

# Filtragem Conexa

Prof. Dr. Paulo A. V. de Miranda  
Instituto de Matemática e Estatística (IME),  
Universidade de São Paulo (USP)  
[pmiranda@vision.ime.usp.br](mailto:pmiranda@vision.ime.usp.br)

# Filtragem por reconstrução morfológica

A reconstrução morfológica é uma operação que envolve duas imagens de entrada, uma máscara  $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, I)$  e uma marcadora  $\hat{J} = (\mathcal{D}_J, J)$  e um elemento estruturante planar (i.e., relação de adjacência  $\mathcal{A}$ ). A reconstrução é dita:

- ▶ **superior** quando  $J(p) \geq I(p)$  para todo  $p \in \mathcal{D}_I$ , e
- ▶ **inferior** quando  $J(p) \leq I(p)$  para todo  $p \in \mathcal{D}_I$ .

# Reconstrução superior

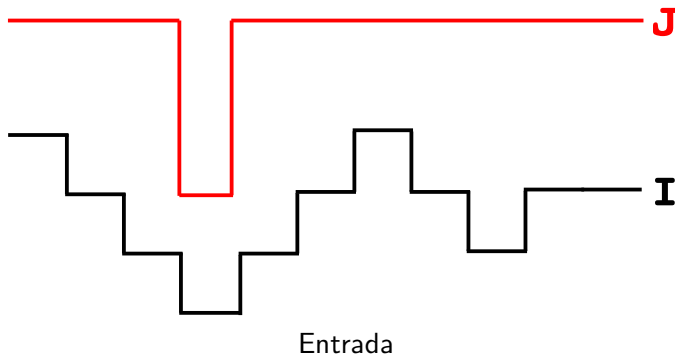
A implementação da reconstrução superior é uma IFT com minimização de  $V$  (resultado da reconstrução) usando função  $f_{srec}$ :

$$\begin{aligned}f_{srec}(\langle t \rangle) &= J(t) \\ f_{srec}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) &= \max\{f_{srec}(\pi_s), I(t)\}\end{aligned}$$

Esta operação “preenche bacias” da imagem  $\hat{I}$  e não cria falsas bordas, como ocorre tipicamente no caso de filtros lineares.

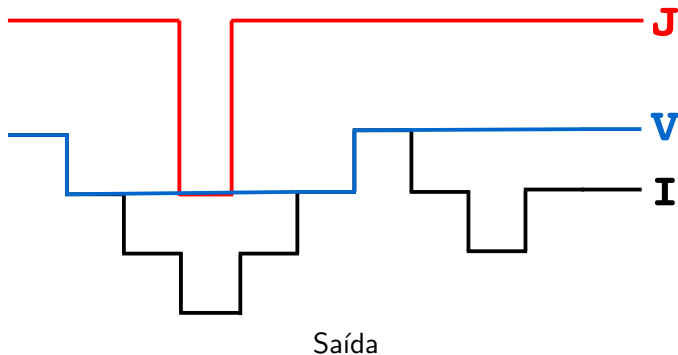
# Reconstrução superior

Exemplo:



# Reconstrução superior

Exemplo:



# Reconstrução superior local

Uma variante interessante é a **reconstrução superior local** que “preenche” cada bacia marcada por um pixel semente  $q \in \mathcal{S}$  até o nível  $J(q)$ .

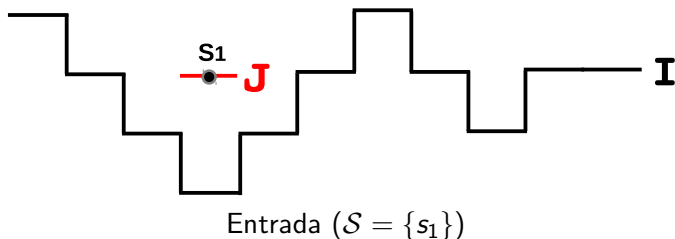
$$f_{lsrec}(\langle t \rangle) = \begin{cases} J(t), & \text{se } J(t) > I(t) \text{ e } t \in \mathcal{S}, \\ +\infty, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$f_{lsrec}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) = \begin{cases} f_{lsrec}(\pi_s), & \text{se } f_{lsrec}(\pi_s) > I(t), \\ +\infty, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Regiões não conquistadas pela IFT ficarão com custo infinito. A imagem filtrada  $\hat{V}^*$  é gerada aplicando um pós-processamento local na imagem de custos  $\hat{V}$ :  $\forall p \in \mathcal{D}_I$ ,  $V^*(p) \leftarrow I(p)$  se  $V(p) = +\infty$ , e  $V^*(p) = V(p)$  caso contrário.

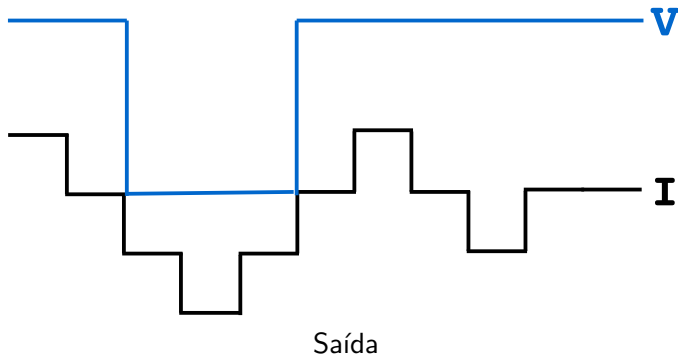
# Reconstrução superior local

**Exemplo:**



# Reconstrução superior local

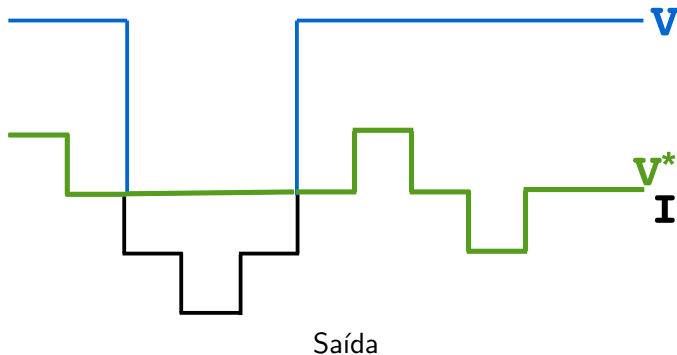
**Exemplo:**





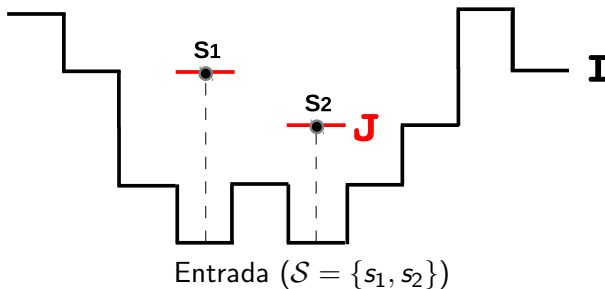
# Reconstrução superior local

Exemplo:



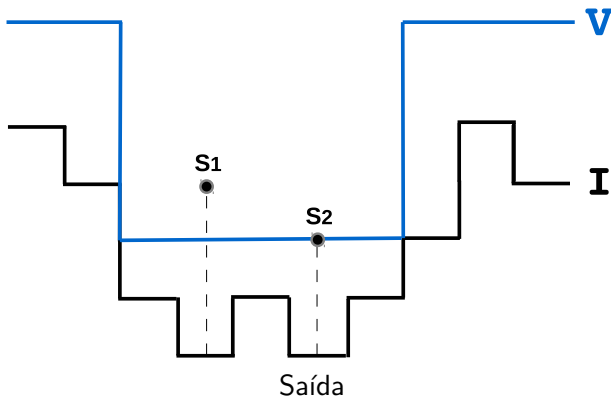
# Reconstrução superior local

Porém, se as zonas de influência de duas sementes se encontram com níveis diferentes, a semente de menor nível domina a de maior nível:



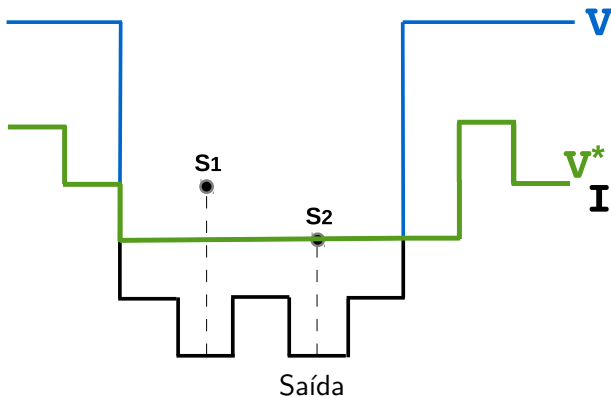
# Reconstrução superior local

Porém, se as zonas de influência de duas sementes se encontram com níveis diferentes, a semente de menor nível domina a de maior nível:



# Reconstrução superior local

Porém, se as zonas de influência de duas sementes se encontram com níveis diferentes, a semente de menor nível domina a de maior nível:



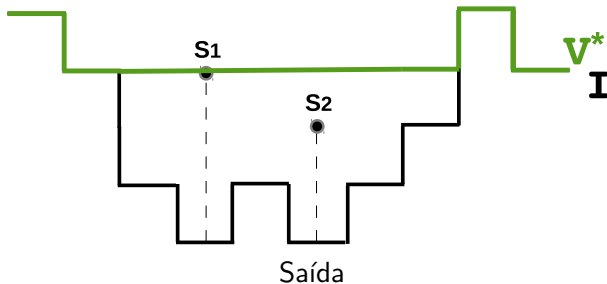
# Alagamento regional (*regional flooding*)

Tem o mesmo efeito de uma **reconstrução superior local**, quando as zonas de influência das sementes não se encontram, e tem um efeito de inundação da superfície, onde a semente de maior nível domina a de menor nível, caso contrário.

$$f_{rf}(\langle t \rangle) = \begin{cases} K - J(t), & \text{se } J(t) > I(t) \text{ e } t \in \mathcal{S}, \\ +\infty, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$
$$f_{rf}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) = \begin{cases} f_{rf}(\pi_s), & \text{se } f_{rf}(\pi_s) < K - I(t), \\ +\infty, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A imagem filtrada  $\hat{V}^*$  é gerada no final a partir da imagem de custos  $\hat{V}$ :  $\forall p \in \mathcal{D}_I$ ,  $V^*(p) \leftarrow I(p)$  se  $V(p) = +\infty$ , e  $V^*(p) = K - V(p)$  caso contrário ( $K$  é o maior valor de  $\hat{J}$ ).

# Alagamento regional (*regional flooding*)



# Fechamento por área

O algoritmo para o fechamento de bacias por área via IFT pode ser dividido em duas partes:

- ▶ uma variante da IFT-watershed clássica, para calcular as bacias que serão preenchidas e seus respectivos níveis,
- ▶ um alagamento regional para efetivamente preencher essas bacias.

# Fechamento por área

A primeira parte simula a inundação da imagem toda a partir dos mínimos. A medida que o nível da água sobe:

- ▶ bacias vizinhas vão sendo unidas em uma imagem  $\hat{R}$  de representantes,
- ▶ as áreas inundadas são calculadas em  $\hat{A}_r$ ,
- ▶ os níveis para fechamento das bacias são atualizados em uma imagem  $\hat{J}$ , até a água atingir uma altura em que a área inundada é maior ou igual a um limiar fornecido.



# Fechamento por área - Algoritmo parte I

## Algoritmo de fechamento por área via IFT

**Entrada:** Imagem  $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, I)$  e limiar  $T_a$  de área.

**Saída:** Imagem  $\hat{J} = (\mathcal{D}_I, J)$  resultante da filtragem.

**Auxiliares:** Fila de prioridade  $Q$  com política de desempate LIFO, adjacência-4  $\mathcal{A}$ , variável  $tmp$ , e imagens de custos  $\hat{V} = (\mathcal{D}_I, V)$ , áreas  $\hat{A}_r = (\mathcal{D}_I, A_r)$ , representantes  $\hat{R} = (\mathcal{D}_I, R)$ , e predecessores  $\hat{P} = (\hat{\mathcal{D}}_I, P)$ .

# Fechamento por área - Algoritmo parte II

```
01 Para Cada  $t \in \mathcal{D}_I$ , Faça
02    $P(t) \leftarrow nil$ ,  $V(t) \leftarrow I(t) + 1$ ,  $R(t) \leftarrow t$ ,  $A_r(t) \leftarrow 0$ ,
03    $J(t) \leftarrow I(t)$  e insira  $t$  em  $Q$ .
04 Enquanto  $Q \neq \emptyset$ , Faça
05   Remova um pixel  $s$  de  $Q$  cujo valor  $V(s)$  seja mínimo, e faça  $estado(s) \leftarrow 1$ .
06   Faça  $r_s \leftarrow Representante(\hat{R}, s)$ .
07   Se  $A_r(r_s) \leq T_a$  e  $J(r_s) < I(s)$ , Então  $J(r_s) \leftarrow I(s)$ .
08   Faça  $A_r(r_s) \leftarrow A_r(r_s) + 1$ .
09   Para Cada  $t \in \mathcal{A}(s)$ , Faça
10     Se  $estado(t) = 0$ , Então
11        $tmp \leftarrow \max\{V(s), I(t)\}$ .
12       Se  $tmp \leq V(t)$ , Então
13         Remova  $t$  de  $Q$ ,  $V(t) \leftarrow tmp$ ,  $P(t) \leftarrow s$ ,
14          $R(t) \leftarrow r_s$  e insira  $t$  em  $Q$ .
```

# Fechamento por área - Algoritmo parte III

15 **Senão , Então**

16 **Faça**  $r_t \leftarrow \text{Representante}(\hat{R}, t)$ .

17 **Se**  $r_s \neq r_t$ , **Então**

18 **Se**  $A_r(r_t) \leq T_a$  e  $J(r_t) < I(s)$ , **Então**  $J(r_t) \leftarrow I(s)$ .

19 **Se**  $A_r(r_s) < A_r(r_t)$ , **Então**  $tmp \leftarrow r_s$ ,  $r_s \leftarrow r_t$ , e  $r_t \leftarrow tmp$ .

20 **Faça**  $R(r_t) \leftarrow r_s$  e  $A_r(r_s) \leftarrow A_r(r_s) + A_r(r_t)$ .

21 **Para Cada** pixel  $t \in \mathcal{D}_I$ , **Faça**

22 **Se**  $P(t) = nil$ , **Então** insira  $t$  em  $Q$ .

23 **Enquanto**  $Q \neq \emptyset$ , **Faça**

24 **Remova** um pixel  $s$  de  $Q$  cujo  $J(s)$  é máximo.

25 **Para Cada**  $t \in \mathcal{A}(s)$ , tal que  $J(s) > J(t)$ , **Faça**

26 **Se**  $t \in Q$ , remova  $t$  de  $Q$ .

27  $J(t) \leftarrow J(s)$  e insira  $t$  em  $Q$ .

# Fechamento por área - Algoritmo

- ▶ A união de bacias adjacentes é realizada nas linhas 19 e 20, de tal modo que a maior bacia sempre fica como representante das duas.
- ▶ A política de desempate LIFO garante um pixel raiz por mínimo regional de cada bacia.
- ▶ A segunda parte (linhas 21 a 27) calcula o alagamento regional de  $\hat{J}$ , usando como sementes as raízes da IFT anterior (um pixel por mínimo regional) obtidas da imagem de predecessores  $\hat{P}$ .
- ▶ O algoritmo do alagamento regional é apresentado usando uma versão dual e simplificada da IFT.
- ▶ **P.S.:** Note que é necessário reinicializar os valores de controle da fila  $Q$  entre as linhas 20 e 21 (função *ResetQueue(Q)*).

# Fechamento por área



Imagem original  $\hat{I}$



$T_a = 10$



$T_a = 100$

- ▶ *A.X. Falcão, B. S. da Cunha, and R. A. Lotufo,*  
**Design of connected operators using the image foresting transform,**

In Proc. of SPIE on Medical Imaging, volume 4322, pages 468-479. SPIE, 2001.

<http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?articleid=906355>

- ▶ *Prof. Alexandre Xavier Falcão,*  
**Anotações de aula**

(MO815 - Processamento de Imagens usando Grafos)

<http://www.ic.unicamp.br/~afalcao/mo815-grafos/index.html>