

# 浙江大学第十一届 大学生数学建模竞赛

2013 年 5 月 7 日—5 月 17 日

题目                      A                      B  
(在所选题目上打勾)  
编号                      5928

|       | 参赛队员 1              | 参赛队员 2              | 参赛队员 3         |
|-------|---------------------|---------------------|----------------|
| 姓名    | 戴维                  | 诸葛军暇                | 张慕辰            |
| 学号    | 3110102577          | 3110102421          | 3110104579     |
| 院（系）  | 理学院                 | 理学院                 | 信息与电子工程学系      |
| 专业    | 数学与应用数学             | 数学与应用数学             | 信息与通信工程        |
| 手机    | 15058184336         | 15267056497         | 15988846451    |
| Email | davy88819@gmail.com | jxzhuge12@gmail.com | zhmuch@126.com |

浙江大学本科生院教学研究处  
浙江大学数学建模实践基地

# 公共自行车服务点管理

## 摘要

在日常生活中，公共自行车服务点往往会出现不理想状态，此时需要建立工作人员的调度方案，使得公共自行车服务点尽量处于理想状态。本文建立了带硬时间窗的多旅行商模型对公共自行车服务管理的问题进行了研究。

在问题一中，针对一天内某自行车服务点借车和还车需求数据，我们建立了自行车空架与满架模型。利用搜索算法，搜索数据序列找到空架或满架状态，通过后续判断来确定的上架、下架自行车数量。例如，在编号为 5461 的服务点，工作人员在 6:00 时，下架 5 辆车，在 8:50 时，上架 1 辆车，在 19:00 时，下架 5 辆车，使得该服务点一天之内管理三次。在规定管理次数不超过 2 次的情况下，工作人员在早上 6 点，下架 5 辆车，然后不做任何调整，可以使该服务点处于理想状态的时间最长，为 870 分钟。

在问题二中，我们建立了带硬时间窗的多旅行商模型，利用遗传算法求解。遗传算法是一种全局优化算法，它借用了生物遗传学的观点，通过选择、遗传、变异和免疫等作用机制，使每个个体的适应性提高。遗传算法包括群体的初始化，选择，交叉，变异操作。

以西湖区某商业住宅区为例。将一天分为 3 个时间段，并确定：

$$\text{单位时间贡献度} = \text{总理想状态时间} / \text{总耗时}$$

规定工作人员自行车骑速为 300 米/分钟，到每个服务点管理 3 分钟，求解得，早上 6 点到 8 点（第一时间段）：一个工作人员总耗时为 45.8 分钟，总理想状态时间为 693.5 分钟，单位时间贡献度为 15.14，服务点路径为：

5171 → 5424 → 5312 → 5020 → 5461 → 5279 → 5353 → 5171

早上 8 点到下午 4 点（第二时间段）：2 个工作人员总耗时为 201.1 分钟，总理想状态时间为 2862 分钟，单位时间贡献度为 14.23。

工作人员 a 服务点到达顺序为：

5171 → 5020 → 5374 → 5312 → 5171

工作人员 b 服务点到达顺序为：

5305 → 5424 → 5305

下午 4 点到晚上 9 点（第三时间段）：1 个工作人员总耗时为 167 分钟，总理想状态时间为 1188 分钟，单位时间贡献度为 7.11，服务点路径为：

5171 → 5305 → 5312 → 5020 → 5171。

经过分析得到，在区域内的调度方案应遵循：在第一时间段内（时间窗口重合度较大），尽量减少工作人员，而在二、三时间段内（时间窗口重合度较小），尽量增加工作人员。从而使服务点尽量保持理想状态，且人力成本较小。

本文最大的亮点在于建立了贴合本问题的带硬时间窗的多旅行商模型，并使用遗传算法求解，由于其全局搜索的特性，遗传算法在解决 m-TSP 问题中有着其他算法所没有的效率上的优势。

**关键词：**遗传算法；多旅行商模型；搜索算法

## 一、 问题重述

杭州公共自行车服务点所有车架都有车（简称满架）时，只能借车而不能还车；当服务点所有车架都无车（简称空架）时，不能借车而只能还车。服务点的理想状态是既不满架也不空架，出行人可根据自身需求就近随时借车还车。若服务点满架，则下架部分自行车置于附近；若服务点空架，则将部分置于附近的自行车上架。杭州大部分公共自行车服务点无专人值守，多数情况下是通过工作人员骑自行车巡逻的方式对服务点进行管理，使车架在尽可能多的时段内处于理想状态，提升市民的满意度。本题要求建立数学模型回答以下问题：

第一问中，需要统计出某服务点一段时期内从早上6点时至晚上9时间隔10分钟的借车、还车需求数据。通过对这段时间内借车、还车需求数据，来建立模型分析一天内需要对该服务点管理次数最少的情况，并确定上架或者下架的自行车数量。再规定一天内到该服务点的次数不超过二次，通过建立数学模型来分析使得该点处于理想状态的时段尽可能长。

第二问中，选定杭州的某一区域，统计服务点的数据后，与第一问中相同，要确定何时去管理服务点使得这块区域内服务点处于理想状态的时段尽可能长。再通过建立数学模型来确定巡逻管理该区域的工作人员数量及调度方案，使得该区域内的公共自行车服务点尽可能的保持理想状态，并且人力成本较少。

## 二、 符号说明

|          |                                   |
|----------|-----------------------------------|
| $m$      | 工作人员数目                            |
| $l$      | 需要管理的总的自行车服务点数目                   |
| $d_{ij}$ | 在现实中从自行车服务点 $i$ 到自行车服务点 $j$ 的路径距离 |
| $t_{ij}$ | 从自行车服务点 $i$ 到自行车服务点 $j$ 工作人员行驶时间  |
| $t_j$    | 到达自行车服务点 $j$ 的时间                  |
| $v$      | 工作人员骑自行车的速度                       |
| $e_i$    | 自行车服务点 $i$ 需要管理的最早开始时间            |
| $l_i$    | 自行车服务点 $i$ 需要管理的最晚结束时间            |
| $w$      | 工作人员在每个自行车服务点管理的时间                |
| $s_i$    | 工作人员在服务点等待的时间                     |
| $D_k$    | 工作人员 $k$ 总的行驶距离                   |

## 三、 模型假设

为了简化计算，给出如下模型合理性的假设：

1. 所有借车和还车的人都是理性的。
2. 当某服务点处于满架或者空架的时间段内，即使工作人员管理该服务点，在该时间段内，人们不会在该服务点还车或者借车。
3. 工作人员骑车直线和转弯都保持相同速度匀速行进，并且不考虑交通拥堵的

情况。

4. 工作人员管理完所需要管理的自行车服务点后，重新回到起点。

## 四、 问题分析

题目要求统计某一区域内的公共自行车服务点从早上 6 时到晚上 9 时间隔 10 分钟的借车和还车需求数据。

在第一问中，解决问题的关键是：通过分析某一公共自行车服务点的一天内的借车和还车数据，找出需要管理的时间段，并建立模型来确定需要上架与下架的自行车数量来使得管理次数最少以及使得理想状态时间最长。

在第二问中，解决问题的关键是：寻找一种方法，利用第一问中解出的需要管理的时间段，确定在某一区域内在需要管理的时间内工作人员到所有需要管理的自行车服务点的调度方案，再确定工作人员的数目对服务点管理的影响，使得人力成本最少。

## 五、 模型建立与求解

### 5.1 问题一：某服务点自行车管理

统计得到某公共自行车服务点从早上 6 时到晚上 9 时间隔 10 分钟的借车、还车需求数据（见附录 1），本题第一小问需要确定出工作人员管理的时刻或者时间区间和上架或者下架的自行车数量。通过建立空架和满架的模型，来分别讨论。本题第二小问要求在工作人员管理不超过 2 次的情况下，使得服务点的理想状态时间保持尽量长，在第一题小问的基础上，通过穷举法，确定工作人员管理的次数和时间以及上架或者下架的自行车数量，使得理想状态时间最长。

#### 5.1.1 自行车空架和满架模型

通过对统计数据进行分析，将自行车要管理的状态分为满架和空架两种情况。针对满架和空架的不同情形，建立出以下的模型：

根据实际状况的需要，我们做出以下规定，当满架时，工作人员最多减少自行车总数的  $\frac{1}{4}$ ，当空架时，工作人员最多增加自行车总数的  $\frac{1}{4}$ 。

模型流程图如图 1。

#### 5.1.2 自行车空架和满架模型求解

根据以上模型及流程图，利用搜索算法，搜索数据序列找到空架或满架，通过后续判断来确定的上架、下架自行车数量。（代码详见附录 2）。

##### 5.1.2.1 对服务点 5035 求解

针对古墩路文一西路口南侧 60 米的服务点（编号为 5305，满架车辆为 23 辆）一天内从早上 6 点到晚上 9 点的统计数据（详见附录），考虑问题一中第一小问，工作人员何时去管理服务点，并上架或下架多少辆，使得管理次数尽可能少。运用搜索算法，求解得：

工作人员在 9:10 时，上架 6 辆车，在 19:10 时，下架 6 辆车，使得该服务点在一天内只被管理 2 次。如图 2，实线代表原始统计数据，虚线代表经过工作人员管理后的数据。



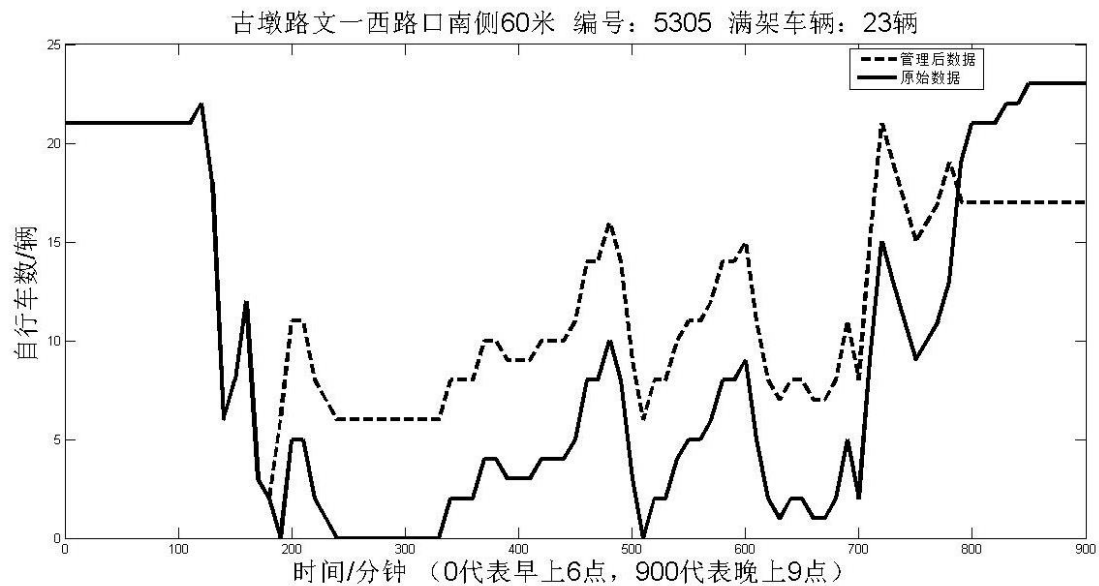


图 2

在第一题第一小问基础之上，求解第二小问，要求在工作人员管理不超过 2 次的情况下，使得服务点的理想状态时间保持尽量长。通过穷举法，来确定工作人员的管理次数、时间和上架、下架车数量。

对服务点 5305，工作人员在 9:10 时，上架 6 辆车，在 19:10 时，下架 6 辆车，使得全天都是理想状态，理想状态时间最长。

#### 5.1.2.2 对服务点 5461 求解

针对府园新村服务点（编号为 5461，满架车辆为 21 辆）从早上 6 点到晚上 9 点的统计数据（详见附录），考虑问题一中第一小问，工作人员何时去管理服务点，并上架或下架多少辆，使得管理次数尽可能少。运用搜索算法，求解得：

工作人员在 6:00 时，下架 5 辆车，在 8:50 时，上架 1 辆车，在 19:00 时，下架 5 辆车，使得该服务点一天之内管理三次。如图 3：

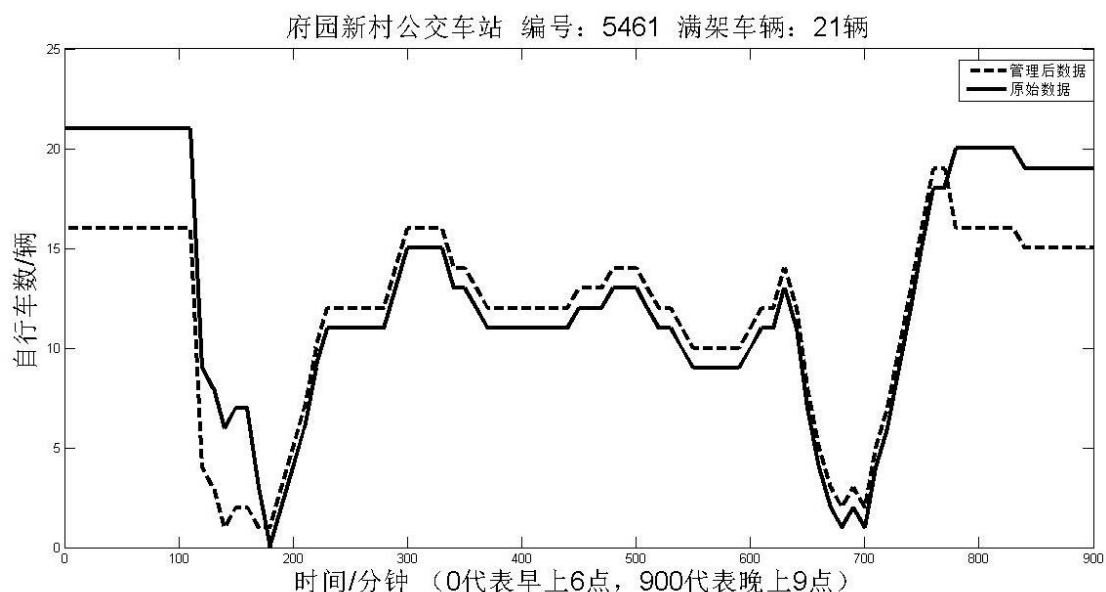


图 3

在第一题第一小问基础之上，求解第二小问，要求在工作人员管理不超过 2 次的情况下，使得服务点的理想状态时间保持尽量长。通过穷举法，来确定工作人员的管理次数、时间和上架、下架车数量。

对服务点 5461，早上 6 点，减少 5 辆车。然后不做任何调整，可以使该服务点的处于理想状态的时间最长，为 870 分钟。

## 5.2 问题二：某区域内自行车服务点调度

统计得到杭州某区域内自行车服务点从早上 6 时到晚上 9 时间隔 10 分钟的借车、还车需求数据（见附录 1）。通过搜索算法，求解得出在工作人员在管理次数尽可能少，并且使得理想状态时间尽可能长的情况下，每个服务点管理时间段。故在一天内，需要若干工作人员在规定的时间内遍历所有需要管理的自行车服务点。并在规定时间段内，需要管理的自行车服务点只需要一个工作人员到达并管理。管理完后，重新回到起点。要求求解得出如何安排路线，使得理想状态时间最长，且人力成本最少。这就可以把这个问题看成一个带硬时间窗（Hard Time Window）的多旅行商问题（m-TSP）。

### 5.2.1 多旅行商问题（m-TSP）

本题将运用 m-TSP 问题， $m$  个工作人员要遍历所有需要管理的自行车服务点，且在需要管理的时间内，每个自行车服务点只被一个工作人员管理。每个工作人员从有人值守的公共自行车服务点出发，在管理完后返回到该服务点。求解目标是使所有工作人员走过的路程总和最小。

### 5.2.2 硬时间窗（Hard Time Window）

本题将运用硬时间窗，指工作人员必须在规定时间段内到达自行车服务点，自行车服务点在此时间段之外不需要工作人员到达管理。如图 4 为一惩罚函数（Penalty Function），当工作人员到达需管理服务点的时间超过了规定的时间段（ $e, l$ ）其惩罚值  $P(t)$  等于一个非常大的正值，以表示硬时间窗的限制。

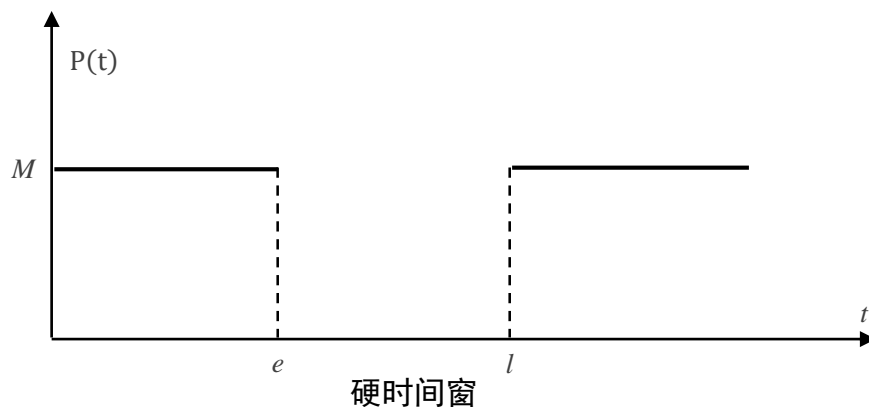


图 4

### 5.2.3 带硬时间窗的多旅行商模型（m-TSPHTW）建立和求解

#### 5.2.3.1 带硬时间窗的多旅行商模型（m-TSPHTW）建立

以点 0 表示工作人员的出发自行车服务点，称为源点，点  $1, 2, \dots, l$  表示  $m$  个共组人员需管理的自行车服务点。

定义变量：

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{工作人员 } k \text{ 通过弧}(i,j) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

$$y_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{工作人员 } k \text{ 到服务点 } i \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

则得到以下模型：

目标函数：

$$f = \min \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^l \sum_{j \neq i, j=0}^l x_{ijk} \quad (3)$$

约束条件：

$$\sum_{k=1}^m y_{ki} = \begin{cases} m, & i = 0 \\ 1, & i = 1, 2, \dots, l \end{cases} \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^l x_{ijk} = y_{kj}; j = 0, 1, \dots, j; k = 0, 1, \dots, m \quad (5)$$

$$\sum_{j=0}^l x_{ijk} = y_{ki}; i = 0, 1, \dots, j; k = 0, 1, \dots, m \quad (6)$$

$$X = (x_{ijk}) \in S \quad (7)$$

$$t_0 \geq 0 \quad (8)$$

$$t_{ij} = \frac{d_{ij}}{v}; i = 0, 1, \dots, l; j = 0, 1, \dots, l; i \neq j \quad (9)$$

$$t_j = \sum_{k=1}^m \sum_{i=0, i \neq j}^l x_{ijk} (t_i + w_i + s_i + t_{ij}); j = 1, 2, \dots, l \quad (10)$$

$$D_k = \sum_{i=0}^l \sum_{j=0, j \neq i}^l x_{ijk} d_{ij}; k = 0, 1, \dots, m \quad (11)$$

$$e_i \leq t_i \leq l_i; i = 0, 1, \dots, l \quad (12)$$

其中：S 为支路消去约束，即消去构成不完整路线的解<sup>[1]</sup>。

在该模型中，

式 (3) 表示使  $m$  个工作人员在给定约束条件下最小优化路程；

式 (4) 表示从指定服务点 0 出发，所有自行车服务点只有某一个工作人员严格到达管理一次；

式 (5) 表示任一条弧的终点服务点仅有一个起点服务点与之相连；

式 (6) 表示任一条弧的起点服务点仅有一个终点服务点与之相连；

式 (7) 表示消去构成不完整线路的解；

式 (8) 表示工作人员出发时间大于等于 0；

式 (9) 表示从服务点  $i$  到服务点  $j$  需要耗费的行驶时间；

式 (10) 表示到达服务点  $j$  的时间  $t_j$  等于工作人员离开路径中前一服务点  $i$  的时间加上两个服务点间的骑车时间，其中离开服务点  $i$  的时间等于到达  $i$  的时间  $t_i$  加上  $i$  处的服务时间  $w_i$  和等待时间  $s_i$ ；

<sup>[1]</sup> 李军,郭耀煌. 物流配送车辆优化调度理论与方法[M]. 北京: 中国物资出版社, 2001, 63 - 73.



式 (11) 表示工作人员  $k$  管理其路线上所有服务点后行驶的总路程;  
式 (12) 表示在每个服务点处必须满足的时间窗口约束。

### 5.2.3.2 遗传算法 (Genetic Algorithm, GA) 设计

本问题中设定了 12 个自行车服务点。当  $m$  个工作人员遍历了所有需要管理的服务点后回到出发服务点, 并求其最短路径的走法。一个最容易想到的方法是利用排列组合的方法把所有的路径都计算出来, 并逐一比较, 选出最小的路径。虽然该方法在理论上是可行的, 但路径的个数与自行车服务点的个数成指数增长, 当服务点个数较大时, 该方法的求解时间是难以忍受的, 甚至是不可能完成的。故目前针对  $m$ -TSP 问题有许多种解法, 较为常用的算法有神经网络法、列表寻优法、二叉树描述法、模拟退火法和遗传算法等等。遗传算法是一种全局优化算法, 它借用了生物遗传学的观点, 通过选择、遗传、变异和免疫等作用机制, 使每个个体的适应性提高。由于其全局搜索的特性, 遗传算法在解决  $m$ -TSP 问题中有着其他算法所没有的优势。在本题中, 选择遗传算法来对问题进行求解。

标准的遗传算法包括群体的初始化, 选择, 交叉, 变异操作。其主要步骤可描述如图5:

- ① 随机产生一组初始个体构成的初始种群, 并评价每一个个体的适配值
- ② 判断算法的收敛准则是否满足。若满足输出搜索结果; 否则执行以下步骤
- ③ 根据适配值大小以一定方式执行选择操作
- ④ 按交叉概率  $P_c$  执行交叉操作
- ⑤ 按变异概率  $P_m$  执行变异操作
- ⑥ 返回步骤②

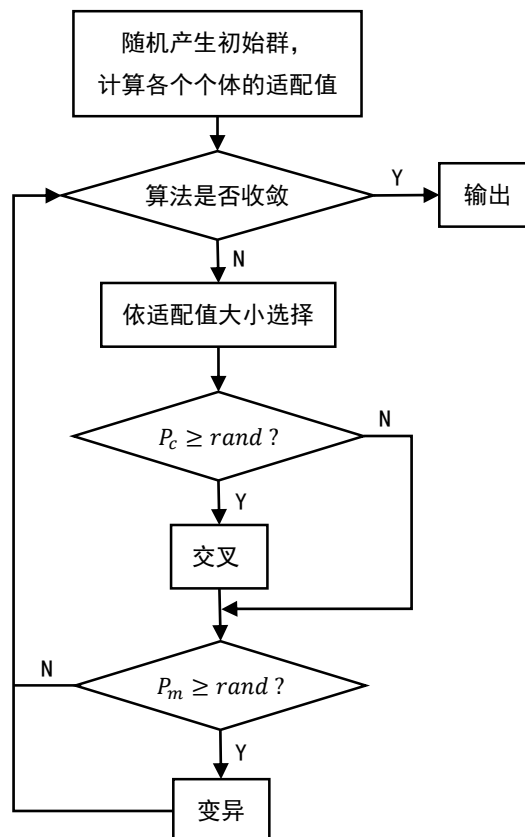


图 5

说明:

- (1) 本算法的判断结束准则是固定指定了迭代的次数当算法达到迭代次数时，算法结束，输出当前的最优解；
- (2) 在根据适配值计算并选择的时候，记录下来的当前最优值，在变异后加入跟新的群体，保证新的迭代循环中  $m$ -TSP 解越来越好；
- (3) 在选择的一种操作是拿最优的  $K$  个替换最差的  $K$  个个体，本例是按适配值选择，并使群体数目变少，当每次变异操作后，产生随机路径补充群体是群体数目不变，再次循环，一定程度上防止因初始群体的选择问题而陷入局部最优。

### 5.2.3.3 带硬时间窗的多旅行商模型 ( $m$ -TSPHTW) 求解

统计得到杭州某区域内自行车服务点从早上 6 时到晚上 9 时间隔 10 分钟的借车、还车需求数据（见附录 1）。如图 6，显示了在杭州西湖区城西的 12 个自行车服务点位置及编号：



图 6

通过搜索算法，求解得下表 1：

|      | 第一时间段 (0-120) |      | 第二时间段 (120-600) |      | 第三时间段 (600-900) |      |
|------|---------------|------|-----------------|------|-----------------|------|
|      | tmin          | tmax | tmin            | Tmax | tmin            | tmax |
| 5374 |               |      | 180             | 330  |                 |      |
| 5461 | 0             | 110  |                 |      |                 |      |
| 5381 |               |      |                 |      |                 |      |
| 5020 | 0             | 20   | 140             | 190  | 850             | 900  |
| 5279 | 0             | 110  |                 |      |                 |      |
| 5305 |               |      | 240             | 330  | 790             | 900  |
| 5171 | 0             | 20   | 120             | 530  | 690             | 900  |

|      |   |     |     |     |     |     |
|------|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| 5424 | 0 | 20  | 350 | 380 |     |     |
| 5312 | 0 | 110 | 200 | 220 | 700 | 900 |
| 5353 | 0 | 120 |     |     |     |     |
| 5352 |   |     |     |     |     |     |
| 5315 |   |     |     |     |     |     |

表 1

说明：

- (1) 表中第一列中的数据代表不同的自行车服务点的编号；
- (2) 第一行中 0 代表早上 6 点，900 代表晚上 9 点，间隔以 1 分钟为单位；
- (3) 无数据的服务点表示在一天之内不需要工作人员管理；
- (4)  $t_{min}$  代表该时间段内某服务点需要管理的时间段的最小值， $t_{max}$  代表该时间段内某服务点需要管理的时间段的最大值。

考虑到各个服务点需要调控的时间窗口的分布规律，将其人工划分为三个时间段：

- 1) 第一时间段(0-120) 早上六点至早上八点
- 2) 第二时间段(120-600) 早上八点至下午四点
- 3) 第三时间段(600-900) 下午四点至晚上九点

某一典型日，对西湖区某商业住宅区 12 个公共自行车服务点运用遗传算法求解，分时间段给出工作人员的调度方案：

为了方便编程及计算，我们只显示一段时间内需要管理服务点的坐标，并直接连接 2 个服务点。在计算最优路径时，则是按照现实中实际情况路线进行计算。

规定工作人员骑自行车速度为 300 米/分钟，工作人员到每个服务点管理的时间为 3 分钟。

确定评价人力成本和理想状态的系数：

$$\text{单位时间贡献度} = \text{总理想状态时间} / \text{总耗时}$$

单位时间贡献度越大，表示该方案越好。

#### 1. 第一时间段

- 1) 工作人员为 1 人时 ( $m = 1$ )

在第一时间段内，需要管理的自行车服务点以及需要管理的时间段，工作人员调控的时间和该服务点持续的理想状态时间如表 2：

|      | 第一时间段(0-120) |           | 调控时间 |      | 理想状态时间 |
|------|--------------|-----------|------|------|--------|
|      | $t_{min}$    | $t_{max}$ | 到达   | 离开   |        |
| 5374 |              |           |      |      |        |
| 5461 | 0            | 110       | 0    | 3    | 117    |
| 5381 |              |           |      |      |        |
| 5020 | 0            | 20        | 3.5  | 6.5  | 113.5  |
| 5279 | 0            | 110       | 39.5 | 42.5 | 77.5   |
| 5305 |              |           |      |      |        |
| 5171 | 0            | 20        | 22.7 | 25.7 | 94.3   |
| 5424 | 0            | 20        | 18.2 | 21.2 | 98.8   |
| 5312 | 0            | 110       | 10.2 | 13.2 | 106.8  |
| 5353 | 0            | 120       | 31.4 | 34.4 | 85.6   |

|      |  |  |  |  |  |
|------|--|--|--|--|--|
| 5352 |  |  |  |  |  |
| 5315 |  |  |  |  |  |

表 2

由表 2 得，在第一时间段内有 7 个自行车服务点需要工作人员管理，分别是：5461、5020、5279、5171、5424、5312、5353。

如图 7，为路线图

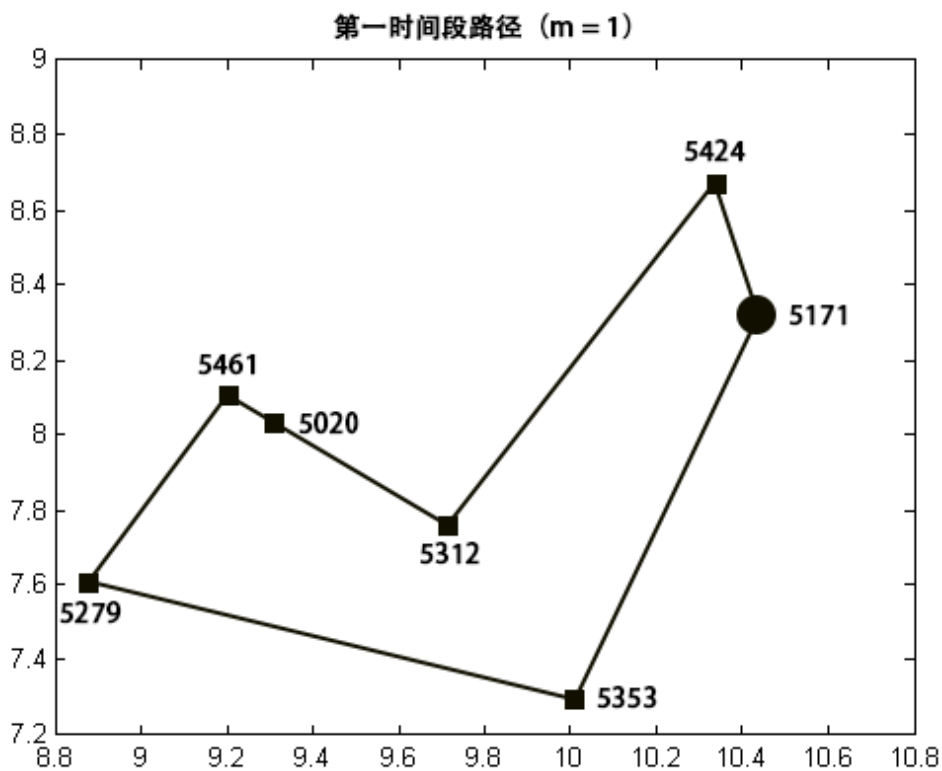


图 7

工作人员到达服务点的顺序：

5171 → 5424 → 5312 → 5020 → 5461 → 5279 → 5353 → 5171

需要耗时：45.8 分钟

总理想状态时间：693.5 分钟

单位时间贡献度：15.14

2) 工作人员为 2 人时 ( $m = 2$ )

在第一时间段内，需要管理的自行车服务点以及需要管理的时间段，工作人员调控的时间和该服务点持续的理想状态时间如表 3：

|      | 第一时间段 (0-120) |      | 第一人调控时间 |     | 第二人调控时间 |      | 理想时间  |
|------|---------------|------|---------|-----|---------|------|-------|
|      | tmin          | tmax | 到达      | 离开  | 到达      | 离开   |       |
| 5374 |               |      |         |     |         |      |       |
| 5461 | 0             | 110  | 0       | 3   | 0       | 0    | 117   |
| 5381 |               |      |         |     |         |      |       |
| 5020 | 0             | 20   |         |     | 0       | 3    | 117   |
| 5279 | 0             | 110  | 6.3     | 9.3 |         |      | 110.7 |
| 5305 |               |      |         |     |         |      |       |
| 5171 | 0             | 20   |         |     | 7       | 10   | 110   |
| 5424 | 0             | 20   |         |     | 11.5    | 14.5 | 105.5 |

|      |   |     |      |      |      |      |       |
|------|---|-----|------|------|------|------|-------|
| 5312 | 0 | 110 |      |      | 19.5 | 22.5 | 97.5  |
| 5353 | 0 | 120 | 14.3 | 17.3 |      |      | 102.7 |
| 5352 |   |     |      |      |      |      |       |
| 5315 |   |     |      |      |      |      |       |

表 3

如图 8，为路线图

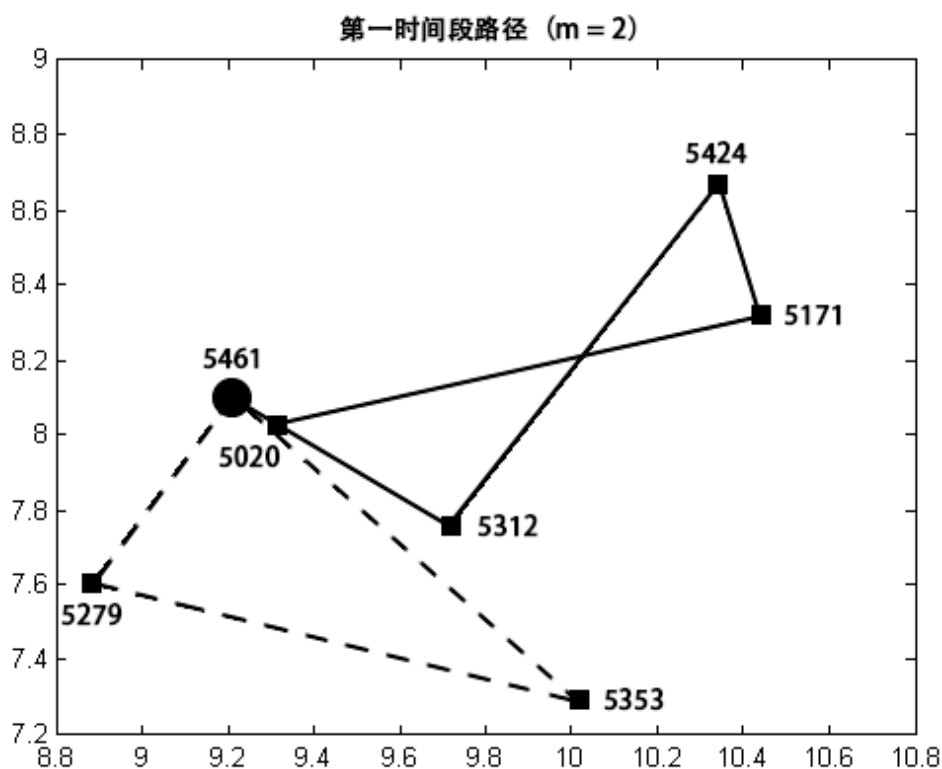


图 8

工作人员到达服务点的顺序：

- a) 5461 → 5020 → 5171 → 5424 → 5312 → 5461
- b) 5461 → 5279 → 5353

第一个工作人员耗时：23.3 分钟

第二个工作人员耗时：26.1 分钟

总理想状态时间：760.4 分钟

单位时间贡献度：15.39

2. 第二时间段（120-600）

1) 工作人员为 1 人时 ( $m = 1$ )

在第二时间段内，需要管理的自行车服务点以及需要管理的时间段，工作人员调控的时间和该服务点持续的理想状态时间如表 4：

|      | 第二时间段 (120-600) |      | 调控时间 |     | 理想时间 |
|------|-----------------|------|------|-----|------|
|      | tmin            | tmax | 到达   | 离开  |      |
| 5374 | 180             | 330  | 180  | 183 | 477  |
| 5461 |                 |      |      |     |      |
| 5381 |                 |      |      |     |      |
| 5020 | 140             | 190  | 140  | 143 | 477  |

|      |     |     |     |     |     |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 5279 |     |     |     |     |     |
| 5305 | 240 | 330 | 240 | 243 | 477 |
| 5171 | 120 | 530 | 120 | 123 | 477 |
| 5424 | 350 | 380 | 350 | 353 | 477 |
| 5312 | 200 | 220 | 200 | 203 | 477 |
| 5353 |     |     |     |     |     |
| 5352 |     |     |     |     |     |
| 5315 |     |     |     |     |     |

表 4

在第二时间段内，共有 6 个自行车服务点需要工作人员管理：5374、5020、5305、5171、5424、5312。

如图 9，为路线图

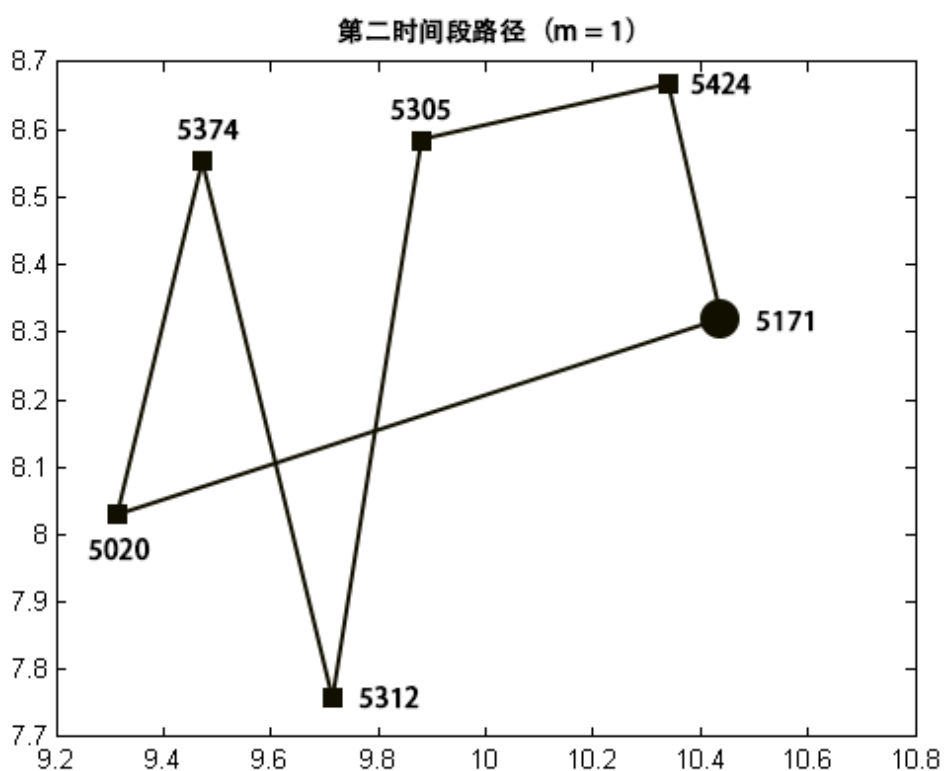


图 9

工作人员到达服务点的顺序：

5171 → 5020 → 5374 → 5312 → 5305 → 5424 → 5171。

需要耗时：234.5 分钟

总理想状态时间：2862 分钟

单位时间贡献度：12.20

2) 工作人员为 2 人时 ( $m = 2$ )

在第二时间段内，需要管理的自行车服务点以及需要管理的时间段，工作人员调控的时间和该服务点持续的理想状态时间如表 5：

|  | 第二时间段(120-600) | 第一人调控时间 | 第二人调控时间 |
|--|----------------|---------|---------|
|--|----------------|---------|---------|

|      | tmin | tmax | 到达  | 离开  | 到达  | 离开  |
|------|------|------|-----|-----|-----|-----|
| 5374 | 180  | 330  | 180 | 183 |     |     |
| 5461 |      |      |     |     |     |     |
| 5381 |      |      |     |     |     |     |
| 5020 | 140  | 190  | 140 | 143 |     |     |
| 5279 |      |      |     |     |     |     |
| 5305 | 240  | 330  |     |     | 240 | 243 |
| 5171 | 120  | 530  | 120 | 123 |     |     |
| 5424 | 350  | 380  |     |     | 350 | 353 |
| 5312 | 200  | 220  | 200 | 203 |     |     |
| 5353 |      |      |     |     |     |     |
| 5352 |      |      |     |     |     |     |
| 5315 |      |      |     |     |     |     |

表 5

如图 10，路线图

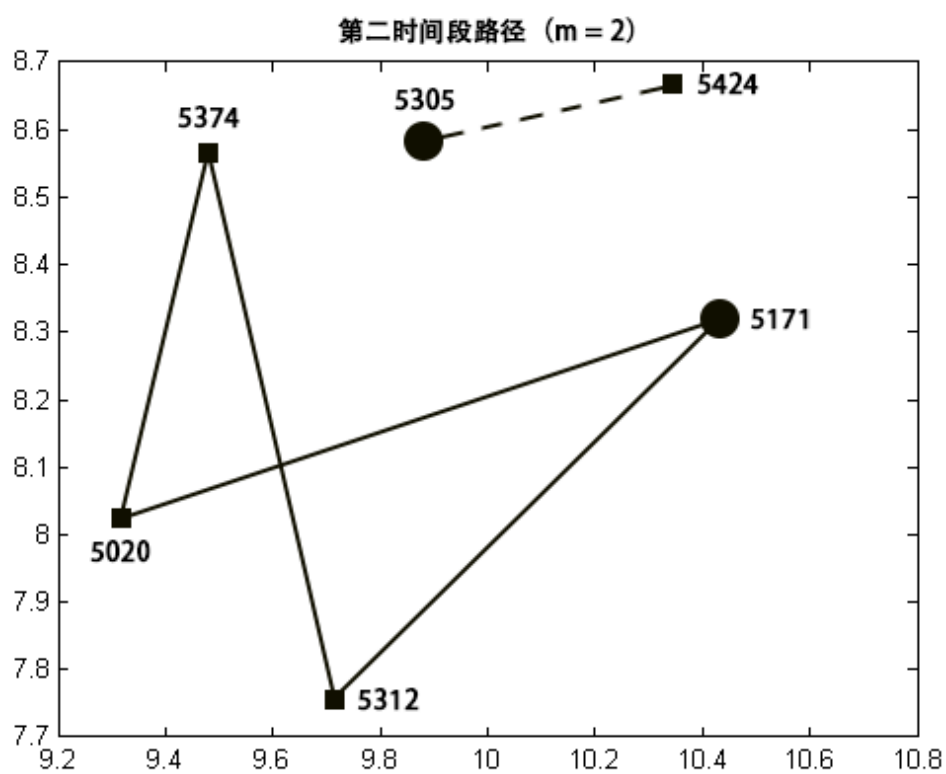


图 10

工作人员到达服务点的顺序：

a) 5171 → 5020 → 5374 → 5312 → 5171

b) 5305 → 5424 → 5305

第一个工作人员耗时：86.3 分钟

第二个工作人员耗时：114.8 分钟

总理想状态时间：2862 分钟

单位时间贡献度：14.23

3. 第三时间段（600-900）

在第三时间段内，需要管理的自行车服务点以及需要管理的时间段，工作人员调控的时间和该服务点持续的理想状态时间如表 6

|      | 第三时间段(600-900) |      | 调控时间 |     | 理想时间 | 总耗时 |
|------|----------------|------|------|-----|------|-----|
|      | tmin           | Tmax | 到达   | 离开  |      | 163 |
| 5374 |                |      |      |     |      |     |
| 5461 |                |      |      |     |      |     |
| 5381 |                |      |      |     |      |     |
| 5020 | 850            | 900  | 850  | 853 | 297  |     |
| 5279 |                |      |      |     |      |     |
| 5305 | 790            | 900  | 790  | 793 | 297  |     |
| 5171 | 690            | 900  | 690  | 693 | 297  |     |
| 5424 |                |      |      |     |      |     |
| 5312 | 700            | 900  | 700  | 703 | 297  |     |
| 5353 |                |      |      |     |      |     |
| 5352 |                |      |      |     |      |     |
| 5315 |                |      |      |     |      |     |

表 6

在第三阶段，共有 4 个自行车服务点需要工作人员管理，分别是 5020、5305、5171、5312。

由于只有 4 个自行车服务点需要管理，故只求解当工作人员为 1 人时 ( $m = 1$ ) 的情况。

如图 11，为路线图

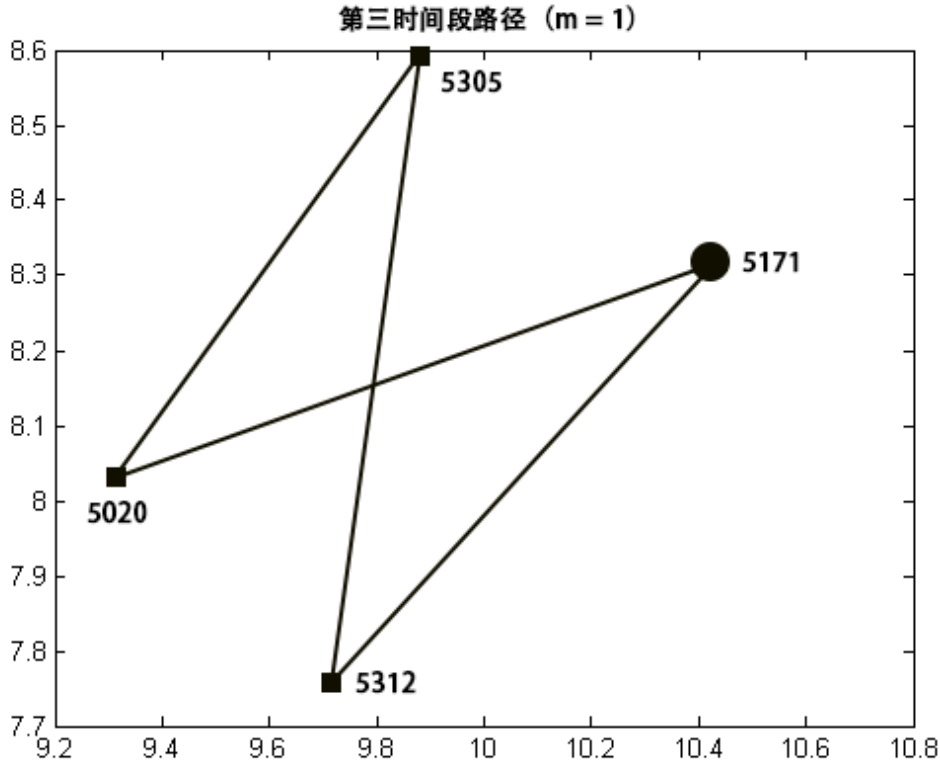


图 11

工作人员到达服务点的顺序：



5171 → 5312 → 5305 → 5020 → 5171。

需要耗时：167 分钟

总理想状态时间：1188 分钟

单位时间贡献度：7.11

## 六、 结果分析

### 1. 问题一：

#### 1) 对自行车服务点 5305

第一问：工作人员在 9:10 时，上架 6 辆车，在 19:10 时，下架 6 辆车，使得该服务点在一天内只被管理 2 次。

第二问：工作人员在 9:10 时，上架 6 辆车，在 19:10 时，下架 6 辆车，使得全天都是理想状态。

#### 2) 对自行车服务点 5461

第一问：工作人员在 6:00 时，下架 5 辆车，在 8:50 时，上架 1 辆车，在 19:00 时，下架 5 辆车，使得该服务点一天之内管理三次。

第二问：工作人员在早上 6 点，减少 5 辆车。然后不做任何调整，可以使该服务点的处于理想状态的时间最长，为 870 分钟。

### 2. 问题二：

规定工作人员骑自行车速度为 300 米/分钟，工作人员到每个服务点管理的时间为 3 分钟。

确定评价人力成本大小的系数：

$$\text{单位时间贡献度} = \text{理想时间} / \text{工作人员耗时}$$

单位时间贡献度越大说明该方案越好。

|                 | 工作人员总耗时<br>/min | 总理想状态时间<br>/min | 单位时间贡献度 |
|-----------------|-----------------|-----------------|---------|
| 第一时间段 ( $m=1$ ) | 45.8            | 693.5           | 15.14   |
| 第一时间段 ( $m=2$ ) | 49.4            | 760.4           | 15.39   |
| 第二时间段 ( $m=1$ ) | 234.5           | 2862            | 12.20   |
| 第二时间段 ( $m=2$ ) | 201.1           | 2862            | 14.23   |
| 第三时间段 ( $m=1$ ) | 167             | 1188            | 7.11    |

第一时间段 ( $m = 1$ ) 工作人员服务点到达顺序为：

5171 → 5424 → 5312 → 5020 → 5461 → 5279 → 5353 → 5171

第一时间段 ( $m = 2$ )

工作人员 a 服务点到达顺序为：

5461 → 5020 → 5171 → 5424 → 5312 → 5461

工作人员 b 服务点到达顺序为：

5461 → 5279 → 5353

第二时间段 ( $m = 1$ ) 工作人员服务点到达顺序为：

5171 → 5312 → 5020 → 5305 → 5374 → 5424 → 5171

第二时间段 ( $m = 2$ )

工作人员 a 服务点到达顺序为：

5171 → 5020 → 5374 → 5312 → 5171

工作人员 b 服务点到达顺序为:

5305 → 5424 → 5305

第三时间段 ( $m = 1$ ) 工作人员服务点到达顺序为:

5171 → 5305 → 5312 → 5020 → 5171

针对西湖区某商业住宅片区, 包含 12 个公共自行车服务点。通过计算可以看出在第一时间段内 (早上 6 点到 8 点), 1 个工作人员管理时的单位时间贡献度 (理想时间每耗时) 与 2 个工作人员管理时的单位时间贡献度相当 (1 个: 15.14 ; 2 个: 15.39)。而在第二时间段内 (早上 8 点到下午 4 点), 1 个工作人员管理时的单位时间贡献度 (理想时间每耗时) 要低于 2 个工作人员管理时的单位时间贡献度 (1 个: 12.20 ; 2 个: 14.23)。第三时间段内 (下午 4 点到晚上 9 点), 需要调整的服务点较少, 只需一个工作人员。

分析单位时间贡献度产生差异的原因:

第一时间段内, 各个服务点待调整的时间窗口重合度较大, 意味着可以在一个连续时间段内对几乎所有的服务点进行调整。因此, 在时间窗口限制条件较弱的情况下, 一个工作人员的优势比较明显; 而多个工作人员会增加人工成本。于此相对, 在第二、三时间段内, 时间窗口重合度较低, 因此如果只有一个工作人员, 其待命时间会显著增加, 这时, 多工作人员就能减少待命时间, 从而在保证理想状态时间的同时, 降低人工成本。

所以, 区域内的调度方案应遵循:

在第一时间段内 (时间窗口重合度较大), 尽量减少工作人员, 而在二、三时间段内 (时间窗口重合度较小), 尽量增加工作人员。从而使服务点尽量保持理想状态, 且人力成本较小。

## 七、 模型分析

优点:

1. 充分利用统计数据, 运用搜索算法, 合理地确定出需要管理的时间段, 提高求解的准确性。
2. 建立带硬时间窗的多旅行商模型, 很贴合本问题, 使得求解更加准确。
3. 使用遗传算法求解, 由于其全局搜索的特性, 遗传算法在解决 m-TSP 问题中有着其他算法所没有的优势。

缺点:

1. 建模方法较单一, 对于同一问题没有建立多个模型, 无法进行多种方法的分析比较。

## 八、 模型改进

1. 本文在建模时, 没有将实际问题中涉及到的所有约束条件和优化目标都囊括进去, 因此模型相对理想化, 具体以下几点需要改进:
  - 1) 工作人员骑车速度, 本文假设工作人员骑车速度为匀速, 实际上由于交通路况以及交通流量的情况, 工作人员骑车不能保证绝对的匀速, 这一点有待进一步研究解决。
  - 2) 自行车上架、下架数目, 本文在自行车服务点在空架或者满架的时间段内, 工作人员对其上架、下架后, 仍在该时间段内保持无人借车或者无人还车的状态情况下, 确定自行车上架、下架数目。但是, 实际中人们

在工作人员上架或者下架后就会借车或者还车，这就需要做到动态需求实时响应，这些目标有待在今后的研究中实现。

2. 从算法实现的角度来讲，本文采用遗传算法来解决带硬时间窗的多旅行商问题，但仍存在一些缺陷。在求解过程中，遗传算法的参数往往影响最终解的质量，而参数一般是凭经验或者不断尝试确定的，这会导致搜索的不确定性。

## 九、 参考文献

- [1] 李军, 郭耀煌. 物流配送车辆优化调度理论与方法[M]. 北京:中国物资出版社, 2001, 63 - 73
- [2] 张文修, 梁怡. 遗传算法的数学基础. 西安交通大学出版社, 2000
- [3] 张丽萍, 柴跃廷, 曹瑞. 有时间窗车辆路径问题的改进遗传算法[J]. 计算机集成制造系统
- [4] Joe L, Roger L. Multiple vehicle routing with time and capacity constraints using genetic algorithms [A].Proceeding of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms [C]. Florida,1993,452~459