电子科技大学研究生试卷

(考试时间:至,共 2 小田	t)
(考试时间:至, 共 2 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	60 学分_3
教学方式 课堂讲授 考核日期 2019 年 1 月 2	日 成绩
考核方式:(学生填写)	S. AcCom为面积际,则
一、选择题(每题 5 分, 共 20 分)	$\frac{z}{z}$
一、选择题(每题 5 分,共 20 分) 1.设子空间 $U = \{(x, y, z)^T \in R^3 \mid x + y + z = 0\}, W = \{(x, y, z)^T \in R^3\}$	$ x=y=\frac{1}{-2}$
$\mathbb{M}(AB)' = B'A'$, ,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,
则 $\dim(U+W)-\dim U=($) A、0 B、1 C、2 D、3 2.下列选项错误的是()	IN S HALL
A. $A^{H} = A \in C^{n \times n}$, $ A _{1} = A _{\infty}$	Man = 1/4 (4 01) =
## / 株紅信 ⋅ 为任意的算子	范数,则 λ ≥
$A - E - 2uu^H, u \in C^n, \mathbb{E} \ u \ _2 = 1, \mathbb{M} \ A \ _2 = \sqrt{n}$	337.38 (11.41)
D. 设 $A \in C^{m \times n}$, $X \in C^{n \times r}$, $B \in C^{r \times s}$, 则 $Vec(AXB) = (B' \otimes A)$	A) Vec X
3. 设 A 为 n 阶可逆矩阵, $r(A)$ 是其谱半径, $\ \cdot \ $ 是任意算子范数,则是 $A \cdot \ A^{-1} \ = 1/\ A\ $ B、 $\ A^5 \ \le \ A \ ^5$ C、 $\ A^5 \ \ge \ A \ ^5$ D S $\ A^5 \ \ge \ A \ ^5$ D S $\ A^5 \ \ge \ A \ ^5$ D S $\ A^5 \ \ge \ A \ ^5$ D S $\ A^5 \ \ge \ A \ ^5$ D S $\ A^5 \ \ge \ A \ ^5$ D S $\ A^5 \ \ge \ A \ ^5$ D S $\ A^5 \ \ge \ A \ ^5$ D S $\ A^5 \ \ge \ A \ ^5$ D S $\ A^5 \ \ge \ A \ ^5$ D S $\ A^5 \ \ge \ A \ ^5$ D S $\ A^5 \ \ge \ A^5 \ $	必有() $ A \ge r(A^H A)$
 下列选项错误的是() A、A∈C^{n∞n}且 A _{m∞}<1,则r(A)<1 	
B、 $A \in C_r^{n\times n}$ 为正规矩阵, $\lambda_i(i=1,2\cdots r)$ 为其非零特征值,则	$4^{+} \Big\ _{2} = \frac{1}{\min_{1 \le i \le r} \lambda_{i} }$
C 、 $A \in C^{n \times n}$, λ 为其任一特征值, $\ \mathbf{d} \ $ 为任意算子范数, 则 $\ \lambda \ \leq m$	A^m
第1页 电子科大知博书店	QQ: 553077968

D、 $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \cdots \ge \sigma_r$ 为 A 的所有正奇异值,则 $\|A\|_F^2 = \sum_{i=1}^r \sigma_i^2$

5.
$$abla M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \text{ MAFAE}($$

A、奇异值分解 B、最大秩分解 C、QR分解(其中Q是正交矩阵)D、谱分解

- 二、判断题 (20分)
- 6. $A \in C^{n \times n}$ 为酉矩阵,则 $\|A\|_{m_1}^2 = n$ 。()
- 7. $A \in C^{n \times n}$, $\| A \|_{1} \cdot \| A \|_{\infty} < \| A \|_{2}^{2}$ ()
- 8. 设 $A \in C^{n \times n}$,则 $\left\| e^A \right\| > e^{\left\| A \right\|}$ 。()
- 10. 若 rank(A) 表示矩阵 A 的秩,R(A) 表示矩阵 A 的值域.如果 rank(A)=rank(AB),则R(A)=R(AB).()

三(10 分)设 $A \in C^{n\times n}$ 可逆, $B \in C^{n\times n}$ 不可逆, $\|\cdot\|$ 为相容矩阵范数,证明: $\|A - B\|_2 \ge \frac{1}{\|A^{-1}\|}$

四(10 分)设 $A \in C_r^{\text{mixn}}$ 的奇异值分解为 $A = U \begin{pmatrix} D & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} V^H$,其中 $D = \operatorname{diag} \left(\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_r\right)$ 。

证明:V 的列向量是 $A^{H}A$ 的特征向量.

五(10 分) $A \in C^{n\times n}$ 且 $\lambda_i (i=1,2,\cdots,n)$ 为其特征值,证明: $\|A\|_F^2 = \sum_{i=1}^n \left|\lambda_i\right|^2$ 的充要条件是 A 为正规矩阵.

六 (10 分) 设
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
,求 $\cos A$.

矩阵理论2019年期末参试过程参考答案

七 (15 分) 设A = 2 2 3 2 2 b = 2 (1) 求A的最大秩分解; (2) 求 A^+ ; (3)用广义

逆矩阵方法判断线性方程组 Ax = b 是否有解; (4) 线性方程组 Ax = b 如有解,求通解和最小范 数解;如无解,求最小二乘解和最佳逼近解.

八(5分)设 $A^2 = A$, E 为单位矩阵且A = BC 是A 的最大秩分解,证: CB = E.

O. M. 2 FOTA (1-00) 1300 CZ 下列选项错误的是() 13000

Account 1> , last many 一点Big Active 大正規矩阵,从(LELLE ... n)为其事等特征值,IAIP and Malain

C. AcCoss, 人为任一其非军特征值。自己为任法属于范蠡、则从15年Amp

D. の、2の2…2の、カA的所有的正常界像。 関係に

省为单位规则且A = 3C是 A 的最大核分解。京亚 Sec 编化器 C f. Accounty 開始時、別はHan = n (VC)

7. Access, MIAIL-IIAII < KAIE (X

B. decrees, PHONES - chil (V) B. ARCHAR BECHAN WARE BEAT OX

10 著 rank(A)表示矩阵 A 的表,R (A) 表示矩阵 A 的健康。如果rank (A) - ant (AB) (A) RE (A) RE

(TIA IN -+ 24 1 THA 11 2 THAAH + + + 1119AH = 110AH A

第3页

电子科大知博书店

118-A11 > \$18 A11 97

矩阵理论2017-2018学年期末考试试题

```
一、选择题 (每题5分, 共25分)
 1.下列命题错误的是( )
 (A)(A \otimes B)^H = A^H \otimes B^H
 (B)若A \in C^{n \times n}, 且A^2 = A, 则rank(A) = tr(A)
 (C)设\mu \in C^n且\mu^H \mu = 1, 令H = E - 2\mu\mu^H, 则H的谱半径为1
 (D)设V_1, V_2为空间V的任意子空间,则dim(V_1+V_2)=dim(V_1)+dim(V_2)
 2.下列命题错误的是( )
(A)若A^{H} = A, A^{2} = A, 刚 A^{+} = A
 (B)若AA^H = A^H A,则(A^m)^+ = (A^+)^m
 (C)若x \in C^n, 则\|x\|_{\infty} \le \|x\|_2 \le \|x\|_1
 (D)设A,B\in C^{n\times n}的奇异值分别为\sigma_1\geq\sigma_2\geq\dots\geq\sigma_n>0,\ \sigma_1^{'}\geq\sigma_2^{'}\geq\dots\geq\sigma_n^{'}>0,\ 如果
 \sigma_i > \sigma_i' (i = 1, 2, \dots, n), \quad M \|A^+\|_2 > \|B^+\|_2
 3.下列说法正确的是(
 (A)若A = \begin{bmatrix} 0 & \pi & 1 \end{bmatrix}, 则sinA = \begin{bmatrix} 0 & 0 & sin1 \end{bmatrix}
           [ 0 0 π ] [ 0 0
(B)若A为收敛矩阵,则E-A一定可逆
(C)矩阵函数e^A对任何矩阵A均有定义,无论A为实矩阵还是复矩阵
(D)对任意方阵A, B, 均有e^A e^B = e^{A+B}
4.下列选项中正确的是( )
(A)A \in C^{n \times n} 且||A||_m < 1,则A为收敛矩阵;
(B)A \in C^{n \times n} 为正规矩阵,则r(A) = ||A||_2
(C)A \in C_r^{m \times n} (r > 0), M ||AA^+||_F = \sqrt{r}
(D)\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_r 为A的所有正奇异值,||A^+||_2 = \frac{1}{\sigma_1}
5.下列结论错误的是( )
(A)若A和B分别是列满秩和行满秩矩阵,则(AB)^{+}=B^{+}A^{+}
(B)若矩阵A为行满秩矩阵,则AA^H是正定Hermite矩阵
(C)设A = (a_{ij}) \in C^{n\times n}(n > 1)为严格对角占优矩阵,D = diag(a_{11}, a_{22}, \cdots, a_{nn}),则E - D^{-1}A的谱半径
(D)任何可相似对角化的矩阵,皆可分解为幂等矩阵A_i(i=1,2,\cdots,n)的加权和,即A=\sum_{i=1}^n \lambda_i A_i
二、判断题(15分)(正确的打√,错误的打×)
L若A \in C^{m \times n}, 且A \neq 0, (AA^{-})^{H} = AA^{-}, 则\|AA^{-}\|_{2} = n ( )
2.若A \in C^{m \times n} , G \in C^{n \times m} 且AGA = A ,则y = AGx ,\forall x \in C^m 为C^m 到A的值域上的正交投影 ( )
3.设A,B\in C^{n\times n}都是可逆矩阵、且齐次线性方程组(A+B)x=0有非零解、\|\cdot\|为算子范数、则\|AB^{-1}\|\geq 1
 ( )
4.\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2, 定义f(x,y) = \sqrt{2x^2 + 3y^2 - 4xy}, 则f(x,y)是\mathbb{R}^2上的范数 ( )
5.设矩阵A的最大秩分解为A = BD,则Ax = 0当且仅当Dx = 0 ( )
```

三、(10分)

设 $A=(a_{ij})\in C^{n\times n}$ 的特征值为 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n$,证明:

$$\sum_{i=1}^{n} |\lambda_i|^2 \le ||A||_F^2$$

四、(10分)
(1).设 $\lambda_i(i=1,2,\cdots,n)$ 为正规矩阵 $A\in C^{n\times n}$ 的特征值,证明: $|\lambda_i|^2(i=1,2,\cdots,n)$ 是 A^HA 的特征值;
(2).设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 和 $B=(b_{ij})_{n\times n}$ 酉等价,证明: $\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n|b_{ij}|^2=\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n|a_{ij}|^2$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} |b_{ij}|^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} |a_{ij}|^2$$

(C);

正交基

车A 是西

·×"的西

時前间 , ,

(R), 3, BA

L(M)

y = (x

 $^{H}B =$

A = 1

 $= x^H$

 E_n

西月

上

J 中 昆中

其

设 $A \in C^{n \times n}$ 为可逆矩阵, λ 为A的任意一个特征值, $\|\cdot\|$ 为任意的算子范数、证明:

特征值、
$$1 - \frac{1}{\|A^{-1}\|} \le |\lambda| \le \sqrt[n]{\|A^m\|}$$

七、

设A

(1).

(2)

六、(13分) [1]

- (1).求矩阵A的最大秩分解;
- (2).求A+;
- (3).用广义逆矩阵方法判断方程组Ax = b是否有解?
- (4).求方程组Ax = b的最小范数解或最佳逼近解? (要求指出所求的是哪种解)

```
七、(10分)
      八、(7分)
 设A \in C^{n \times n} 为Hermite矩阵、\lambda_1, \lambda_n分别是A的最大和最小特征值,证明:
                                         \lambda_n \leq a_{kk} \leq \lambda_1 \ (k=1,2,\cdots,n)
SEA CO CON BACA - A. THE AGA - A. THE AGA VI C C NC MANGAL DEVEN (A.)
```

2015年《矩阵理论》期末试题

·、判断题(15分,每小题3分)(对者打v,错者打x)		
$1. A \in R^{n\times n}$ 的奇异值为 $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \cdots \ge \sigma_n$. $R(x) = \frac{x^T A^T A x}{x^T x}$, 则 $\max_{0 \ne x \in R^n} R(x) = \sigma_1$	()
2. 设 A 为 n 阶矩阵,则 $AA^{+}=A^{+}A$.	(
3. $i \mathcal{L}_{A} A^{2} = A, B^{2} = B$, $\mathfrak{M}(A \otimes B)^{2} = A \otimes B$.	(
4. 设 $\rho(A)$ 为矩阵 A 的谱半径,则 $\rho(A)$ 引 $A _{m_i}$	()
 5. 设 A ∈ Cⁿ⁻ⁿ 的行列式 det A = 0, 则 E - A ≥ 1. 其中 E 为单位矩阵. 二. 选择题 (每题 3 分, 共 15 分) 	()
1. 若 A, B 均为 n 阶 方阵. 下列结论错误的是	. (.)
$A.(A \otimes B)^{-1} = A^{-1} \otimes B^{-1}$. B. 若A,B为正规矩阵,则 $A \otimes B$ 也为	正规矩	三阵.
C. $Vec(AXB) = (A^T \otimes B)VecX$. D. $rank(A \otimes B) = rank \ A \circ rank \ B$	3.	
2. 下列命题正确的是	()
A. 若 A 为正规矩阵,则 $A'' = A$. B. 若矩阵 A 对角占优,则 A 一定可能	Ľ.	
C. 设 $A \in C^{n \times n}$ 满足 $\sum_{i=1}^{n} a_{ij} < 1 (j=1,2,\cdots,n)$,则 A 的谱半径 $\rho(A) < 1$.		
D. 若n阶方阵 A 存在矩阵范数 使得 A < 1. 则 A 为收敛矩阵		
3. 下列命题 <u>错误</u> 的是	()
A. $R(A^*) = R(A)(R(A)$ 表示矩阵A的值域)		
B. $i \not \! D A \in C^{n-n}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & A \\ A^n & 0 \end{pmatrix}$, $ \not \! D B _2 = A _2$.		
$C.$ A 为正规矩阵,则 A 的特征向量也是 A^{μ} 的特征向量。		
D. $A^2 = A$ 且 $A \neq E$ (E 为单位矩阵),则 A 不是严格对角占优矩阵.		
4.设 $A^2 = A \neq O$, $B = cA$. 若 $\sum_{k=0}^{n} B^k$ 收敛,则 c 为)
A. c>1 B. c ≥1 C. c ≤1 D. c <1		

5. 下列结论正确的是......(

A. $\frac{1}{\sqrt{n}} \|A\|_{m_2} \le \|A\|_2$ B. A 是列满秩矩阵,则 $A^+ = A_L^{-1}$ C. $rank(A) = rank(A^-)$

D. $\sum_{i=1}^k \lambda_i A_i$ 是单纯矩阵 $A \in C_r^{n \times n}(r < n)$ 的谱分解,则 $\sum_{i=1}^k rank(A_i) = r$.

二. 计算和证明 (共 70 分)

1. (12 分)设 $A \in C^{n \times n}$, E 为单位矩阵, $\|A\|_a$ 为从属于向量范数 $\|x\|_a$ 的算子范数,则当 $\|A\|_a < 1$,证明:(1) E - A 可逆:(2) $\|(E - A)^{-1}\|_a \le (1 - \|A\|_a)^{-1}$.

S A B IS Now 10 Arts. V Transferance on the

C. $Per(AXB) = (A^T \otimes B)VecX$ D. $rank(A \otimes B) = rank(A = root B)$

2. (13 分) (1)设 $A \in C^{m \times n}$, 证明: $rank(A) = rank(A^H A)$; (2)设 $\lambda_i(i=1,2,\cdots,n)$ 是正规矩阵 $A \in C^{n \times n}$ 的特征值,证明: $|\lambda_i|^2$ $(i=1,2,\cdots,n)$ 为 AA^H 的特征值.

 $\phi_1(0, \theta_1(0)) = d_1(-\frac{1}{2}, \frac{2}{1})$, $\theta_1(0, d_1) = \frac{1}{2} e_1(0, d_1)$.

(2) 军项: [low A'' = 0ff)充分必要条件是 lom A''x = 0. Vx e R''.

MINERAL TO A THE MINERAL

C 《为证明》的。据《的特征的单位》。4 "的特征所说

我 成一点是不正常《安州即位祖传》,就从不是严格对象的思想。

3. (10 分) 设 $A \in C^{m \times n}$, 证明: A 是右可逆矩阵的充要条件是 A 是行满秩矩阵.

4.(10分)证明矩阵 A 为单纯矩阵且 A 的特征值都为实数.

A THE SHALL B. ARMANEN, ME - AT C. rock(A) = rank(A')

二、计算和证明(共 70 分)

5. (15 分)已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. (1) 求矩阵 A 的最大秩分解; (2) 求 A^+ ; (3) 判断

方程组 Ax = b 是否有解? (4) 求方程组 Ax = b 的最小范数解及通解或最小二乘解通解及其最 佳逼近解?(指出所求的是哪种解).

2 (13 分) (1)设入 e C **** , 证明: rank(A) = rank(A"A): (2)设入(i=1,2,--,n)是正规定阵

A ∈ C**** 的特征道、证明: 1.2 f (i=1,2,···,n)为AA** 的特征值。

6. (10 分) (1) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, 求 cos At;

(2) 证明: $\lim_{k\to+\infty} A^{(k)} = 0$ 的充分必要条件是 $\lim_{k\to+\infty} A^{(k)}x = 0$, $\forall x \in R^n$.

4 (10 分) 设才《Como 、证明: 才能长可避