

# 基于卡尔曼滤波理论的脑电逆问题反演

李璜玮<sup>1)</sup> 刘华锋<sup>1)</sup> 施鹏程<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> (浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 杭州 310027) <sup>2)</sup> (南方医科大学生物医学工程学院, 广州 515015)

**摘 要** 由头皮上的电压推断出大脑内神经活动源的过程称之为脑电逆问题, 这一问题的解决具有重要的研究意义和应用价值。为了有效地进行脑电逆问题的反演计算, 提出了一种基于状态空间的新的脑电逆问题求解算法。该方法首先根据神经系统的动力学方程得到状态方程, 并由脑电系统的观测方程构成测量方程; 然后应用卡尔曼滤波方法来反演大脑内活动源的信息。这种新的求逆算法不仅可以处理脑电系统中的不确定因素, 而且还可以将静态和动态脑电逆问题的求解统一到同一框架下, 因此具有一定的新颖性; 最后分别给出了模拟数据和实际脑电数据的实验结果。实验结果证明, 卡尔曼滤波法更具优越性。

**关键词** 脑电图 逆问题 状态空间 卡尔曼滤波法

**中图分类号**: R741.044 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2009)05-838-05

## Kalman Filter Based Framework for EEG Inverse Problem

LI Huang-wei<sup>1)</sup>, LIU Hua-feng<sup>1)</sup>, SHI Peng-cheng<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> (State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

<sup>2)</sup> (School of Biomedical Engineering, Southern Medical University, Guangzhou 515015)

**Abstract** Estimating the information of electric activity source within the brain from the potential distribution measured on the scalp is called EEG (electroencephalographic) inverse problem. In this paper, a new method based on state space model is proposed. The proposed strategy formulates the source activity distribution through kinetics of brain neurons, and the potential distribution measured on the scalp through observation equations, thus makes it possible to unify the dynamic reconstruction problem and static reconstruction problem into a general framework. Further, it coherently treats the uncertainties of the statistical model of the imaging system and the noisy nature of measurement data. The performance of the proposed framework is evaluated using simulated phantom data and real EEG data with favorable results.

**Keywords** EEG, inverse problem, state-space, Kalman filter

## 1 引言

脑电图 (EEG) 是由分布在头皮上的电极无创测量得到的脑电信号。脑电技术的一个关键问题就是如何进行脑电逆问题的求解, 即如何通过测量得到的电位来推断出大脑内神经活动源的信息<sup>[1]</sup>。脑电逆问题的解决对脑功能的研究有着重要的科学意义和临床应用价值。

在求解脑电逆问题的过程中存在以下两个难

点<sup>[2]</sup>: 一是解的非唯一性, 即从头皮测量得到的电位分布不能唯一地确定脑电源的数量、位置和分布, 这是逆问题求解过程中最主要的问题; 二是解的不稳定性, 即输入很小的噪声或扰动都会引起解的振荡。另外, 测量数据的不完备、观测误差和随机干扰, 都不可避免地会造成出现多个解。针对这些问题, 目前已发展了以下几种解决方法: 通过添加合适的约束条件, 如源位置的限制、一些数学物理上的约束 (如最小模) 以及数学方法的正则化技术, 使之转化为适定问题, 其中典型的方法<sup>[3]</sup> 有最小模法

收稿日期: 2007-09-17; 改回日期: 2007-12-05

第一作者简介: 李璜玮 (1984 ~ ), 女, 浙江大学信息学院光学工程专业硕士研究生。主要研究方向为脑电逆问题。E-mail: 8772491@

(MNE)和多信号分类算法(MUSIC)。最小模法是分布源模型中出现最早且被普遍采用的成像方法,其出发点就是选择具有最小模的值为最终解,它对应于一幅具有最小能量的电流密度分布图像。该算法是寻找最小能量解的过程,其代价函数为: $\min \|J\|^2 = \min J^T J$ ,  $J$  表示由多个点的电流密度组成的矩阵,  $J^T$  是  $J$  的转置矩阵。多信号分类算法<sup>[4]</sup>是一种典型的偶极源定位方法,这种算法是在信号子空间算法的基础上,运用单个偶极子进行一次 3 维空域网格点的搜索扫描来完成对多个脑电源的空域定位。在此基础上发展的 RAP-MUSIC (applied and projected multiple signal classification) 算法运用了主角概念,由于其有效避免了在迭代过程中把每个源的搜索都作为不同代价函数的全局最大问题的求解,从而有利于真实源的重建。

但这些传统方法很少考虑到脑电系统中不确定因素影响的问题,这跟实际情况有很大的差距。由于在求逆过程中,如果不对噪声做任何分析,那么势必会影响到脑电源定位的精确度,而且在运用中也将会受到很大限制,因此有必要寻求一种更为有效的求逆方法。本文提出了求解脑电逆问题的新途径,即将卡尔曼滤波法应用到脑电逆问题的求解过程中。这种基于状态空间的求逆算法,不仅可以很好地处理脑电系统中的不确定因素,而且还可以将静态和动态脑电逆问题的求解统一到同一框架下。

## 2 脑电系统的状态空间方程表达

大脑神经网络的活动是非常复杂的<sup>[5]</sup>,但脑电活动源  $x_t$  最终达到动态平衡,  $t$  表示时间,对  $x_t$  进行时间求导,使

$$\dot{x}_t = 0 \quad (1)$$

对式 (1) 离散化,即可得到

$$x_t = x_{t-1} \quad (2)$$

为了不失一般性,可将上式改写成以下更普遍的形式:

$$x_t = Ax_{t-1} + N_t \quad (3)$$

上式的数学意义是 random-walk 模型<sup>[6]</sup>, 矩阵  $A$  把脑电活动源  $x_t$  和  $x_{t-1}$  这两个前后时刻的状态关联起来,  $N_t$  表示关联噪声。

由大脑内神经元活动引起的电流源在头皮表面产生电位,如果通过电极对电位进行测量就可以得

到测量值,则脑电系统中的测量值和脑电源之间的关系就可由以下的数学表达式表示:

$$Z = HX + V \quad (4)$$

其中,  $Z$  表示观测值,  $X$  代表脑电源的信息,  $H$  称为增益矩阵或者导联场矩阵,其反映了观测值和脑电活动源的关系,  $V$  表示测量噪声。不失一般性,测量方程可以写成以下更通用的格式:

$$Z_t = HX_t + V_t \quad (5)$$

其中  $t$  表示时刻。

式 (3) 和式 (5) 组成了脑电系统的状态空间方程,脑电逆问题就是由头皮的测量电位  $Z_t$  去反演脑电活动源的信息  $X_t$ 。实验是采用分布源的源模型,即把大脑皮层的区域网格成几个离散部分,每个网格节点代表一个等效的电流偶极子,这样脑电源的求解问题就是重建网格节点上的偶极子强度,因此这里的  $x_t$  表示脑电源的强度。假设研究的是静态脑电图,由于脑电源的状态不会随着时间而变化,因此脑电源的传输矩阵是单位矩阵。同样可知,  $Z_t$  为恒值。  $N_t$  和  $V_t$  分别表示过程噪声和测量噪声,假设都是高斯白噪声,则  $N_t$  和  $V_t$  的协方差矩阵分别为  $R$  和  $Q$ 。

## 3 卡尔曼滤波法

基于上述的状态空间模型,就可以用各种滤波算法进行求解。这里我们选取卡尔曼滤波法<sup>[7]</sup>对脑电活动源求解。卡尔曼滤波器的工作包括预测和更新两个过程。在预测阶段,滤波器使用上一时刻状态的估计值来对当前状态做出估计;在更新阶段,滤波器利用对当前状态的测量值来优化在预测阶段所获得的预测值,以获得一个新的更精确的估计值。其具体过程如下:

首先是对脑电源强度  $x$  进行预测,假设现在的系统状态是  $x_t$ ,则根据式 (3),并且基于上一状态的最优结果即可预测出现在的估计值

$$x_{t|t-1} = Ax_{t-1|t-1} + N_t \quad (6)$$

式中,  $x_{t|t-1}$  是这一状态的估计值,  $x_{t-1|t-1}$  是上一状态的最优结果,有了脑电源强度  $x_{t|t-1}$  的预测值,接着就可对  $x_{t|t-1}$  的误差协方差矩阵  $P$  进行更新:

$$P_{t|t-1} = AP_{t-1|t-1}A^T + Q \quad (7)$$

$P_{t|t-1}$ 、 $P_{t-1|t-1}$  分别是与  $x_t$ 、 $x_{t-1}$  对应的协方差矩阵,  $A^T$  表示  $A$  的转置矩阵。

以上两步就完成了对脑电源强度  $x_t$  的预测。

在预测结果的基础上,再结合观测值  $z_t$  就可以对脑电源的预测值  $X_{t|t-1}$  进行最优化估算,即

$$X_{t|t-1} = AX_{t-1|t-1} + W_t \quad (8)$$

其中,  $X_{t|t-1}$  是  $t$  状态的最优估算值,  $K_g$  为卡尔曼增益,由下式表示:

$$K_g = P_{t|t-1} H^T / (H P_{t|t-1} H^T + R) \quad (9)$$

虽然有了状态的最优的估算值  $X_{t|t}$ ,但是为了使卡尔曼滤波器不断地运行下去,直至得到正确的反演结果,还需要更新  $t$  时刻的状态  $X_{t|t}$  的误差协方差矩阵  $P_{t|t}$ :

$$P_{t|t} = (I - K_g H) \times P_{t|t-1} \quad (10)$$

其中,  $I$  为单位矩阵。这样,算法就可以自回归地运算下去。

在卡尔曼滤波器开始工作之前,应该设置合理的初始值。假设脑电源强度矩阵  $X_{0|0} = 0$ ,随着卡尔曼滤波器的运行,  $X$  逐渐收敛接近真实值。  $P$  是估计值  $X$  的误差协方差矩阵:  $P = E\{(X - E(X))(X - E(X))^T\}$ ,以协方差矩阵  $P$  表示对估计值的置信度,若  $P$  越接近零,则表示估计值越接近真实值。因此可根据先验知识估计脑电源实际强度  $X$ ,然后由  $P = E\{(X - E(X))(X - E(X))^T\}$  确定  $P_{0|0}$ 。

## 4 实验结果及讨论

### 4.1 仿真实验结果

本文采用 3 层同心球的头模型进行仿真实验。该模型的半径分别为 79.983 mm, 84.427 mm, 91.181 mm, 其对应的电导率分别为 0.33 S/m, 0.0042 S/m, 0.33 S/m。

**源模型:** 选择位于大脑白质的单个电流偶极子作为源模型。在头模型的直角坐标系中,源模型的位置坐标为 (21.4, 27.3, 101.9)。

**测量电极:** 在头皮表面安放 256 个电极,这些电极按照国际标准 10/20 导联系统均一地分布在头皮表面。先通过正向解析求解就可以得到每个电极的电位值<sup>[8]</sup>,再对测量数据添加一定的高斯噪声(从 5% 到 50% 不等)。实验的任务就是利用含有噪声的测量数据来反演脑电源分布,实验结果如图 1 ~ 图 3 所示。并用以下两个指标对实验结果进行评价和分析:

(1)定位误差 (LE): 计算得到的最大强度活动源的位置与实际脑电源位置的偏差。

(2)残差 (Residua): 反演求得的脑电源通过正向计算得到的电位分布与测量。

图 1 是卡尔曼滤波法得到的实验结果。卡尔曼滤波器在一定噪声的范围 (5% ~ 30%) 内,随着噪声的增加并不影响脑电源的正确定位,定位误差约为 4mm,并且活动源还能限制在很小的范围内,几乎不存在成像方法中的扩散性问题,但是一旦噪声增加到 30% 以上,反演结果就会出现较大的定位误差和多个零散的活动源,与真实值有很大的偏差。

图 2 是 MNE 算法得到的反演结果。用 MNE 法求逆,虽然最大值的位置可以得到准确定位,定位误差约为 7mm,并且几乎不受噪声的影响,但是用这种方法求解容易造成解的平滑,使脑电源分布在很广的范围内。

图 3 为 RAP-MUSIC 算法的实验结果。当无噪声时 RAP-MUSIC 可以对源位置进行精确定位,其定位误差不超过 1mm,但是对噪声敏感;当噪声水平大于 15% 时,会出现两个脑电源,其中一个为伪像(图 3(b)中的蓝点)。

以上是 3 种算法的感观体现,除此之外,还可以通过精确的数据对 3 种算法进行比较(如图 4 所示)。在一定的噪声水平下,卡尔曼滤波法的定位误差介于 MNE 法和 RAP-MUSIC 算法之间(图 4(a)),但是噪声稍微增大, RAP-MUSIC 算法的反演结果就会出现一个伪像,在图中体现为两条定位误差的曲线,分别表示两个脑电源,其中伪像与实际脑电源的位置有很大偏差,对定位效果产生一定的影响,因此从整体上来考虑卡尔曼滤波法是最好的。图 4(b)是残差的比较,显而易见,3 种算法的残差都随着噪声的增加而增加,但卡尔曼滤波法的残差都是最小,这再次证明了卡尔曼滤波法优于 MNE 法和 RAP-MUSIC 算法。

综上所述,对于单个脑电源的反演计算,与其他两种方法相比,卡尔曼滤波法具有以下优点: (1) 卡尔曼滤波法与 MNE 法同属于成像方法,但卡尔曼滤波器不仅可以正确定位,还可以表现出脑电活动源的局部性,而 MNE 法则容易造成解的平滑,不具备这一特性; (2) 有一定的抗干扰能力, RAP-MUSIC 算法属于偶极源定位方法,用于对单个偶极源进行定位,其虽具有相当高的定位精度,但是对噪声敏感,容易出现伪像。而卡尔曼滤波法只要有一定的噪声范围内,都有较强的抗干扰能力。

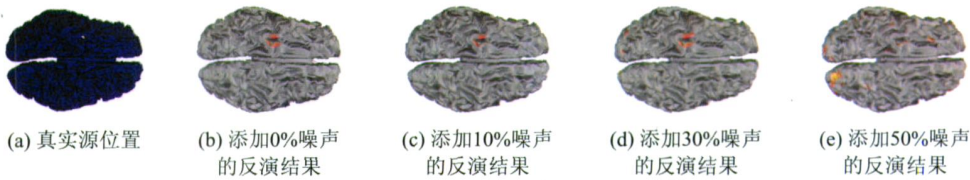
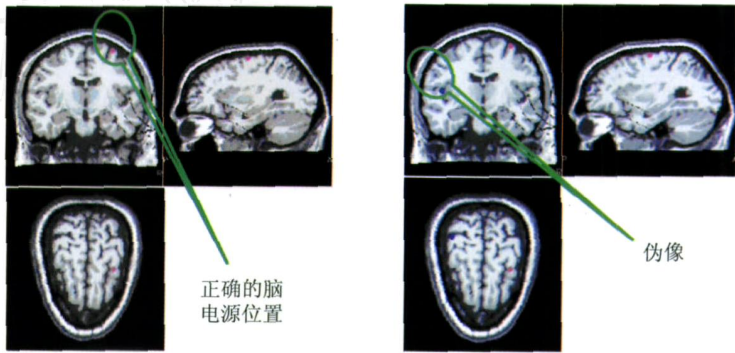


图 1 卡尔曼滤波法的反演结果  
Fig. 1 Experimental results of Kalman filter



图 2 MNE 算法的反演结果  
Fig. 2 Experimental results of MNE



(a) 添加0%噪声的反演结果 (b) 添加10%噪声的反演结果

图 3 RAP-MUSIC 算法的反演结果  
Fig. 3 Experimental results of RAP-MUSIC

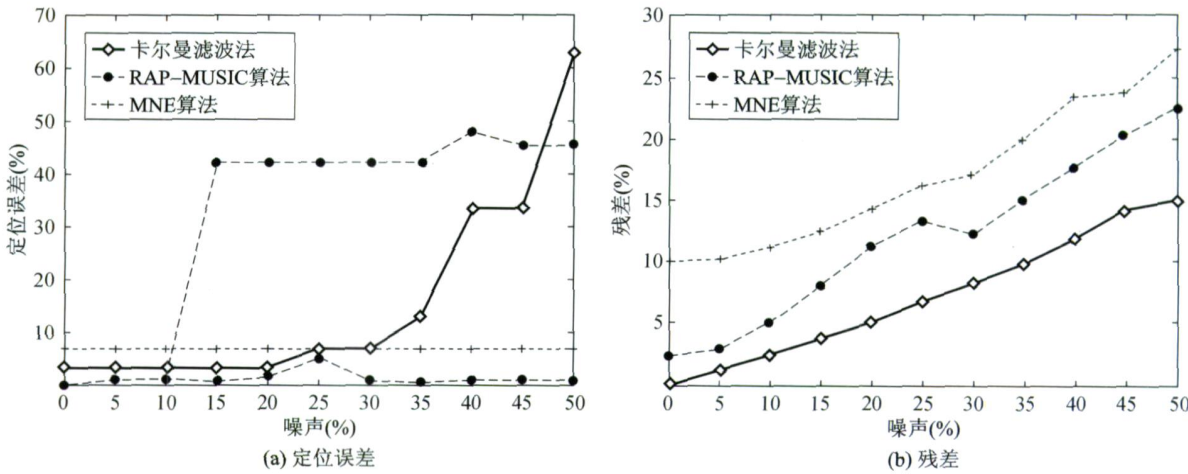


图 4 卡尔曼滤波法、MNE 法和 RAP-MUSIC 算法的定位误差和残差的比较  
Fig. 4 Compared location error and residua associated with Kalman filter、MNE and RAP-MUSIC

## 4.2 实际脑电数据

实验数据是采用浙江大学物理系交叉学科实验室提供的数据。共有 20 名正常受试者参加实验。电极按照国际标准的 10/20 系统放置,共采集了 10 个导程的数据。对每个受试者测试清醒时的闭眼和睁眼两种状态。

图 5 和图 6 是卡尔曼滤波法对实际数据进行处理得到的反演结果。大家知道,大多数健康成人在觉醒安静闭目状态,其脑电以  $\alpha$  波为主,在皮层枕叶部位最明显;当睁开眼睛时, $\alpha$  波被抑制,出现  $\beta$  波,这时脑电主要分布在顶区和颞区。由此可知,实验结果和理论相符。

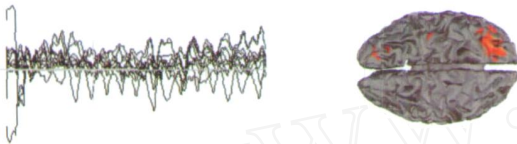


图 5 闭眼时的脑电波形和反演结果  
Fig. 5 Result in the state of close eyes

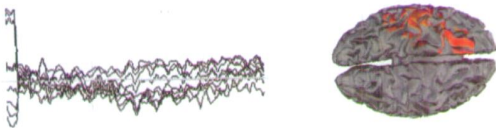


图 6 睁眼时的脑电波形和反演结果  
Fig. 6 Result in the state of open eyes

## 5 结 论

与传统方法相比,基于卡尔曼滤波理论的求逆算法体现出多方面的优越性。但是在运用卡尔曼滤

波器的过程中,由于本文假设的噪声是高斯白噪声,这在实际使用中有一定的局限性,因此下一步应该选用适合任何噪声类型的滤波器,比如 H 无穷滤波器。此外,为了得到更精确的定位结果,要考虑真实头模型中各层组织电导率的不均匀性和各向异性,笔者将使用有限元头模型,并结合状态空间方法进行脑电逆问题的求解。

## 参考文献 (References)

- 1 Yao De-zhong. The Electric Theory and Way of Human Brain Function Probed[M]. Beijing: Science Press, 2003. [尧德中. 脑功能探测的电学理论和方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003.]
- 2 Baillet S, Mosher J C, Leahy R M. Electromagnetic brain mapping[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2001, 18(6): 14-30.
- 3 Pascual-Marqui R D. Review of methods for solving the EEG inverse problem[J]. International Journal of Bioelectromagnetism, 1999, 1(1): 75-86.
- 4 Mosher J C, Leahy R M. Source localization using recursively applied and projected (RAP) MUSIC[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(2): 332-340.
- 5 B (Li Zi-yu Translate). The Research of Human Brain Physiological[M]. Beijing: Science Press, 1981. [B. 格列钦 著 (李子瑜 译). 临床神经生理学方法-人脑生理学的研究[M]. 北京: 科学出版社, 1981.]
- 6 Solomon F. Random walks in a random environment[J]. Annals of Probability, 1997, 3(1): 1-31.
- 7 Kalman R E. A new approach to linear filtering and prediction problems [EB/OL]. <http://www.cs.unc.edu/~welch/kalman/media/pdf/Kalman1960.pdf> 1960.
- 8 Mosher J C. EEG and MEG: forward solutions for inverse methods[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 1999, 46(3): 245-259.