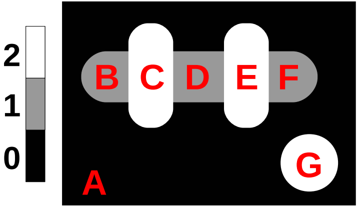
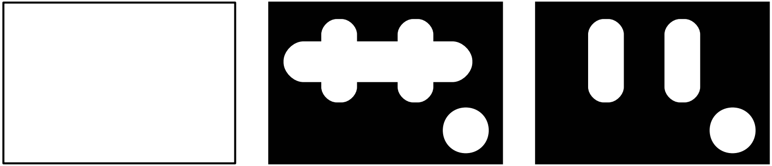
Árvore de componentes

Prof. Dr. Paulo A. V. de Miranda
Instituto de Matemática e Estatística (IME),
Universidade de São Paulo (USP)
pmiranda@vision.ime.usp.br

Decomposição por limiarização

Uma imagem $\hat{I}$ decomposta por limiar forma um conjunto $\mathcal{T}_{\hat{I}}$ de imagens binárias $\hat{B}_l = (\mathcal{D}_I, B_l), l = 0, 1, \ldots, l_{max}$, onde $B_l(p) = 1$ se $I(p) \geq l$, e $B_l(p) = 0$ caso contrário ($l_{max} = \max_{\forall p \in \mathcal{D}_I} \{I(p)\}$).





$\hat{B}_0$ $\hat{B}_1$ $\hat{B}_2$

Árvore de componentes

Uma árvore de componentes é uma representação da imagem que descreve relações topológicas entre os componentes conexos de sua **decomposição por limiarização**.

- Analisando níveis consecutivos desta decomposição, podemos perceber que componentes do nível $l + 1$ estão contidos em componentes do nível l.
- Uma árvore de componentes é, portanto, um grafo que armazena esta hierarquia entre componentes.
- Esta árvore é conhecida como *max-tree*, pois as folhas são sempre os máximos regionais da imagem.

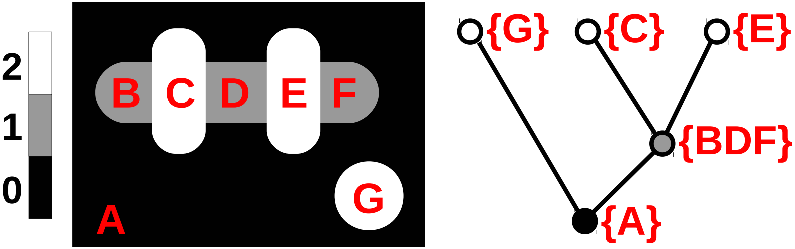
Árvore de componentes

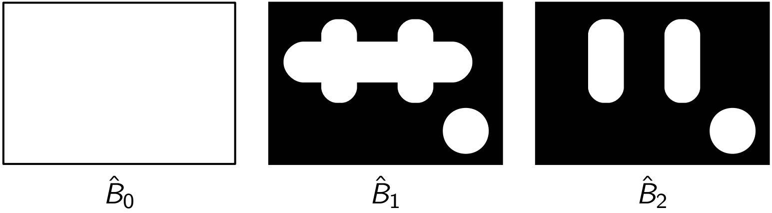
Os nós da árvore são conjuntos de pixels de mesmo brilho (mas não necessariamente conexos).

- $I(p) = I(q)$ (mesmo brilho) é uma condição necessária (mas não suficiente) para dois pixels p e q pertencerem ao mesmo nó da árvore.
- Pertencer a um mesmo platô (*flat zone*)[1] é uma condição suficiente (mas não necessária) para dois pixels pertencerem ao mesmo nó da árvore.

[1] Flat zone é um componente conexo maximal, onde todos os pixels possuem o mesmo valor (mesma altitude).

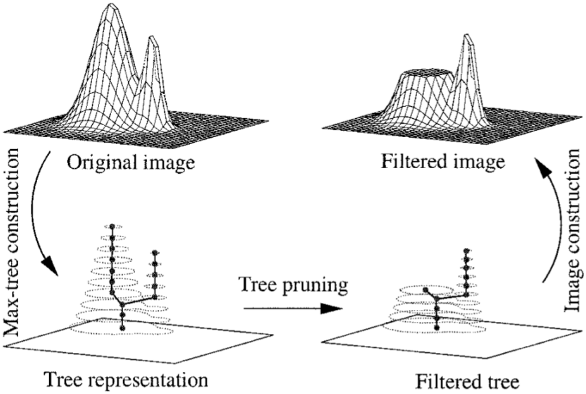
Exemplo:





Árvore de componentes - Aplicações

Através de regras para a poda de ramos da árvore é possível gerar filtros conexos (e.g., *area opening*, *volume opening*) e segmentações.



Árvore de componentes - Algoritmo

- O algoritmo processa os pixels em ordem decrescente de brilho (das folhas da árvore em direção a raiz),
- Um único representante, dado pelo mapa $\hat{R}$, é obtido em cada *flat zone*, considerando uma política LIFO entre vizinhos de mesmo brilho.
- Porém, um nó da árvore pode conter várias *flat zones* desconexas de mesmo brilho l, contanto que elas pertençam ao mesmo componente na limiarização em $\hat{B}_l$. Logo, essas *flat zones* são tratadas como conjuntos disjuntos que devem ser unidos em $\hat{R}$.

Árvore de componentes - Algoritmo

- Relações de parentesco entre nós são identificadas apenas quando pixels sendo processados no nível atual l encontram vizinhos em níveis superiores l^* já processados ($l^* > l$).
- Quando um pixel de um nó x no nível l encontra um vizinho de um nó y de nível maior l^*, existem três situações:
  - O nó y ainda não tem pai, logo x adota y como filho, ou
  - y já tem pai, e o brilho do seu ancestral de menor nível é igual ao brilho de x, portanto x e o ancestral de y pertencem ao mesmo nó, ou
  - y já tem pai, e o brilho do seu ancestral de menor nível é maior que o brilho de x, portanto x é pai deste ancestral de y.

Árvore de componentes - Algoritmo parte I

Algoritmo para construção de uma max-tree
Entrada: Imagem $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, I)$ e adjacência $\mathcal{A}$.
Saída: Imagens $\hat{P} = (\mathcal{D}_I, P)$ de parentesco entre nós, e $\hat{R} = (\mathcal{D}_I, R)$ de representantes dos nós.

Auxiliares: Fila de prioridade Q com política de desempate LIFO, e imagem $\hat{N} = (\mathcal{D}_I, N)$ do número de elementos por nó.

Árvore de componentes - Algoritmo parte II

Para Cada $t \in \mathcal{D}_I$, **Faça**

- $P(t) \leftarrow nil$, $R(t) \leftarrow t$, $N(t) \leftarrow 1$, e insira t em Q.

Enquanto $Q \neq \emptyset$, **Faça**

- Remova um pixel s de Q tal que $I(s)$ seja máximo.
- **Faça** $r_s \leftarrow Representante(\hat{R}, s)$.
- **Para Cada** $t \in \mathcal{A}(s)$, **Faça**
  - **Se** $I(s) = I(t)$, **Então**
    - **Se** $t \in Q$, **Então**
      - **Se** $R(t) = t$, **Então** $N(r_s) \leftarrow N(r_s) + 1$.
      - Remova t de Q, $R(t) \leftarrow r_s$, e insira t em Q.
  - **Senão** , **Se** $I(s) < I(t)$, **Então**
    - $r_t \leftarrow Representante(\hat{R}, t)$.
    - $r \leftarrow RaizAtual(\hat{P}, \hat{R}, r_t)$.

Árvore de componentes - Algoritmo parte III

Se $r = nil$, **Então** $P(r_t) \leftarrow r_s$.

Senão , **Então**

  Se $I(r) = I(r_s)$, **Então**

    Se $r \neq r_s$, **Então** $Junte(\hat{R}, \hat{N}, r, r_s)$.

  Senão , $P(r) \leftarrow r_s$.

Para Cada $t \in \mathcal{D}_I$, **Faça** $R(t) \leftarrow Representante(\hat{R}, t)$.

Árvore de componentes - Algoritmo parte IV

Algoritmo para encontrar o representante com compressão:
$Representante(\hat{R}, s)$

Se $R(s) = s$, **Então**
  Retorne s.
Senão , **Então**
  Retorne $R(s) \leftarrow Representante(\hat{R}, R(s))$.

Algoritmo para unir componentes de mesmo nível:
$Junte(\hat{R}, \hat{N}, r, r_s)$

Se $N(r_s) \leq N(r)$, **Então**
  $R(r_s) \leftarrow r$, $N(r) \leftarrow N(r) + N(r_s)$, e $r_s \leftarrow r$.
Senão , **Então**
  $R(r) \leftarrow r_s$ e $N(r_s) \leftarrow N(r_s) + N(r)$.

P.S.: A variável r_s deve ser passada por referência.

Algoritmo para encontrar a raiz da subárvore atual (ancestral) de um nó:
$RaizAtual(\hat{P}, \hat{R}, r_t)$

$r_1 \leftarrow r_2 \leftarrow P(r_t)$
Enquanto $r_2 \neq nil$, **Faça**
    $r_1 \leftarrow r_2 \leftarrow Representante(\hat{R}, r_2)$.
    $r_2 \leftarrow P(r_2)$.
Retorne r_1.

Árvore de componentes - Algoritmo

- No final, o número de nós da *max-tree* é dado pelo número de representantes em $\hat{R}$ (i.e., pixels p tais que $R(p) = p$).
- O mapa $\hat{P}$ pode então ser usado para encontrar a raiz da árvore, o pai, e os filhos de cada nó.
- Após criar a árvore, o mapa de representantes deve ser convertido em um mapa de componentes, onde cada pixel p aponta para o nó correspondente na *max-tree*.
- Várias informações adicionais (e.g., nível de cinza, número de pixels do nó, total de pixels da subárvore) podem ser armazenadas nos nós da árvore, de modo a favorecer critérios de poda para fins de filtragem.

Bibliografia

- *Prof. Alexandre Xavier Falcão*,
  Anotações de aula
  (MO815 - Processamento de Imagens usando Grafos)
  http://www.ic.unicamp.br/~afalcao/mo815-grafos/index.html
- *L. Najman, and M. Couprie*,
  Building the component tree in quasi-linear time,
  IEEE TIP, vol. 15, no. 11, pp. 3531-3539, 2006.
  http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=1709995
- *P. Salembier, A. Oliveras, L. Garrido*,
  Antiextensive Connected Operators for Image and Sequence Processing,
  IEEE Transactions on Image Processing, vol. 7, no. 4, 1998.