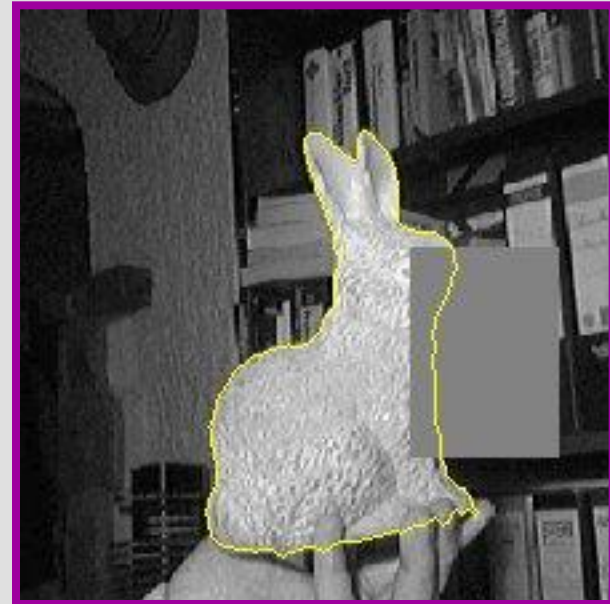
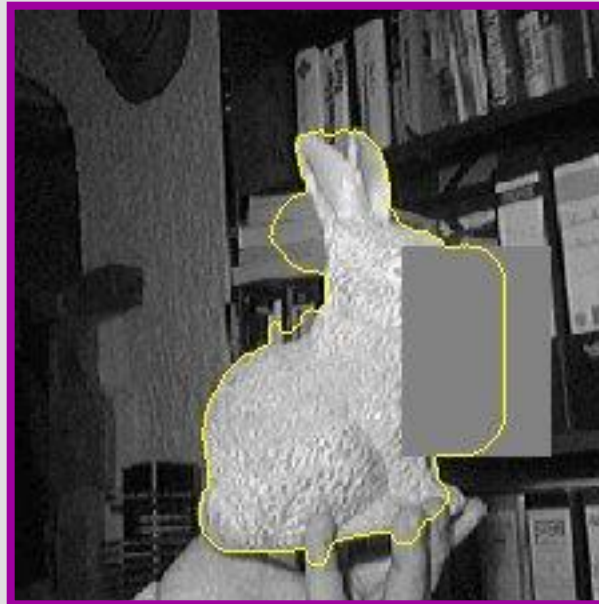
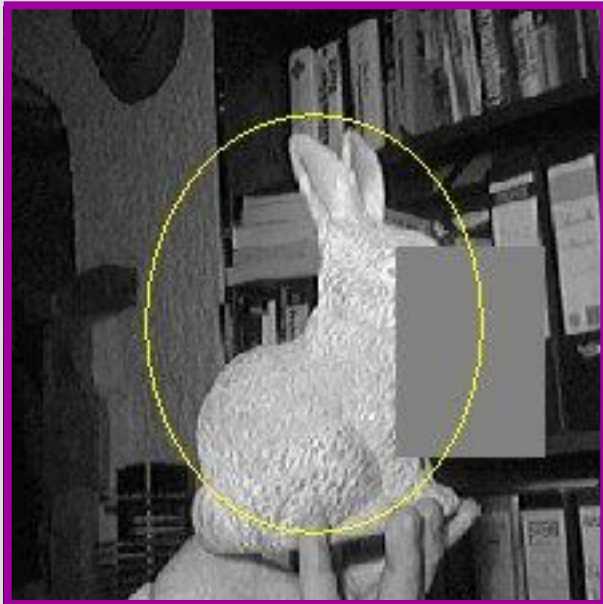
Pourquoi a-t-on besoin de segmenter des images ?



La segmentation en traitement d'images

Définition

La segmentation correspond à une étape de détection d'un objet dans une scène



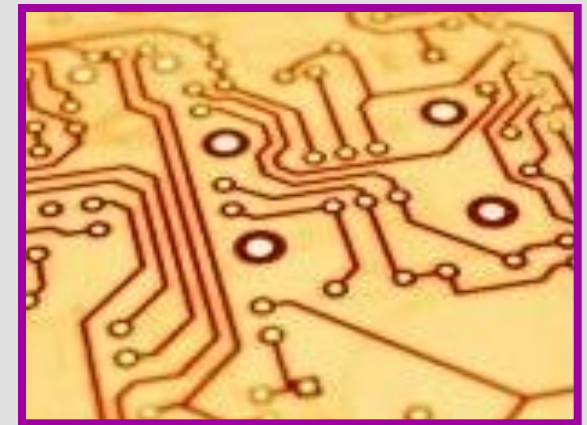
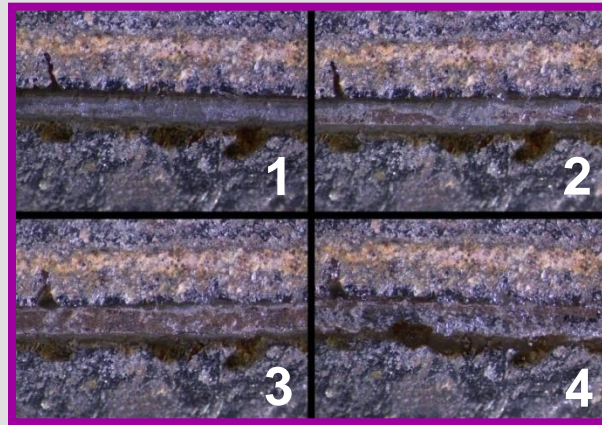
lien

La segmentation en traitement d'images

Quels sont les besoins d'outils de segmentation ?

INDUSTRIE

- détection d'usure de pièces
- étude de la dégradation d'objets
- décodage de code barre

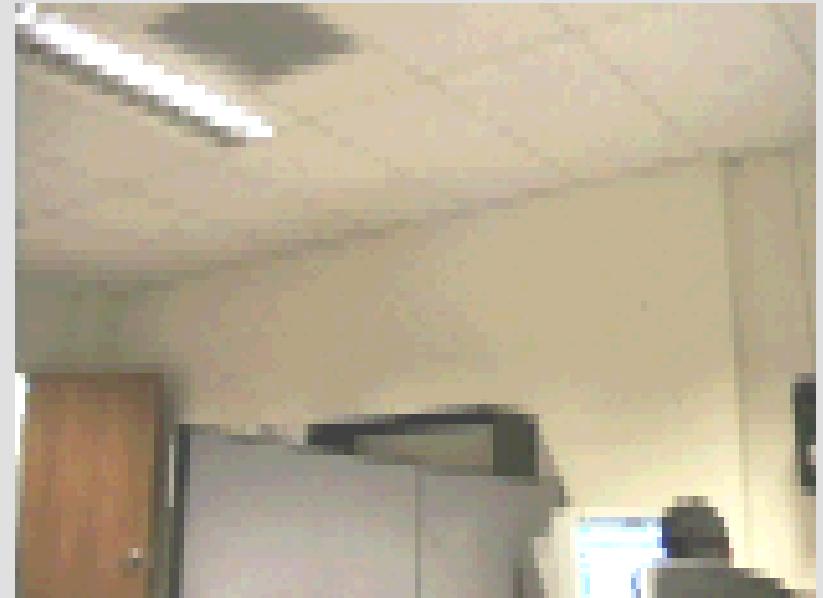


La segmentation en traitement d'images

Quels sont les besoins d'outils de segmentation ?

INDUSTRIE

- Détection / suivi d'objets



[lien](#)

La segmentation en traitement d'images

Quels sont les besoins d'outils de segmentation ?

INDUSTRIE - multimédia

- appareils photos numériques
- téléphones portables
- jeux vidéo



[lien](#)

La segmentation en traitement d'images

Quels sont les besoins d'outils de segmentation ?

INDUSTRIE - multimédia

- appareils photos numériques
- téléphones portables
- jeux vidéo

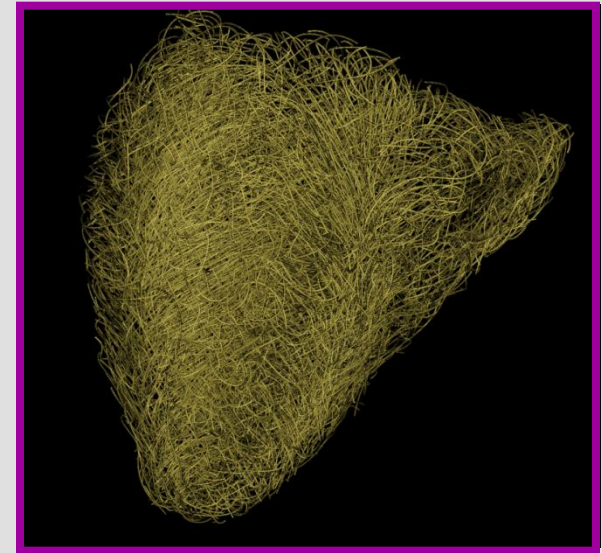
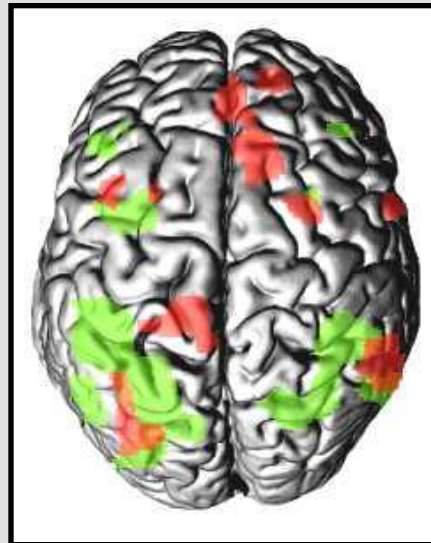
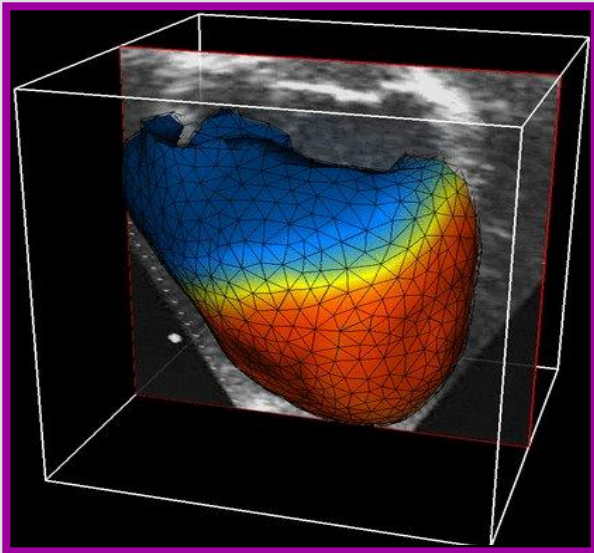


[lien](#)

Quels sont les besoins d'outils de segmentation ?

IMAGERIE MEDICALE

- localisation de tumeurs cancéreuses
- détection et suivi de régions myocardiques
- détection de fibres cardiaques
- localisation de zones d'activité cérébrale

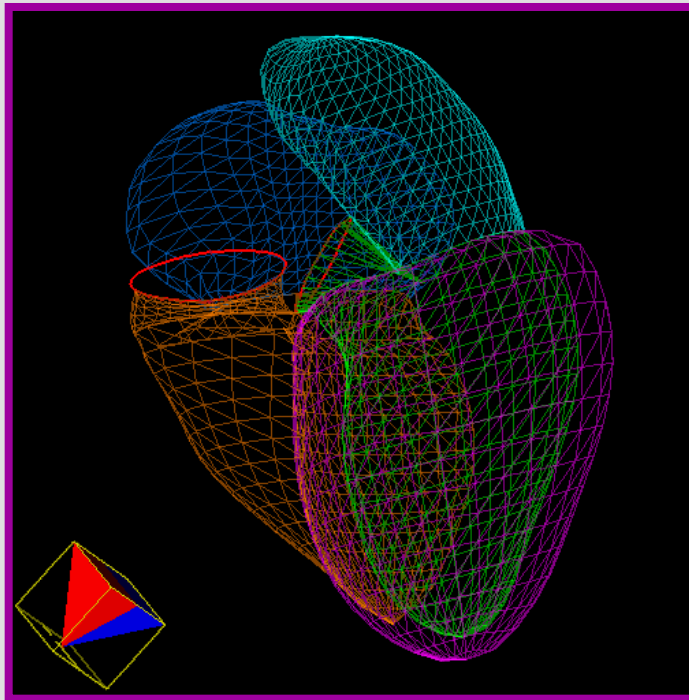


La segmentation en traitement d'images

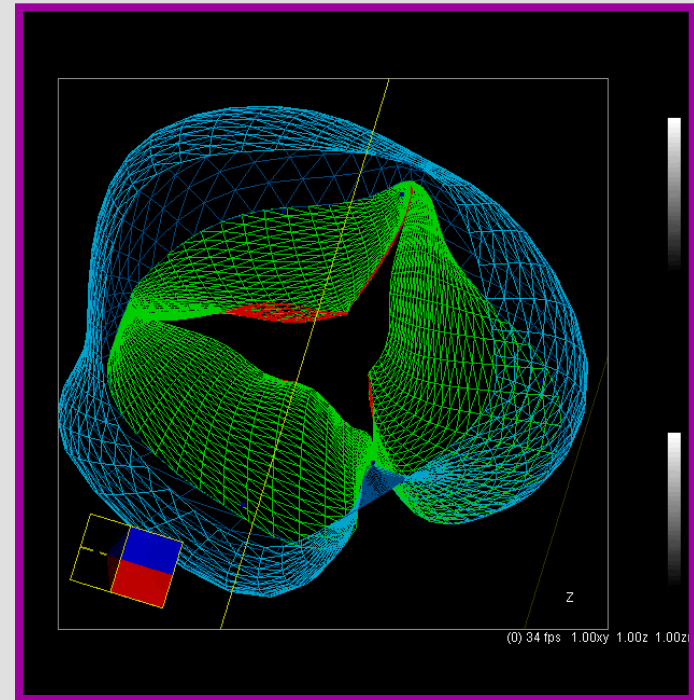
Quels sont les besoins d'outils de segmentation ?

IMAGERIE MEDICALE

- modélisation de structures en mouvement



cœur [lien](#)



valve aortique [lien](#)

La segmentation en traitement d'images

Quels sont les besoins d'outils de segmentation ?

IMAGERIE MEDICALE

- détection et mesures

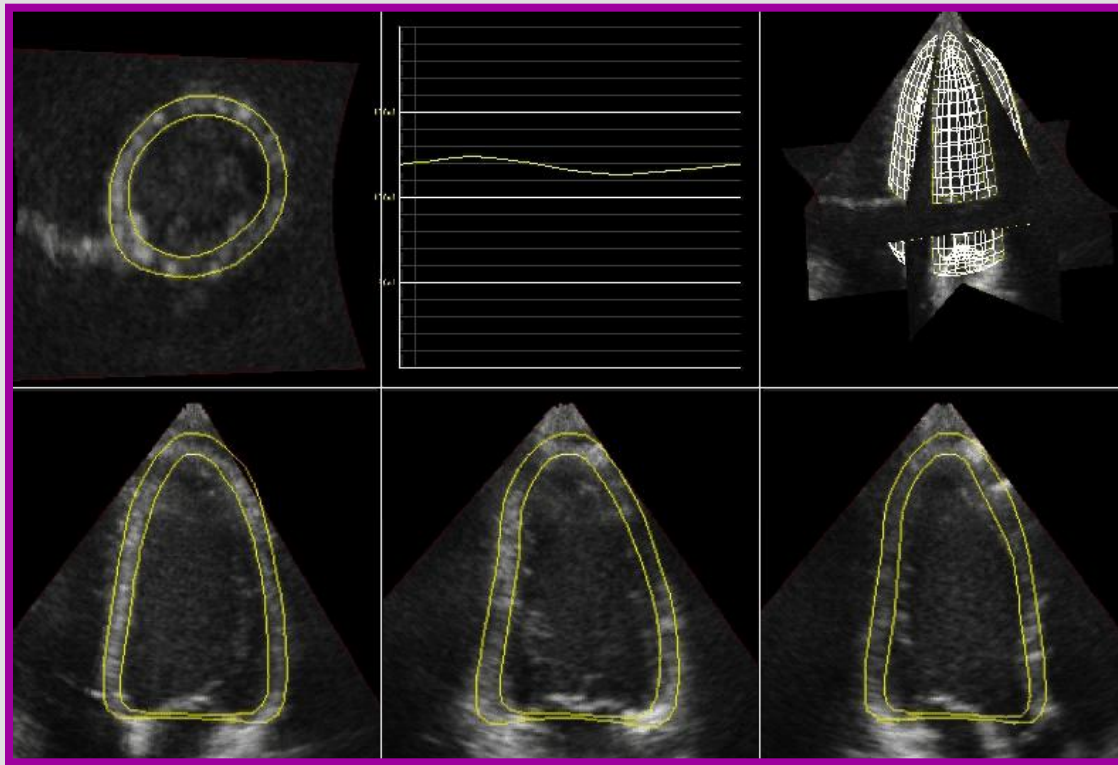


Mesure automatique du crane d'un fœtus [lien](#)

Quels sont les besoins d'outils de segmentation ?

IMAGERIE MEDICALE

- suivi



Suivi du muscle myocardique en imagerie Ultrasonore [lien](#)

L'outil de segmentation de base: *le seuillage*

PRINCIPE DU SEUILLAGE

- ★ l'image est composée de pixels de différentes intensités
- ★ segmentation par seuillage : sélection d'une ou plusieurs zones de l'image ayant une même bande d'intensité
- ★ Il est possible de définir plusieurs seuils pour sélectionner plusieurs bandes

La segmentation en traitement d'images

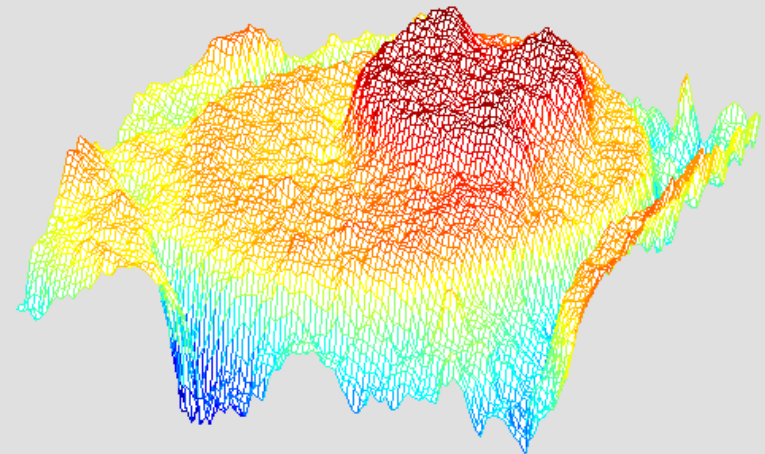
L'outil de segmentation de base: *le seuillage*

ILLUSTRATION

- ★ représentation d'une image en 3D
- ★ on associe à chaque valeur de pixel une hauteur



Image CT d'un cœur de chien avec agent de contraste



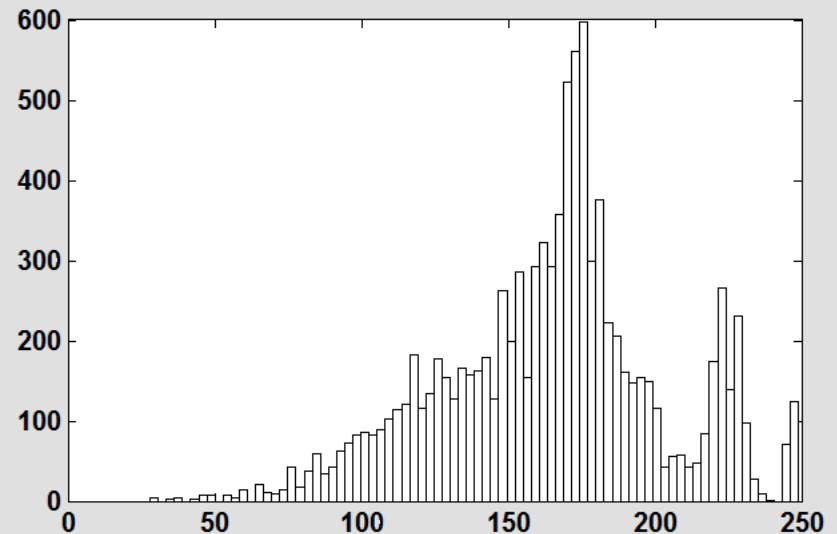
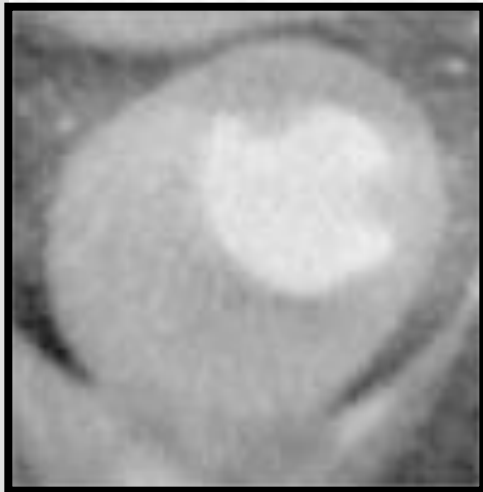
Représentation de l'image par élévation

La segmentation en traitement d'images

L'outil de segmentation de base: *le seuillage*

CHOIX DU SEUIL

- ★ histogramme de l'image est un bon outil pour le choix du seuil

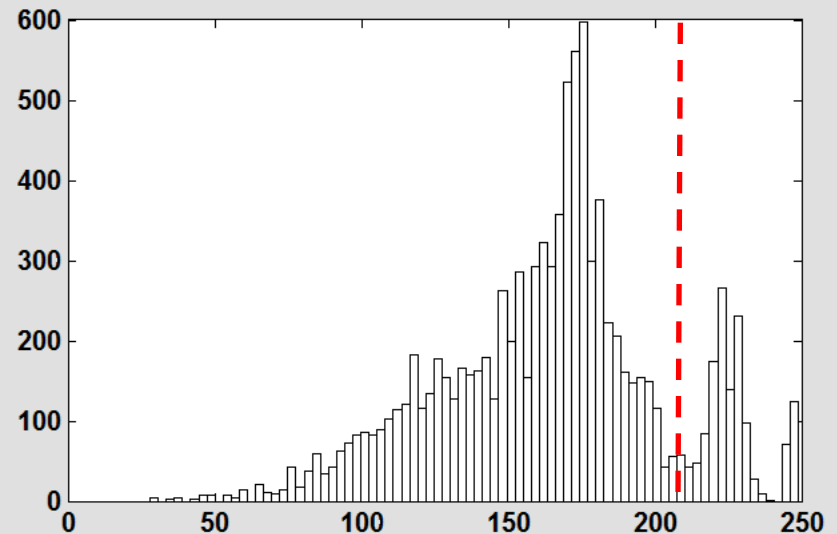
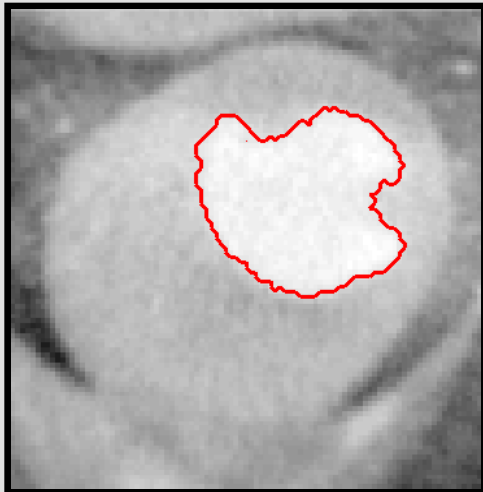


La segmentation en traitement d'images

L'outil de segmentation de base: *le seuillage*

CHOIX DU SEUIL

- ★ histogramme de l'image est un bon outil pour le choix du seuil



La segmentation en traitement d'images

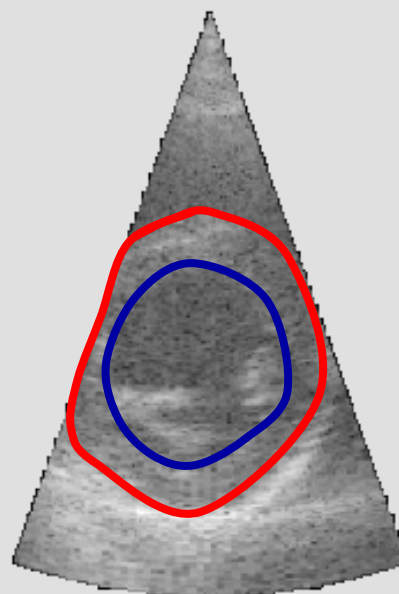
L'outil de segmentation de base: *le seuillage*

LIMITES

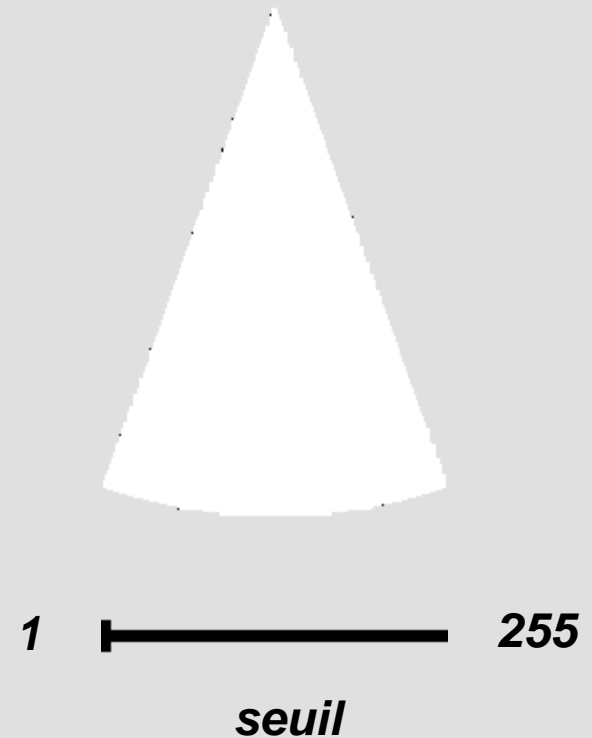
- ★ un simple seuillage ne permet pas d'obtenir une région géométriquement connexe



Image
échocardiographique



Segmentation de
référence



La segmentation en traitement d'images

Qu'est ce qu'un bon outil de segmentation ?

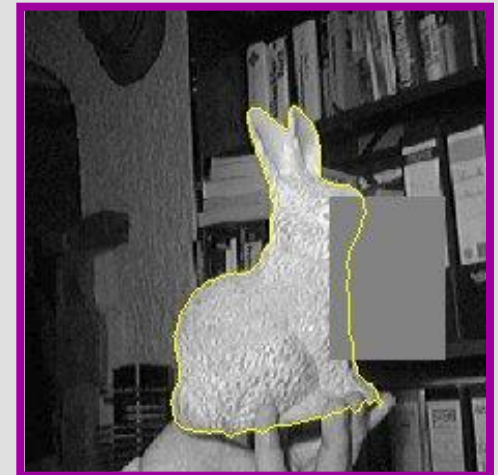
- ▶ il n'existe pas une méthode de segmentation de référence
- ▶ spécification d'une technique de segmentation à une problématique donnée

MAIS

on recherche des outils de segmentation suffisamment génériques pour être adaptés à différents problèmes

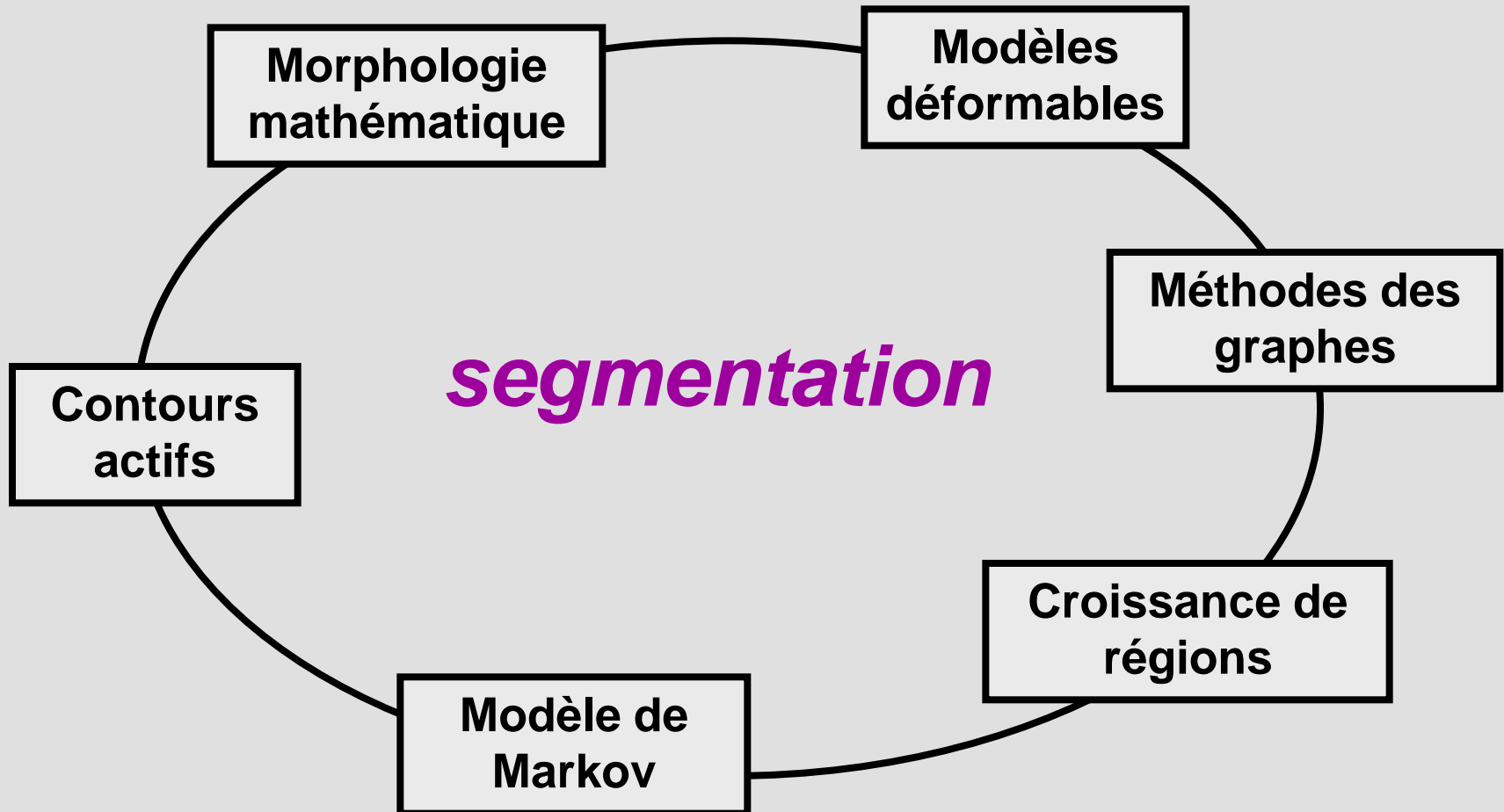
GENERIQUE ?

- ★ Exploitation de l'information image
ex: gradient, statistique, texture
- ★ Insertion de contraintes a priori
ex: forme, mouvement, changement de topologie



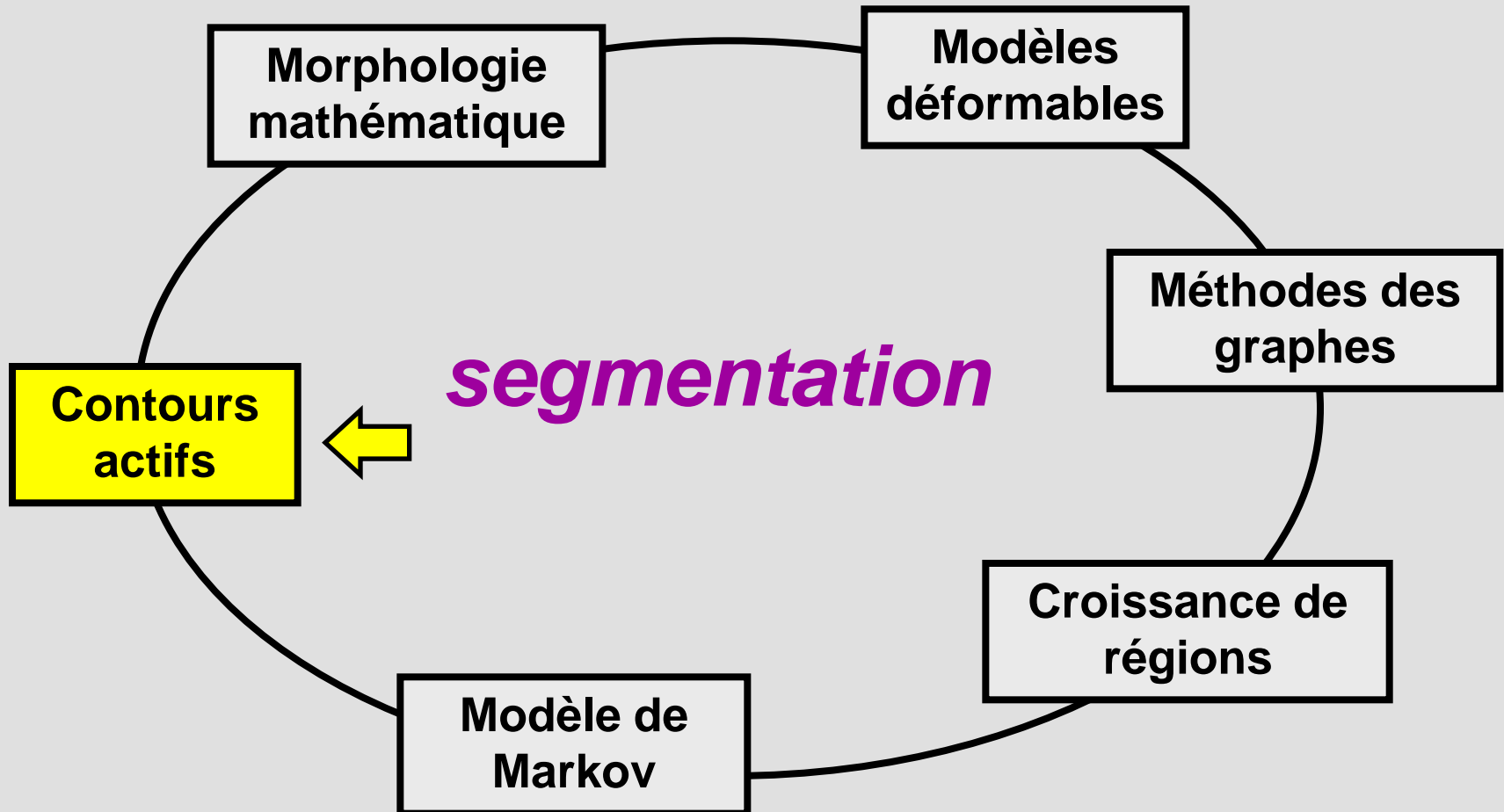
La segmentation en traitement d'images

Les grandes familles d'outil de segmentation



La segmentation en traitement d'images

Les grandes familles d'outil de segmentation



Plan

① Les contours actifs

- définition / propriétés

② La méthode des level-set

- Présentation générale
- Contexte mathématique
- Outil de segmentation

③ Application: segmentation d'images échographiques

- problématique
- intégration de contraintes de forme et statistique
- schéma évolutif

① Les contours actifs

- définition / propriétés

② La méthode des level-set

- Présentation générale
- Contexte mathématique
- Outil de segmentation

③ Application: segmentation d'images échographiques

- problématique
- intégration de contraintes de forme et statistique
- schéma évolutif

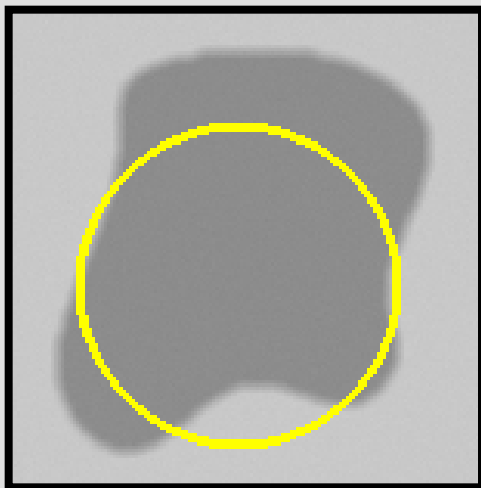
Les contours actifs

Définition / propriétés

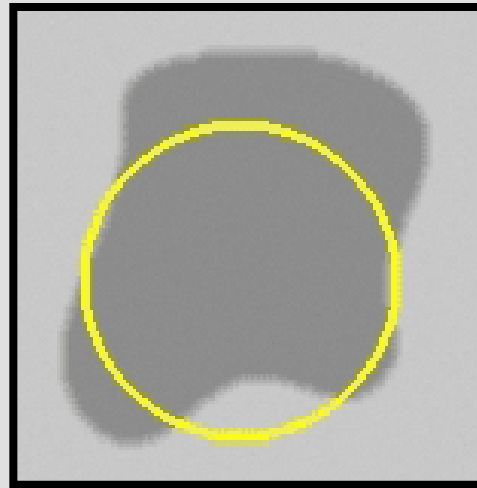
Définition

- Evolution d'une courbe / surface (2D / 3D) dans une image dont l'état final définit les contours de l'objet détecté

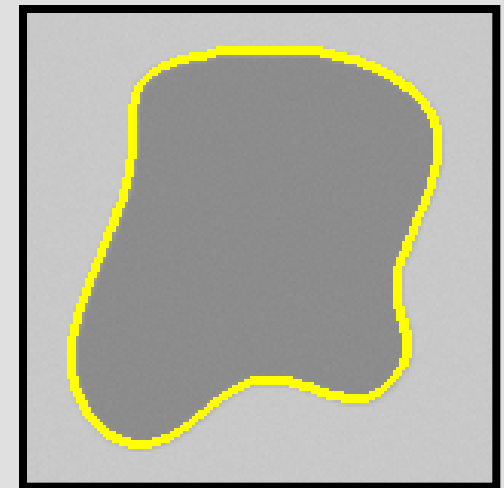
Exemple



initialisation



évolution



à convergence

[lien](#)

Comment faire évoluer le contour actif ?

► Modélisation mathématique du problème de segmentation

- 1 - choix de la représentation du contour actif**
- 2 - conception d'une fonction énergie dont le minimum correspond aux contours de l'objet à segmenter**
- 3 - équation d'évolution du contour ➡ dérivation de la fonction d'énergie suivant le contour actif**
- 4 - implémentation de l'équation d'évolution**

Comment faire évoluer le contour actif ?

► Modélisation mathématique du problème de segmentation

1 - choix de la représentation du contour actif

2 - conception d'une fonction énergie dont le minimum correspond aux contours de l'objet à segmenter

3 - équation d'évolution du contour ➡ dérivation de la fonction d'énergie suivant le contour actif

4 - implémentation de l'équation d'évolution

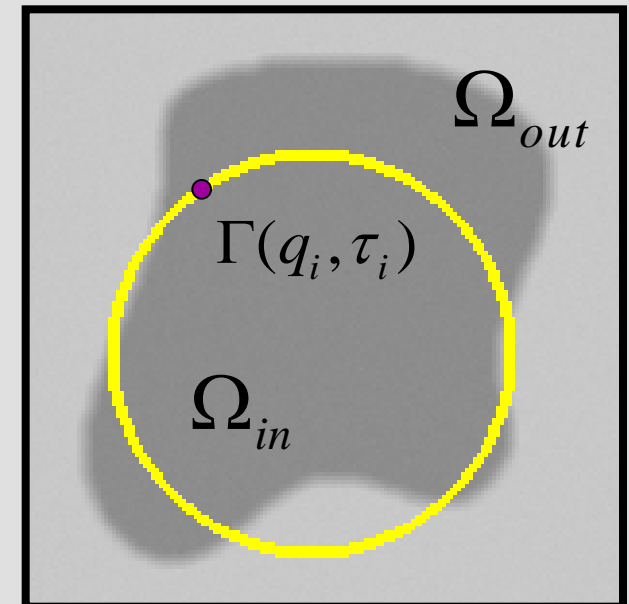
1 – choix de la représentation du contour actif

Il en existe plusieurs dont :

- ★ *modèle de snake* [Kass-Witkin-Terzopoulos-1987]
- ★ *modèle géodésique* [Caselles-Kimmel-Sapiro-1997]

Exemple

- ▶ *modèle contour actif géodésique*
- ▶ soit $\Gamma(q, \tau) : [0, 1] \times [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}^2$
- ▶ Ω_{in} , Ω_{out} région intérieure et extérieure à Γ



Comment faire évoluer le contour actif ?

► Modélisation mathématique du problème de segmentation

1 - choix de la représentation du contour actif

2 - conception d'une fonction énergie dont le minimum correspond aux contours de l'objet à segmenter

3 - équation d'évolution du contour ➡ dérivation de la fonction d'énergie suivant le contour actif

4 - implémentation de l'équation d'évolution

2 – conception d'un critère d'énergie

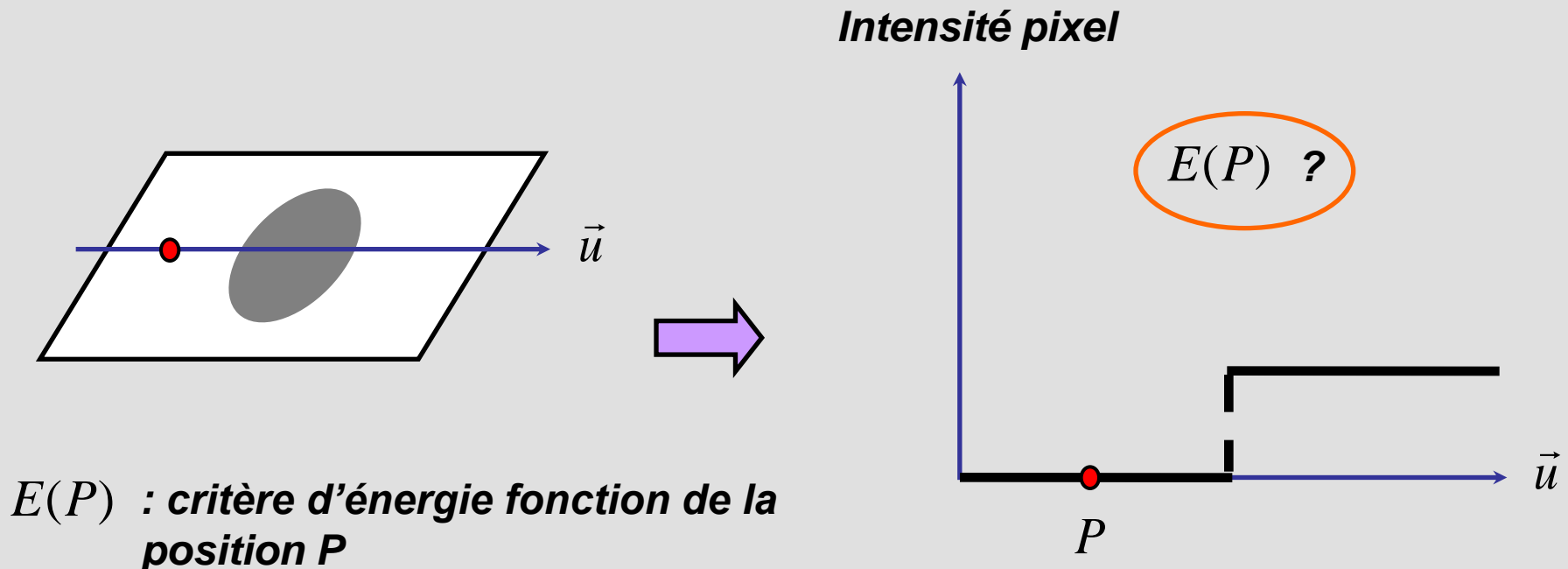
Qu'est ce qu'un critère d'énergie ?

- ▶ **Fonction positive**
- ▶ **Fonction dérivable**
- ▶ **Fonction dont le minimum délimite les contours de l'objet à segmenter**
- ▶ **Le minimum correspond généralement à $f=0$**

2 – conception d'un critère d'énergie

- Fonction dont le minimum délimite les contours de l'objet à segmenter

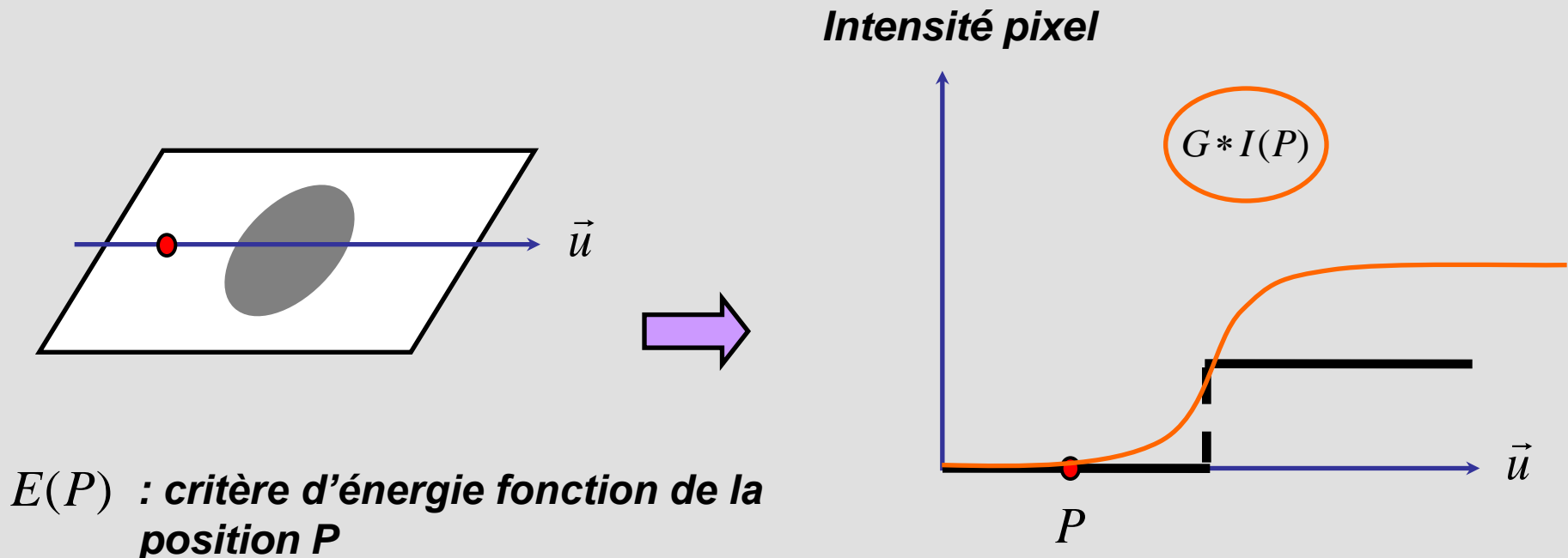
Illustration: étude 1D



2 – conception d'un critère d'énergie

- Fonction dont le minimum délimite les contours de l'objet à segmenter

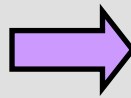
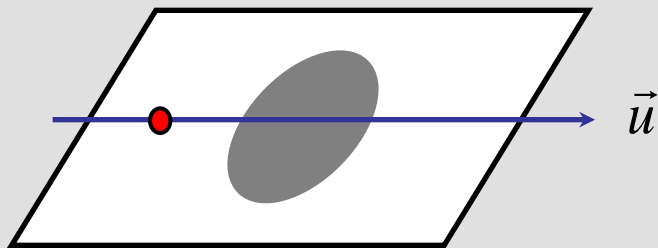
Illustration: étude 1D



2 – conception d'un critère d'énergie

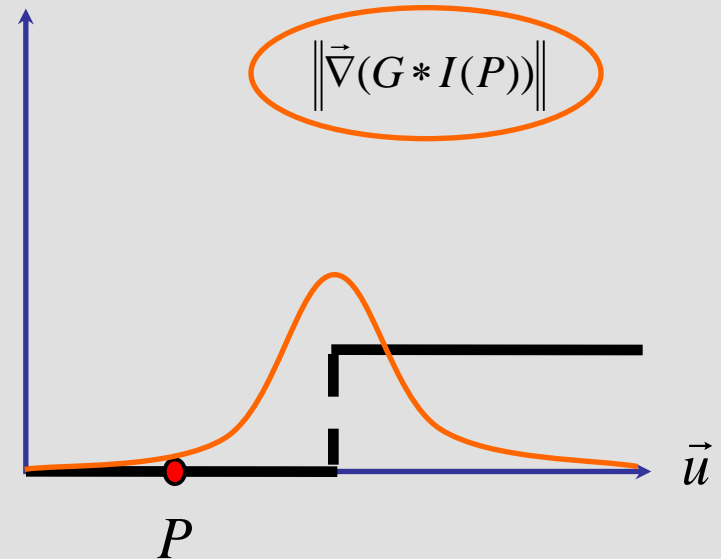
- Fonction dont le minimum délimite les contours de l'objet à segmenter

Illustration: étude 1D



$E(P)$: critère d'énergie fonction de la position P

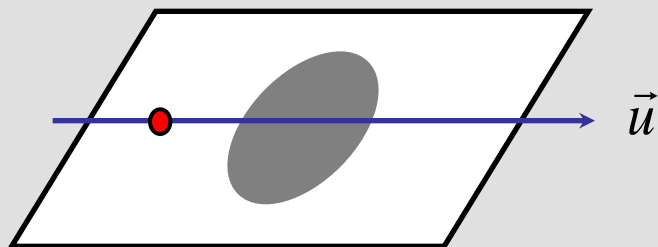
Intensité pixel



2 – conception d'un critère d'énergie

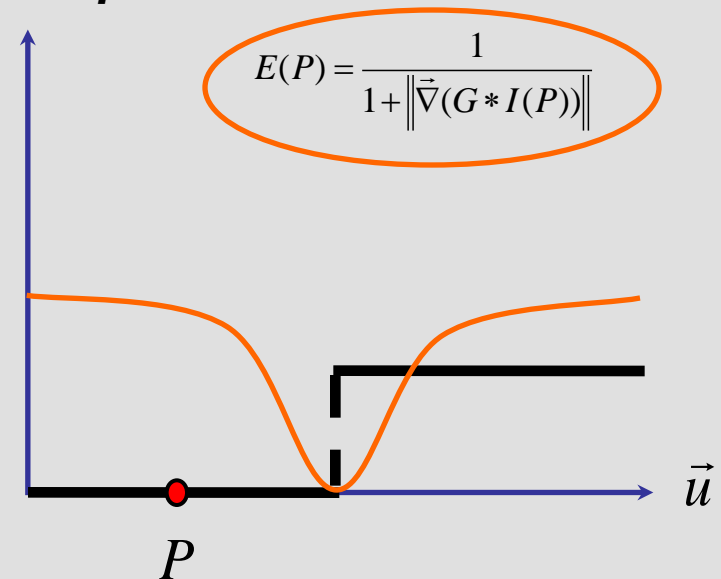
- Fonction dont le minimum délimite les contours de l'objet à segmenter

Illustration: étude 1D



$E(P)$: critère d'énergie fonction de la position P

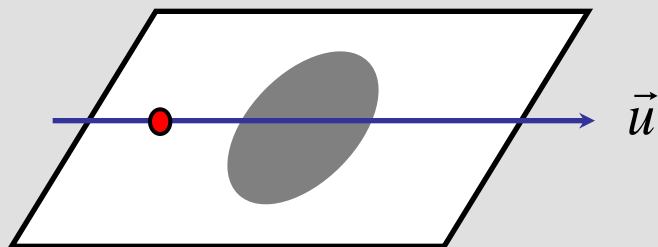
Intensité pixel



2 – conception d'un critère d'énergie

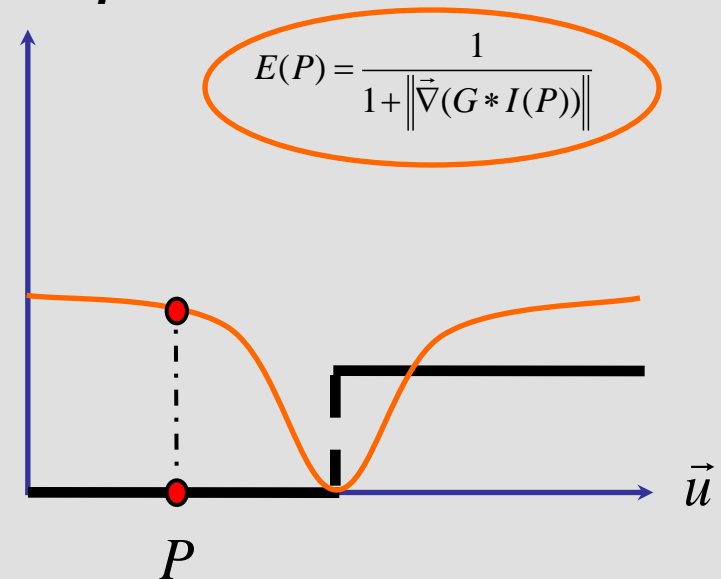
- Fonction dont le minimum délimite les contours de l'objet à segmenter

Illustration: étude 1D



$E(P)$: critère d'énergie fonction de la position P

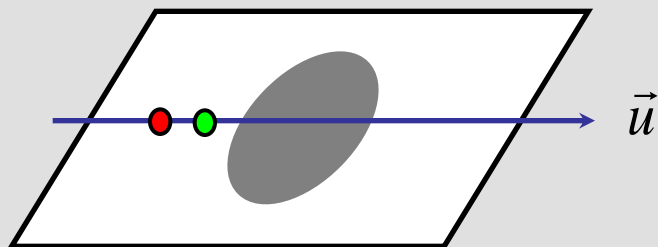
Intensité pixel



2 – conception d'un critère d'énergie

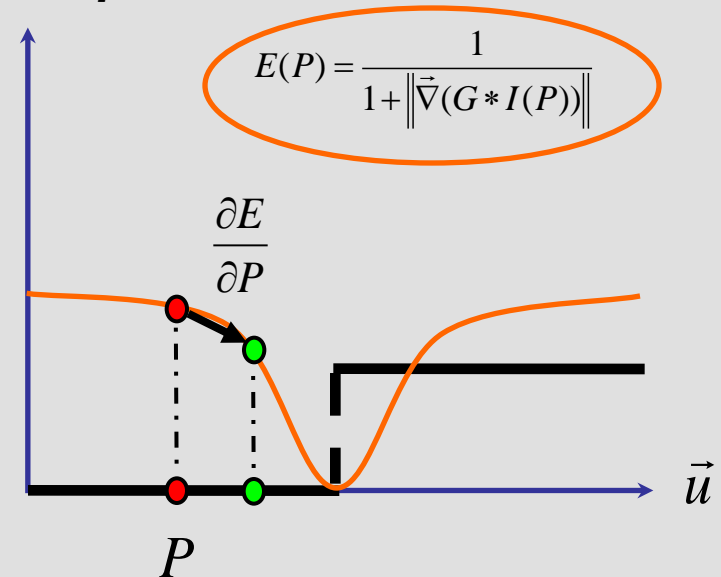
- Fonction dont le minimum délimite les contours de l'objet à segmenter

Illustration: étude 1D



$E(P)$: critère d'énergie fonction de la position P

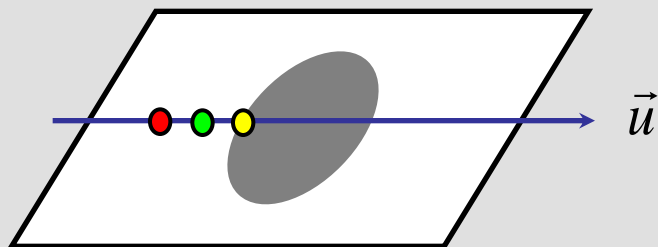
Intensité pixel



2 – conception d'un critère d'énergie

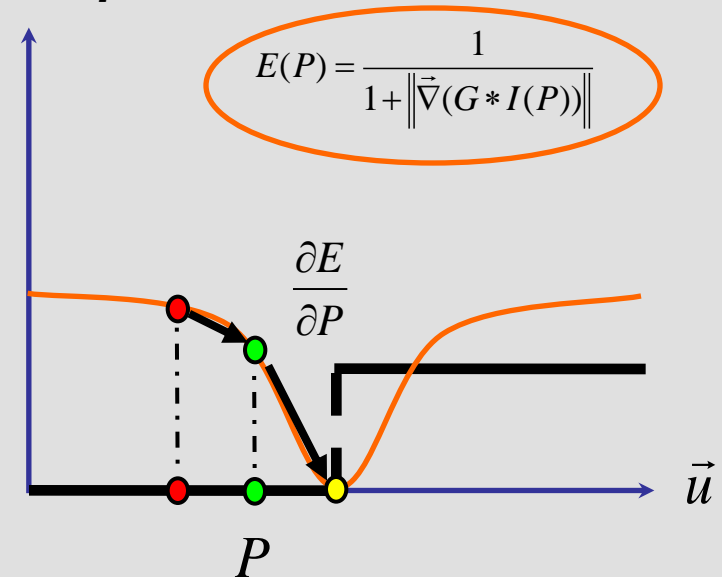
- Fonction dont le minimum délimite les contours de l'objet à segmenter

Illustration: étude 1D



$E(P)$: critère d'énergie fonction de la position P

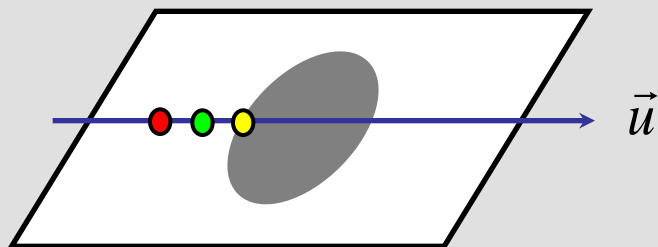
Intensité pixel



2 – conception d'un critère d'énergie

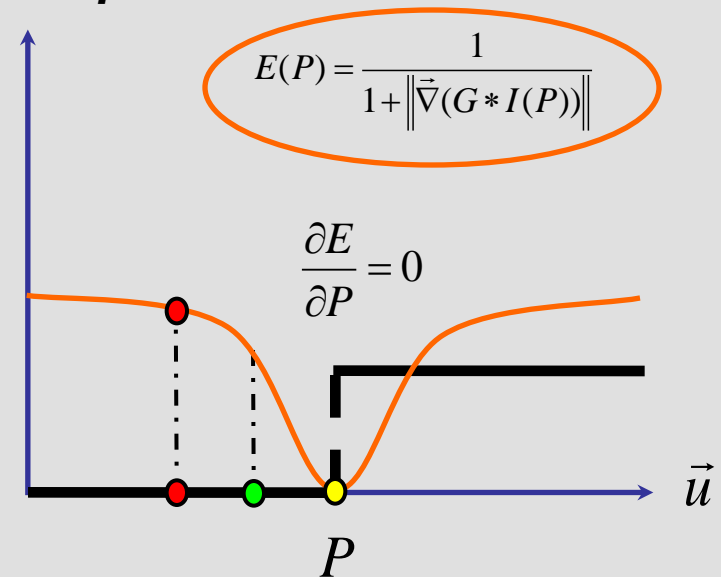
- Fonction dont le minimum délimite les contours de l'objet à segmenter

Illustration: étude 1D



$E(P)$: critère d'énergie fonction de la position P

Intensité pixel



2 – conception d'un critère d'énergie

► Il existe différents critères d'énergie dont

- ★ *modèle de snake* [Kass-Witkin-Terzopoulos-1987]
- ★ *modèle géodésique* [Caselles-Kimmel-Sapiro-1997]

► Exemple

- ★ *modèle géodésique*
- ★ *critère d'énergie:*

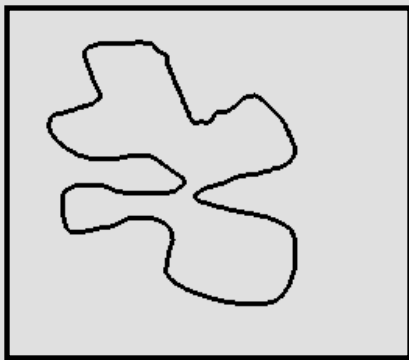
$$E(\Gamma) = \int_0^1 g(I(\Gamma(q, \tau))) |\Gamma'(q, \tau)| dq$$

avec $\begin{cases} I : \text{image traitée} \\ g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : \text{fonction de pondération décroissante} \end{cases}$

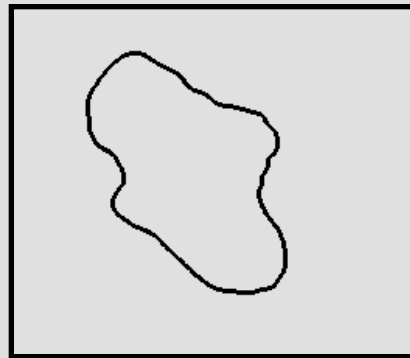
2 – conception d'un critère d'énergie

Illustration du critère géodésique $E(\Gamma) = \int_0^1 g(I(\Gamma(q, \tau))) |\Gamma'(q, \tau)| dq$

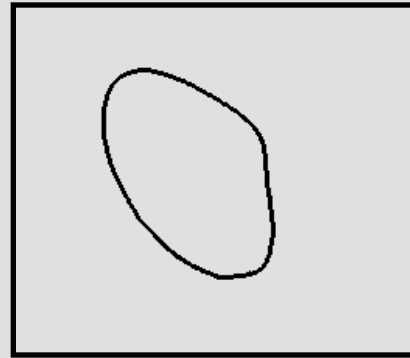
- ▶ $g(\cdot) = 1$ (*pas d'attache aux données*)
- ▶ $E(\Gamma) = \int_0^1 |\Gamma'(q, \tau)| dq = \int_0^1 ds$
- ▶ *minimisation de la longueur du contour*



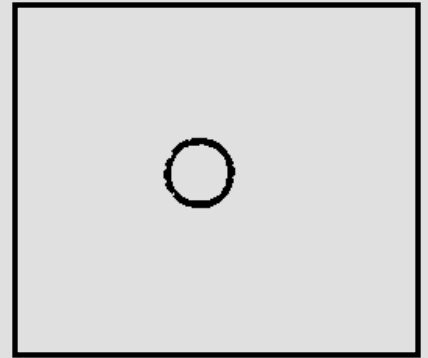
t_0



t_1



t_2

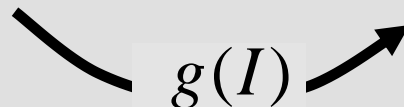


t_3

2 – conception d'un critère d'énergie

Illustration du critère géodésique $E(\Gamma) = \int_0^1 g(I(\Gamma(q, \tau))) |\Gamma'(q, \tau)| dq$

- ▶ $g(\cdot) \neq 1$
- ▶ *pondération de longueur d'arc de cercle par $g(\cdot)$*
- ▶ *l'algorithme converge pour des points du contour où $g = 0$ avec une régularisation intrinsèque du contour*



[lien](#)

Comment faire évoluer le contour actif ?

► Modélisation mathématique du problème de segmentation

1 - choix de la représentation du contour actif

2 - conception d'une fonction énergie dont le minimum correspond aux contours de l'objet à segmenter

3 - équation d'évolution du contour ➡ **dérivation de la fonction d'énergie suivant le contour actif**

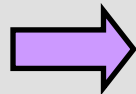
4 - implémentation de l'équation d'évolution

3 – équation d'évolution du contour actif

- Maintenant que l'on dispose d'un critère d'énergie, comment faire évoluer Γ ?

But

- *Trouver un état de Γ qui vérifie $\frac{\partial E}{\partial \Gamma} = 0$*
- *Dérivée du critère d'énergie suivant une fonction*



Calcul variationnel

- *Permet d'obtenir une équation d'évolution $\frac{\partial \Gamma}{\partial \tau}$*

3 – équation d'évolution du contour actif

Trois outils mathématiques sont généralement utilisés

- ★ dérivée d'Euler / Lagrange *[Chan-Vese-2001]*
- ★ dérivée de Gâteaux / Fréchet *[Caselles-Kimmel-Sapiro-1997]*
- ★ dérivée de forme *[Aubert et.al.-2003]*

Exemple

- ▶ *modèle géodésique*
- ▶ *dérivée de Gâteaux*

avec $\left\{ \begin{array}{l} V : \text{fonction vitesse} \\ K : \text{courbure du} \\ \text{contour actif} \end{array} \right.$

$$\frac{\partial \Gamma(\tau)}{\partial \tau} = V(\tau) \vec{N}$$

$$\text{avec } V = \underbrace{g \cdot K}_{\text{terme de lissage}} - \underbrace{(\vec{\nabla} g \cdot \vec{N})}_{\text{terme d'attache aux données}}$$

Comment faire évoluer le contour actif ?

► Modélisation mathématique du problème de segmentation

1 - choix de la représentation du contour actif

2 - conception d'une fonction énergie dont le minimum correspond aux contours de l'objet à segmenter

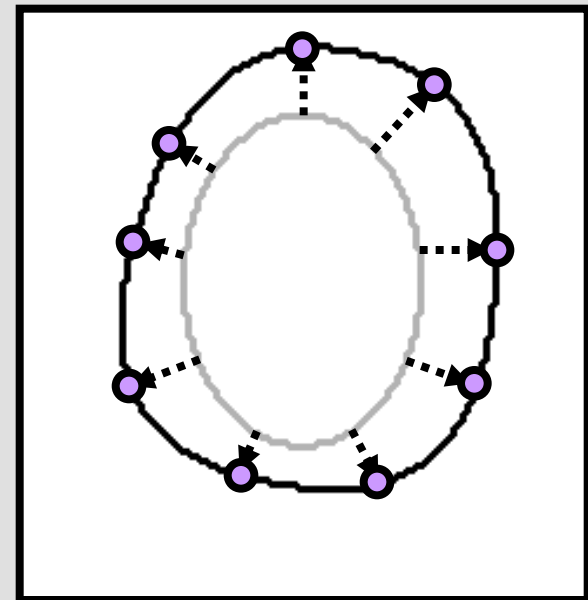
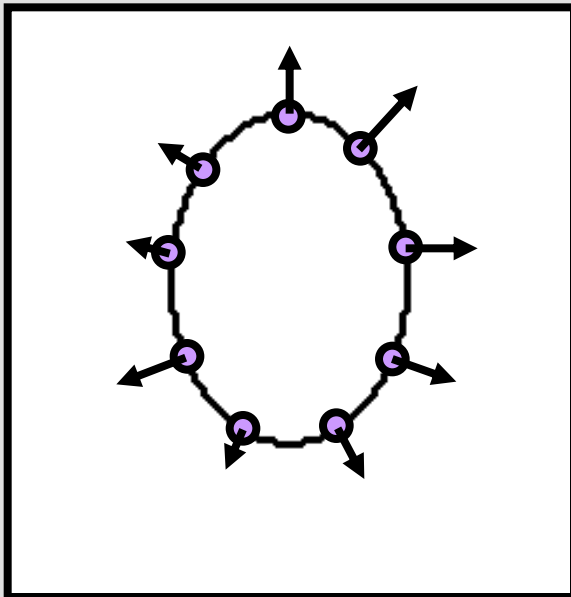
3 - équation d'évolution du contour ➡ dérivation de la fonction d'énergie suivant le contour actif

4 - implémentation de l'équation d'évolution

4 – implémentation de l'équation d'évolution

Exemple pour un contour représenté par un ensemble de points

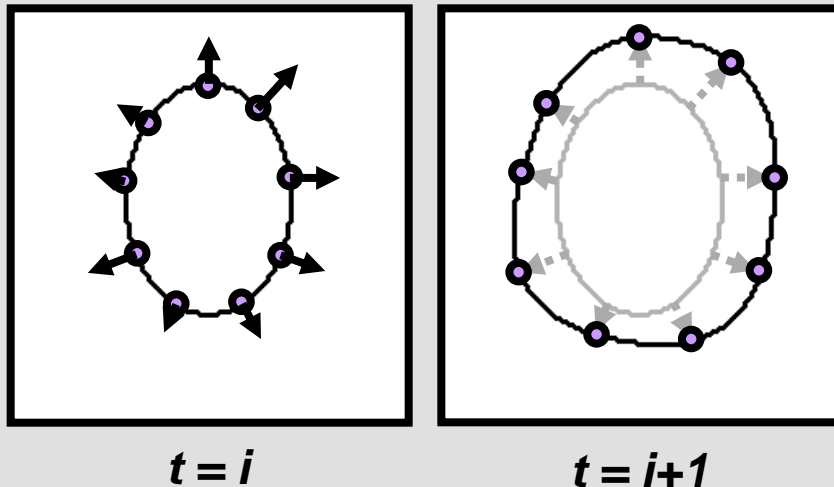
- *Calcul de $\frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} = V \vec{N}$ en chaque point du contour*



4 – implémentation de l'équation d'évolution

Exemple pour un contour représenté par un ensemble de points

► *Algorithme et implémentation*



★ $\Gamma^i = [p_1^i \quad \cdots \quad p_k^i \quad \cdots \quad p_N^i]^T$

★ *Discrétisation en temps et espace*

$$\frac{\Gamma^{i+1} - \Gamma^i}{\Delta\tau} = \vec{V}^i \cdot \vec{N}$$

avec $V^i = [\vec{V}_1^i \quad \cdots \quad \vec{V}_k^i \quad \cdots \quad \vec{V}_N^i]^T$

★ $\Gamma^{i+1} = \Gamma^i + \Delta\tau \cdot \vec{V}^i \cdot \vec{N}$

4 – implémentation de l'équation d'évolution

Exemple pour un contour représenté par un ensemble de points

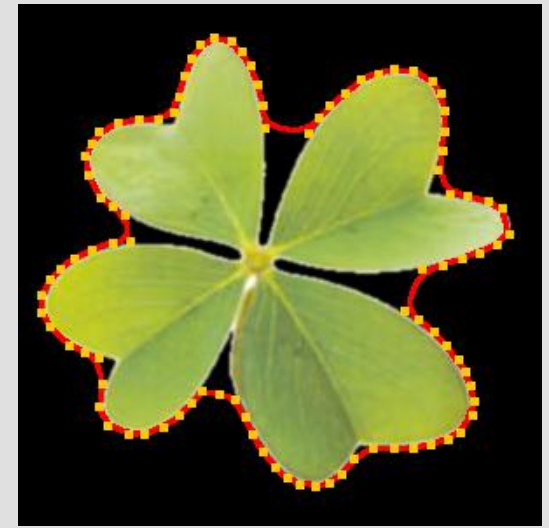
- ▶ *Difficulté à aller détecter les coins*
- ▶ *Gestion de l'apparition de nouveaux points délicate*



Initialisation



évolution

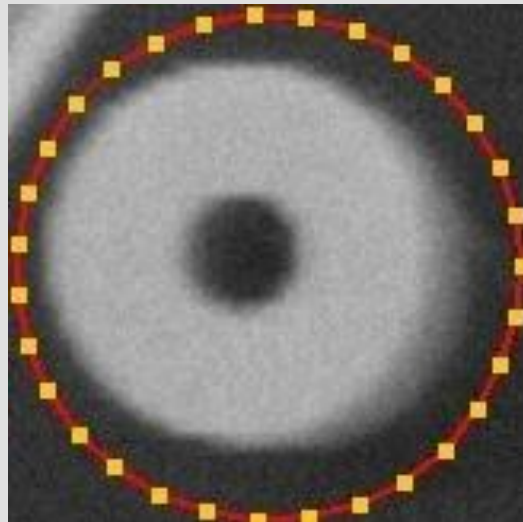


résultat

4 – implémentation de l'équation d'évolution

Exemple pour un contour représenté par un ensemble de points

- ▶ *Phénomène de glissement du contour à convergence*
- ▶ *Passage 2D -> 3D compliqué*



[lien](#)

La méthode des level-set

Méthode qui possède les propriétés suivantes

- ▶ *Aucune difficulté à aller détecter les coins grâce à un cadre de travail eulérien*
- ▶ *Aucun phénomène de glissement du contour à convergence*
- ▶ *Passage 2D -> ND immédiat*
- ▶ *Gestion intrinsèque du changement de topologie du contour au cours de l'évolution*

Fin de la première partie

① Les contours actifs

- définition / propriétés

② La méthode des level-set

- Présentation générale
- Contexte mathématique
- Outil de segmentation

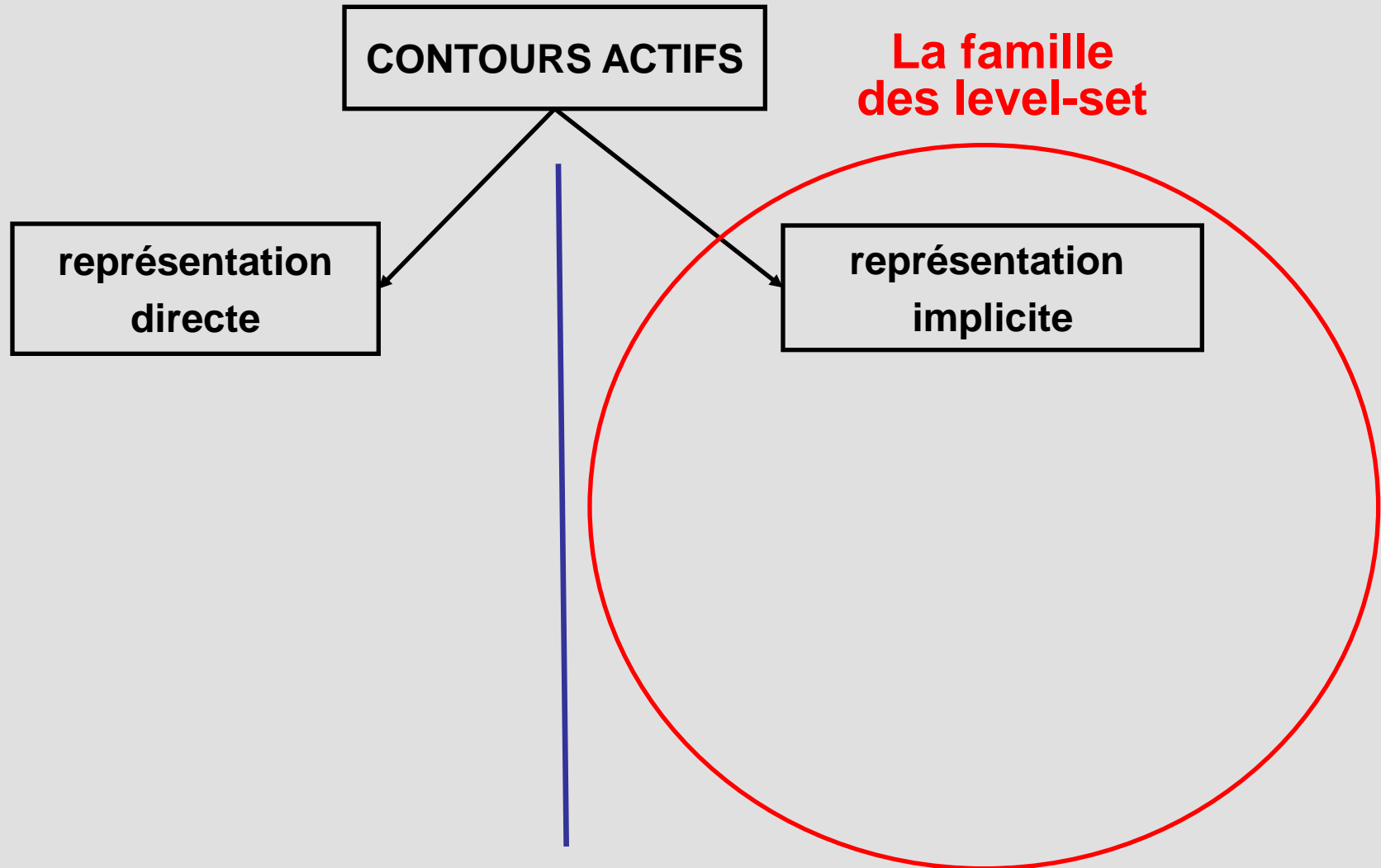
③ Application: segmentation d'images échographiques

- problématique
- intégration de contraintes de forme et statistique
- schéma évolutif

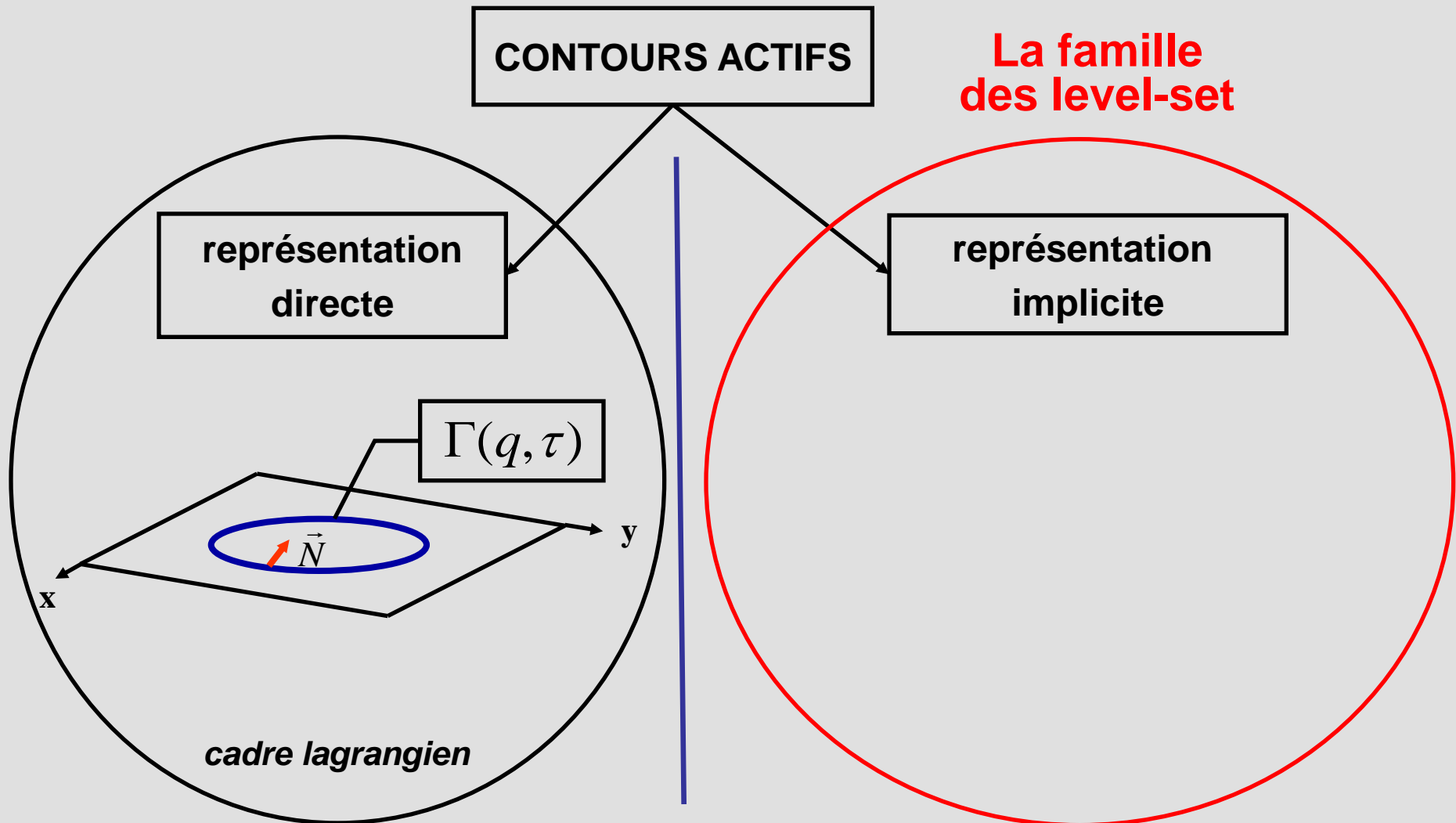
La méthode des level-set

Présentation générale

Arbre généalogique des level-set

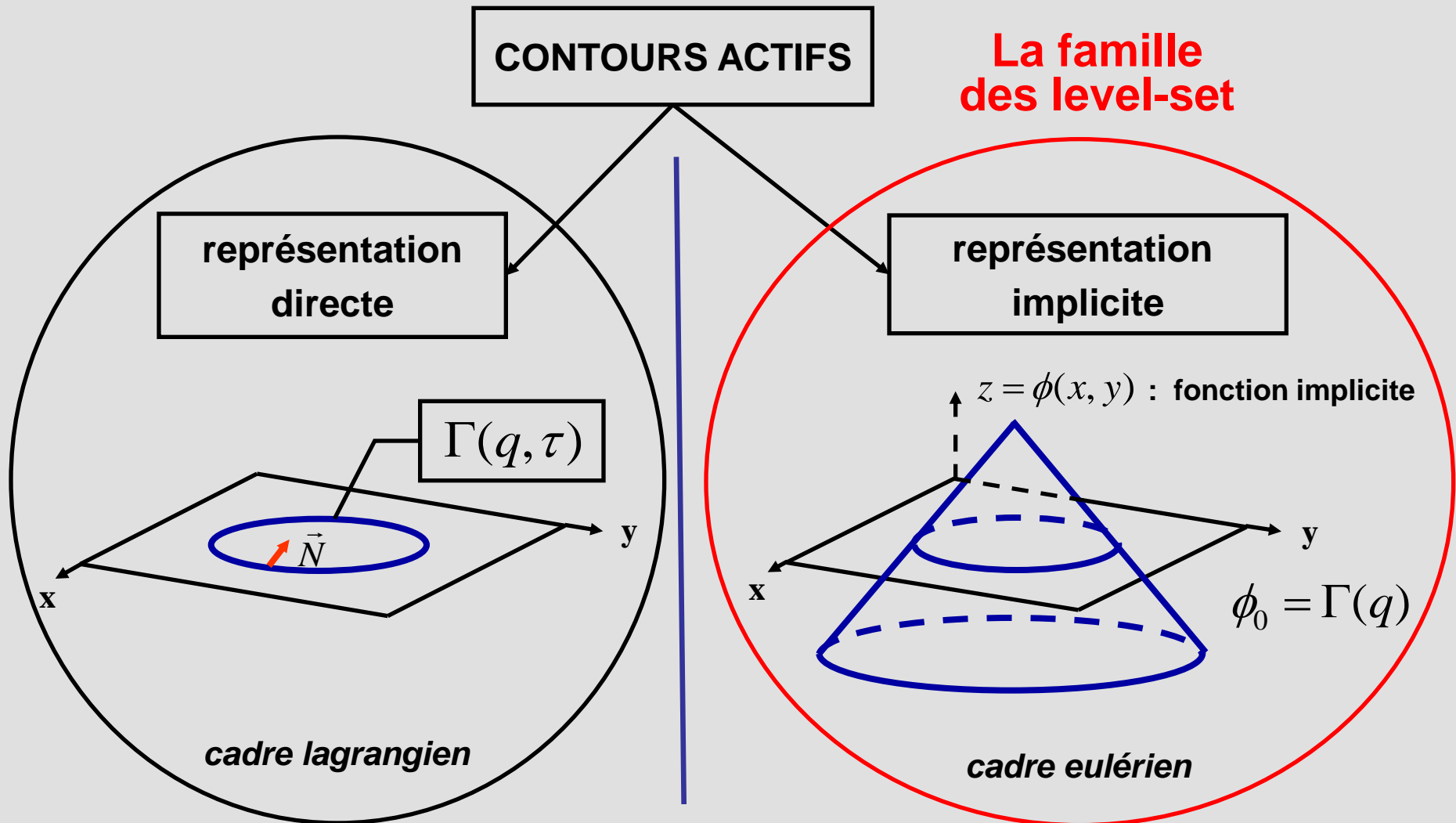


Arbre généalogique des level-set



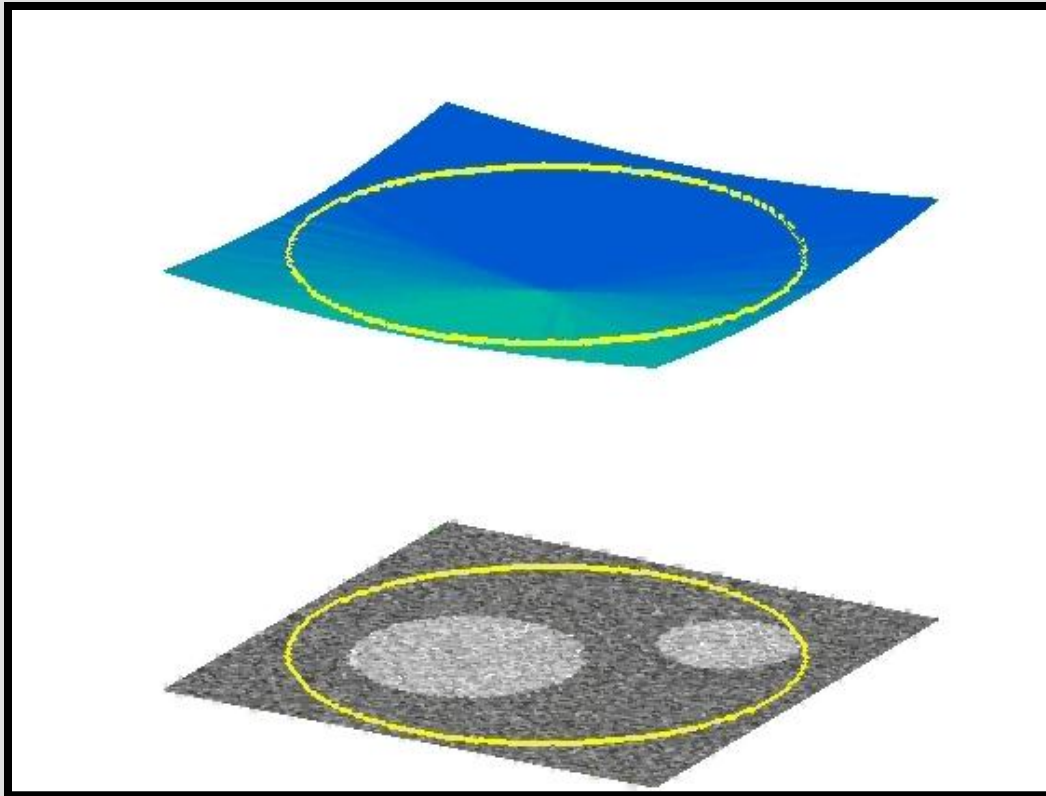
La méthode des level-set

Arbre généalogique des level-set

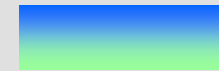


La méthode des level-set

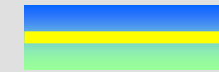
- ▶ Représentation implicite correspond aux level-set
- ▶ Illustration de segmentation par level-set



Légende



fonction implicite ϕ



niveau zéro $\phi_0 = \Gamma$



image traitée

Propriété particulière

**gestion intrinsèque de
changement de topologie**

[lien](#)

La méthode des level-set

Contexte mathématique

Modélisation mathématique du problème de segmentation

1 - choix de la représentation du contour actif

2 - conception d'une fonction énergie dont le minimum correspond aux contours de l'objet à segmenter

3 - équation d'évolution du contour  dérivation de la fonction d'énergie suivant le contour actif

4 - implémentation de l'équation d'évolution

Choix de la représentation du contour actif

- ▶ Ω : sous ensemble ouvert borné de l'espace R^d
- ▶ $I : \Omega \rightarrow R$: image de dimension d
- ▶ $\Gamma \in R^d$: contour / surface / interface qui évolue
- ▶ ϕ : fonction *Lipschitzienne* continue ayant comme niveau zéro Γ définie par :

$$\begin{cases} \phi(\vec{x}) > 0 \text{ (resp. } < 0), & \forall \vec{x} \in \Omega_{in} \\ \phi(\vec{x}) < 0 \text{ (resp. } > 0), & \forall \vec{x} \in \Omega_{out} \\ \phi(\vec{x}) = 0, & \forall \vec{x} \in \Gamma \end{cases}$$

avec Ω_{in} & Ω_{out} régions intérieure et extérieure à Γ

Choix de la représentation du contour actif

► Exemple

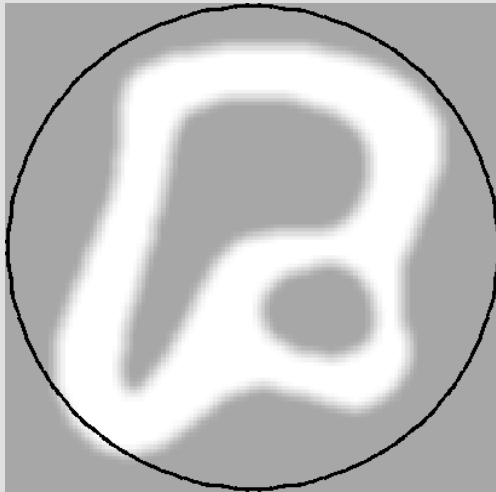
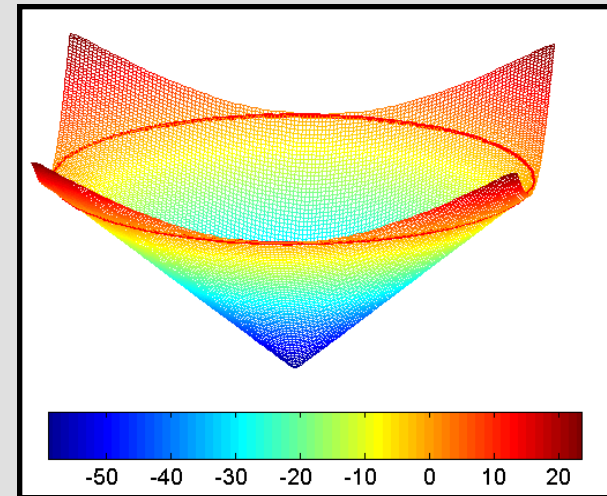


Image 2D à segmenter: en blanc l'objet, en gris le fond et en noir le contour initial



Modèle de représentation du contour actif: le courbe rouge correspond au contour initial sur l'image de gauche

Modélisation mathématique du problème de segmentation

1 - choix de la représentation du contour actif

2 - conception d'une fonction énergie dont le minimum correspond aux contours de l'objet à segmenter

3 - équation d'évolution du contour ➡ dérivation de la fonction d'énergie suivant le contour actif

4 - implémentation de l'équation d'évolution

2 – conception d'un critère d'énergie

- ▶ Il existe de nombreux critères d'énergie

Critère d'énergie de type contour

- ★ Méthode de Caselles: approche géodésique

Critère d'énergie de type région

- ★ Méthode de Chan & Vese: approche régions similaires
- ★ Méthode de Yezzi: approche régions différentes
- ★ Méthode de Lankton: approche régions inhomogènes

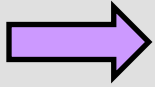
La méthode de Caselles


Approche géodésique

Contour actif géodésique *[Caselles-Kimmel-Sapiro-1997]*

► Fil conducteur

Faire converger le contour (niveau zéro) vers des zones de l'image à forts gradients

► **Energie**  $E_{CAS}(\Gamma) = \int_0^1 g(I(\Gamma(q, \tau))) |\Gamma'(q, \tau)| dq$

 $E_{CAS}(\phi) = \int_{\Omega} g(I(\vec{x})) \|\nabla \phi(\vec{x})\| \delta(\phi(\vec{x})) d\vec{x}$

► **Astuce:** le terme $\|\nabla \phi(\vec{x})\| \delta(\phi(\vec{x}))$ permet de mesurer la longueur du niveau zéro

La méthode de Chan & Vese

Approche des régions similaires

Méthode de Chan & Vese

[Chan-Vese-2001]

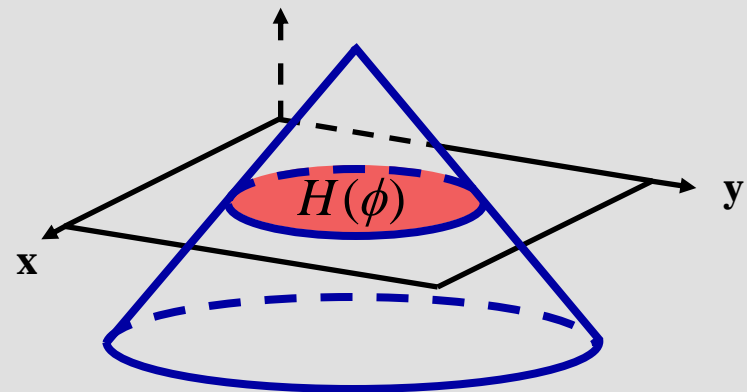
► Fil conducteur

Faire converger le contour vers des régions homogènes suivant les niveaux de gris

► Energie à minimiser

$$E_{CV}(\phi, \mu_{in}, \mu_{out}) = \int_{\Omega} \left\{ (I(\vec{x}) - \mu_{in})^2 H(\phi(\vec{x})) + (I(\vec{x}) - \mu_{out})^2 H(-\phi(\vec{x})) \right\} d\vec{x}$$

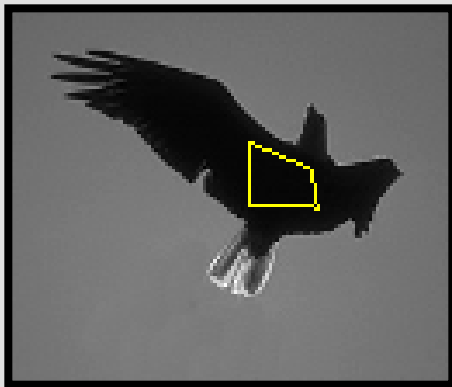
► **Astuce:** $H(r) = \begin{cases} 1 & \text{pour } r \geq 0 \\ 0 & \text{pour } r < 0 \end{cases}$



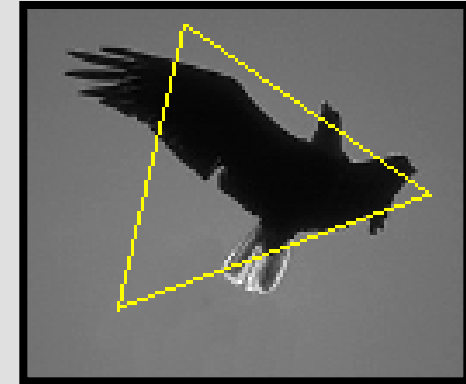
Méthode de Chan & Vese

[Chan-Vese-2001]

► Illustration



$$E_{CV} = 1.47e+07$$



$$E_{CV} = 1.21e+07$$



$$E_{CV} = 1.58e+07$$



$$E_{CV} = 1.17e+06$$

La méthode de Yezzi

Approche des régions différentes

Méthode de Yezzi

[Yezzi-2001]

► Fil conducteur

Faire converger le contour vers des régions homogènes suivant les niveaux de gris mais de moyennes différentes

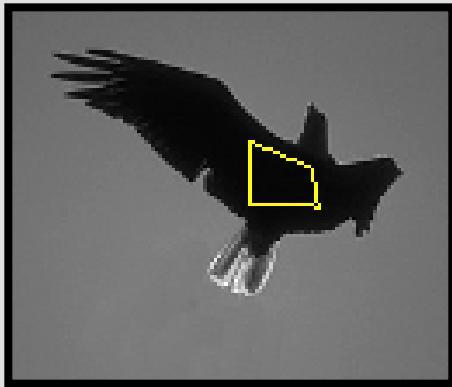
► Energie à maximiser

$$E_{YEZ}(\phi, \mu_{in}, \mu_{out}) = \int_{\Omega} (\mu_{in} - \mu_{out})^2 d\vec{x}$$

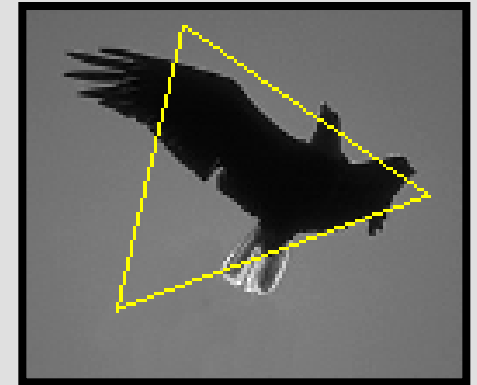
Méthode de Yezzi

[Yezzi-2001]

► Illustration



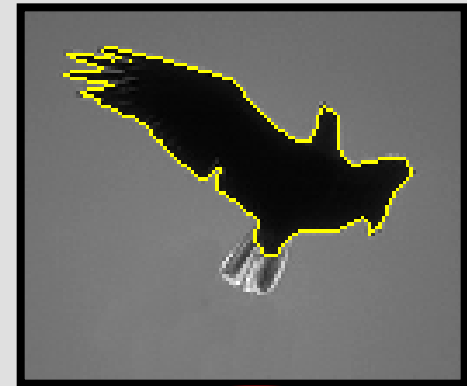
$$E = 9.56e+07$$



$$E = 2.65e+07$$



$$E = 3.67e+06$$



$$E = 1.11e+08$$

La méthode de Lankton

Approche des régions inhomogènes

Méthode de Lankton

[Lankton-2009]

► Fil conducteur

Faire converger le contour vers des régions localement homogènes suivant les niveaux de gris

► Energie à minimiser

$$E_{LAN}(\phi, \mu_{in}, \mu_{out}) = \int_{\Omega} \delta(\phi(\vec{x})) \int_{\Omega} B(\vec{x}, \vec{y}) F(\phi) d\vec{y} d\vec{x}$$

avec

$$\begin{cases} F(\vec{x}, \vec{y}) = (I(\vec{y}) - \mu_{in}(\vec{x}))^2 H(\phi(\vec{y})) + (I(\vec{y}) - \mu_{out}(\vec{x}))^2 H(-\phi(\vec{y})) \\ B(\vec{x}, \vec{y}) = \begin{cases} 1 & \text{pour } \|\vec{x} - \vec{y}\| \leq r \\ 0 & \text{pour } \|\vec{x} - \vec{y}\| > r \end{cases} \end{cases}$$

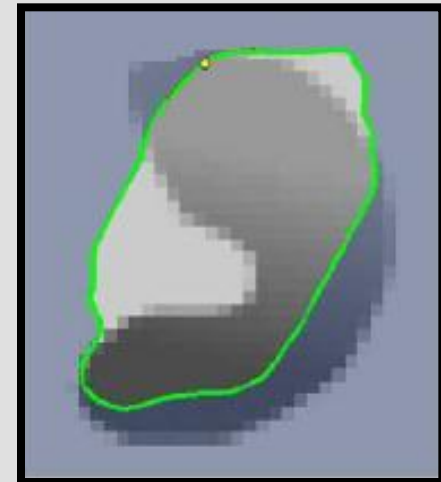
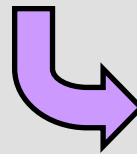
Méthode de Lankton

[Lankton-2009]

► Illustration

$$E(\phi, \mu_{in}, \mu_{out}) = \underbrace{\int_{\Omega} \delta(\phi(\vec{x}))}_{\text{permet de sélection uniquement les pixels appartenant au contour}} \int_{\Omega} B(\vec{x}, \vec{y}) F(\phi) d\vec{y} d\vec{x}$$

permet de sélection uniquement les
pixels appartenant au contour



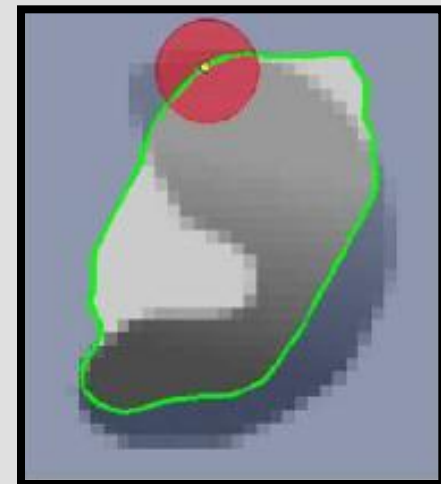
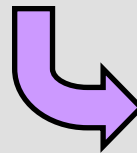
Méthode de Lankton

[Lankton-2009]

► Illustration

$$E(\phi, \mu_{in}, \mu_{out}) = \int_{\Omega} \underbrace{\delta(\phi(\vec{x})) \int_{\Omega} B(\vec{x}, \vec{y}) F(\phi) d\vec{y}}_{\text{calcul de l'attache aux données}} d\vec{x}$$

permet de calculer l'attache aux données à l'intérieur d'un voisinage centré en chaque point appartenant au contour



Modélisation mathématique du problème de segmentation

- 1 - choix de la représentation du contour actif
- 2 - conception d'une fonction énergie dont le minimum correspond aux contours de l'objet à segmenter
- 3 - équation d'évolution du contour → dérivation de la fonction d'énergie suivant le contour actif**
- 4 - implémentation de l'équation d'évolution

3 – équation d'évolution du contour actif

Trois outils mathématiques sont généralement utilisés

- ★ dérivée d'Euler / Lagrange *[Chan-Vese-2001]*
- ★ dérivée de Gâteaux / Fréchet *[Caselles-Kimmel-Sapiro-1997]*
- ★ dérivée de forme *[Aubert et.al.-2003]*

3 – équation d'évolution du contour actif

- ▶ **Idée de base:** exprimer la variation de ϕ qui permet de minimiser le critère d'énergie le plus rapidement possible ?
- ▶ **Equation d'évolution:** on en déduit l'équation d'évolution du level-set

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = -\nabla_{\phi} E$$

- ▶ **Difficulté:** comment calculer/exprimer la variation du critère d'énergie E par rapport à ϕ ?

$$\nabla_{\phi} E = ?$$

3 – équation d'évolution du contour actif

► Dérivée d'Euler Lagrange

- Soit Ω une région définie dans l'espace euclidien \mathbb{R}^n
(dans notre cas Ω correspond au support de l'image)
- Soit la fonction $E(\phi)$ définie sur Ω de la façon suivante:

$$E(\phi) = \int_{\Omega} F \left(x, y, \phi, \frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy$$

3 – équation d'évolution du contour actif

► Dérivée d'Euler Lagrange

- Dans ce contexte, la dérivée d'Euler Lagrange permet de calculer $\nabla_{\phi} E$ grâce à l'expression suivante:

$$\nabla_{\phi} E = \frac{\partial F}{\partial \phi} - \frac{\partial F}{\partial p} - \frac{\partial F}{\partial q}$$

$$\text{avec } p = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \text{et} \quad q = \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

3 – équation d'évolution du contour actif

$$E_{CV}(\phi, \mu_{in}, \mu_{out}) = \int_{\Omega} \left\{ (I(\vec{x}) - \mu_{in})^2 H(\phi(\vec{x})) + (I(\vec{x}) - \mu_{out})^2 H(-\phi(\vec{x})) \right\} d\vec{x}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \phi}(\vec{x}) = \left\{ (I(\vec{x}) - \mu_{in})^2 - (I(\vec{x}) - \mu_{out})^2 \right\} \delta(\phi(\vec{x})) & \text{où } \delta(r) = H'(r) \\ \frac{\partial F}{\partial p} = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial q} = 0 \end{cases}$$

$$\nabla_{\phi} E_{CV} = \left\{ (I(\vec{x}) - \mu_{in})^2 - (I(\vec{x}) - \mu_{out})^2 \right\} \delta(\phi(\vec{x}))$$

3 – équation d'évolution du contour actif

$$E_{YEZ}(\phi, \mu_{in}, \mu_{out}) = -\frac{1}{2} \int_{\Omega} (\mu_{in}(\phi) - \mu_{out}(\phi))^2 d\vec{x}$$

$$\blacktriangleright \frac{\partial F}{\partial \phi} = (\mu_{out}(\phi) - \mu_{in}(\phi)) \cdot \left(\frac{\partial \mu_{in}(\phi)}{\partial \phi} - \frac{\partial \mu_{out}(\phi)}{\partial \phi} \right) \quad \textbf{et} \quad \frac{\partial F}{\partial p} = 0 \quad \textbf{et} \quad \frac{\partial F}{\partial q} = 0$$

$$\blacktriangleright \mu_{in}(\phi) = \frac{\int_{\Omega} I(\vec{x}) \cdot H(\phi(\vec{x})) d\vec{x}}{\int_{\Omega} H(\phi(\vec{x})) d\vec{x}} = \frac{N(\phi)}{D(\phi)}$$

$$\blacktriangleright \frac{\partial \mu_{in}(\phi)}{\partial \phi} = \frac{\frac{\partial N(\phi)}{\partial \phi} \cdot \int_{\Omega} H(\phi(\vec{x})) d\vec{x} - \frac{\partial D(\phi)}{\partial \phi} \cdot \int_{\Omega} I(\vec{x}) \cdot H(\phi(\vec{x})) d\vec{x}}{\left(\int_{\Omega} H(\phi(\vec{x})) d\vec{x} \right)^2}$$

3 – équation d'évolution du contour actif

$$E_{YEZ}(\phi, \mu_{in}, \mu_{out}) = -\frac{1}{2} \int_{\Omega} (\mu_{in}(\phi) - \mu_{out}(\phi))^2 d\vec{x}$$

► On calcule $\frac{\partial N(\phi)}{\partial \phi}$ et $\frac{\partial D(\phi)}{\partial \phi}$ par Euler-Lagrange

$$\text{► } \frac{\partial N(\phi)}{\partial \phi} = I \cdot \delta(\phi) \quad \text{► } \frac{\partial D(\phi)}{\partial \phi} = \delta(\phi)$$

$$\text{► } \frac{\partial \mu_{in}(\phi)}{\partial \phi} = \frac{I \cdot \delta(\phi) \cdot \int_{\Omega} H(\phi(\vec{x})) d\vec{x} - \delta(\phi) \cdot \mu_{in}(\phi) \cdot \int_{\Omega} H(\phi(\vec{x})) d\vec{x}}{\left(\int_{\Omega} H(\phi(\vec{x})) d\vec{x} \right)^2}$$

$$\text{► } \frac{\partial \mu_{in}(\phi)}{\partial \phi} = \frac{I \cdot \delta(\phi) - \mu_{in}(\phi) \cdot \delta(\phi)}{\int_{\Omega} H(\phi(\vec{x})) d\vec{x}} = \left(\frac{I - \mu_{in}(\phi)}{A_{in}(\phi)} \right) \cdot \delta(\phi)$$

3 – équation d'évolution du contour actif

$$E_{YEZ}(\phi, \mu_{in}, \mu_{out}) = -\frac{1}{2} \int_{\Omega} (\mu_{in} - \mu_{out})^2 d\vec{x}$$

►
$$\frac{\partial F}{\partial \phi} = (\mu_{out}(\phi) - \mu_{in}(\phi)) \cdot \left(\frac{I - \mu_{in}(\phi)}{A_{in}(\phi)} + \frac{I - \mu_{out}(\phi)}{A_{out}(\phi)} \right) \cdot \delta(\phi)$$

►
$$\nabla_{\phi} E_{YEZ} = (\mu_{out} - \mu_{in}) \left(\frac{I(\vec{x}) - \mu_{in}}{A_{in}} + \frac{I(\vec{x}) - \mu_{out}}{A_{out}} \right) \cdot \delta(\phi(\vec{x}))$$

3 – équation d'évolution du contour actif

$$E_{LAN}(\phi, \mu_{in}, \mu_{out}) = \int_{\Omega} \delta(\phi(\vec{x})) \int_{\Omega} B(\vec{x}, \vec{y}) F(\phi) d\vec{y} d\vec{x}$$

► ...

►
$$\nabla_{\phi} E_{LAN} = \left(\int_{\Omega} B(\vec{x}, \vec{y}) \delta(\phi(\vec{y})) \nabla_{\phi} F(\phi(\vec{y})) d\vec{y} \right) \delta(\phi(\vec{x}))$$

3 – équation d'évolution du contour actif


$$E_{CAS}(\phi) = \int_{\Omega} g(\vec{x}) \|\nabla \phi(\vec{x})\| \delta(\phi(\vec{x})) d\vec{x}$$

► ...

►
$$\nabla_{\phi} E_{CAS} = \left(\vec{\nabla} g(\vec{x}) \cdot \frac{\vec{\nabla} \phi(\vec{x})}{\|\vec{\nabla} \phi(\vec{x})\|} - g(\vec{x}) \cdot \kappa(\vec{x}) \right) \cdot \|\vec{\nabla} \phi(\vec{x})\|$$

où κ correspond à la courbure de la fonction ϕ

Modélisation mathématique du problème de segmentation

- 1 - choix de la représentation du contour actif
- 2 - conception d'une fonction énergie dont le minimum correspond aux contours de l'objet à segmenter
- 3 - équation d'évolution du contour  dérivation de la fonction d'énergie suivant le contour actif
- 4 - implémentation de l'équation d'évolution**

Implémentation de l'équation d'évolution

- Comment implémenter l'équation d'évolution ?

$$\frac{\partial \phi(x, \tau)}{\partial \tau} = V(x, \tau) \cdot \|\vec{\nabla} \phi(x, \tau)\|$$

Motivation

équation d'évolution = équation aux dérivées partielles

Choix

implémentation par méthode des différences finies optimisée

Optimisée ?

approche "*Upwind*" essentiellement *non-oscillatoire* obtenue à partir de la solution numérique des *lois de conservation* et des équations d'*Hamilton-Jacobi*

Implémentation de l'équation d'évolution

► Comment implémenter l'équation d'évolution ?

Exemple d'implémentation de différences finies

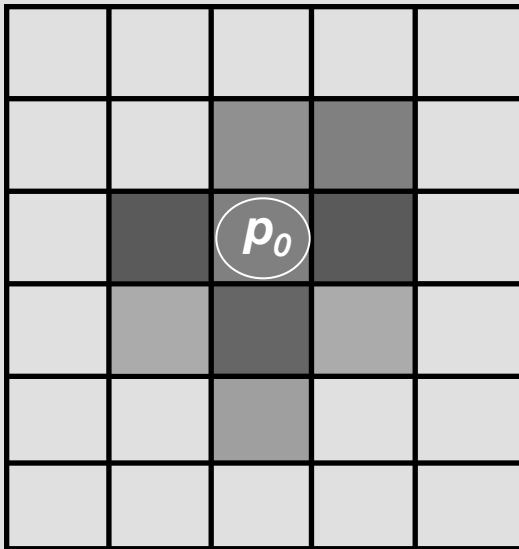


Image I en niveau de gris

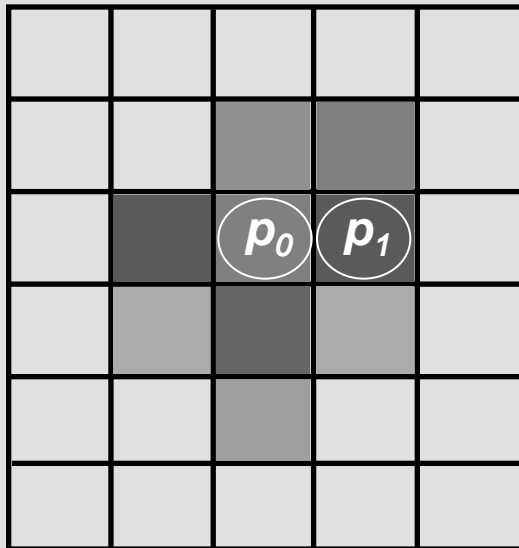
★ Image I

★ Comment calculer $\frac{\partial I(p_0)}{\partial x} = ?$

Implémentation de l'équation d'évolution

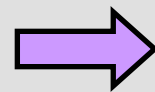
- Comment implémenter l'équation d'évolution ?

Exemple d'implémentation de différences finies



★ Image I

★ Comment calculer $\frac{\partial I(p_0)}{\partial x} = ?$



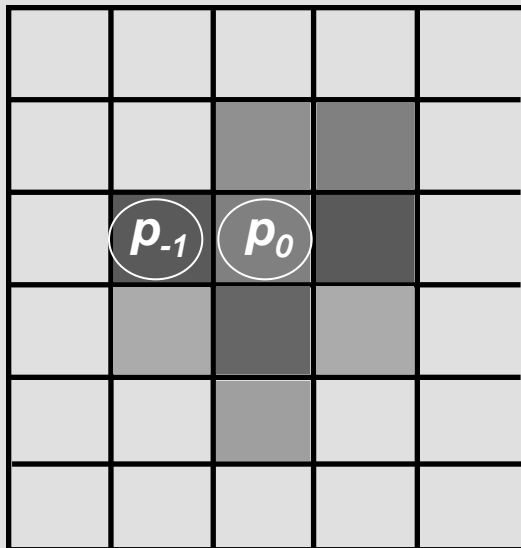
Dérivée avant **opérateur D^+**

$$(I_{p_1} - I_{p_0}) / \Delta x$$

Implémentation de l'équation d'évolution

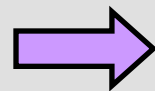
► Comment implémenter l'équation d'évolution ?

Exemple d'implémentation de différences finies



★ Image I

★ Comment calculer $\frac{\partial I(p_0)}{\partial x} = ?$



Dérivée arrière

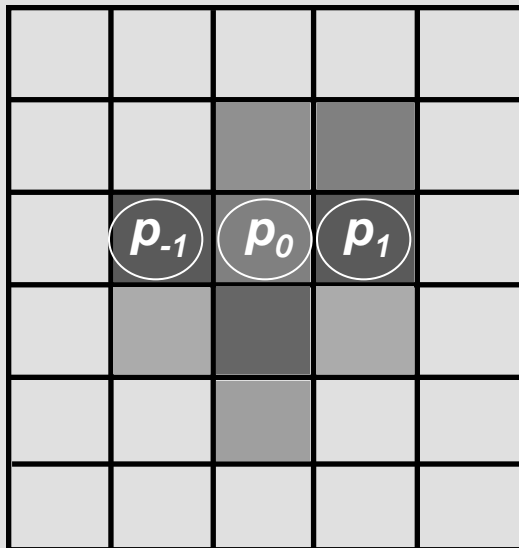
opérateur D^-

$$(I_{p_0} - I_{p_{-1}}) / \Delta x$$

Implémentation de l'équation d'évolution

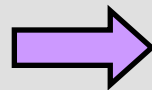
► Comment implémenter l'équation d'évolution ?

Exemple d'implémentation de différences finies



★ Image I

★ Comment calculer $\frac{\partial I(p_0)}{\partial x} = ?$



Dérivée centrée

opérateur D^0

$$(I_{p_1} - I_{p_{-1}}) / (2\Delta x)$$

Implémentation de l'équation d'évolution

► Comment implémenter l'équation d'évolution ?

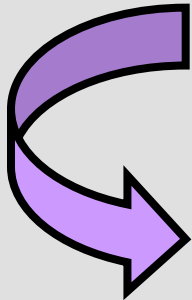
Opérateurs utilisés

$$\left\{ \begin{array}{ll} D_x^+ \phi = (\phi(x + \Delta x) - \phi(x)) / \Delta x & \text{- dérivée première avant} \\ D_x^- \phi = (\phi(x) - \phi(x - \Delta x)) / \Delta x & \text{- dérivée première après} \\ D_x^0 \phi = (\phi(x + \Delta x) - \phi(x - \Delta x)) / (2\Delta x) & \text{- dérivée première centrée} \\ D_{xx} \phi = (\phi(x + \Delta x) - 2\phi(x) + \phi(x - \Delta x)) / \Delta x^2 & \text{- dérivée seconde} \\ D_{xy} \phi = [\phi(x + \Delta x, y + \Delta y) + \phi(x - \Delta x, y - \Delta y) & \text{- dérivée seconde croisée} \\ \quad - \phi(x + \Delta x, y - \Delta y) - \phi(x - \Delta x, y + \Delta y)] / (4\Delta x \Delta y) \\ (\alpha)^+ = \max(\alpha, 0) \\ (\alpha)^- = \min(\alpha, 0) \end{array} \right.$$

Implémentation de l'équation d'évolution

- Comment implémenter l'équation d'évolution ?

Forme générale développée



$$\frac{\partial \phi(\vec{x}, \tau)}{\partial \tau} = V(\vec{x}, \tau) \cdot \|\vec{\nabla} \phi(\vec{x}, \tau)\|$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \vec{A} \cdot \vec{\nabla} \phi - P \|\vec{\nabla} \phi\| - C \|\vec{\nabla} \phi\| \kappa$$

où \vec{A} est un champ vectoriel, P et C sont deux champs scalaires

Implémentation de l'équation d'évolution

Implémentation numérique

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \vec{A} \cdot \vec{\nabla} \phi - P \|\vec{\nabla} \phi\| - C \|\vec{\nabla} \phi\| \kappa$$

$$\star \quad \vec{A} \cdot \vec{\nabla} \phi = (A_x)^+ D_x^- \phi + (A_x)^- D_x^+ \phi + (A_y)^+ D_y^- \phi + (A_y)^- D_y^+ \phi$$

$$\star \quad -P \|\vec{\nabla} \phi\| = (-P)^+ \Delta^+ + (-P)^- \Delta^-$$

$$\text{avec} \quad \begin{cases} \Delta^+ = \left[((D_x^-)^+)^2 + ((D_x^+)^-)^2 + ((D_y^-)^+)^2 + ((D_y^+)^-)^2 \right]^{1/2} \\ \Delta^- = \left[((D_x^+)^+)^2 + ((D_x^-)^-)^2 + ((D_y^+)^+)^2 + ((D_y^-)^-)^2 \right]^{1/2} \end{cases}$$

$$\star \quad C \|\vec{\nabla} \phi\| \kappa = C \frac{D_{xx}^0 \phi (D_y^0 \phi)^2 - 2 D_x^0 \phi D_y^0 \phi D_{xy}^0 \phi + D_{yy}^0 \phi (D_x^0 \phi)^2}{\left((D_x^0 \phi)^2 + (D_y^0 \phi)^2 \right)^{1/2}}$$

La méthode des level-set

Outil de segmentation

Outil de segmentation

► Quelle fonction implicite choisir ?

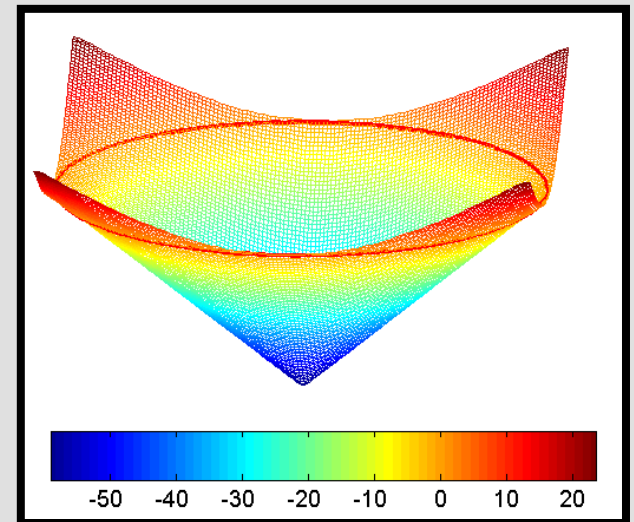
Fonction implicite = fonction distance signée

Motivation

Bonnes propriétés numériques : $\|\vec{\nabla} \phi\| = 1$

Définition

$$\phi(\vec{x}) = \begin{cases} -dist(\vec{x}, \Gamma) & \text{pour } \vec{x} \in \Omega_{in} \\ 0 & \text{pour } \vec{x} \in \Gamma \\ +dist(\vec{x}, \Gamma) & \text{pour } \vec{x} \in \Omega_{out} \end{cases}$$

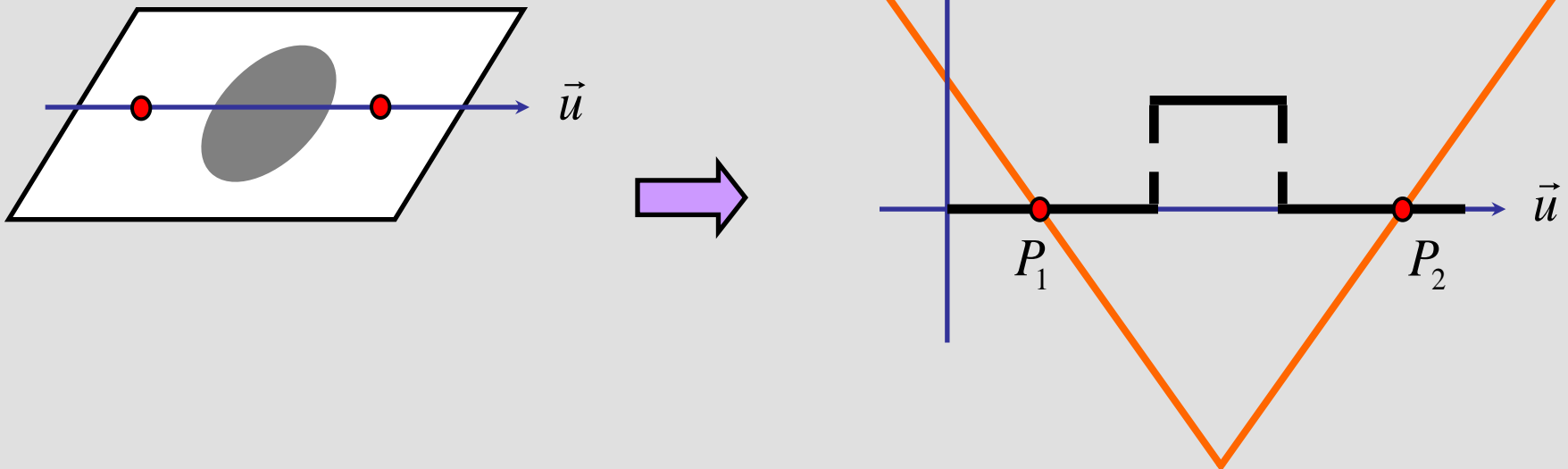


Outil de segmentation

► Schéma d'évolution

Illustration: étude 1D

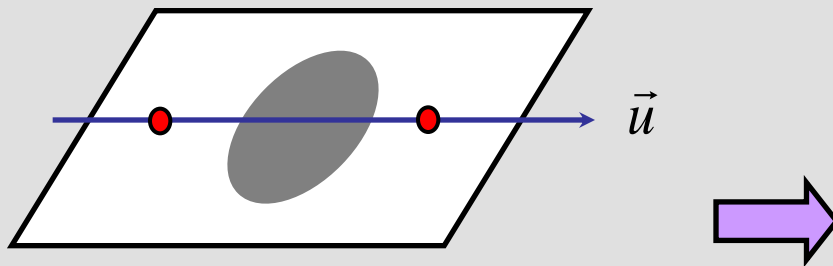
Création d'une fonction implicite à partir de l'initialisation 1D



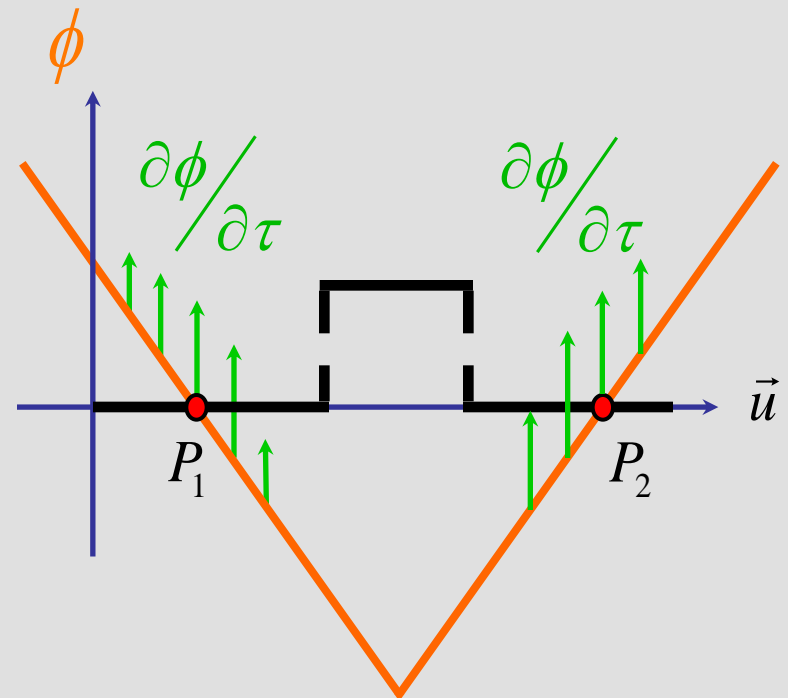
Outil de segmentation

► Schéma d'évolution

Illustration: étude 1D



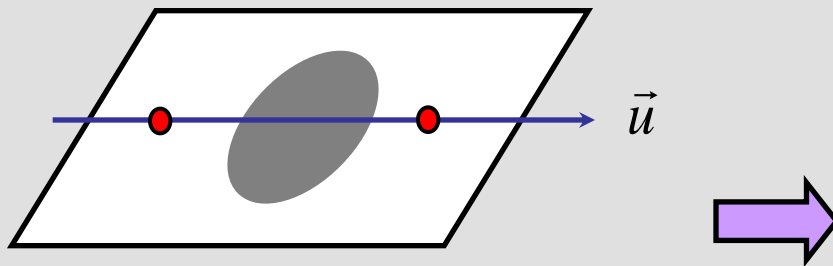
Calcul de $\partial\phi/\partial\tau$ en chaque point de fonction implicite



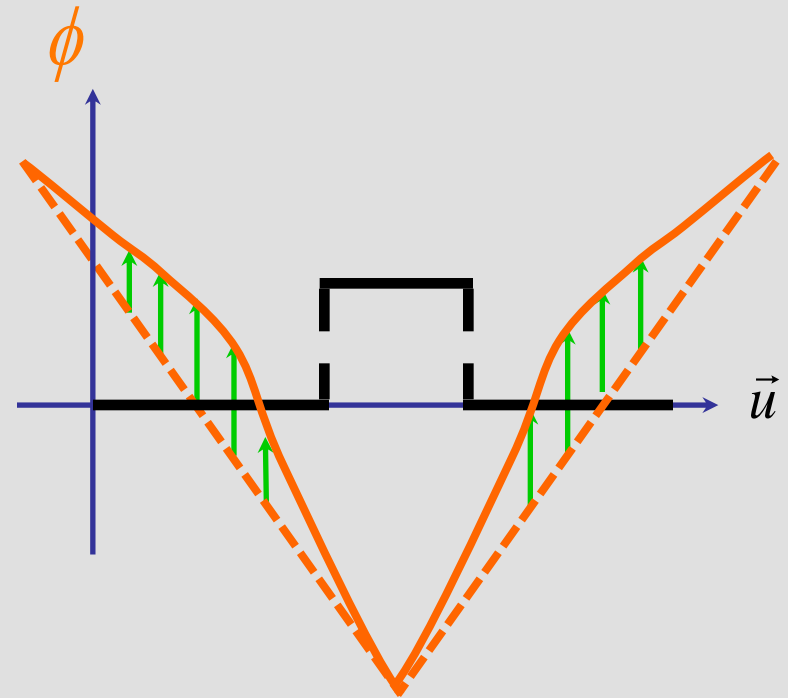
Outil de segmentation

► Schéma d'évolution

Illustration: étude 1D



Mise à jour de la fonction implicite

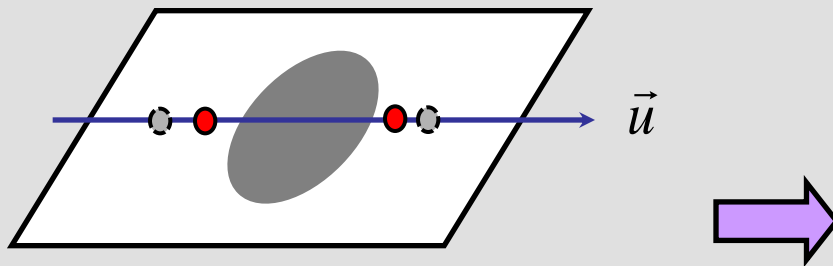


La méthode des level-set

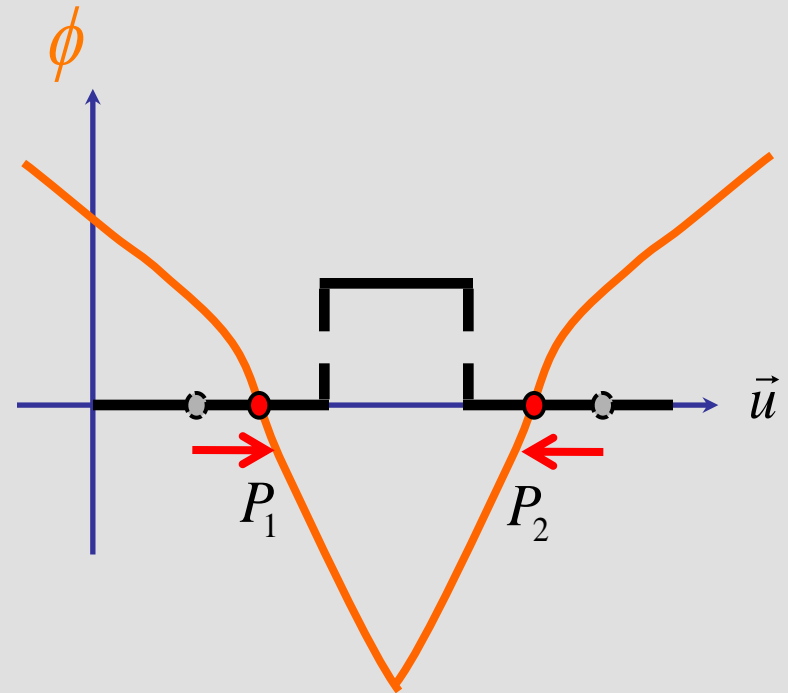
Outil de segmentation

► Schéma d'évolution

Illustration: étude 1D



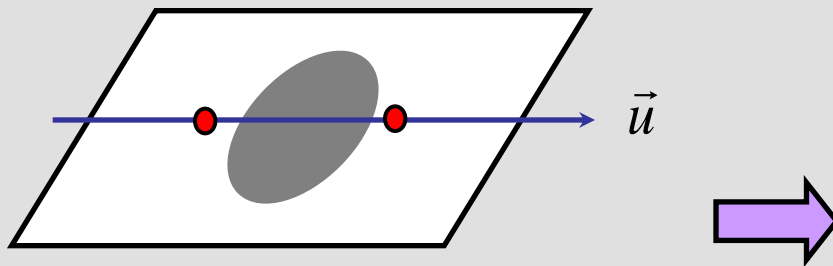
Mise à jour de la fonction implicite



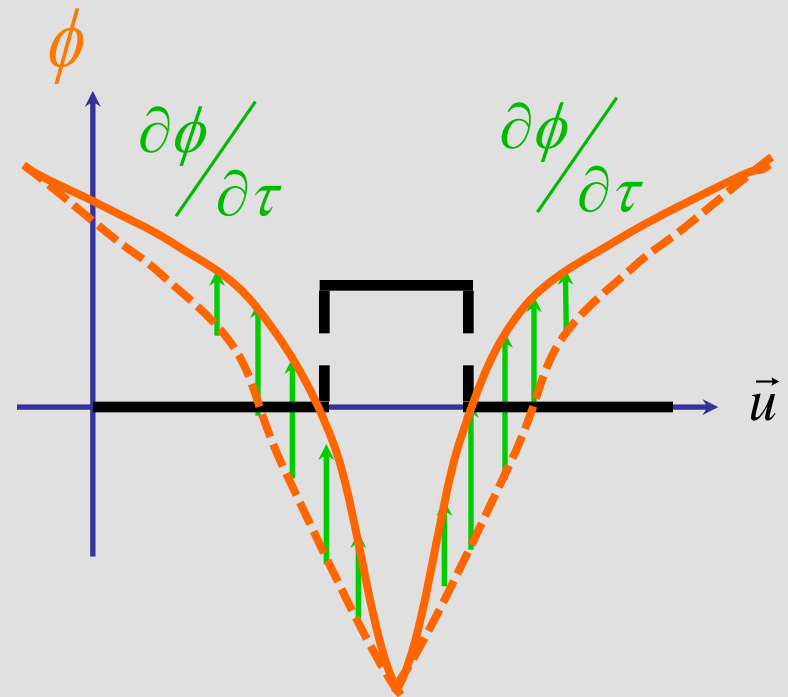
Outil de segmentation

► Schéma d'évolution

Illustration: étude 1D



Calcul de $\partial\phi/\partial\tau$ en chaque point de fonction implicite

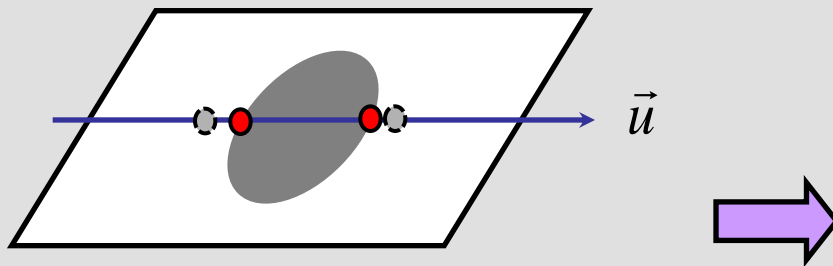


La méthode des level-set

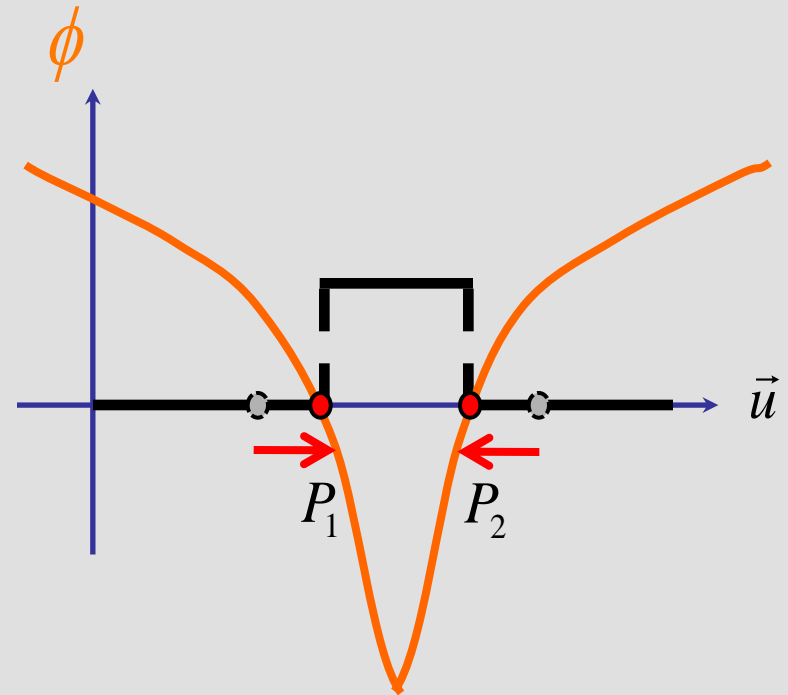
Outil de segmentation

► Schéma d'évolution

Illustration: étude 1D



Mise à jour de la fonction implicite

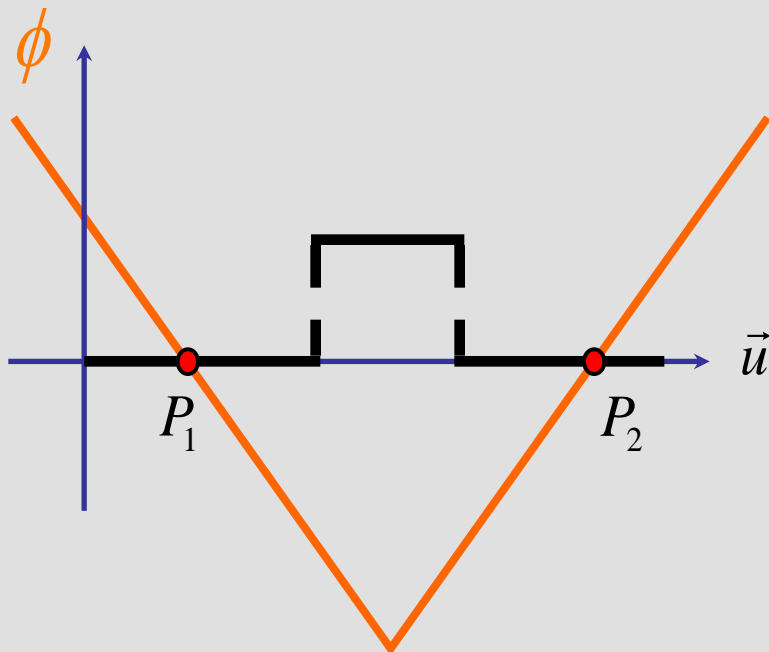


Outil de segmentation

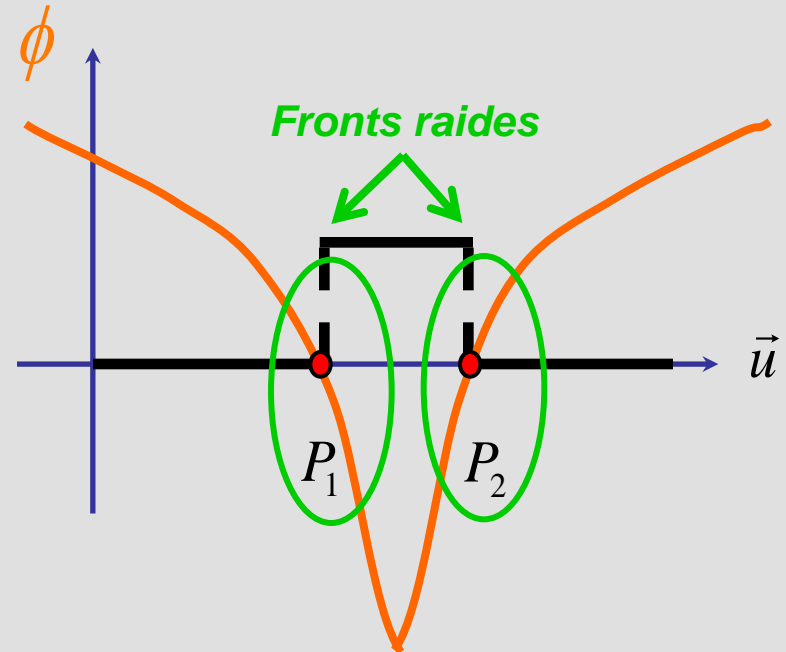
► Optimisation Problèmes

- Propriétés de fonction distance signée non conservées

➡ Apparition de fronts raides ($\|\phi\| \gg 1$)



Level-set initial

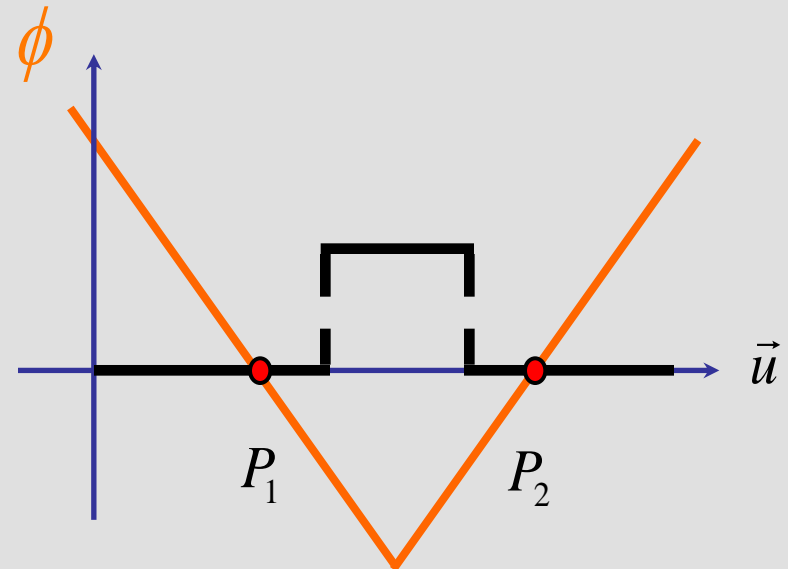
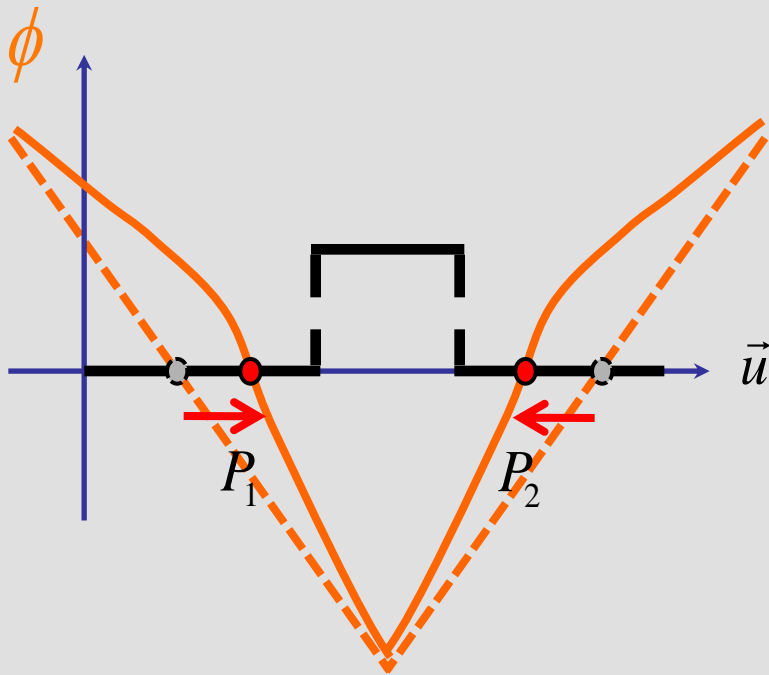


Level-set final

Outil de segmentation

► Optimisation Solutions

- Réinitialisation périodique de la fonction implicite en tant que fonction distance signée

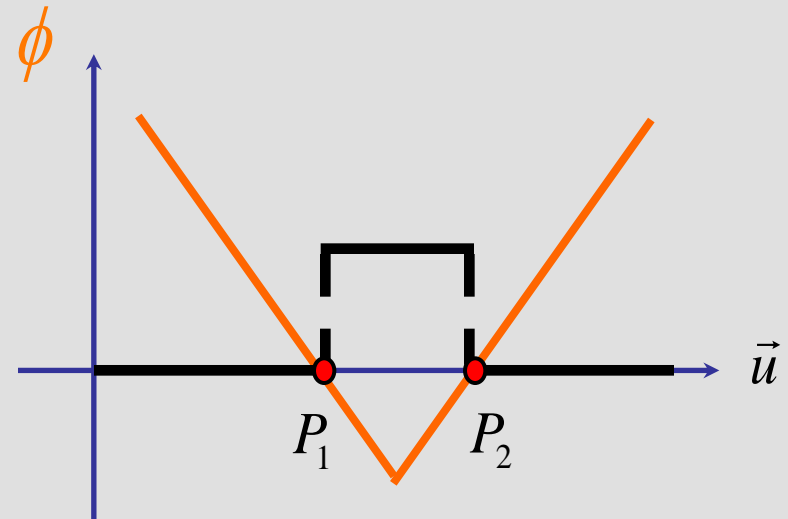
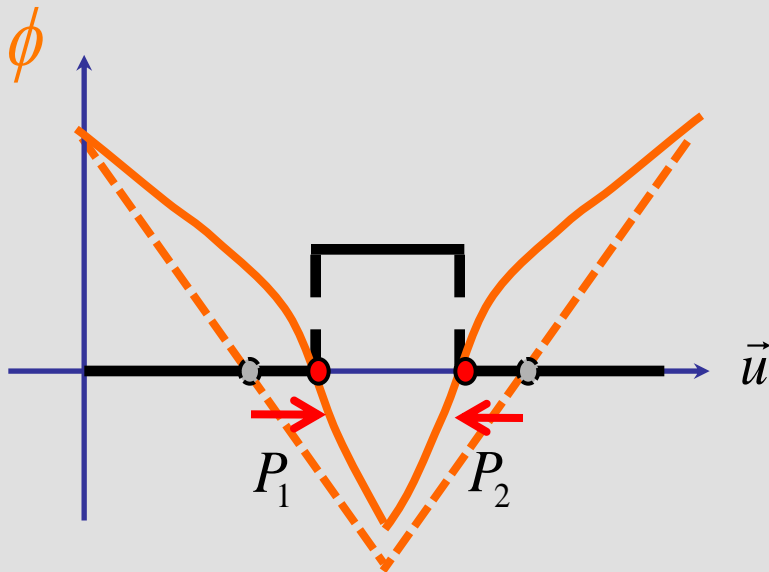


Stratégie mise en place au cours de l'évolution du level-set

Outil de segmentation

► Optimisation Solutions

- Réinitialisation périodique de la fonction implicite en tant que fonction distance signée

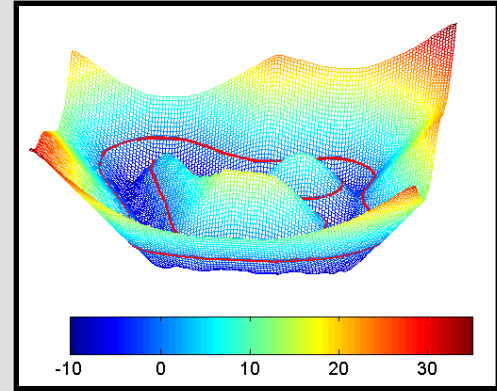
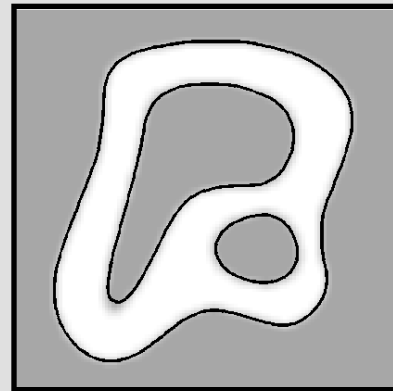
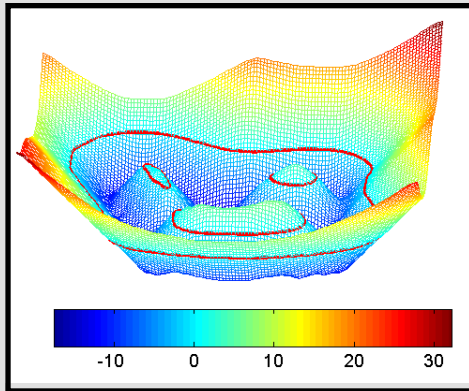
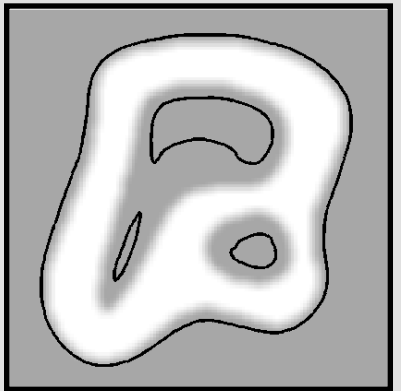
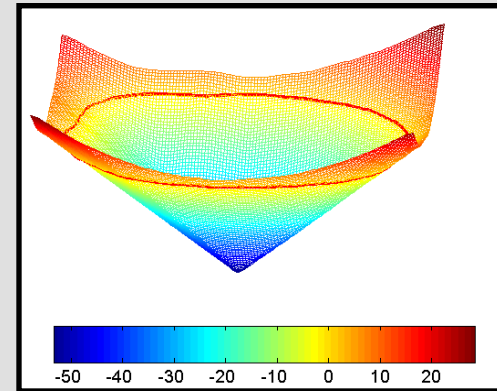
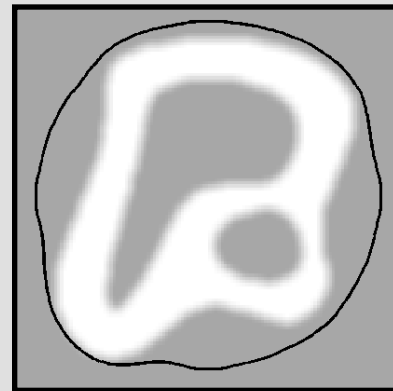
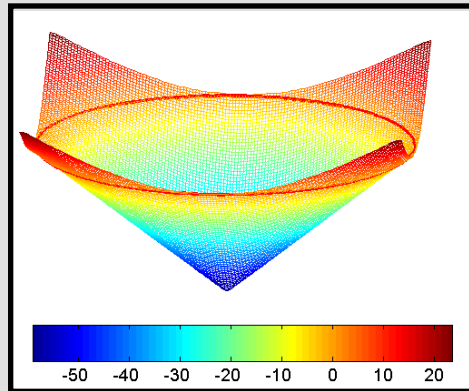
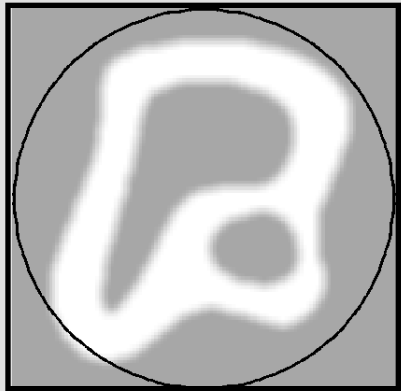


Stratégie mise en place au cours de l'évolution du level-set

Outil de segmentation

► Schéma d'évolution

Illustration: étude 2D



Outil de segmentation

► Optimisation

Problèmes

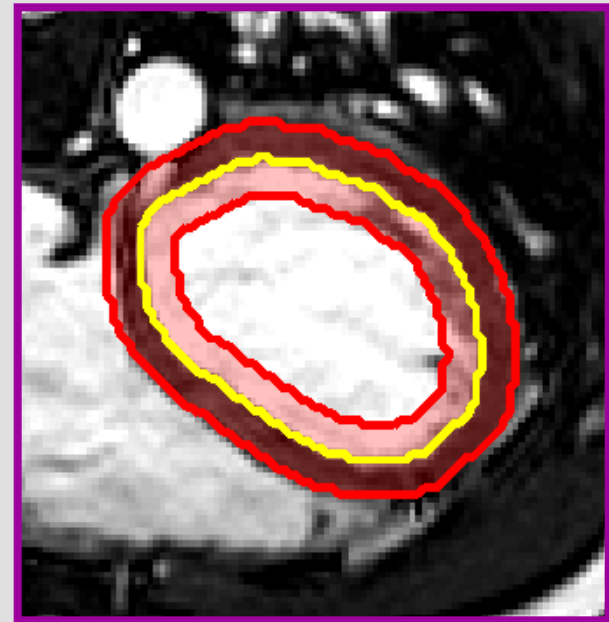
- Méthode très coûteuse en temps de calcul

 Un problème 2D est résolu en 3D !!!

Outil de segmentation

► Optimisation Solutions

- Application de l'équation d'évolution du level-set uniquement dans une bande étroite autour du niveau zéro



Stratégie mise en place: évolution uniquement dans une bande étroite

La méthode des level-set

Résumé des méthodes classiques

Contour actif géodésique

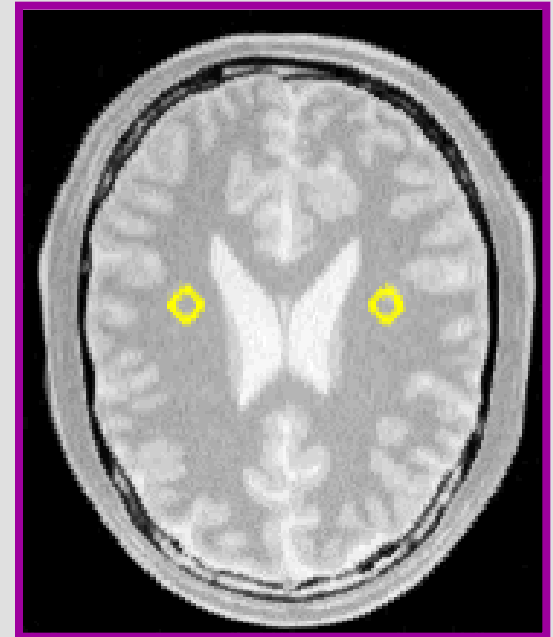
[Caselles-Kimmel-Sapiro-1997]

Modèle géodésique

- *fonction distance signée*
- *réinitialisation à chaque itération*
- *évolution sur une bande étroite*

$$\frac{\partial \phi(\tau)}{\partial \tau} = \left(g \cdot \kappa - \vec{\nabla} g \cdot \frac{\vec{\nabla} \phi}{\|\vec{\nabla} \phi\|} \right) \cdot \|\vec{\nabla} \phi\|$$

$$g(I) = (\max(I) - \min(I)) \cdot \frac{1}{1 + e^{\frac{\|\vec{\nabla}(Gauss * I)\| - 2}{0.3}}} + \min(I)$$



[lien](#)

Contour actif géodésique

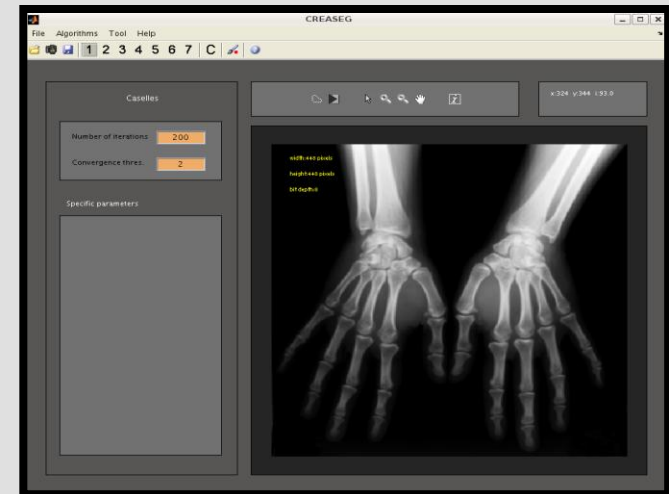
[Caselles-Kimmel-Sapiro-1997]

Modèle géodésique

- *fonction distance signée*
- *réinitialisation à chaque itération*
- *évolution sur une bande étroite*

$$\frac{\partial \phi(\tau)}{\partial \tau} = \left(g \cdot \kappa - \vec{\nabla} g \cdot \frac{\vec{\nabla} \phi}{\|\vec{\nabla} \phi\|} \right) \cdot \|\vec{\nabla} \phi\|$$

$$g(I(\vec{x})) = \frac{1}{1 + \left\| \vec{\nabla} (G_{\sigma} * I(\vec{x})) \right\|^2}$$



Illustration

Méthode de Chan & Vese

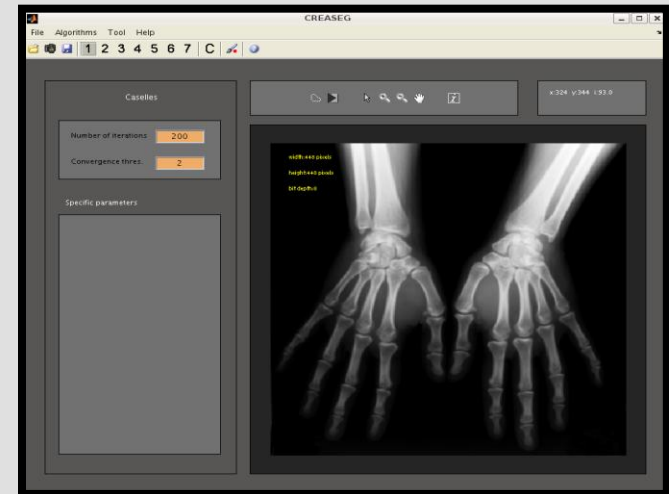
[Chan-Vese-2001]

Modèle intensités constantes par morceaux

- *fonction distance signée*
- *réinitialisation à chaque itération*
- *évolution en bande étroite*

$$\frac{\partial \phi(\vec{x}, \tau)}{\partial \tau} = \left[-(I(\vec{x}) - \mu_{in})^2 + (I(\vec{x}) - \mu_{out})^2 + \lambda \kappa \right] \cdot \delta_{\varepsilon}(\phi(\vec{x}))$$

$\delta_{\varepsilon}(\cdot)$: *fonction Dirac régularisé*



Illustration

Méthode de Yezzi

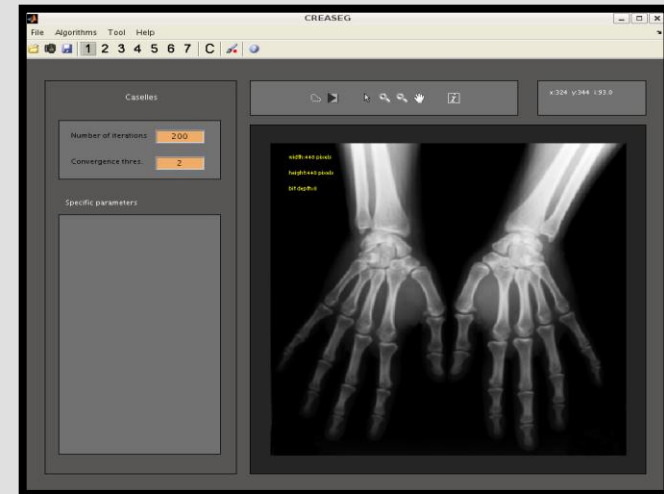
[Yezzi-2001]

Modèle intensités différentes par morceaux

- *fonction distance signée*
- *réinitialisation à chaque itération*
- *évolution en bande étroite*

$$\frac{\partial \phi(\vec{x}, \tau)}{\partial \tau} = (\mu_{in} - \mu_{out}) \left(\frac{I(\vec{x}) - \mu_{in}}{A_{in}} + \frac{I(\vec{x}) - \mu_{out}}{A_{out}} + \lambda \kappa \right) \cdot \delta_{\varepsilon}(\phi(\vec{x}))$$

$\delta_{\varepsilon}(\cdot)$: *fonction Dirac régularisé*



Illustration

Méthode de Lankton

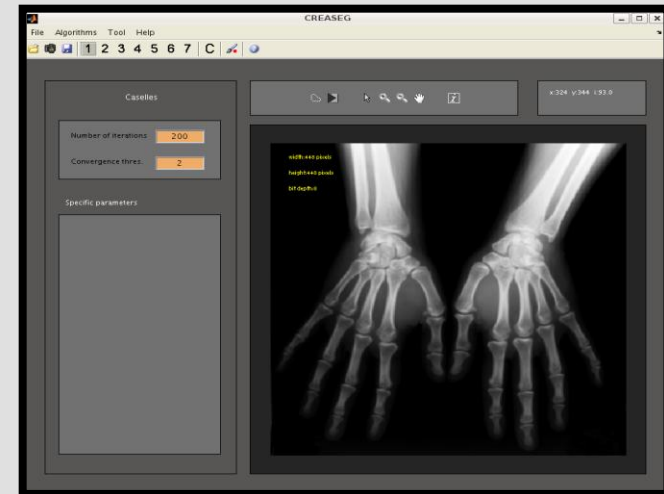
[Lankton-2009]

Modèle régions inhomogènes

- *fonction distance signée*
- *réinitialisation à chaque itération*
- *évolution en bande étroite*

$$\frac{\partial \phi(\vec{x}, \tau)}{\partial \tau} = \left(\int_{\Omega} B(\vec{x}, \vec{y}) \delta(\phi(\vec{y})) \cdot \nabla_{\phi} F(\phi(\vec{y})) d\vec{y} \right) \delta_{\varepsilon}(\phi(\vec{x}))$$

$\delta_{\varepsilon}(\cdot)$: *fonction Dirac régularisé*



Illustration

La méthode des level-set

Programmation sous l'environnement Matlab

Programmation sous l'environnement Matlab

► Equation d'évolution de Chan & Vese

$$\frac{\partial \phi(\vec{x}, \tau)}{\partial \tau} = \left[(I(\vec{x}) - \mu_{in})^2 - (I(\vec{x}) - \mu_{out})^2 + \lambda \kappa \right] \cdot \delta_{\varepsilon}(\phi(\vec{x}))$$

► Schéma évolutif

1. Mise à jour des moyennes intérieure et extérieure

$$\mu_{in} = \frac{\int_{\Omega} I(\vec{x}) \cdot H(\phi(\vec{x})) d\vec{x}}{\int_{\Omega} H(\phi(\vec{x})) d\vec{x}}$$

$$\mu_{out} = \frac{\int_{\Omega} I(\vec{x}) \cdot H(-\phi(\vec{x})) d\vec{x}}{\int_{\Omega} H(-\phi(\vec{x})) d\vec{x}}$$

2. Évolution de ϕ à partir de l'équation principale

Programmation sous l'environnement Matlab

```
% fonction principale
function [seg] = creaseg_chanvese(I,init_mask,max_its,lambda)

    %-- Create a signed distance map (SDF) from mask
    init_mask = init_mask<=0;
    phi = mask2phi(init_mask); %-- personal function

    for its=1:max_its
        %-- get the curve's narrow band
        idx = find(phi <= 1.2 & phi >= -1.2);
        %-- compute interior and exterior mean values
        [u,v] = computeMeanValues(I,phi); %-- personal function
        %-- force from image information
        F = (I(idx)-u).^2-(I(idx)-v).^2;
        %-- force from curvature penalty
        curvature = get_curvature(phi,idx); %-- personal function
        %-- gradient descent to minimize energy
        dphidt = F./max(abs(F)) + lambda*curvature;
        %-- maintain the CFL condition
        dt = .45/(max(abs(dphidt))+eps);
        %-- evolve the curve
        phi(idx) = phi(idx) + dt.*dphidt;
        %-- Keep SDF smooth
        phi = sussman(phi, .5); %-- personal function
    end
```

Programmation sous l'environnement Matlab

```
%-- Create a signed distance map (SDF) from mask
function [phi] = mask2phi(init_mask)

    phi = bwdist(init_mask)-bwdist(1-init_mask)+im2double(init_mask)-.5;
```

```
% compute inside and outside mean values
function [u,v] = computeMeanValues(I,phi)

    upts = find(phi<=0);           %-- interior points
    vpts = find(phi>0);           %-- exterior points
    u = sum(I(upts))/(length(upts)+eps); %-- interior mean
    v = sum(I(vpts))/(length(vpts)+eps); %-- exterior mean
```

Fin de la deuxième partie

① Les contours actifs

- définition / propriétés
- les différentes représentations des contours actifs

② La méthode des level-set

- Présentation générale
- Contexte mathématique
- Outil de segmentation

③ Application: segmentation d'images échographiques

- problématique
- intégration de contraintes de forme et statistique
- schéma évolutif

Application: segmentation d'images échographiques

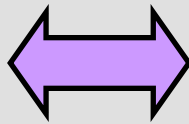
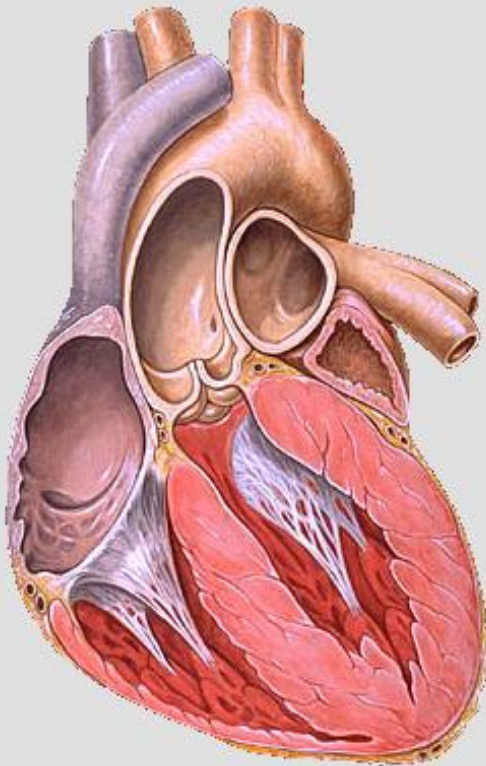
Problématique

Application: segmentation d'images échographiques

Contexte

► Maladies cardiovasculaires

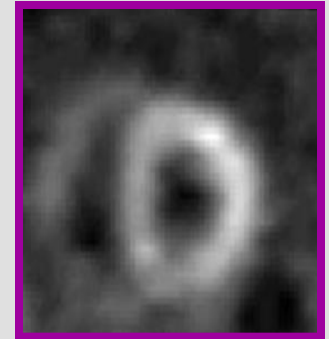
cause majeure de mortalité dans les pays industrialisés



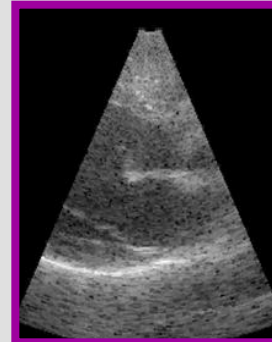
IRM



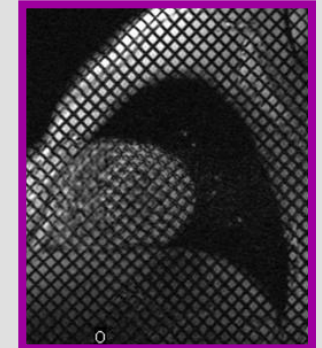
TEP



Echographie



IRM taggé

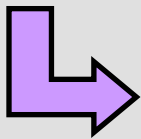


Intérêt de l'échographie

- ▶ Temps réel, fréquence d'acquisition élevée (25-70 images par seconde)
- ▶ Non-invasive, pas de préparation du patient
- ▶ Faible coût, équipement peu encombrant

Applications cliniques

- ▶ **Besoin d'outil de segmentation automatique ou semi-automatique de séquences cardiaques**
- ▶ **Objectif** → **développer un algorithme de localisation d'interface sang / myocarde**



problème difficile et encore ouvert

[Cootes et al. 1988]

[Boukerroui et al. 2001]

[Chen et al. 2002]

[Sarti et al. 2005]

[Unser et al. 2005]

[Comaniciu et al. 2005]

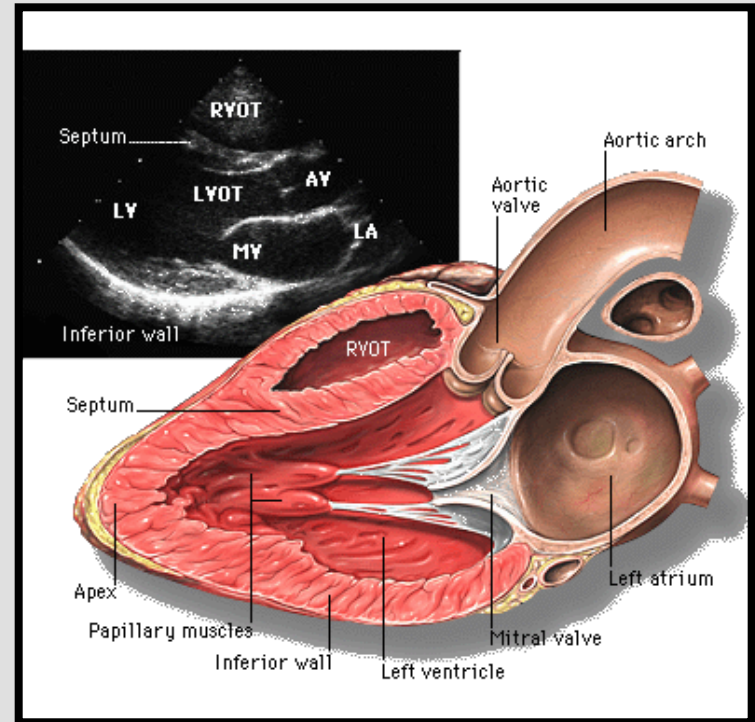
Application: segmentation d'images échographiques

Données

Parasternale grand axe



[lien](#)



Données

Parasternale grand axe

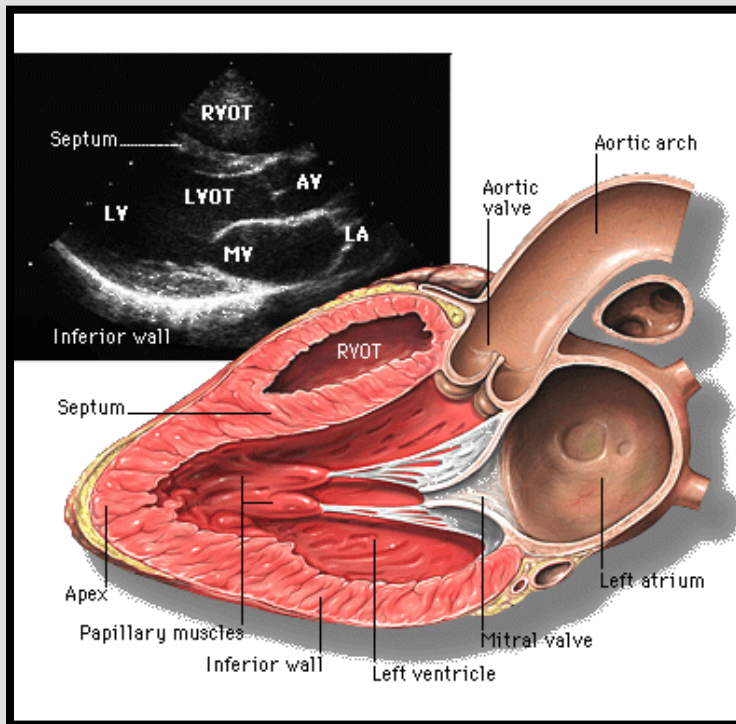
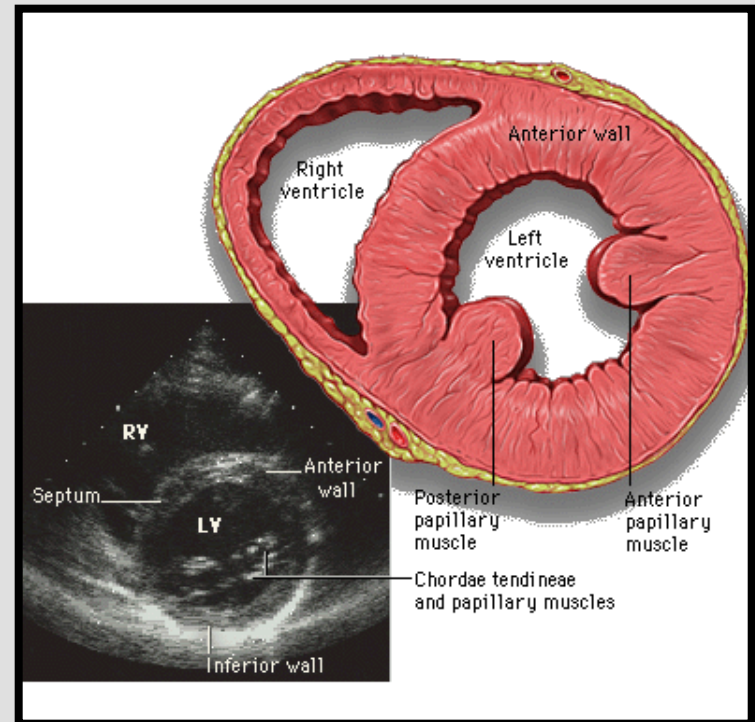
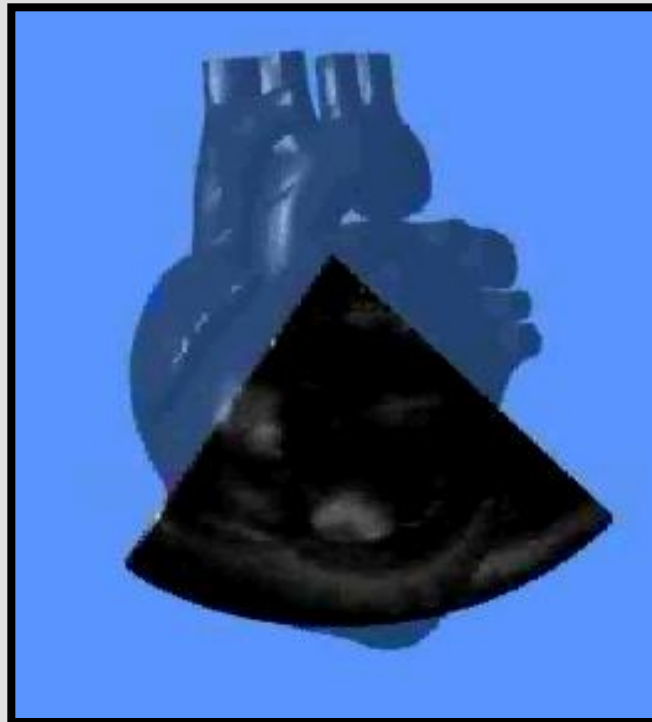


Image ultrasonore [lien](#)

Application: segmentation d'images échographiques

Données

Parasternale petit axe



[lien](#)

Données

Parasternale petit axe

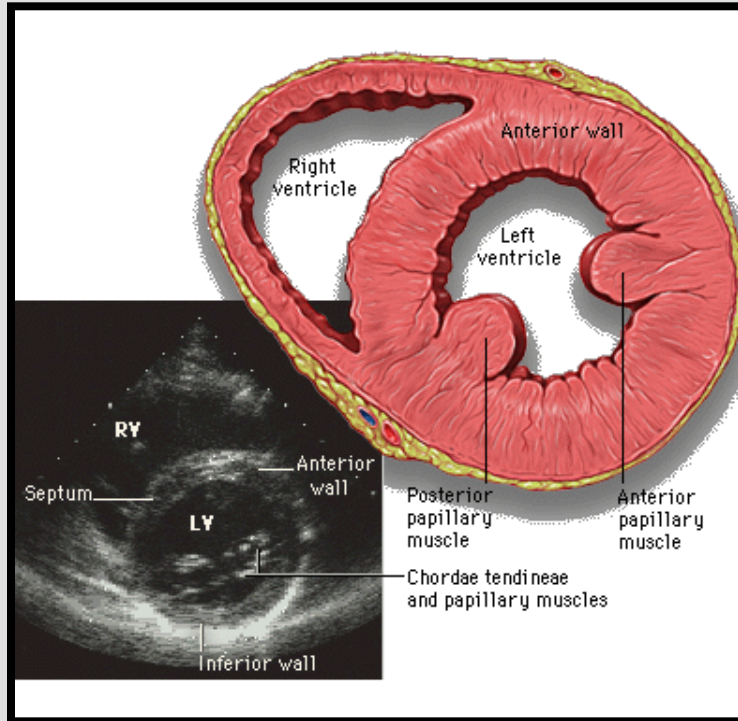
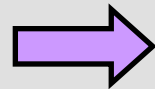


Image ultrasonore [lien](#)

Application: segmentation d'images échographiques

Difficultés

- Frontières pas précises
 - Variation de topologie
 - Phénomène de speckle
 - Atténuation
-

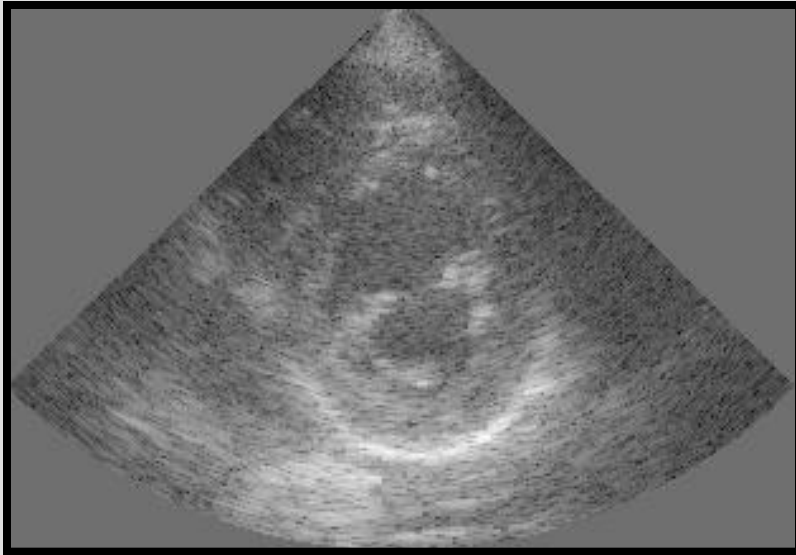


Choix : Level-Set

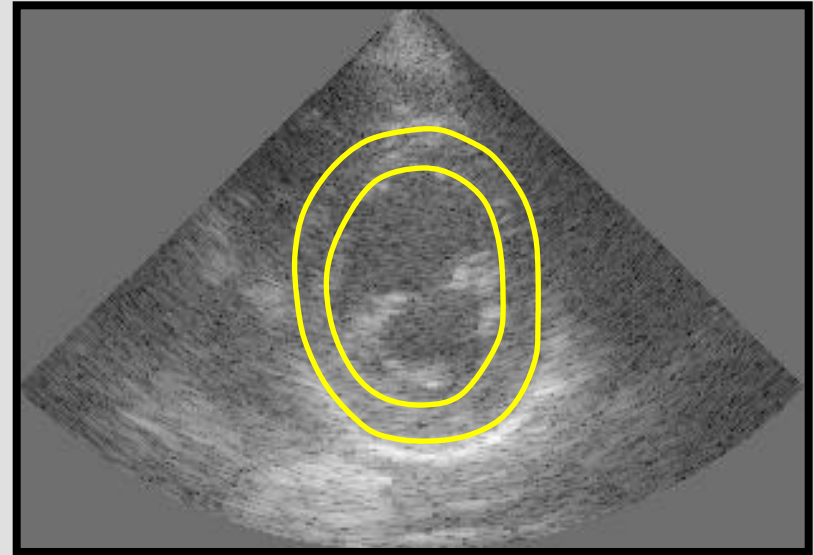
- ★ information image
statistique de l'image
- ★ contraintes a priori
 - *modèle statistique*
 - *modèle de forme*

Fil conducteur

Segmentation d'une image échocardiographique en vue parasternale petit axe



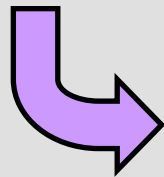
Parasternale petit axe



Segmentation de référence

Application: segmentation d'images échographiques

Intégration de contraintes statistiques



Critère d'énergie

Application: segmentation d'images échographiques

Contrainte statistique

- Contrainte sur la distribution des intensités de niveaux de gris

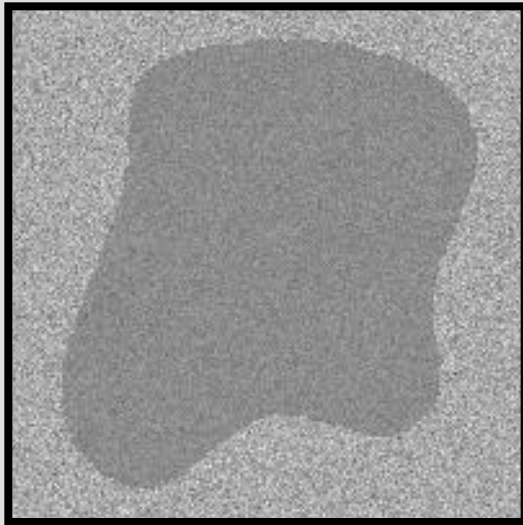
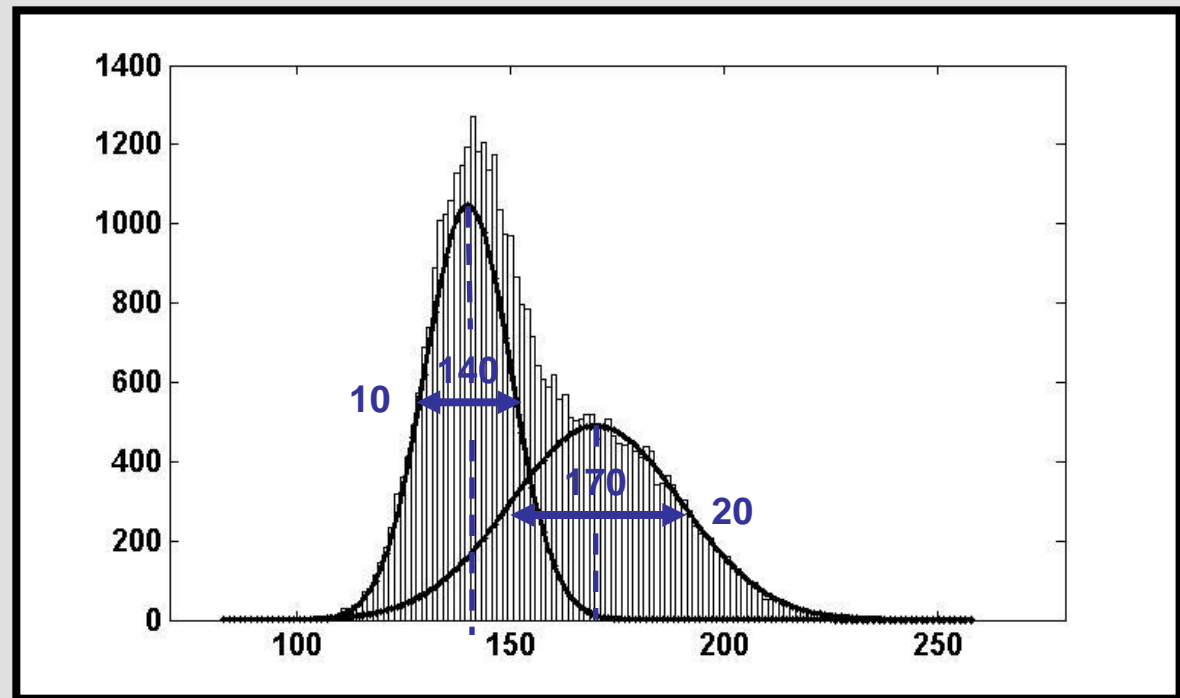


image simulée



histogramme

Contrainte statistique

- ▶ Critère d'énergie : fonction maximum de vraisemblance

[Zhu-Yuille-1996]

- ▶ Idée

Séparer deux régions modélisées par une distribution a priori p_{img} ayant des valeurs de paramètres χ différentes

Contrainte statistique

- Critère d'énergie : fonction maximum de vraisemblance

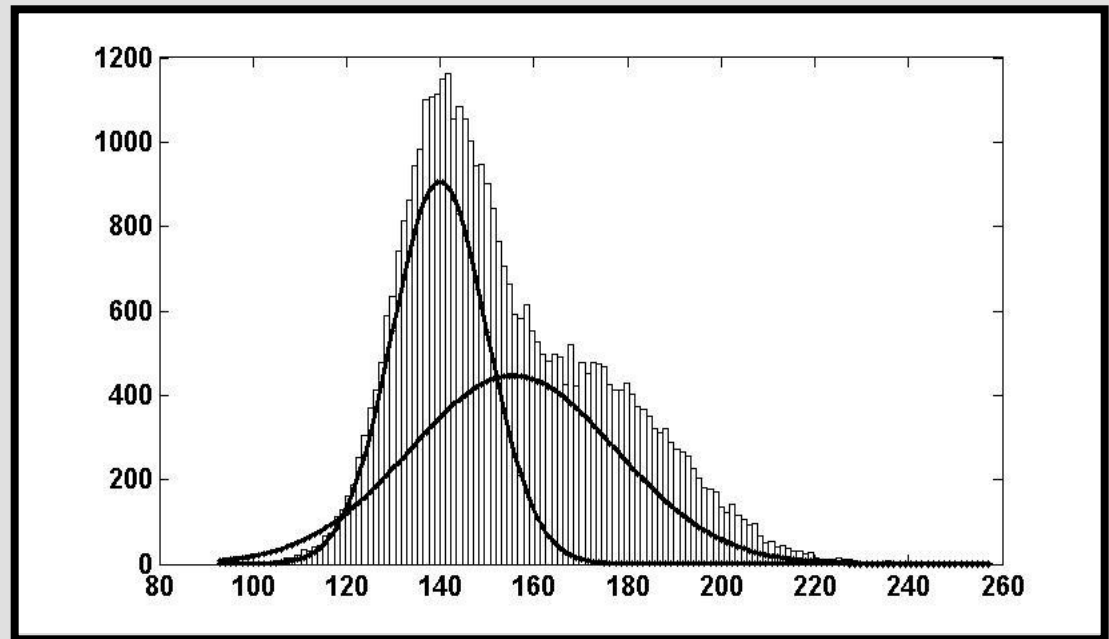
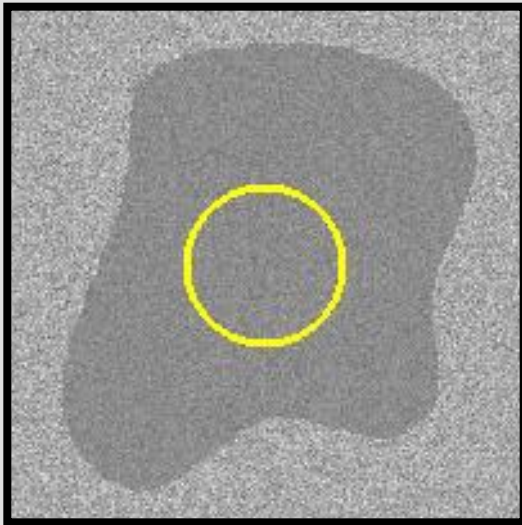
$$J_{ML}(\phi, \chi_{in}, \chi_{out}) = \int_{\Omega} -\log p_{img}(I(\vec{x}) / \chi_{in}) \cdot H_{\varepsilon}(\phi(\vec{x})) d\vec{x} + \\ \int_{\Omega} -\log p_{img}(I(\vec{x}) / \chi_{out}) \cdot H_{\varepsilon}(-\phi(\vec{x})) d\vec{x}$$

avec p_{img} : distribution a priori
 χ : paramètres de la distribution

Application: segmentation d'images échographiques

Contrainte statistique : exemple gaussien

- fonction maximum de vraisemblance : comportement



$$J_{ML} = 1782$$

$$\mu_{in} = 140$$

$$\mu_{out} = 156$$

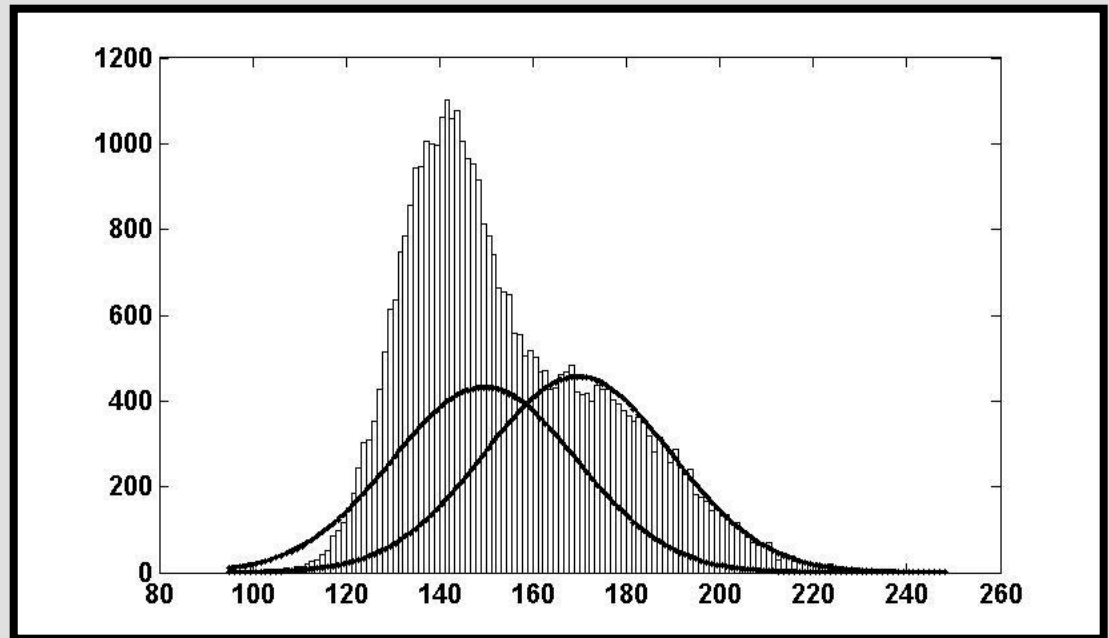
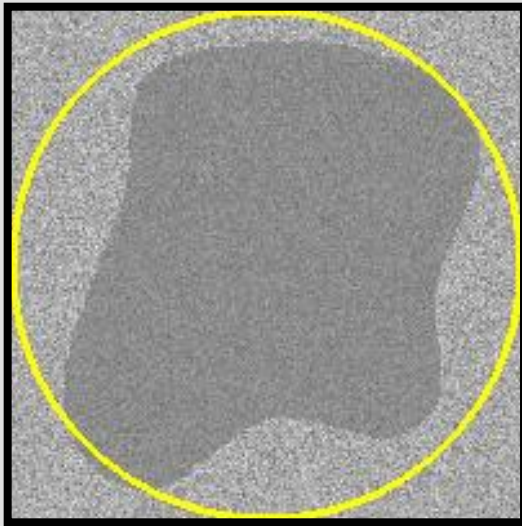
$$\sigma^2_{in} = 10.2$$

$$\sigma^2_{out} = 22$$

Application: segmentation d'images échographiques

Contrainte statistique : exemple gaussien

- fonction maximum de vraisemblance : comportement



$$J_{ML} = 1763$$

$$\mu_{in} = 150$$

$$\mu_{out} = 170$$

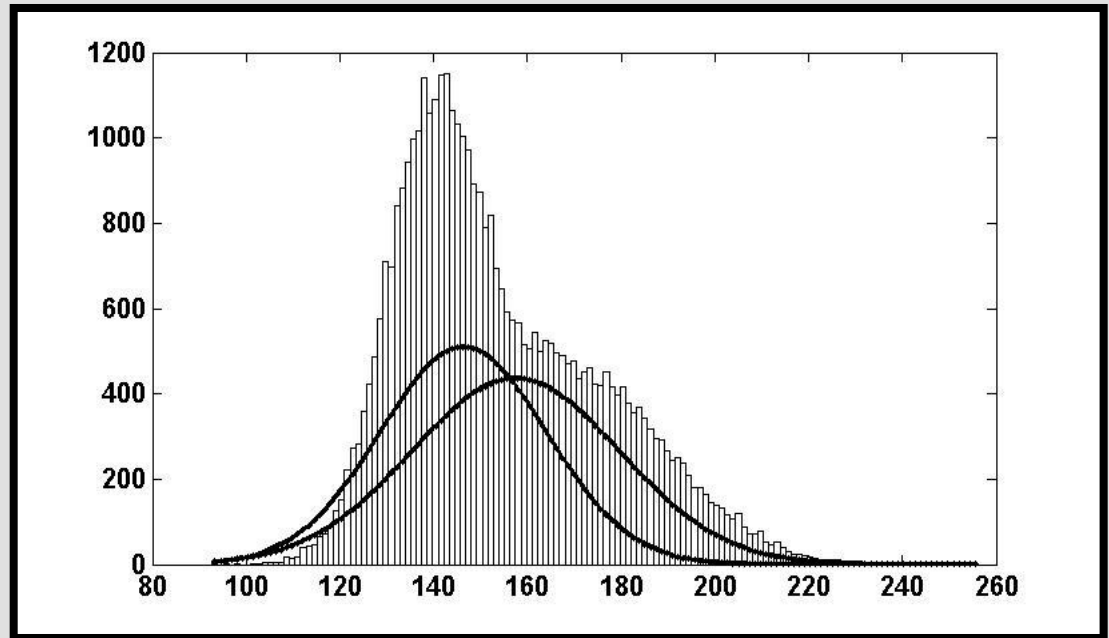
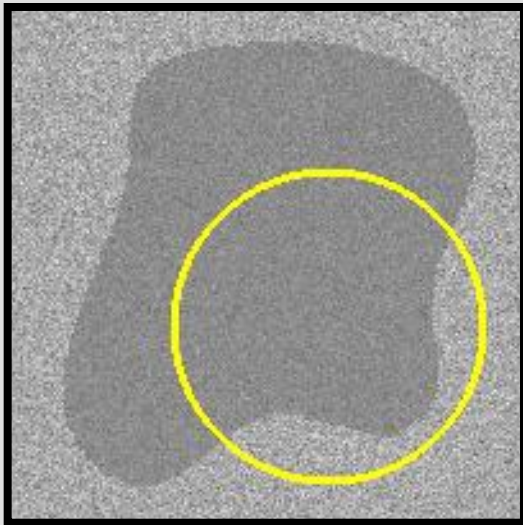
$$\sigma^2_{in} = 20$$

$$\sigma^2_{out} = 20$$

Application: segmentation d'images échographiques

Contrainte statistique : exemple gaussien

- fonction maximum de vraisemblance : comportement



$$J_{ML} = 1782$$

$$\mu_{in} = 146$$

$$\mu_{out} = 157$$

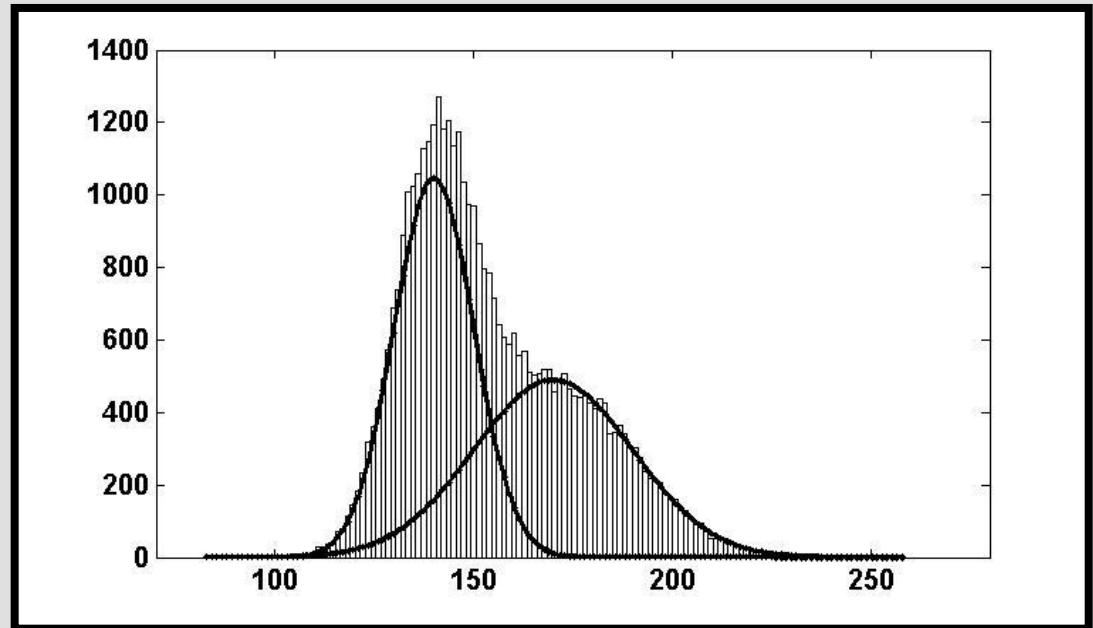
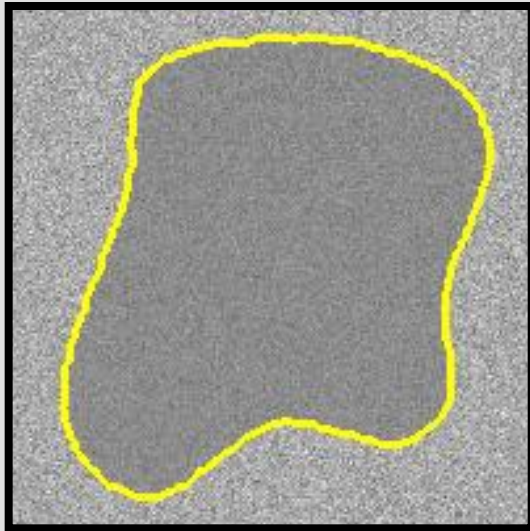
$$\sigma^2_{in} = 18$$

$$\sigma^2_{out} = 22.2$$

Application: segmentation d'images échographiques

Contrainte statistique : exemple gaussien

- fonction maximum de vraisemblance : comportement



$$J_{ML} = 1620$$

$$\mu_{in} = 140$$

$$\mu_{out} = 170$$

$$\sigma^2_{in} = 10$$

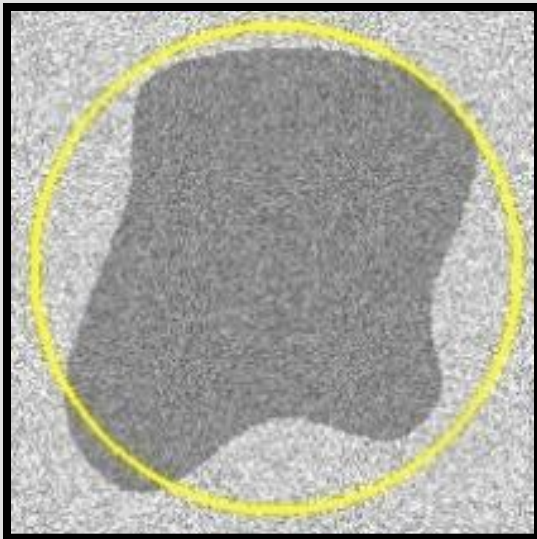
$$\sigma^2_{out} = 20$$

Application: segmentation d'images échographiques

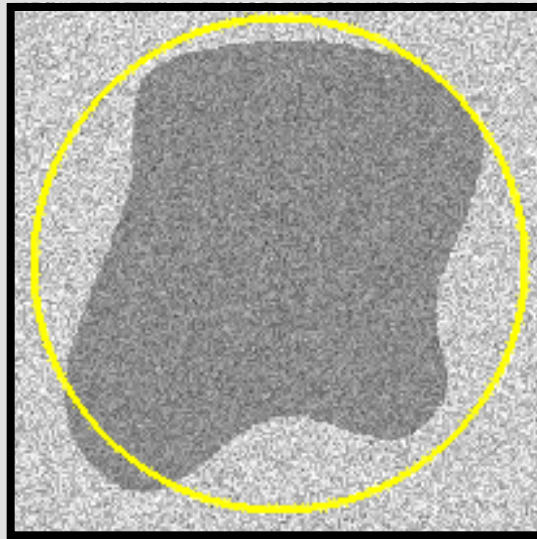
Contrainte statistique: exemple gaussien

► Equation d'évolution

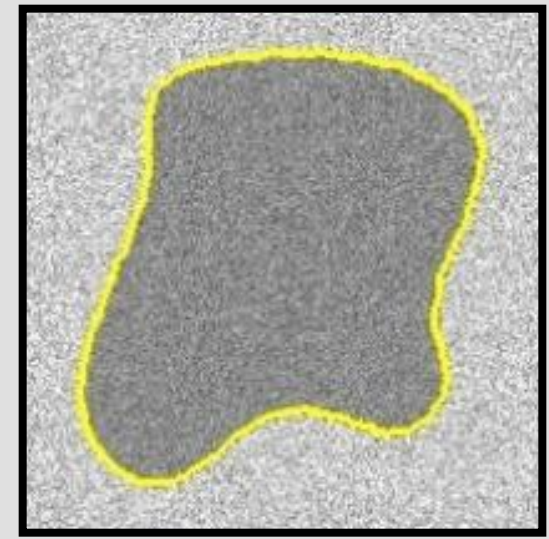
$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = V \cdot \delta_{\varepsilon}(\phi) \quad \text{avec} \quad V = -\log \left(\frac{p_{gauss}(I(\vec{x}) / \mu_{in})}{p_{gauss}(I(\vec{x}) / \mu_{out})} \right)$$



initialisation



évolution lien



à convergence

Contrainte statistique

- ▶ Quelle distribution a priori utiliser pour caractériser la statistique des images échocardiographiques ?

Distribution de Rayleigh

$$p_{ray}(I, \sigma^2) = \frac{I}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-I^2}{2\sigma^2}\right)$$

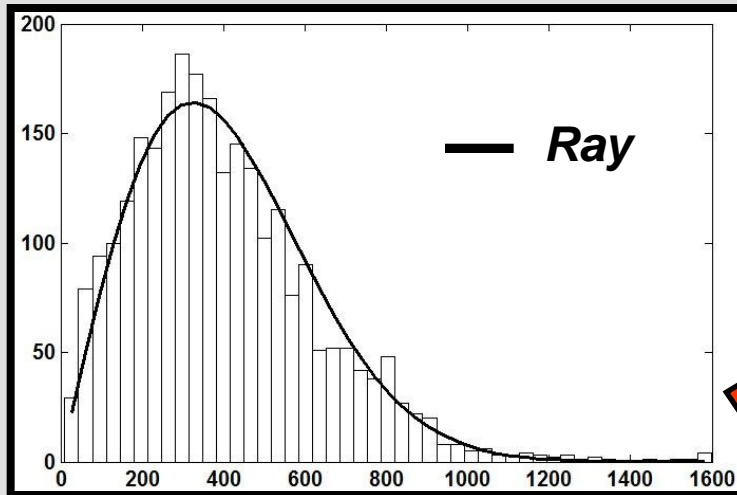
- ➔ approximation acceptable des statistiques réelles
- ➔ expression simple
- ➔ estimation robuste des paramètres

Application: segmentation d'images échographiques

Contrainte statistique

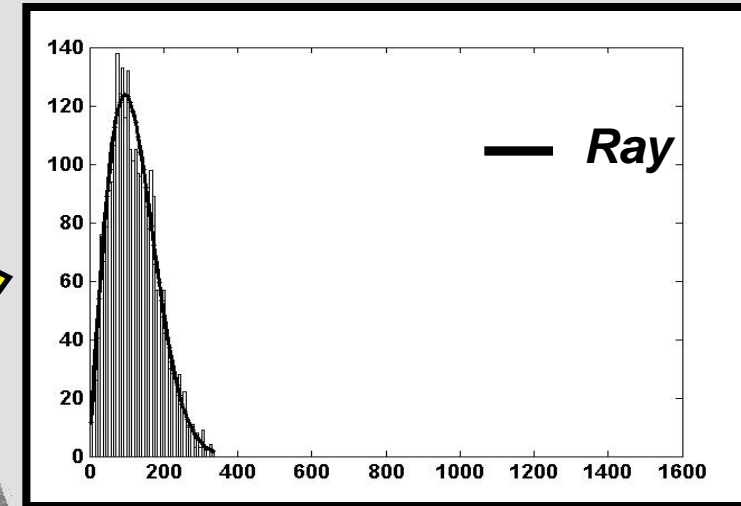
Distribution de Rayleigh

Myocarde

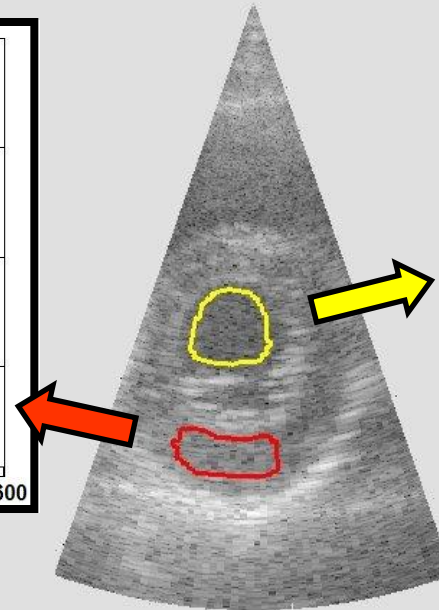


histogramme

Sang



histogramme

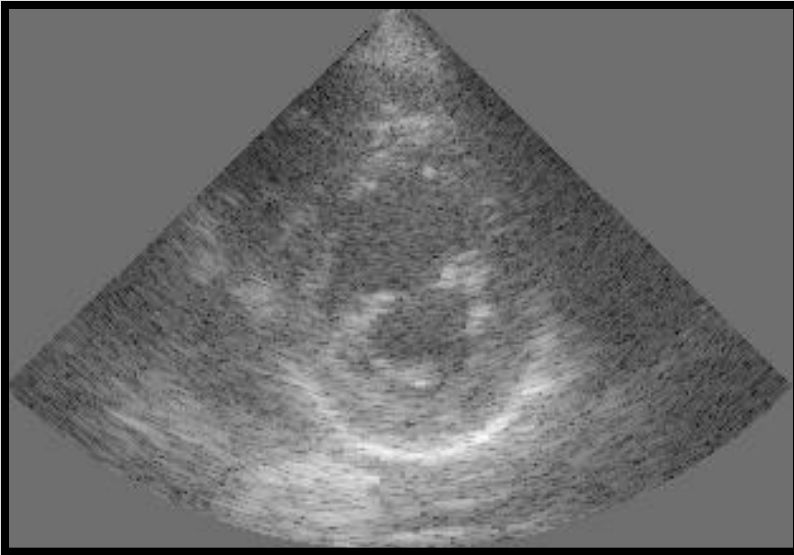


Parasternale petit axe

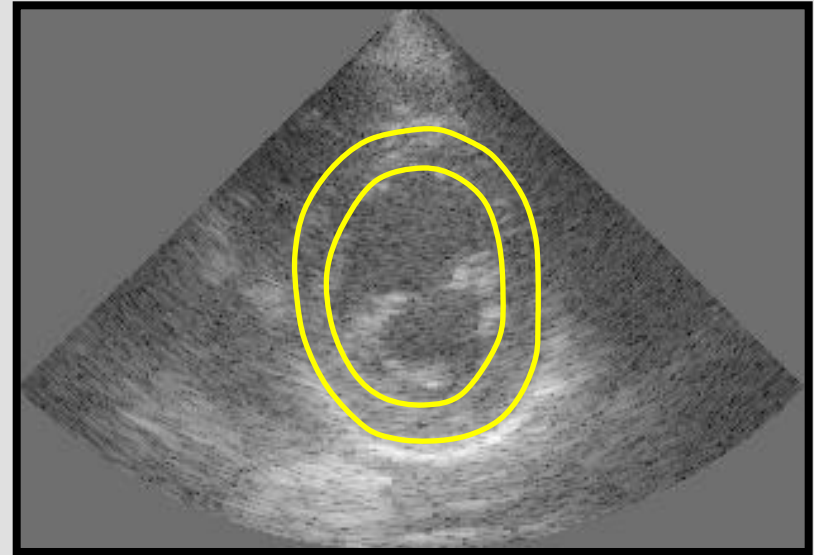
Application: segmentation d'images échographiques

Fil conducteur

Segmentation d'une image échocardiographique en vue parasternale petit axe



Parasternale petit axe

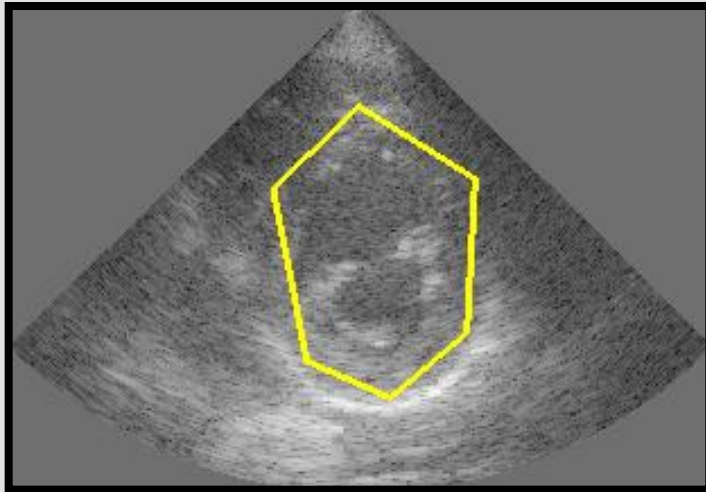


Segmentation de référence

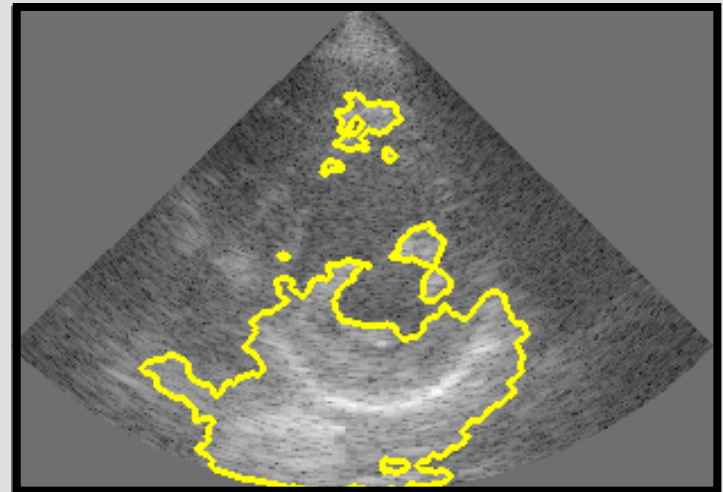
Contrainte statistique

► Résultat de segmentation

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \left(-\log \left(\frac{p_{ray}(I(\vec{x}) / \mu_{in})}{p_{ray}(I(\vec{x}) / \mu_{out})} \right) + \lambda \kappa \right) \cdot \delta_{\varepsilon}(\phi)$$



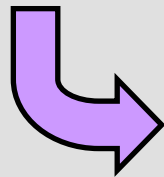
Initialisation



Convergence

Application: segmentation d'images échographiques

Intégration de contraintes statistiques

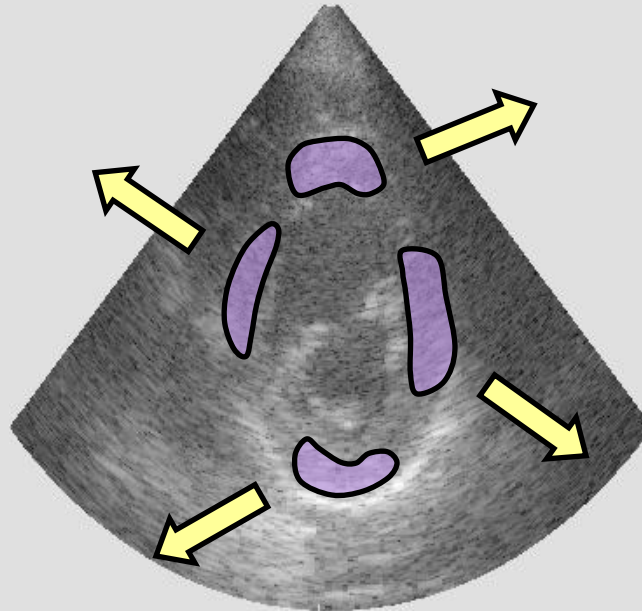
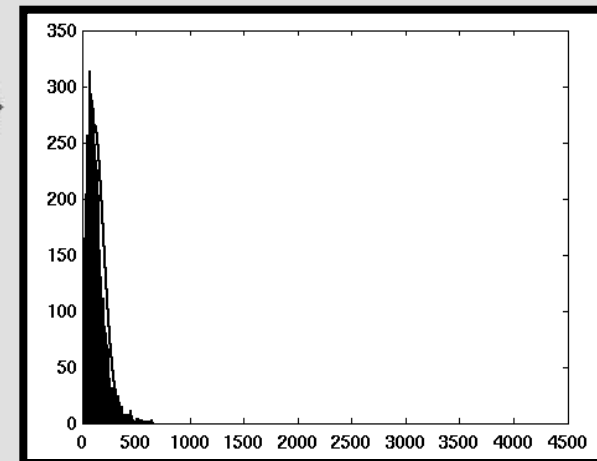
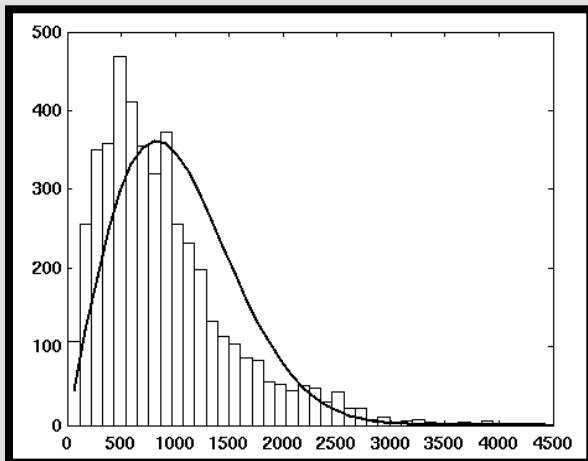
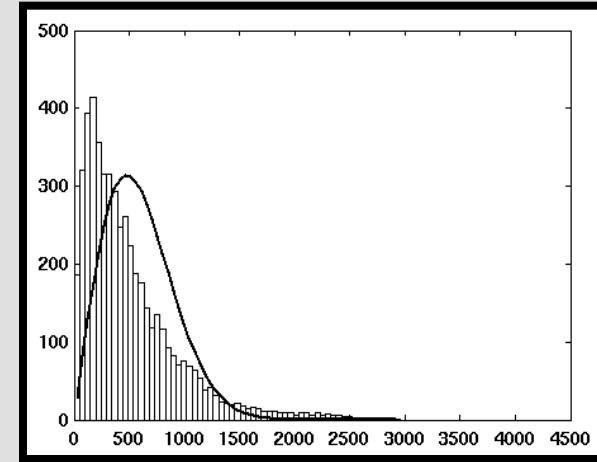
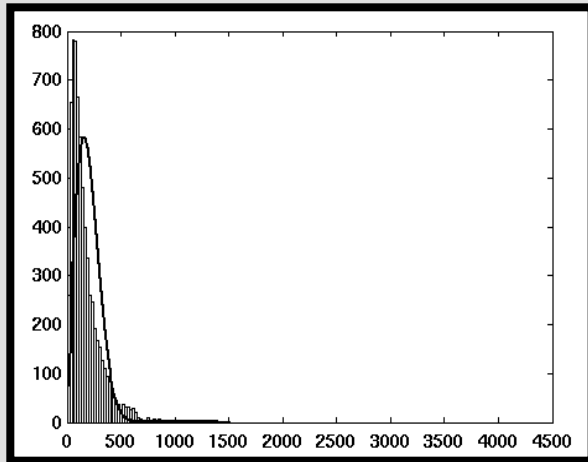


Localisation du critère d'énergie

Application: segmentation d'images échographiques

Contrainte statistique

- Statistique non-homogène le long du muscle myocardique

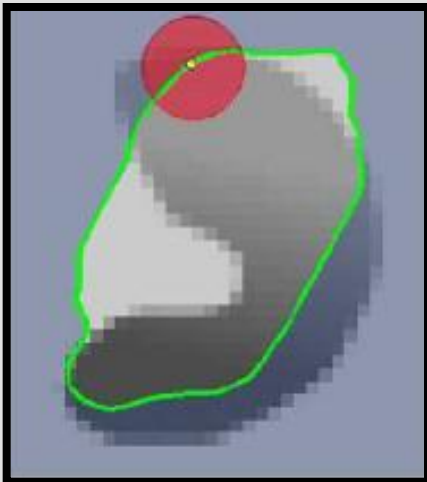
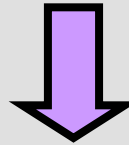


Contrainte statistique

► Adaptation du formalisme proposé par Lankton

➔ Localisation des termes statistiques

$$E_{data}(\phi) = \int_{\Omega} \delta(\phi(\vec{x})) \int_{\Omega} -B(\vec{x}, \vec{y}) \cdot \log \left(\frac{p_{ray}(I(\vec{y}) / \mu_{in}(\vec{x}))}{p_{ray}(I(\vec{y}) / \mu_{out}(\vec{x}))} \right) d\vec{y} d\vec{x} + \lambda \oint_{\partial\Omega} ds$$

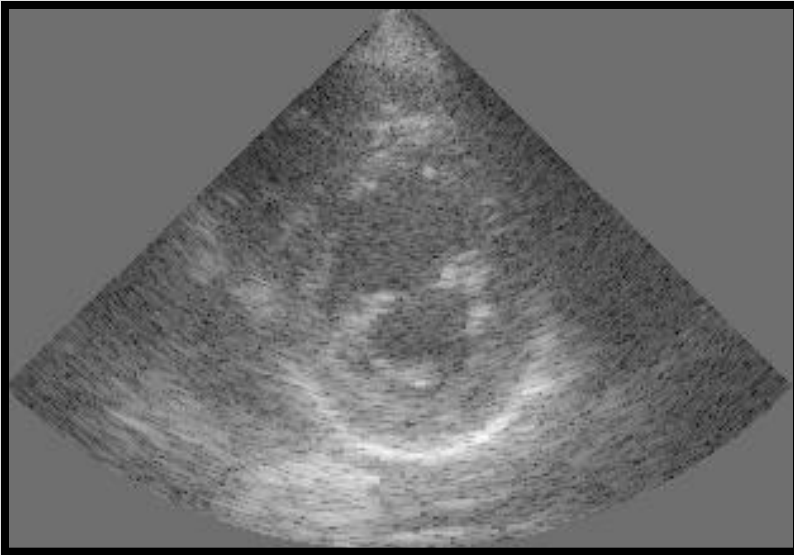


$$\frac{\partial \phi(\vec{x}, \tau)}{\partial \tau} = \left[\int_{\Omega} B(\vec{x}, \vec{y}) \cdot \delta(\phi(\vec{y})) \left\{ -\log P_{ray}(I(\vec{y}) / \mu_{in}(\vec{x})) + \log P_{ray}(I(\vec{y}) / \mu_{out}(\vec{x})) \right\} d\vec{y} + \lambda \kappa \right] \cdot \delta(\phi(\vec{x}))$$

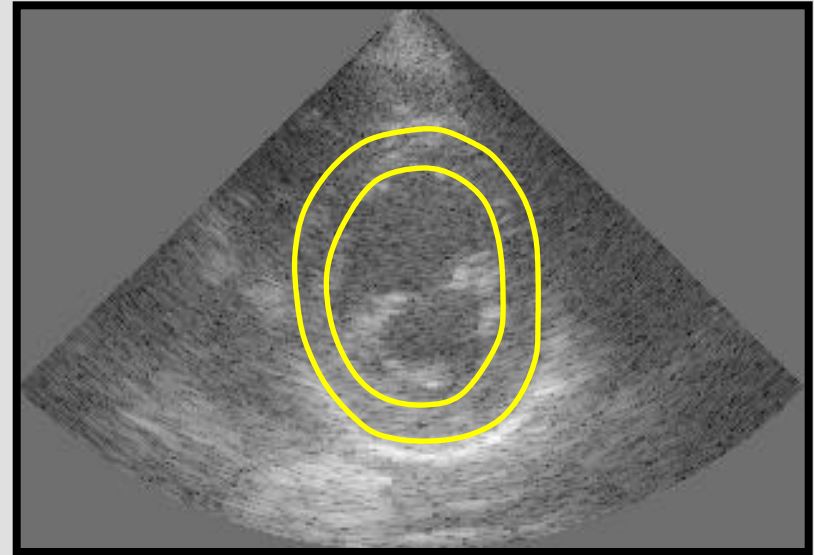
Application: segmentation d'images échographiques

Fil conducteur

Segmentation d'une image échocardiographique en vue parasternale petit axe



Parasternale petit axe

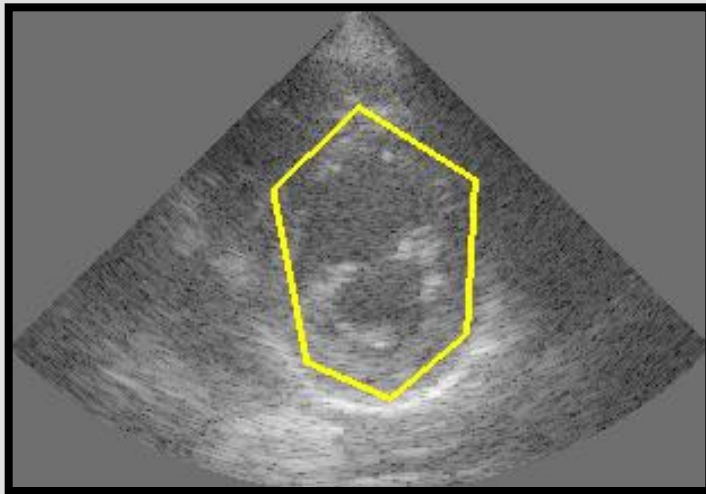


Segmentation de référence

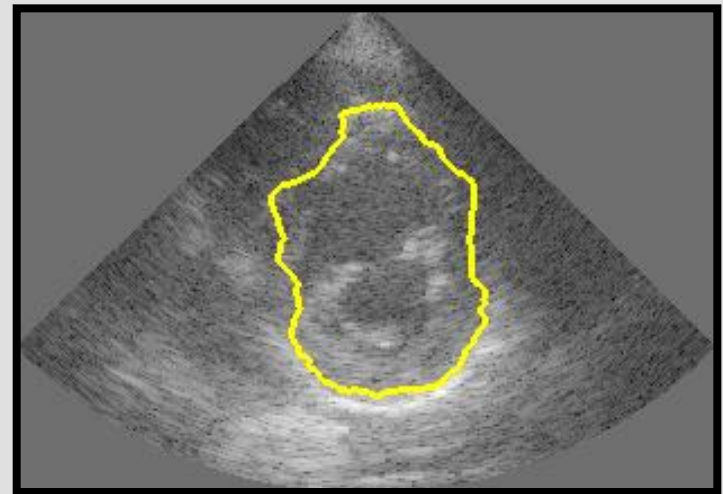
Contrainte statistique

► Résultat de segmentation

$$\frac{\partial \phi(\vec{x}, \tau)}{\partial \tau} = \left[\int_{\Omega} B(\vec{x}, \vec{y}) \cdot \delta(\phi(\vec{y})) \left\{ -\log P_{ray}(I(\vec{y}) / \mu_{in}(\vec{x})) + \log P_{ray}(I(\vec{y}) / \mu_{out}(\vec{x})) \right\} d\vec{y} + \lambda \kappa \right] \cdot \delta(\phi(\vec{x}))$$



Initialisation



Convergence

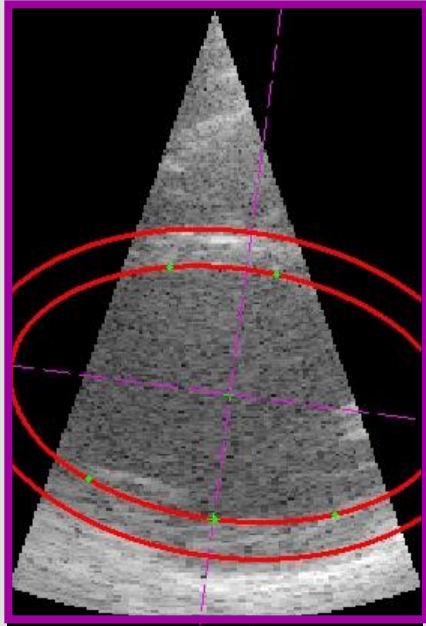
Application: segmentation d'images échographiques

Intégration de contraintes de forme

Application: segmentation d'images échographiques

Contrainte de forme

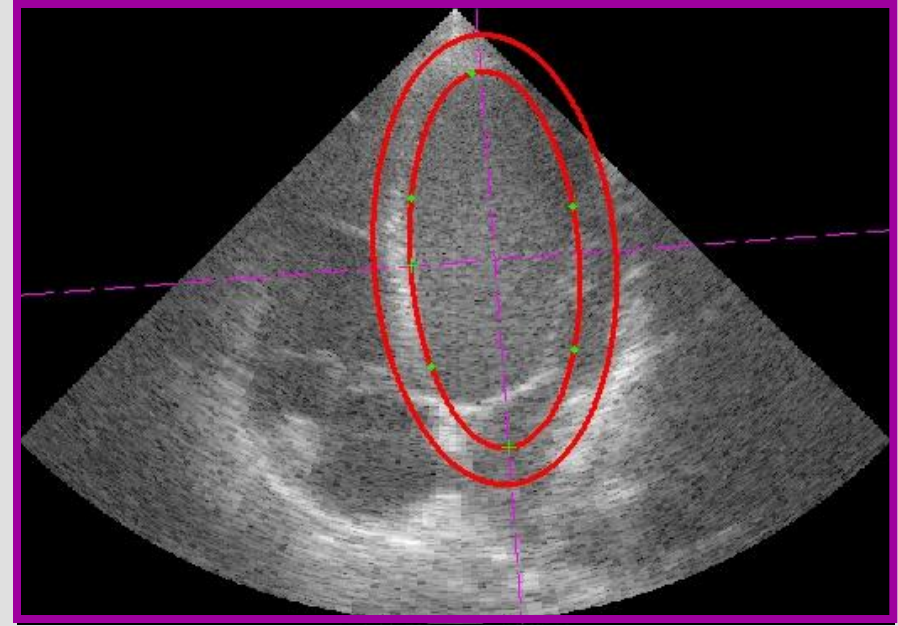
- Idée : Les formes à segmenter ont des propriétés elliptiques



*Parasternale
grand axe*



*Parasternale
petit axe*

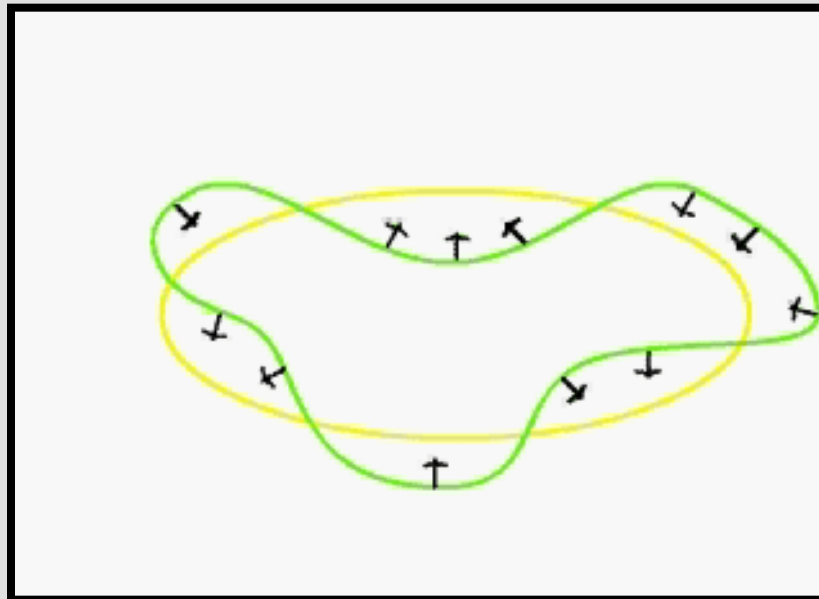
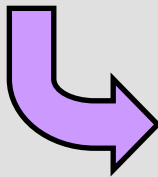


Apicale 4 cavités

Contrainte de forme

- Insertion d'une contrainte de forme elliptique

Création d'un fonctionnelle d'énergie dont le minimum correspond au contour de la forme recherchée



Application: segmentation d'images échographiques

Contrainte de forme

- Insertion d'une contrainte de forme elliptique

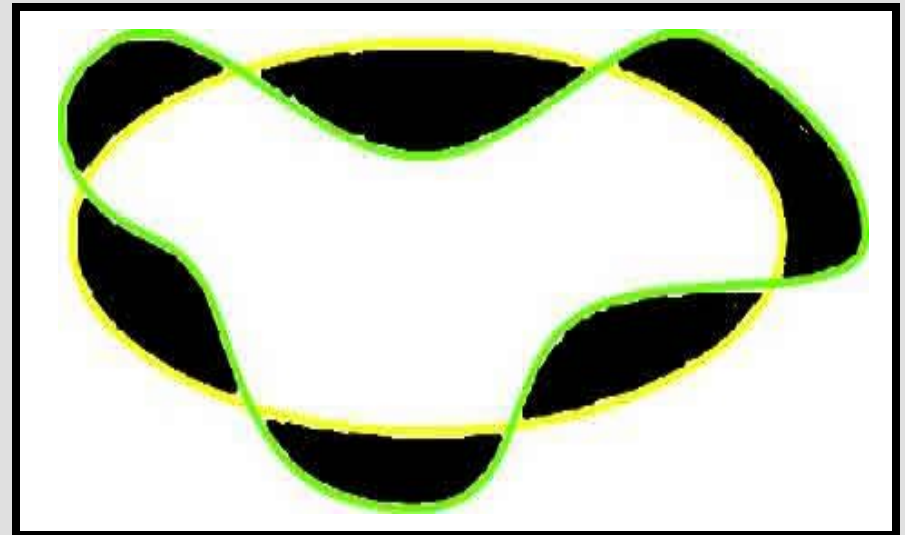
Utiliser une mesure de comparaison entre l'aire intérieure du level-set et l'ellipse associée la plus probable

- Critère retenu

$$\text{Aire}(A \cup B - 2(A \cap B))$$

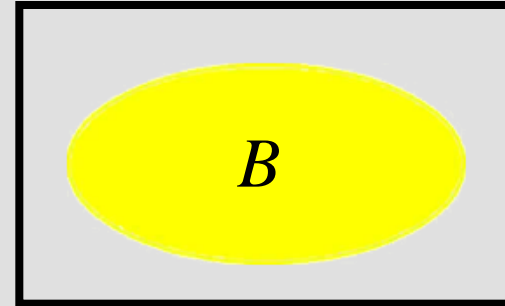
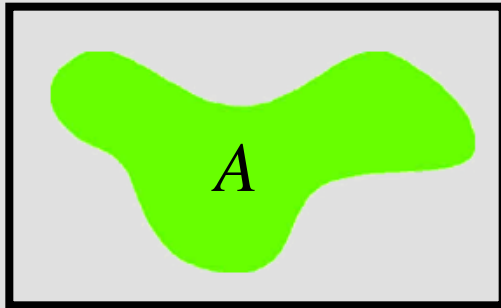


Correspond à la surface noire dans l'exemple proposé



Contrainte de forme

- Formulation implicite de la contrainte de forme



$$\text{Aire}(A) = \int H(\phi(\vec{x})) d\vec{x}$$

$$\text{Aire}(B) = \int H(\phi^*(\vec{x})) d\vec{x}$$

$$\text{Aire}(A \cup B) = \int_{\Omega} (H(\phi(\vec{x})) + H(\phi^*(\vec{x}))) d\vec{x}$$

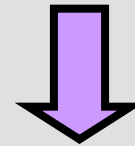
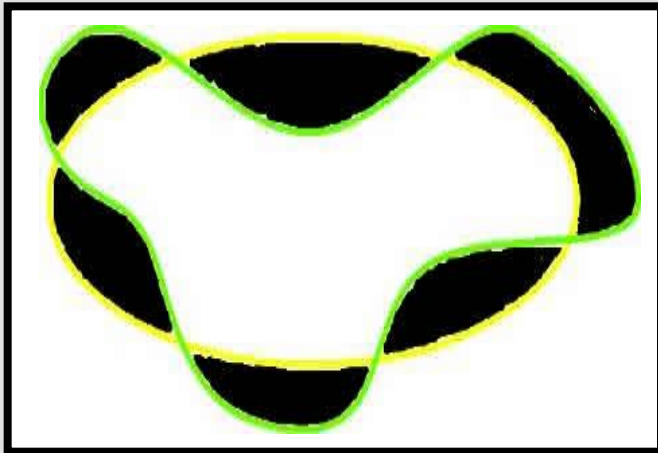
$$\text{Aire}(A \cap B) = \int_{\Omega} (H(\phi(\vec{x})) \cdot H(\phi^*(\vec{x}))) d\vec{x}$$

Contrainte de forme

► Formulation implicite de la contrainte de forme

$$E_s(\phi) = \text{Aire}(A \cup B - 2(A \cap B))$$

$$E_s(\phi) = \int_{\Omega} H(\phi(\vec{x})) + H(\phi^*(\vec{x})) - 2H(\phi(\vec{x})) \cdot H(\phi^*(\vec{x})) d\vec{x}$$



$$\frac{\partial \phi(\vec{x}, \tau)}{\partial \tau} = (1 - 2H(\phi^*(\vec{x}))) \cdot \delta(\phi(\vec{x}))$$

Contrainte de forme

► Formulation implicite de la contrainte de forme

$$\frac{\partial \phi(\vec{x}, \tau)}{\partial \tau} = (1 - 2H(\phi^*(\vec{x})) \cdot \delta(\phi(\vec{x})))$$

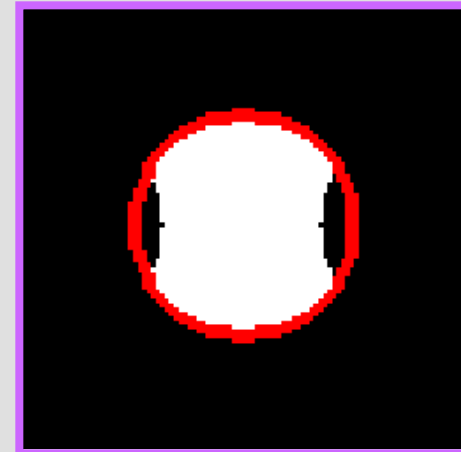
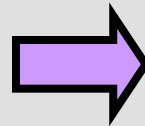
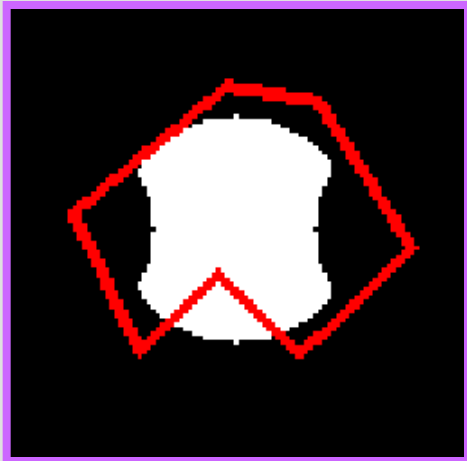
► Schéma évolutif

1. Évolution de ϕ sous contrainte de proximité à ϕ^* calculé précédemment
2. Mise à jour de ϕ^* : méthode des moindres carrés appliquées aux points du contour actif ϕ obtenu à l'étape 1

Contrainte de forme

► Illustration

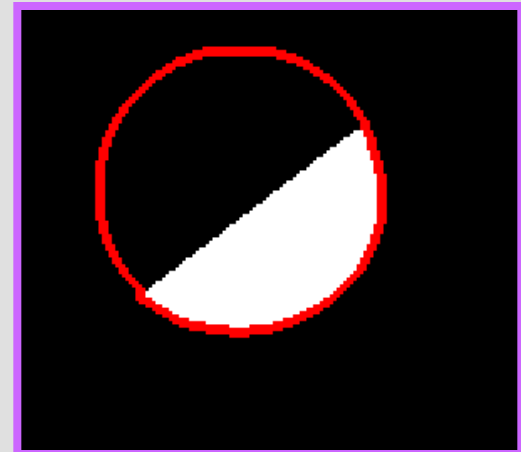
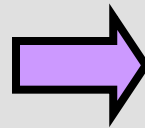
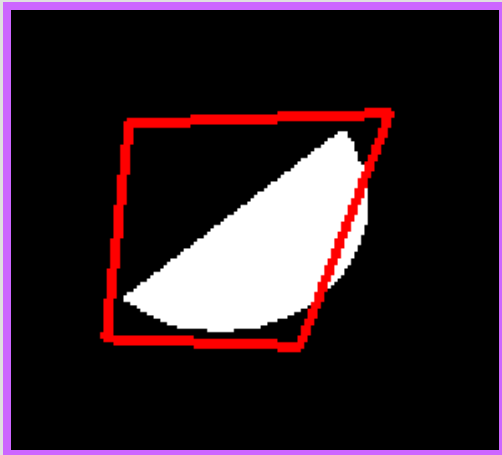
$$\frac{\partial \phi(\vec{x}, \tau)}{\partial \tau} = \left[(1 - 2H(\phi^*(\vec{x}))) + (I(\vec{x}) - \mu_{in})^2 - (I(\vec{x}) - \mu_{out})^2 + \lambda \kappa \right] \cdot \delta(\phi(\vec{x}))$$



Contrainte de forme

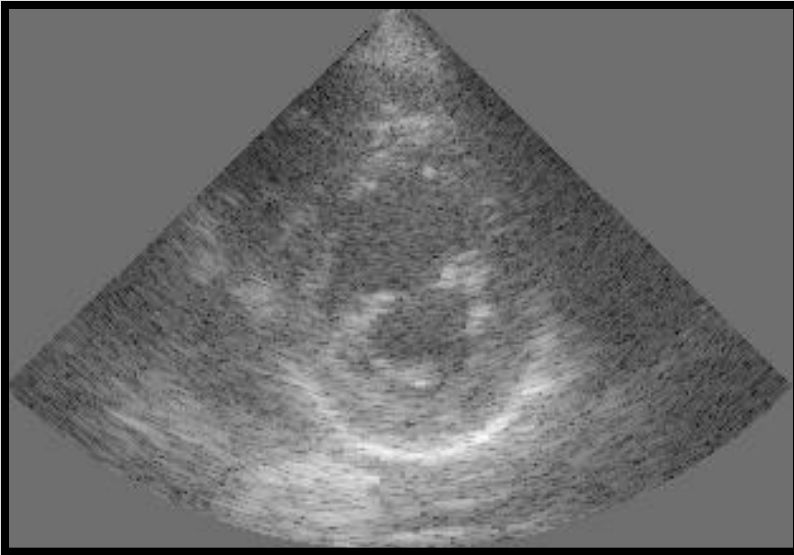
► Illustration

$$\frac{\partial \phi(\vec{x}, \tau)}{\partial \tau} = \left[(1 - 2H(\phi^*(\vec{x}))) + (I(\vec{x}) - \mu_{in})^2 - (I(\vec{x}) - \mu_{out})^2 + \lambda \kappa \right] \cdot \delta(\phi(\vec{x}))$$

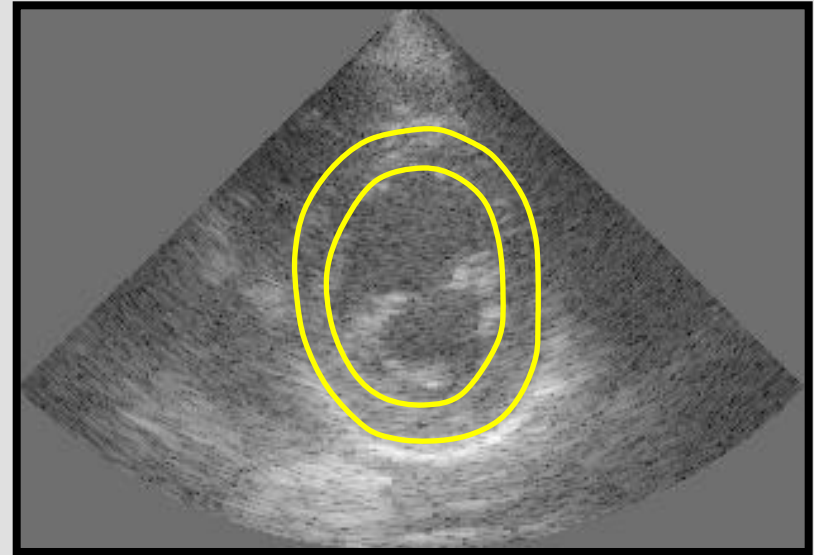


Fil conducteur

Segmentation d'une image échocardiographique en vue parasternale petit axe



Parasternale petit axe



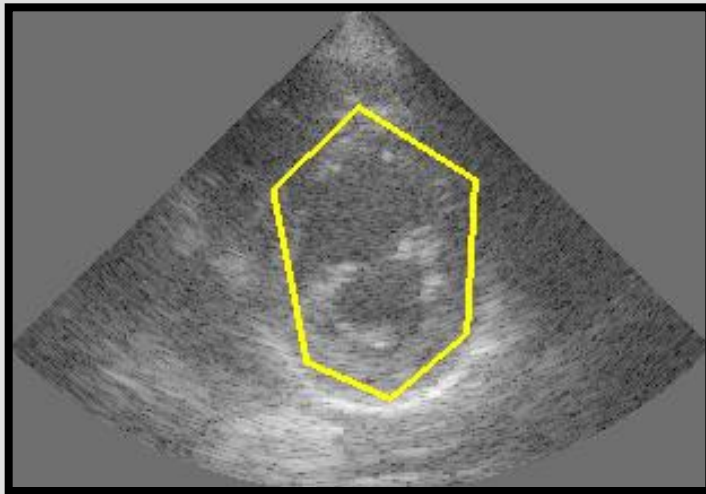
Segmentation de référence

Application: segmentation d'images échographiques

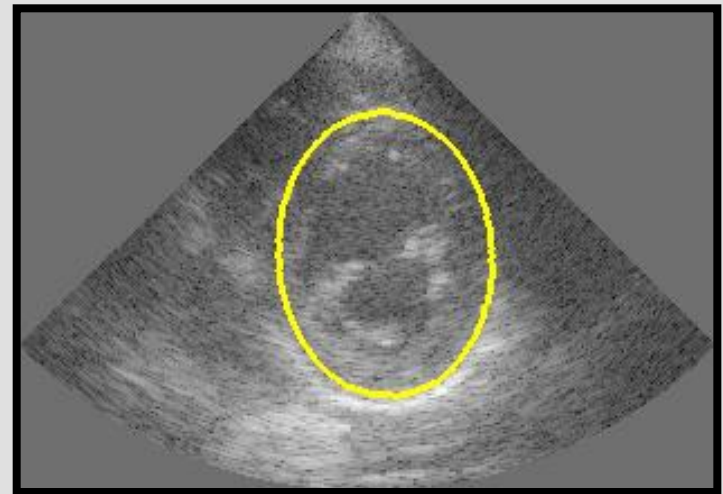
Contrainte statistique

► Résultat de segmentation

$$\frac{\partial \phi(\vec{x}, \tau)}{\partial \tau} = \left[\int_{\Omega} B(\vec{x}, \vec{y}) \cdot \delta(\phi(\vec{y})) \left\{ -\log P_{ray}(I(\vec{y}) / \mu_{in}(\vec{x})) + \log P_{ray}(I(\vec{y}) / \mu_{out}(\vec{x})) \right\} d\vec{y} \right. \\ \left. + \alpha (1 - 2H(\phi^*(\vec{x})) + \lambda \kappa) \cdot \delta(\phi(\vec{x})) \right]$$



Initialisation



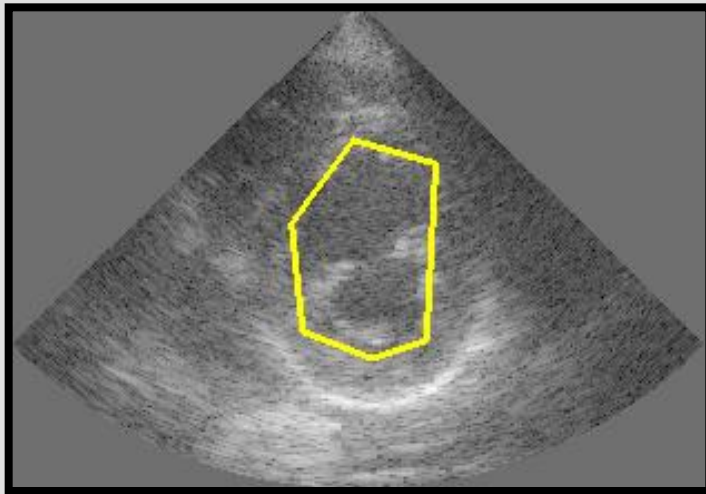
Convergence

Application: segmentation d'images échographiques

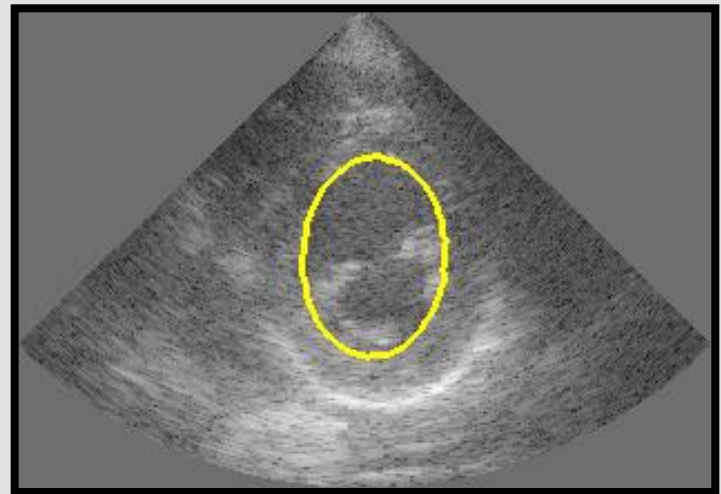
Contrainte statistique

► Résultat de segmentation

$$\frac{\partial \phi(\vec{x}, \tau)}{\partial \tau} = \left[\int_{\Omega} B(\vec{x}, \vec{y}) \cdot \delta(\phi(\vec{y})) \left\{ -\log P_{ray}(I(\vec{y}) / \mu_{in}(\vec{x})) + \log P_{ray}(I(\vec{y}) / \mu_{out}(\vec{x})) \right\} d\vec{y} \right. \\ \left. + \alpha (1 - 2H(\phi^*(\vec{x})) + \lambda \kappa) \cdot \delta(\phi(\vec{x})) \right]$$



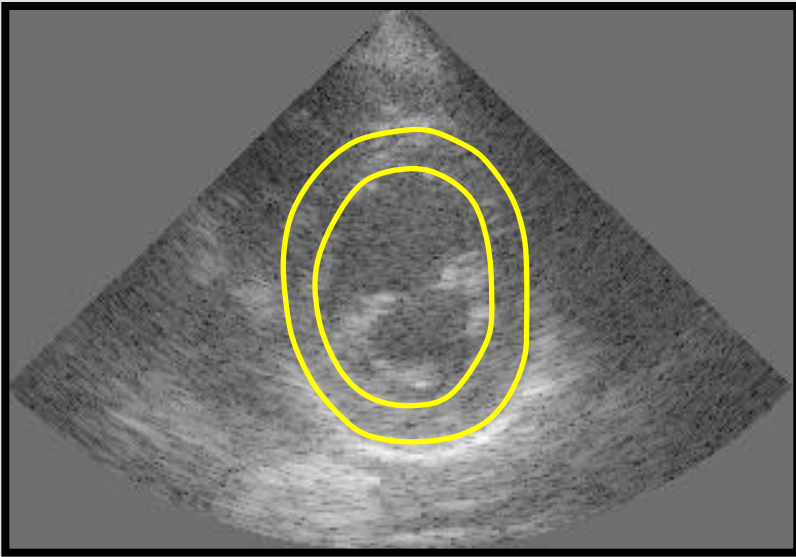
Initialisation



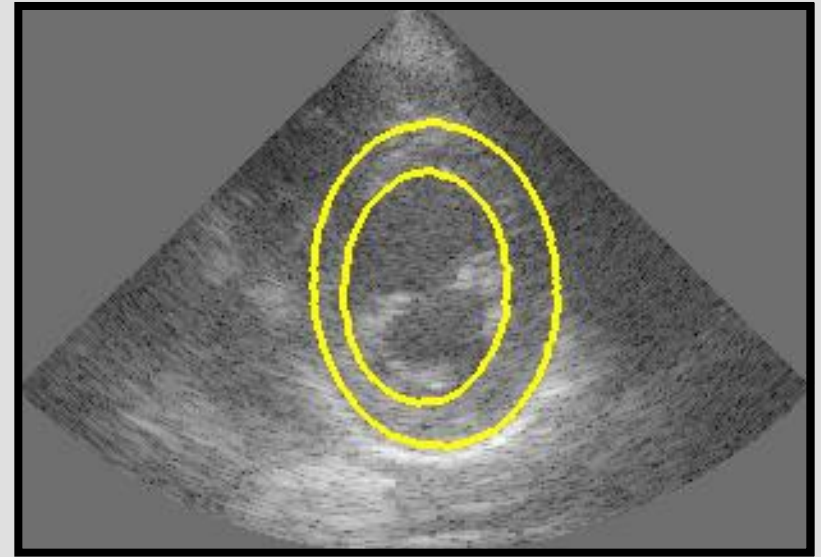
Convergence

Contrainte statistique

► Résultat de segmentation



Segmentation de référence



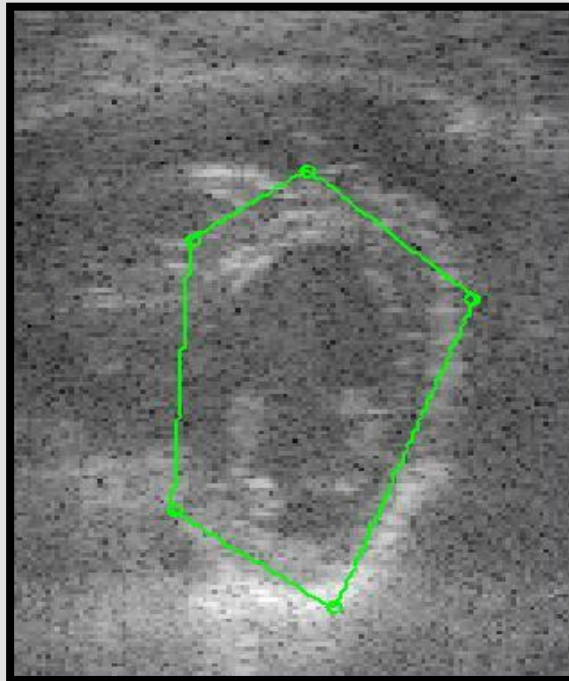
Segmentation obtenue

Application: segmentation d'images échographiques

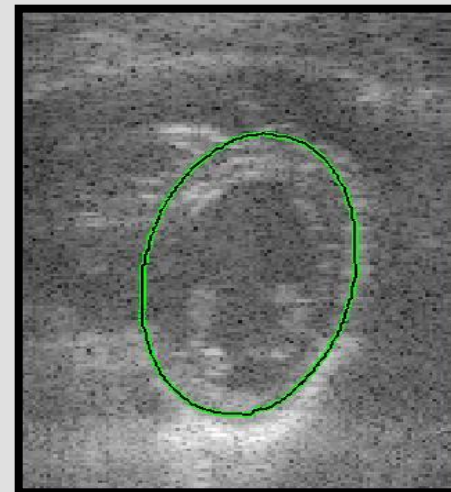
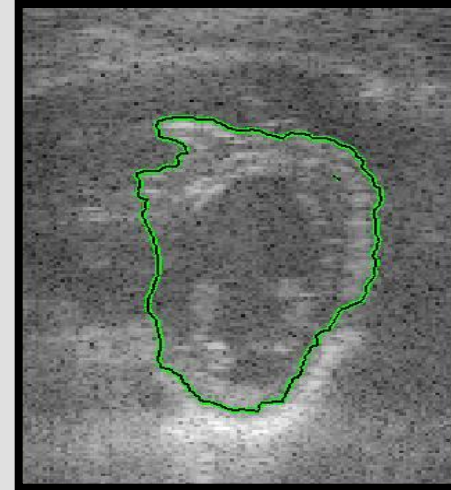
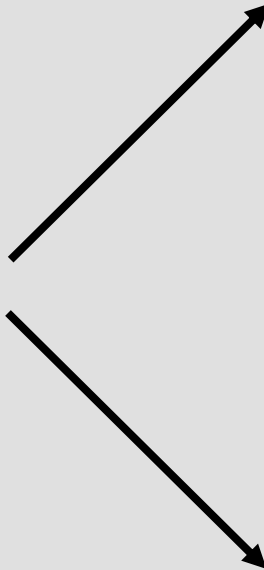
Compléments de résultats

Contrainte statistique

► Résultat de segmentation

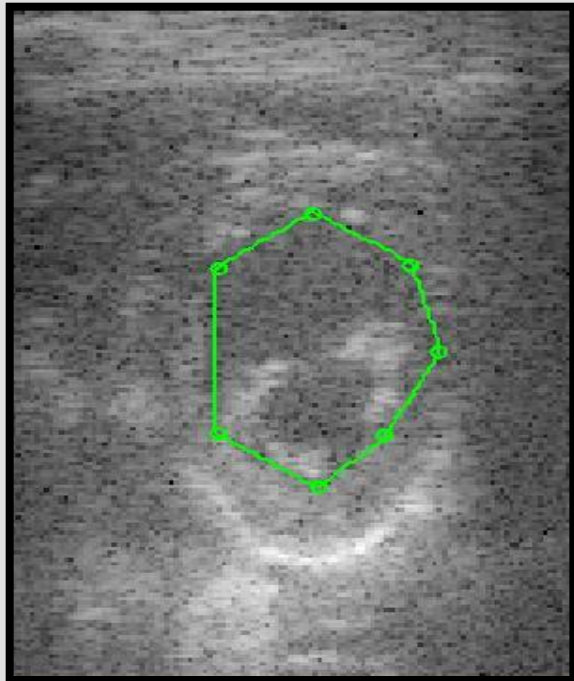


Initialisation



Contrainte statistique

► Résultat de segmentation



Initialisation

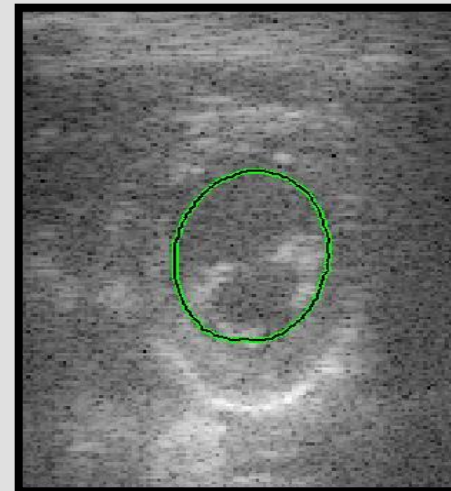
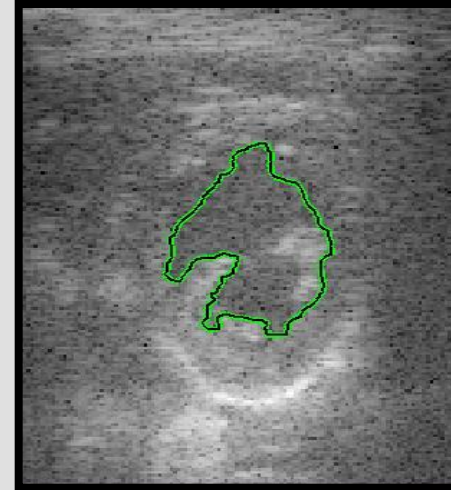
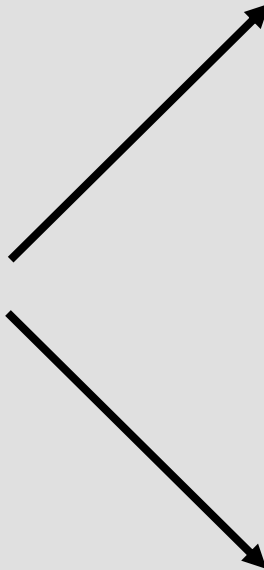


Schéma évolutif

- ▶ Résultat de segmentation sur une séquence
 - ➔ Résultat obtenu à l'instant i sert d'initialisation à l'instant $i+1$



[lien](#)

Fin de la troisième partie
