

生物医学信号处理第四次作业

姓名：郭元洪 学号：202122140307

1 问题

取 19 点和多于 34 点，用周期图方法和 AR 模型方法观察下列信号的功率谱，并作对比分析。

$$x(n) = \sqrt{2} \cos(2\pi (0.1)n) + 2 \cos(2\pi (0.13)n) + w(n)$$

2 周期图法与 AR 模型法

基本的周期图法可以提高计算效率，不需要计算自相关函数，但谱分辨率较低。基本周期图的基本原理是对观测到的数据直接进行傅立叶变换，然后取模的平方就是功率谱。取平稳随机信号 $x(n)$ 的有限个观察点 $x(0)$ 、 $x(1)$ 、... $x(n-1)$ ，则傅立叶变换为：

$$X_N(e^{-jw}) = \sum_{n=1}^{N-1} x(n)e^{-jwn}$$

进行谱估计：

$$P(w) = \frac{1}{N} |X_N(e^{-jw})|^2 = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-jwn} \right|^2$$

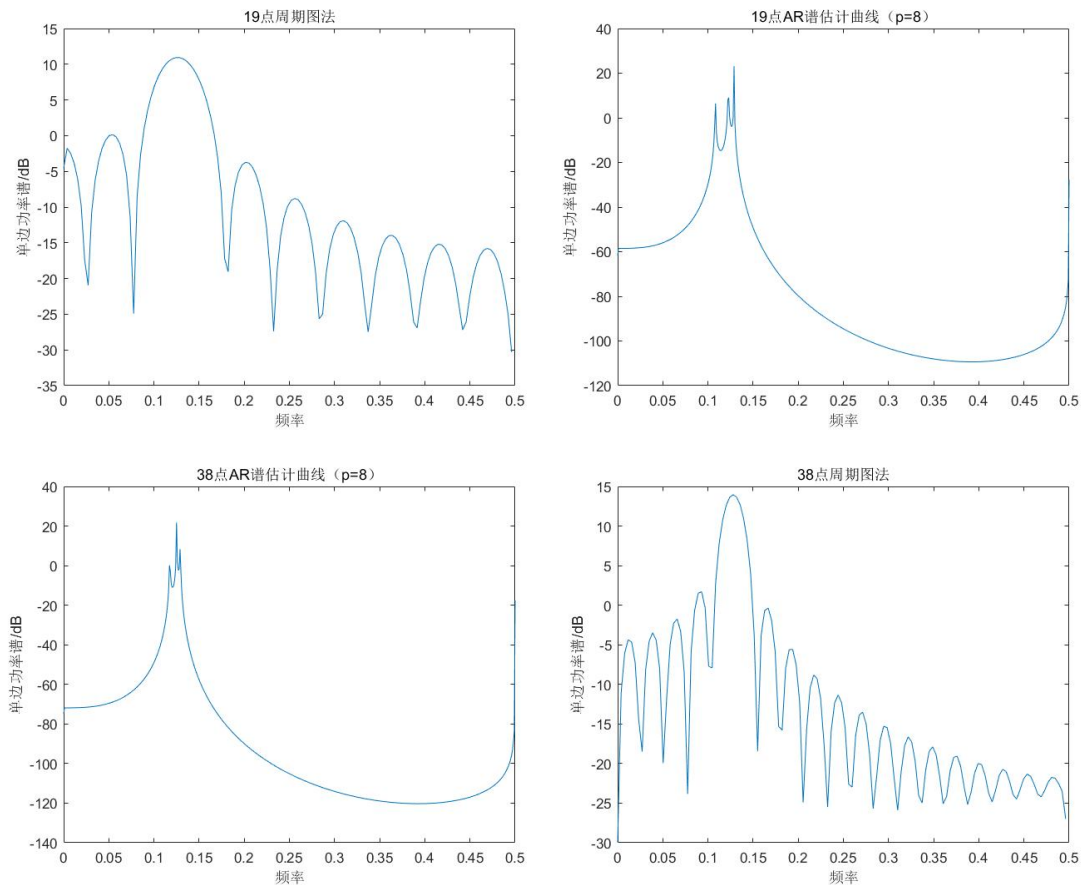
AR 模型适用于平稳、宽平稳的随机序列，是一个差分方程模型。

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + w(n), b_0 = 1$$

$$H(Z) = \frac{X(Z)}{W(Z)} = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}}$$

3 结果

我们分别使用 19 点和 38 点的周期图法与 AR 模型法解决上述问题。其结果如下图所示。



4 分析比较

从图中可以清楚地看出，AR 技术具有更高的分辨率。它将两个正弦波区分开来，尽管它们在频率上的间隔很近。19 点的周期图不能解析信号，将采样点数增加到 38 点即可解析信号。使用 AR 模型无论 19 点还是 38 点都能区分信号。此外，AR 频谱具有平滑性，由于噪声和统计估计误差以及没有旁瓣，其随机波动更少。

5 附录

```
clc;clear all;
f1=0.1;f2=0.13;
n=1:1/0.27:70;%采样点数 19
% n2=1:1/0.27:70
u=normrnd(0,10^-3);%随机噪声
x=sqrt(2)*(cos(2*pi*f1*n)+cos(2*pi*f2*n))+u;
figure(1)
Y=10*log10(periodogram(x));%dB 形式
len=length(Y);
f=(0:len-1)/len;
```

```

plot(f/2,flipud(Y))
xlabel('频率');
ylabel('单边功率谱/dB');
title('19 点周期图法');
figure(2)
[xpsd,f]=pburg(x,8,1024);
xpsd=flipud(10*log10(xpsd));
% xpsd(1:5)=[];f(504:508)=[];
plot(f/pi/2,xpsd);
xlabel('频率');
ylabel('单边功率谱/dB');
title('19 点 AR 谱估计曲线 (p=8) ');
n2 = 1:1/0.27:140;
x2=sqrt(2)*(cos(2*pi*f1*n2)+cos(2*pi*f1*n2))+u;
figure(3)
Y2=10*log10(periodogram(x2));%dB 形式
len=length(Y2);
f=(0:len-1)/len;
plot(f/2,flipud(Y2))
xlabel('频率');
ylabel('单边功率谱/dB');
title('38 点周期图法');
figure(4)%AR 模型
[xpsd2,f]=pburg(x2,8,1024);
xpsd2=flipud(10*log10(xpsd2));
plot(f/pi/2,xpsd2);
xlabel('频率');
ylabel('单边功率谱/dB');
title('38 点 AR 谱估计曲线 (p=8) ');

```