# 第一章

1.在科学计算中，一般误差的来源有几种？列出部分数值分析课中主要讨论误差

来源：（1）模型误差（2）观测误差（3）截断误差（4）舍入误差

第一类是固有误差：

（1）模型误差：建立数学模型时所引起的误差；

（2）观测误差：测量工具的限制或在数据的获取时随机因素所引起的物理量的误差。

第二类是计算误差：

（3）截断误差：用数值方法求解数学模型时，用简单代替复杂，或者用有限过程代替无限过程所引起的误差；

（4）舍入误差：计算机表示的数的位数有限，用四舍五入取近似后所引起的误差。

数值分析中主要讨论计算误差。这是因为在用计算机解决数学问题时，常常用“有限代替无穷，用近似代替准确”。例如，解决连续性问题时通常要将其转化为离散问题求解，这将引起截断（方法）误差;由于机器数的位数有限，计算机表示数据时一般带有舍入误差。下面不全面列举出本课程内容涉及的误差

线性方程组直接求解方法——舍入误差

多项式插值方法―—插值误差

数据拟合方法―—残差

数值积分方法―—求积误差

微分方程数值解方法——局部截断误差

2．有效数字的概念是如何抽象而来的，请简单给予叙述。

有效数字位数与计算近似值的误差这两个概念是通过末位数半个单位相联系的。由于计算机的机器数只能表示有限位浮点数，对于很多数据只能近似表示，近似采用“四舍五入”的原则进行。

有效数字概念正是根据日常生活中的“四舍五入”原则抽象而来的。若近似值x的绝对误差限是某一位上半个单位，该位到的第一位非零数字一共有位，则称这一近似数具有位有效数字。而相对误差则与有效数位数基本一致。

3．什么样的算法被称为是不稳定的算法?试举一个例子说明

在算法执行过程中，舍入误差对计算结果影响大的一类算法被称为数值不稳定的算法。例如初始数有一点微小的误差，就会对一个算法的数据结果产生较大的影响，造成误差扩散，用计算公式构造出的递推算法是一个数值不稳定的算法:而另一个公式则可以构造出一个数值稳定的算法。

4.刻画计算准确性的概念都有哪些？有何特点？

# 第二章

1. 二分法收敛定理对于迭代数列的误差是如何估计的？

设是方程的准确解，是二分法产生的第n次迭代的近似解，[a，b]是二分法开始时的隔根区间，则有



2. 牛顿迭代法和割线法各有什么特点？

牛顿迭代法是单步迭代，产生一个数列逐次逼近位于初值附近的方程的根。每一次迭代要涉及到一个函数值和一个导数值的计算。它的几何背景是用曲线上的某一点处的切线与X轴交点的坐标值产生下一个根的近似值。牛顿迭代法收敛速度较快，具有二阶收敛速度（一种直观解释是第迭代一次，有效数位数增加一倍)，但它是一种局部收敛的方法。理论基础是如下泰勒中值定理



割线法不是单点迭代，在每一次迭代中要用前两个根的近似值计算产生第三个近似根。迭代过程中不用计算函数的导数，只需计算函数值。它的几何背景是用曲线上两个不同点联结的割线与X轴交点的坐标值产生新的根的近似值。也是一种局部收敛方法，收敛速度不如牛顿迭代法快，具有1.618阶的收敛速度(的正根)。理论基础是如下的牛顿插值公式



3. 描述将牛顿迭代法推广到二元非线性方程组求解问题的算法时，主要的不同是什么？能否给一个实际的例子来说明。

# 第三章

1. 高斯消元法消元过程的目标是什么？消元过程需用多少次乘除法？有何数学理论支持？

高斯消元法的消元过程目标是将一般的线性方程组转化为与之等价的上三角形方程组，以便用解上三角形方程组的方法求出方程组的解。

对一个阶方程组，消元过程需用

除法次数：

乘法次数：

总次数

数学上的理论支持主要是矩阵的分解。如乔斯基分解。

2. 解三对角方程组的消元过程有何特点？

3. 矩阵的范数和向量的范数有何联系，条件数是如何定义的？

# 第四章

1. 解线性方程组的迭代法有何特点？它与解方程组的直接法有何不同？

解线性方程组的迭代法算法结构简单，适用于系数矩阵为大型稀疏矩阵的线性方程组求解。在计算过程中，迭代法计算出一个向量序列。当方程组满足收敛条件时，这一序列将逐步逼近方程组的准确解。

迭代法利用系数矩阵构造迭代矩阵形成算法，直接法利用消元过程和回代过程的计算公式形成算法；

迭代法是求近似解，直接法从理论是讲是求准确解；

迭代法用误差估计确定是否终止迭代，无法预知用多少步计算可得方程组的解，直接法用有限步（如阶方程组用轮消元，次回代计算）就可以算出方程组的解。

2. 解线性方程组的迭代法收敛定理对迭代产生的向量序列的误差是如何估计的？

设方程组的准确解为，第k次迭代解为，(k=0，1，2，…)，迭代法所用的迭代矩阵为B。由于准确解无法得到，故误差估计用如下不等式



在迭代过程中，随着k的增大，当充分小时，可以认为已经很接近于准确解

3. 迭代法求解线性方程组的本质是什么？

4. 迭代法想要收敛，充分必要条件是什么？

# 第五章

1. 代数插值问题的存在唯一性定理是如何叙述的？

当代数插值问题中所给出的插值结点是个互异的结点时，则必然存在唯一的一个次插值多项式满足所给的插值条件。代数插值问题本质上与一个线性方程组求解问题等价,

2. 拉格朗日插值和牛顿插值方法各有何特点？

拉格朗日：次拉格朗日插值函数的表现形式是个被插值函数值的线性组合，组合系数是对应的个拉格朗日插值基函数。每一个插值基函数都是次多项式，且在对应的插值结点x处取值为1，而在其余的个插值结点处取值为0。

牛顿插值：

3. Runge反例主要说明一个什么样的问题？ 如何改进？

Runge反例说明了一个现象，即高次代数插值可能引起振荡，使得插值函数不收敛于被插值函数。

4. 如何改进插值中的Runge现象？

特征值

1. 幂法的主要思想是什么？为什么要做标准化？

2. 幂法加速法有那些？特点如何？

3. 什么是反幂法，基本原理是什么？

4. 如何计算和某个数最为接近的特征值？

5. QR方法的基本思想是什么？

# 第六章

1. 多项式拟合与代数插值问题有何差异？拟合函数有何特点？

数据拟合问题要求拟合函数与被拟合函数在所有结点处的误差在总体上达到最小；

插值问题则要求插值函数与被插值函数在每一个插值结点处的误差均为零。拟合函数由有限个人为选定的函数经线性组合而成。常用的有幂函数、指数函数、三角函数。问题求解时一般是用较多的条件确定较少的组合系数。解决实际问题的难处在于拟合函数类的选取，多项式拟合在算法上实现较容易但是很多场合不太实用。

2. 曲线拟合的最小二乘法有何特点？

最小二乘法要求拟合曲线的残差平方和达到最小，从理论上讲，是确定拟合函数的组合系数使残差平方和最小。从算法上看，是将超定方程组转换为正规方程组求解。这种方法不仅可以用于求解曲线拟合问题，而且可以用于求超定方程组的最小二乘解。把一个超定方程组的问题转化为对应的正规方程组的求解问题。正规方程组的解被称为原超定方程组的最小二乘解。

3. 拟合方法为何和插值法不同？在对数据处理时候，如何选择？

4. 最小二乘法的基本思想是什么？

5. 求一个超定方程组的最小二乘解有哪些主要方法？

6. 正交函数有何作用？

7. 什么是极性？有何特点？

# 第7章

1. 插值型求积公式有何特点？

插值型求积公式主要用于计算定积分的值。数学推导中用拉格朗日插值函数代替被积函数，其表现形式是有限个函数值的线性组合，而组合系数恰好是拉格朗日插值基函数的定积分。(n+1)个结点的插值型求积公式的代数精度一般不超过n。用数值求积公式计算定积分可以克服牛顿—莱布尼兹公式的弱点，但是数值计算结果带有误差。在用数值求积公式设计算法时，一般要考虑到误差估计，还应该使所求的数据结果的误差得到控制。

2. 什么是复合积分？复合梯形公式有何特点？有哪些可以提高其精度的方法？

将定积分的积分区间等分为有限个小区间，将定积分表示为各个小区间上的定积分之和。而将每一个小区间上的积分表示为梯形公式的计算公式，再组合起来统一计算。误差余项由梯形公式的误差余项整理而得。当小区间数目增长时计算误差将减小，从而在设计算法时可以使误差得到控制。

3. 高斯型求积公式是如何构造的？在应用中需要注意哪些问题？

4. 如何进行插值的误差分析？

5. 如何对大区间进行较为准确的积分？

6. 积分的外推法主要有那些？有何特点？

# 第8章

1. 求解常微分方程的数值方法有几种主要方法，列出主要几种，它们各有何特点？

2. 求常微分方程初值问题的数值求解公式的局部截断误差、全局截断误差是指什么？

3. 什么是数值积分的稳定性和收敛性？他们和什么因素有关？

4. 数值微分的局部截断误差和计算精度有个关系？

5. 什么是数值微分的精度，收敛阶有何特点？

6. 如何求解二阶常微分方程？

7. 如何利用数值方法求常微分方程组和高阶微分方程的数值解？如何用龙格-库塔方法求解高阶常微分方程(组)初值问题?