

## **Segunda parte**

### **LÓGICA DE PREDICADOS**

### Idea de la lógica de predicados

Los métodos empleados en la lógica de proposiciones resultan insuficientes para examinar otros tipos de inferencias. Así, por ejemplo, no es posible decidir con dichos métodos la validez de esta sencilla inferencia:

Todos los peruanos son sudamericanos  
Todos los ayacuchanos son peruanos  

---

Luego, todos los ayacuchanos son sudamericanos.

Expresando simbólicamente las premisas y la conclusión de la inferencia, tendríamos:

$$\begin{array}{lcl} p & & (p \wedge q) \rightarrow r \\ q & & \\ \hline \therefore r & & \end{array}$$

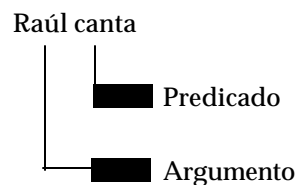
La inferencia propuesta es intuitivamente válida, sin embargo, esta fórmula “p” y “q” implica “r” es inválida porque es posible hacer verdaderas las premisas y falsa la conclusión. Examinando atentamente la estructura de la inferencia llegamos a la evidencia que su validez depende no sólo de las relaciones existentes entre

sus proposiciones, sino también de las relaciones existentes entre los elementos de sus proposiciones, elementos conocidos tradicionalmente con el nombre de términos.

De este nuevo tipo de inferencia, basado en el análisis de la estructura interna de las proposiciones atómicas, se ocupa esta segunda parte de la lógica llamada lógica de los predicados.

Hay semejanza entre los predicados del lenguaje natural y los predicados lógicos, en el sentido de que palabras que denotan propiedades o cualidades como ‘rojo’, ‘caliente’, ‘veloz’, ‘peruano’, etc., son predicados gramaticales y también predicados lógicos de una posición o de un argumento, en el sentido de que se afirman de sólo un nombre como ‘Juan es veloz’. La diferencia que hemos señalado antes se produce con términos como ‘gato’, ‘león’ u otros que son sustantivos comunes, pero que en lógica en ningún caso son nombres, sino predicados. La situación se acentúa más con palabras como ‘hermano’, ‘cuñado’, ‘cabeza’ que el lenguaje de la lógica de predicados interpreta como predicados de dos posiciones o predicados relacionales en el sentido de que se aplican a dos nombres como, por ejemplo, ‘Juan es hermano de Magda’ o ‘Elena es cuñada de Rosa’. En estos casos, de manera general, los predicados son ‘... hermano de...’, ‘... cuñado de...’, ‘... cabeza de...’.<sup>31</sup>

La lógica de predicados, llamada también lógica cuantificacional, comienza distinguiendo dos clases de términos: los que representan individuos (gramaticalmente “sujetos”) y los que representan propiedades (gramaticalmente “predicados”). Lógicamente los llamaremos argumentos y predicados respectivamente, de acuerdo a este esquema:



<sup>31</sup> PISCOYA HERMOZA, Luis, *Lógica*, Lima, Facultad de Educación de la UNMSM, 1997, p. 245.

El predicado determina al argumento y es considerado por la lógica de predicados como una nota o característica del sujeto.

Las proposiciones que intervienen en este nuevo tipo de inferencia son atómico-predicativas. Consecuentemente, de acuerdo a la cantidad del sujeto, pueden clasificarse en:

- a) Singulares: el sujeto es un individuo. Ejemplo: Manuel Kant es filósofo.
- b) Universales: el sujeto es una totalidad de individuos. Ejemplo: Todos los geriatras son médicos.
- c) Particulares: el sujeto es una parcialidad de individuos. Ejemplo: Algunos musulmanes son talibanes.

La cantidad del sujeto en estas proposiciones introduce nuevos elementos, los cuantificadores, representados por los términos “todos” y “algunos”. Estos nuevos elementos determinan cuantitativamente a sus argumentos.

### **Sintaxis de la lógica de predicados**

Los símbolos que introduce la lógica de predicados son:

- Variables individuales, que representan individuos indeterminados. Se emplean las últimas letras minúsculas del alfabeto: x, y, z.
- Constantes individuales, que representan individuos determinados. Se utilizan las primeras letras minúsculas del alfabeto: a, b, c, d...
- Variables predicativas, que representan predicados indeterminados. Se usan estas letras mayúsculas: F, G, H...
- Cuantificadores, hacen referencia a la totalidad o a una parte de los miembros de un conjunto. Pudiendo ser la generalización universal o particular, los cuantificadores son de dos tipos:

( $\forall$  ...): cuantificador universal

( $\exists$  ...): cuantificador existencial

Los símbolos “ $\forall$ ” y “ $\exists$ ” se llaman cuantificadores. En el espacio vacío que le sigue dentro del paréntesis se colocan o bien variables individuales como  $(\forall x)$  y  $(\exists x)$ , y entonces estamos en el ámbito de la lógica de predicados de primer orden; o bien, variables predicativas como  $(\forall F)$  y  $(\exists F)$  situándonos, con esto, en el contexto de la lógica de predicados de segundo orden.

La lógica cuantificacional aquí desarrollada es de primer orden, pues los cuantificadores sólo contienen variables individuales.

### **Reglas de formación de fórmulas bien formadas**

R.1. Cada variable predicativa seguida de una o más constantes individuales es una proposición atómica. Ejemplos:

- a) Fa
- b) Gab
- c) Habc

R.2. Cada proposición atómica afectada al menos por un operador es una proposición molecular. Ejemplos:

- a)  $Fa \wedge Gb$
- b)  $Fa \rightarrow (Gb \vee Hc)$
- c)  $Fa \wedge Gb \wedge Hc$

R.3. Cada variable predicativa seguida de una o más variables individuales es una función proposicional atómica. Ejemplos:

- a) Fx
- b) Gxy
- c) Hxyz

R.4. Cada función proposicional atómica afectada al menos por un operador es una función proposicional molecular. Ejemplos:

- a)  $Fx \wedge Gy$
- b)  $Fx \rightarrow (Gy \vee Hz)$
- c)  $Fx \wedge Gy \wedge Hz$

R.5. Son variables libres las variables que no son afectadas por algún cuantificador. Ejemplos:

- a)  $Fx$
- b)  $(Fx \rightarrow Gy) \vee Hz$
- c)  $Fx \wedge (Gy \wedge Hz)$

R.6. Son variables ligadas las variables afectadas por algún cuantificador. Ejemplos:

- a)  $(\exists x) Fx$
- b)  $(\exists x) (\exists y) (Fx \wedge Gy)$
- c)  $(\forall x) (\forall y) (\forall z) [(Fx \rightarrow Gy) \vee Hz]$

R.7. Son fórmulas cerradas las fórmulas que no contienen variables libres. Ejemplos:

- a)  $(\exists x) Fx$
- b)  $(\exists x) (\exists y) (Fx \wedge Gy)$
- c)  $(\forall x) (\forall y) (\forall z) [(Fx \rightarrow Gy) \vee Hz]$

R.8. Son fórmulas abiertas las fórmulas que contienen al menos una variable libre. Ejemplos:

- a)  $Fx$
- b)  $(\forall x) (\forall y) (\forall z) (Fx \rightarrow Gy) \vee Hz$
- c)  $Fx \wedge (\exists y) (\exists z) (Gy \wedge Hz)$

R.9. Si cuantificamos las variables libres de una función proposicional obtenemos una proposición. Ejemplos:

- a)  $Fx$ :  $(\forall x) Fx$
- b)  $(Fx \rightarrow Gy) \vee Hz$ :  $(\forall x) (\exists y) (\forall z) [(Fx \rightarrow Gy) \vee Hz]$
- c)  $Fx \wedge (Gy \wedge Hz)$ :  $(\exists x) (\exists y) (\exists z) [Fx \wedge (Gy \wedge Hz)]$

R.10. Si sustituimos las variables libres de una función proposicional por constantes individuales obtenemos una proposición. Ejemplos:

- a)  $Fx$ :  $Fa$
- b)  $Gxy$ :  $Gab$
- c)  $Hxyz$ :  $Habc$

R.11. Son fórmulas predicativas monádicas las que contienen una sola variable individual. Ejemplos:

- a)  $(\exists x) Fx$
- b)  $(\exists y) (Fy \wedge Gy)$
- c)  $(\forall z) [(Fz \rightarrow Gz) \vee Hz]$

R.12. Son fórmulas predicativas poliádicas las que contienen dos o más variables individuales. Ejemplos:

- a)  $(\exists x) (\exists y) Fxy$
- b)  $(\exists x) (\exists y) (Fx \wedge Gy)$
- c)  $(\forall x) (\forall y) (\forall z) [(Fx \rightarrow Gy) \vee Hz]$

R.13. En la lógica de predicados de primer orden se cuantifican sólo las variables individuales. Ejemplos:

- a)  $(\exists x) Fx$
- b)  $(\exists x) (\exists y) (Fx \wedge Gy)$
- c)  $(\forall x) (\exists y) (\forall z) [(Fx \rightarrow Gy) \vee Hz]$

R.14. En la lógica de predicados de segundo orden se cuantifican también las variables predicativas. Ejemplos:

- a)  $(\exists F) (\exists x) (\exists y) Fx$
- b)  $(\exists G) (\exists x) (\exists y) (Fx \wedge Gy)$
- c)  $(\forall x) (\forall y) (\forall H) (\forall z) [(Fx \rightarrow Gy) \vee Hz]$

### **Formalización de proposiciones singulares**

Una proposición predicativa se simboliza funcionalmente invirtiendo el orden de sus elementos y, por razones operativas, se usa cualquier letra mayúscula para los predicados y cualquier letra minúscula para las constantes individuales. Ejemplos:

- a) David es abogado:  $Ad$
- b) David y Goliat no son médicos:  $\sim Md \wedge \sim Mg$
- c) Es falso que David y Goliat sean filósofos:  $\sim (Fd \wedge Fg)$
- d) David y Goliat son hermanos:  $Hdg$

- e) Lima es la capital del Perú: Clp
- f) Lima está entre Áncash e Ica: Elai

Todas estas fórmulas, de la 'a)' hasta la 'f)', representan proposiciones pues sus argumentos o sujetos están simbolizados por constantes que significan individuos determinados, consecuentemente se pueden calificar de verdaderas o falsas.

### **Formalización de funciones proposicionales**

Las siguientes expresiones 'x es inteligente' e 'y es sabio', que se simbolizan respectivamente 'Ix' y 'Sy', son funciones proposicionales, es decir, casi proposiciones ya que sus argumentos están representados por variables que significan individuos indeterminados, de manera que no pueden ser calificadas de verdaderas ni de falsas.

Cuantificación:

Una función proposicional expresa simbólicamente la forma de una proposición individual. Para ampliar su significación a más individuos se le antepone los cuantificadores. Así se tiene:

$Px$  : x es periodista  
 $(\exists x) Px$  : algunos x son periodistas  
 $(\forall x) Px$  : todos los x son periodistas

La variable que constituye el cuantificador es precisamente la variable que se desea cuantificar. No es, pues, necesario que siempre se escriba "x", sino que también puede intervenir cualquier otra variable individual como "y", "z".

Transformación de funciones en proposiciones:

Hay dos maneras de transformar funciones en proposiciones, como se ha visto anteriormente:



a) Sustituyendo la variable individual por una constante individual. Ejemplo:

- $Fx$  (función proposicional)
- $Fa$  (proposición)

b) Anteponiendo un cuantificador a la función. Ejemplo:

- $Fx$  (función proposicional)
- $(\exists x) Fx$  (proposición)
- $(\forall x) Fx$  (proposición)

Está claro que al anteponer un cuantificador a la función se ha especificado cuantitativamente el dominio de la variable individual de manera que las expresiones resultantes pueden ser calificadas de verdaderas o falsas ya que tienen un significado determinado.

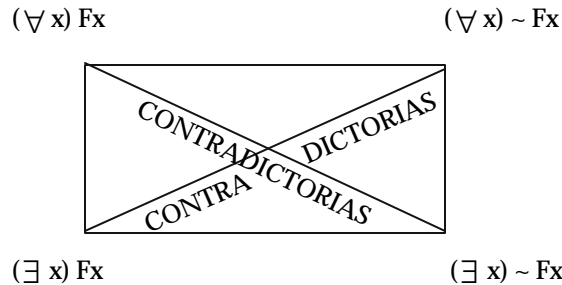
### Formalización de proposiciones cuantificadas

Como las proposiciones cuantificadas, tanto universales como existenciales, pueden ser afirmativas o negativas, su expresión simbólica es la siguiente:

Proposiciones	Fórmulas
Todo $x$ enseña	$(\forall x) Ex$
Ningún $x$ enseña	$(\forall x) \sim Ex$
Algún $x$ enseña	$(\exists x) Ex$
Algún $x$ no enseña	$(\exists x) \sim Ex$

Equivalencia de proposiciones cuantificadas:

Las relaciones entre las proposiciones cuantificadas aparecen claramente si las colocamos en el cuadro tradicional:



sabemos que la verdad de una de ellas se sigue la falsedad de su contradictoria. Luego, si se niega cualquiera de éstas se obtiene una equivalencia.

**Reglas de equivalencia entre cuantificadores (Intercambio de cuantificadores: IC)**

Para intercambiar cuantificadores se suple uno con otro teniendo cuidado de cambiar de signo tanto el cuantificador como a la función predicativa.

- a)  $(\forall x) Fx \quad \equiv \quad \sim (\exists x) \sim Fx$
- b)  $(\exists x) Fx \quad \equiv \quad \sim (\forall x) \sim Fx$
- c)  $(\forall x) \sim Fx \quad \equiv \quad \sim (\exists x) Fx$
- d)  $(\exists x) \sim Fx \quad \equiv \quad \sim (\forall x) Fx$

Ejemplos:

- a) Todos son probos equivale a es falso que algunos no sean probos
- b) Algunos son probos equivale a es falso que ninguno sea probo
- c) Ninguno es probo equivale a es falso que algunos sean probos
- d) Algunos no son probos equivale a es falso que todos sean probos

### Formalización de proposiciones complejas

Habiendo establecido la representación funcional de las proposiciones atómicas es posible ahora conectarlas con los operadores de la lógica proposicional para formar con ellas proposiciones moleculares. Por ejemplo, las siguientes proposiciones

a) La noticia es sensacional y el público aplaude

p

q

b) Si la función tiene éxito, el promotor se alegra

p

q

se representarán así:

a)  $S_n \wedge A_p$

b)  $E_f \rightarrow A_p$

### Formalización de las proposiciones categóricas

Estamos ahora en condiciones de proponer para las proposiciones tradicionales una expresión simbólica más ágil (usada ya por Aristóteles) que permita adaptarlas a los nuevos procedimientos decisorios.

#### Proposición universal afirmativa (A)

La proposición

Todos los limeños son peruanos

puede representarse funcionalmente

Para todo x, si x es limeño, entonces x es peruano

$(\forall x) \quad Lx \quad \rightarrow \quad Px$

es decir, la fórmula resultante es:  $(\forall x) (Lx \rightarrow Px)$

### **Proposición universal negativa (E)**

La proposición

Ningún congresista es adolescente

Se representa funcionalmente

Para todo x, si x es congresista, entonces x no es adolescente  
 $(\forall x) \quad Cx \quad \rightarrow \quad \sim Ax$

es decir, la fórmula resultante es:  $(\forall x) (Cx \rightarrow \sim Ax)$

### **Proposición particular afirmativa (I)**

La proposición

Algunos universitarios son sanmarquinos

se representa funcionalmente

Existe por lo menos un x tal que, x es universitario y x es sanmarquino  
 $(\exists x) \quad Ux \quad \wedge \quad Sx$

es decir, la fórmula es:  $(\exists x) (Ux \wedge Sx)$

### **Proposición particular negativa (O)**

La proposición

Algunos jueces no son corruptos

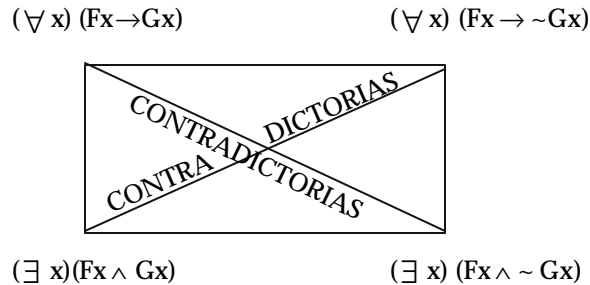
se representa funcionalmente

Existe por lo menos un x tal que, x es juez y x no es corrupto  
 $(\exists x) \quad Jx \quad \wedge \quad \sim Cx$

es decir, la fórmula es:  $(\exists x) (Jx \wedge \sim Cx)$

### Formalización del cuadro de Boecio en el lenguaje de predicados

Ahora el cuadro de Boecio queda conformado de la siguiente manera:



### Alcance de los cuantificadores

Conviene determinar algunos criterios para indicar el área de influencia de un cuantificador:

- a) Si un cuantificador no va seguido de un signo de agrupación su alcance llega hasta la variable correspondiente a la primera letra de predicado a su derecha.

Ejemplos:

- $(\forall x) Fx$
- $(\forall x) Fx \rightarrow Gx$

en ambos casos el alcance sólo llega a  $Fx$

- b) Si un cuantificador va delante de signos de agrupación su alcance se extiende a toda la expresión encerrada dentro de ellos. Ejemplos:

- $(\forall x) (Fx \rightarrow Gx)$
- $(\exists x) [(Fx \vee Gx) \wedge Hx]$

## Variables libres y ligadas

Se distinguen dos clases de variables:

- a) Variables libres, no están bajo el alcance de un cuantificador.
- b) Variables ligadas, están bajo el alcance de un cuantificador.

## Fórmulas abiertas y fórmulas cerradas

Una fórmula se llama abierta si exhibe al menos una variable libre. Igualmente, toda fórmula abierta es una función proposicional, esto es, no es interpretable como proposición. Una fórmula se denomina cerrada si no exhibe ninguna variable libre y es interpretable como una proposición.

'Fxy' es una función proposicional, sus dos variables están libres del alcance de un cuantificador, consecuentemente es una fórmula abierta; pero si le anteponemos un cuantificador para cada una de sus variables obtenemos una proposición, esto es, una fórmula cerrada de la forma ' $(\forall x) (\exists y) Fxy$ '. Otros ejemplos:

- a)  $(\forall x) (Fx \vee Gx)$
- b)  $(\forall x) Fxy \vee (\exists y) Gxy$
- c)  $(\exists x) (Fxa \vee Gx)$

'a)' es una fórmula cerrada pues las dos incidencias de 'x' están ligadas al cuantificador universal que es el operador de mayor jerarquía. 'b)' es una fórmula abierta pues la primera incidencia de 'y' es libre; el cuantificador universal, en este caso, sólo liga la primera incidencia de 'x'. Igualmente la segunda incidencia de 'x' también es libre porque el segundo cuantificador no liga a 'x' y el primer cuantificador tiene alcance sólo hasta antes de ' $\vee$ ', que es el operador de mayor jerarquía. Finalmente, 'c)' es una fórmula cerrada pues las dos incidencias de 'x' están ligadas al cuantificador existencial, y a la letra 'a' no se le puede aplicar un cuantificador porque no es una variable sino una constante individual.

### Leyes de oposición aristotélica

Con la nueva simbolización del cuadro de oposición se pueden determinar claramente las leyes de oposición con el simple recurso de negar la contradictoria resultando las siguientes equivalencias:

- a)  $(\forall x) (Fx \rightarrow Gx) \quad \equiv \quad \sim (\exists x) (Fx \wedge \sim Gx)$
- b)  $(\forall x) (Fx \rightarrow \sim Gx) \quad \equiv \quad \sim (\exists x) (Fx \wedge Gx)$
- c)  $(\exists x) (Fx \wedge Gx) \quad \equiv \quad \sim (\forall x) (Fx \rightarrow \sim Gx)$
- d)  $(\exists x) (Fx \wedge \sim Gx) \quad \equiv \quad \sim (\forall x) (Fx \rightarrow Gx)$

### Demostración de la validez de las leyes de la oposición aristotélica

Se demuestra la validez de las leyes de oposición verificando si la primera fórmula de la equivalencia es reducible a una fórmula isoforma a la segunda.

En relación con la primera ley tenemos:

- a)  $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \quad \equiv \quad \sim (\exists x)(Fx \wedge \sim Gx)$
- 1.  $(\forall x) (Fx \rightarrow Gx)$
- 2.  $\sim (\exists x) \sim (Fx \rightarrow Gx) \quad \text{IC (1)}$
- 3.  $\sim (\exists x) (Fx \wedge \sim Gx) \quad \text{Impl. (2)}$

Verificada la reducibilidad se concluye la validez de la ley.

Tomemos ahora la segunda ley:

- b)  $(\forall x) (Fx \rightarrow \sim Gx) \quad \equiv \quad \sim (\exists x) (Fx \wedge Gx)$
- 1.  $(\forall x) (Fx \rightarrow \sim Gx)$
- 2.  $\sim (\exists x) \sim (Fx \rightarrow \sim Gx) \quad \text{IC (1)}$
- 3.  $\sim (\exists x) (Fx \wedge Gx) \quad \text{Impl. (2)}$

Confirmada la reducibilidad queda verificada la equivalencia y por consiguiente la validez de la ley.

La tercera ley queda demostrada como sigue:

$$\begin{aligned} \text{c) } (\exists x) (Fx \wedge Gx) &= \sim (\forall x) (Fx \rightarrow \sim Gx) \\ 1. (\exists x) (Fx \wedge Gx) & \\ 2. \sim (\forall x) \sim (Fx \wedge Gx) & \quad \text{IC (1)} \\ 3. \sim (\forall x) (Fx \rightarrow \sim Gx) & \quad \text{Imp. (2)} \end{aligned}$$

Confirmada la reducibilidad queda verificada la equivalencia y, por consiguiente, la validez de la ley.

Por último en relación con la cuarta ley tenemos:

$$\begin{aligned} \text{d) } (\exists x) (Fx \wedge \sim Gx) &= \sim (\forall x) (Fx \rightarrow Gx) \\ 1. (\exists x) (Fx \wedge \sim Gx) & \\ 2. \sim (\forall x) \sim (Fx \wedge \sim Gx) & \quad \text{IC (1)} \\ 3. \sim (\forall x) (Fx \rightarrow Gx) & \quad \text{Imp. (2)} \end{aligned}$$

Verificada la reducibilidad se concluye la validez de la ley.

### **Consecuencias del nuevo enfoque de las leyes de la oposición aristotélica**

El nuevo enfoque de la oposición aristotélica nos lleva a varias conclusiones. En gracia a la brevedad sólo señalaremos las siguientes:

- a) Los enunciados en la lógica antigua eran categóricos; ahora se presentan como condicionales.
- b) De la verdad de una universal se infería la verdad de su correspondiente particular; ahora no se puede realizar tal inferencia.
- c) De la verdad de una universal se infería la falsedad de su contraria; ahora no es posible hacerlo, pues ambas pueden ser verdaderas.
- d) Sólo conserva su validez la inferencia entre contradictorias, como se ha observado en la formulación de las leyes de oposición.



## El silogismo categórico

El silogismo categórico es un tipo de inferencia que consta de tres proposiciones categóricas y de tres términos. Las dos primeras proposiciones se denominan premisas y la última se denomina conclusión. La conclusión de un silogismo es una proposición categórica que contiene dos de sus tres términos: el predicado se llama término mayor y se le representa con la letra mayúscula P; el sujeto se llama término menor y se le representa con la letra S. El término que no aparece en la conclusión, pero sí en las dos premisas, se llama término medio y se le representa con la letra M. La premisa que contiene el término mayor se llama premisa mayor y la que contiene el término menor se denomina premisa menor.

Ejemplo:

Premisas	{	Ningún adolescente es congresista	PREMISA MAYOR
		P M	
Conclusión	{	Algunos abogados son congresistas	PREMISA MENOR
		S M	
		Luego, algunos abogados no son adolescentes	
		S P	

S: Término menor (Sujeto de la conclusión)

P: Término mayor (Predicado de la conclusión)

M: Término medio (No aparece en la conclusión, pero sí en las premisas)

## Los modos y las figuras del silogismo categórico

Los modos del silogismo hacen referencia al orden y al tipo de proposiciones categóricas que contiene. Se representa cada modo por tres letras mayúsculas, la primera designa la premisa mayor, la segunda la premisa menor y la tercera la conclusión. Así, en el modo AIO la premisa mayor es una A, la menor es una I y la conclusión es una O.

Las figuras del silogismo designan la posición del término medio en las premisas. Los silogismos pueden tener cuatro figuras diferentes y ser esquematizadas de la siguiente manera:

Primera figura	Segunda figura	Tercera figura	Cuarta figura
M P	P M	M P	P M
<u>S M</u>	<u>S M</u>	<u>M S</u>	<u>M S</u>
S P	S P	S P	S P

- En la primera figura el término medio es sujeto en la premisa mayor y predicado en la menor.
- En la segunda figura el término medio es predicado en ambas premisas.
- En la tercera figura el término medio es sujeto en ambas premisas.
- En la cuarta figura el término medio es predicado en la mayor y sujeto en la menor.

La forma de un silogismo categórico puede describirse de manera completa indicando su figura y su modo. Así, un silogismo de la tercera figura y el modo EIO (3-EIO) tendrá la siguiente forma:

Tercera Figura	Modo	Forma
M P	E	Ningún M es P
<u>M S</u>	<u>I</u>	<u>Algunos M son S</u>
S P	O	Algunos S no son P

### Formas válidas de silogismos

De los 19 silogismos válidos de acuerdo con las reglas de Aristóteles sólo 15 son lógicamente válidos a la luz de los métodos de la lógica moderna:

Primera Figura	Segunda Figura	Tercera Figura	Cuarta Figura
1- AAA	2- EAE	3- IAI	4- AEE
1- EAE	2- AEE	3- AII	4- IAI
1- AII	2- EIO	3- OAO	4- EIO
1- EIO	2- AOO	3- EIO	

La validez de un silogismo depende exclusivamente de su forma y es completamente independiente de su contenido. Así, cualquier silogismo de la forma 1- AAA es válido, sea cual fuere aquello de lo que trata, en virtud de su forma válida.

### Análisis de silogismos mediante el método analógico

Analizar un silogismo mediante el método analógico significa determinar su validez comparando la forma de un silogismo que se desea analizar con otra lógicamente válida.

Procedimiento:

Paso 1. Se halla la forma lógica del silogismo.

Paso 2. Se determina su figura y su modo.

Paso 3. Se confronta la fórmula obtenida con las formas válidas del silogismo. Si coincide con una de las formas válidas el silogismo es válido; si no coincide, no es válido.

Ejemplos:

- a) 1. Ningún triángulo es circular.  
2. Algunos triángulos son figuras  
Luego, algunas figuras no son circulares

a<sub>1</sub>) Forma lógica:

1. Ningún M es P  
2. Algunos M son S  
Luego, algunos S no son P

a<sub>2</sub>) Modo: EIO

a<sub>3</sub>) Figura: Tercera (3)

a<sub>4</sub>) Forma lógica válida: 3- EIO

a<sub>5</sub>) El silogismo es válido, puesto que su forma lógica es válida.

b) 1. Todos los estudiantes son jóvenes.  
2. Todos los universitarios son estudiantes.  
Luego, todos los universitarios son jóvenes

b<sub>1</sub>) Forma lógica

1. Todos los M son P  
2. Todos los S son M  
Luego, todos los S son M

b<sub>2</sub>) Modo: AAA

b<sub>3</sub>) Figura: primera (1)

b<sub>4</sub>) Forma lógica válida: 1-AAA

b<sub>5</sub>) El silogismo es válido porque su forma lógica es válida.

c) 1. Todos los planetas son astros  
2. Ningún astro es deportista  
Luego, ningún deportista es planeta

c<sub>1</sub>) Forma Lógica:

1. Todos los P son M  
2. Ningún M es S  

---

Luego, ningún S es P

c<sub>2</sub>) Modo: AEE

c<sub>3</sub>) Figura: Cuarta (4)

c<sub>4</sub>) Forma lógica válida: 4- AEE

c<sub>5</sub>) El silogismo es válido ya que su forma lógica es válida.

d) 1. Todos los felinos son cuadrúpedos.  
2. Algunos animales no son cuadrúpedos.  

---

Luego, algunos animales no son felinos.

d<sub>1</sub>) Forma lógica:

1. Todos los P son M  
2. Algunos S no son M  

---

Luego, algunos S no son P

d<sub>2</sub>) Modo: AOO

d<sub>3</sub>) Figura: Segunda (2)

d<sub>4</sub>) Forma lógica válida: 2-AOO

d<sub>5</sub>) El silogismo es válido, pues su forma lógica es válida.

### **Cuestionario N.º 13**

1. ¿De qué se ocupa la lógica de predicados?
2. ¿Qué clase de términos distingue la lógica de predicados?
3. Teniendo en cuenta la cantidad del sujeto, ¿cómo se clasifican las proposiciones que conforman las inferencias estudiadas por la lógica de predicados?
4. ¿Cuáles son los símbolos usados en el ámbito de la lógica de predicados? Refiérase brevemente a cada uno de ellos.
5. ¿Cómo se simboliza una proposición predicativa? Ponga ejemplos.
6. ¿Cuántas maneras de transformar una función proposicional en proposición existen, y en qué consiste cada una de ellas?
7. ¿Cuál es la expresión simbólica de las proposiciones una vez cuantificadas?
8. ¿En qué consisten las cuatro leyes de intercambio de cuantificadores?
9. ¿Qué es preciso tomar en cuenta al momento de aplicar las reglas de equivalencia entre cuantificadores?
10. Simbolice el cuadro de oposición de Boecio.
11. ¿Cuántas clases de variables existen?
12. ¿Cómo se demuestran las leyes de oposición aristotélica? Demuestre cada una de ellas.
13. ¿Cuáles son las consecuencias del nuevo enfoque de la oposición aristotélica?
14. ¿A qué se denomina silogismo categórico?
15. ¿Cuál es la estructura del silogismo categórico?
16. ¿Cómo se denominan y cómo se representan los términos de las proposiciones que conforman un silogismo?
17. ¿Qué son los modos del silogismo?
18. ¿Qué son las figuras del silogismo? Esquematícelas y descríbalas.
19. ¿Cuáles son las quince formas válidas de silogismos categóricos?
20. ¿En qué consiste el análisis de silogismos mediante la analogía lógica y cuál es el procedimiento a seguir?

## EL MÉTODO DE LA DEDUCCIÓN NATURAL CON FÓRMULAS CUANTIFICADAS

Antes de exponer el método de la deducción natural con fórmulas cuantificadas es preciso introducir cuatro reglas adicionales. Son las siguientes:

### Reglas de eliminación y reintroducción de cuantificadores

#### 1.1. Ejemplificación universal (EU)

$$\frac{(\forall x) Fx}{Fw}$$

Permite prescindir durante la derivación del cuantificador universal.

#### 1.2. Ejemplificación existencial (EE)

$$\frac{(\exists x) Fx}{Fw}$$

Permite prescindir durante la derivación del cuantificador existencial.

#### 1.3. Generalización universal (GU)

$$\frac{Fw}{(\forall x) Fx}$$

Autoriza a añadir el cuantificador universal a un enunciado condicional.

#### 1.4. Generalización existencial (GE)

$$\frac{Fw}{(\exists x) Fx}$$

Autoriza a añadir el cuantificador existencial a un enunciado conjuntivo.

#### **Análisis de silogismos mediante el método de la deducción natural**

Procedimiento:

Por convención designaremos a los tres términos del silogismo con las letras mayúsculas F, G y H de la siguiente manera:

Término menor : F

Término mayor : G

Término medio : H

Luego se dan los siguientes pasos:

- a) Se simbolizan los silogismos y se disponen las premisas tal como se hace en el método de la deducción natural.
- b) Se suprimen los cuantificadores mediante las reglas de ejemplificación teniendo cuidado de cambiar la variable por un símbolo de individuo.
- c) Se aplican las leyes de derivación.
- d) Se restituye el cuantificador a la fórmula resultante aplicando las reglas de generalización reintroduciendo, de este modo, la variable original.



### Ejemplo 1

Sea el silogismo:

Todos los felinos son mamíferos

Todos los tigres son felinos

Luego, todos los tigres son mamíferos

- a) Se simboliza el silogismo
1.  $(\forall x) (Hx \rightarrow Gx)$
  2.  $(\forall x) (Fx \rightarrow Hx) / \therefore (\forall x) (Fx \rightarrow Gx)$
- b) Se suprimen los cuantificadores
3.  $Hw \rightarrow Gw$  EU(1)
  4.  $Fw \rightarrow Hw$  EU (2)
- c) Se aplican las leyes de derivación
5.  $Fw \rightarrow Gw$  SH (4,3)
- d) Siendo condicional el enunciado resultante, se le aplica la regla de GU restituyéndole la variable
6.  $(\forall x) (Fx \rightarrow Gx)$  GU (5)

Respuesta: El silogismo es válido.

### Ejemplo 2

Sea el silogismo:

Todos lo tiranos son crueles

Algunos civiles son tiranos

Luego, algunos civiles son crueles

- a) Se simboliza el silogismo
1.  $(\forall x) (Hx \rightarrow Gx)$
  2.  $(\forall x) (Fx \wedge Hx) / \therefore (\exists x) (Fx \wedge Gx)$

b) Se suprimen los cuantificadores

3.  $Hw \rightarrow Gx$  EU (1)

4.  $Fw \wedge Hw$  EE (2)

c) Se aplican las leyes de derivación

5.  $Hw$  Simp. (4)

6.  $Gw$  MP (3, 5)

7.  $Fw$  Simp. (4)

8.  $Fw \wedge Gw$  Conj. (7, 6)

d) Siendo conjuntivo el enunciado resultante se le aplica la regla de GE restituyéndole la variable

9.  $(\exists x) (Fx \wedge Gx)$  GE (8)

Respuesta: El silogismo es válido.

### **Análisis de inferencias asilogísticas mediante el método de la deducción natural**

En la inferencia silogística sólo se han cuantificado proposiciones atómicas, de allí la sencillez de este tipo de inferencias. Pero también es posible cuantificar proposiciones moleculares, es decir, proposiciones en las que intervienen las conjunciones. En este caso las inferencias se complican y nos salimos ya de los moldes tradicionales. Por consiguiente, tenemos que hablar ahora, no de inferencias silogísticas, sino de inferencias no silogísticas o asilogísticas.

Procedimiento:

Por convención utilizaremos diversas constantes predicativas eligiendo, siempre que sea posible, las iniciales de los términos que entren en la inferencia.

Luego se simbolizan las proposiciones, se ordenan en la forma conocida y se procede a las derivaciones.

#### Ejemplo 1

Sea la inferencia:

Todos los lógicos son reflexivos y estudiosos. Algunos lógicos son filósofos. Luego, algunas personas reflexivas son filósofos.

Todos los lógicos son reflexivos y estudiosos

Algunos lógicos son filósofos

---

Luego, algunas personas reflexivas son filósofos

a) Se determinan las funciones predicativas

Lx: x es lógico

Rx: x es reflexivo

Ex: x es estudioso

Fx: x es filósofo

b) Se simboliza la inferencia

1.  $(\forall x) [Lx \rightarrow (Rx \wedge Ex)]$

2.  $(\exists x) (Lx \wedge Fx) / \therefore (\exists x) (Rx \wedge Fx)$

c) Se ejecutan las derivaciones.

- |                                    |             |
|------------------------------------|-------------|
| 3. $Lw \rightarrow (Rw \wedge Ew)$ | EU(1)       |
| 4. $Lw \wedge Fw$                  | EE (2)      |
| 5. $Lw$                            | Simp. (4)   |
| 6. $Rw \wedge Ew$                  | MP (3,5)    |
| 7. $Rw$                            | Simp. (6)   |
| 8. $Fw$                            | Simp (4)    |
| 9. $Rw \wedge Fw$                  | Conj. (7,8) |
| 10. $(\exists x) (Rx \wedge Fx)$   | GE (9)      |

Respuesta: La inferencia es válida.

## Ejemplo 2

Sea la inferencia:

Todos los hombres son mortales. Alejandro es hombre. En consecuencia, Alejandro es mortal.

Todos los hombres son mortales
Alejandro es hombre
-----
Luego, Alejandro es mortal

a) Se determinan las funciones predicativas

Hx: x es hombre  
Mx: x es mortal  
Ha: a es hombre  
Ma: a es mortal

b) Se simboliza la inferencia

1.  $(\forall x) (Hx \rightarrow Mx)$
2.  $Ha / \therefore Ma$

c) Se ejecutan las derivaciones

3.  $Ha \rightarrow Ma$  EU(1)
4.  $Ma$  MP(2,3)

Respuesta: La inferencia es válida.

### Ejemplo 3

Sea la inferencia:

Todo es espacial o no es material. Luego, no hay cosas que no sean espaciales y sean materiales.

1. Todo es espacial o no es material

---

Luego, no hay cosas que no sean espaciales y sean materiales

a) Se determinan las funciones predicativas

Ex: x es espacial

Mx: x es material

b) Se simboliza la inferencia

1.  $(\forall x) (Ex \vee \sim Mx) / \therefore \sim (\exists x) (\sim Ex \wedge Mx)$

c) Se ejecutan las derivaciones

2.  $\sim (\exists x) \sim (Ex \vee \sim Mx)$  IC (1)

3.  $\sim (\exists x) (\sim Ex \wedge Mx)$  De M (2)

Respuesta: La inferencia es válida.

### Ejemplo 4

Sea la inferencia:

Si todo es material, entonces hay cosas extensas. Pero nada es extenso. Por consiguiente, hay cosas que no son materiales.

1. Si todo es material, entonces hay cosas extensas

2. Nada es extenso

---

Por consiguiente, hay cosas que no son materiales

a) Se determinan las funciones predicativas.

$Mx$ : x es material

$Ex$ : x es extensa

b) Se simboliza la inferencia.

1.  $(\forall x) Mx \rightarrow (\exists x) Ex$

2.  $(\forall x) \sim Ex / \therefore (\exists x) \sim Mx$

c) Se ejecutan las derivaciones.

3.  $\sim (\exists x) Ex$  IC (2)

4.  $\sim (\forall x) Mx$  MT (1,3)

5.  $(\exists x) \sim Mx$  IC (4)

Respuesta: La inferencia es válida.

### Ejemplo 5

Sea la inferencia:

Si todo es fácil y agradable, entonces Martha no estudiará. No hay cosas que no sean agradables. Todo es fácil. Luego, María no estudiará.

1. Si todo es fácil y agradable, entonces Martha no estudiará

2. No hay cosas que no sean agradables

3. Todo es fácil

---

Luego, Martha no estudiará

a) Se determinan las funciones predicativas

$Fx$ : x es fácil

$Ax$ : x es agradable

$Em$ : m estudia

b) Se simboliza la inferencia

1.  $(\forall x) (Fx \wedge Ax) \rightarrow \sim Em$
2.  $\sim (\exists x) \sim Ax$
3.  $(\forall x) Fx \therefore \sim Em$

c) Se ejecutan las derivaciones

- |   |              |
|---|--------------|
| 4. $(\forall x)Ax$                        | IC (2)       |
| 5. $(\forall x) Fx \wedge (\forall x) Ax$ | Conj. (3, 4) |
| 6. $(\forall x) (Fx \wedge Ax)$           | Dist. C (5)  |
| 7. $\sim Em$                              | MP (1, 6)    |

Respuesta: La inferencia es válida.

### **Distribución de cuantificadores**

1. El cuantificador universal es distributivo con respecto a la conjunción.

$$(\forall x) (Fx \wedge Gx) \equiv (\forall x) Fx \wedge (\forall x) Gx$$

2. El cuantificador existencial es distributivo con respecto a la disyunción.

$$(\exists x) (Fx \vee Gx) \equiv (\exists x) Fx \vee (\exists x) Gx$$

Igualmente para futuras demostraciones es conveniente tener en cuenta dos implicaciones:

3. A partir de la disyunción de funciones proposicionales cuantificadas universalmente se infiere la cuantificación universal de la disyunción de dichas funciones proposicionales.

$$[(\forall x) Fx \vee (\forall x) Gx] \rightarrow (\forall x) (Fx \vee Gx)$$

4. A partir de la cuantificación existencial de la conjunción de funciones proposicionales se infiere la conjunción de la cuantificación existencial de los conjuntivos.

$$(\exists x) (Fx \wedge Gx) \rightarrow [(\exists x) Fx \wedge (\exists x) Gx]$$

#### Ejemplo 6

Si todo es simple o fácil, entonces Fernando hará el trabajo.  
No es cierto que haya cosas que no sean simples y haya cosas que no sean fáciles. Por lo tanto, Fernando hará el trabajo.

1. Si todo es simple o fácil, entonces Fernando hará el trabajo.
  2. No es cierto que haya cosas que no sean simples y haya cosas que no sean fáciles
- 
- Por lo tanto, Fernando hará el trabajo.

- a) Se determinan las funciones predicativas.

Sx: x es simple  
Fx: x es fácil  
Hf: f hace el trabajo

- b) Se simboliza la inferencia.

1.  $(\forall x) (Sx \vee Fx) \rightarrow Hf$
2.  $\sim [(\exists x) \sim Sx \wedge (\exists x) \sim Fx] \therefore Hf$

- c) Se ejecutan las derivaciones.

- |   |             |
|---|-------------|
| 3. $\sim (\exists x) \sim Sx \vee \sim (\exists x) \sim Fx$ | De M (2)    |
| 4. $(\forall x) Sx \vee (\forall x) Fx$                     | IC (3)      |
| 5. $(\forall x) (Sx \vee Fx)$                               | Dist. C (4) |
| 6. Hf   | MP (1, 5)   |

Respuesta: La inferencia es válida.



### Ejemplo 7

Todos los cuervos son negros y tienen pico. En consecuencia, todos los cuervos son negros y todos los cuervos tienen pico.

#### 1. Todos los cuervos son negros y tienen pico

En consecuencia, todos los cuervos son negros y todos los cuervos tienen pico.

a) Se determinan las funciones predicativas.

Cx: x es cuervo

Nx: x es negro

Px: x tiene pico

b) Se simboliza la inferencia.

$$1. (\forall x) [Cx \rightarrow (Nx \wedge Px)] / \therefore (\forall x) (Cx \rightarrow Nx) \wedge (\forall x) (Cx \rightarrow Px)$$

c) Se ejecutan las derivaciones.

- |   |             |
|---|-------------|
| 2. $(\forall x) [\sim Cx \vee (Nx \wedge Px)]$                              | Impl. (1)   |
| 3. $(\forall x) [(\sim Cx \vee Nx) \wedge (\sim Cx \vee Px)]$               | Dist. (2)   |
| 4. $(\forall x) [(Cx \rightarrow Nx) \wedge (Cx \rightarrow Px)]$           | Impl. (3)   |
| 5. $(\forall x) (Cx \rightarrow Nx) \wedge (\forall x) (Cx \rightarrow Px)$ | Dist. C (4) |

Respuesta: La inferencia es válida.

### **Formalización de predicados poliádicos**

Los predicados considerados anteriormente eran predicados monádicos, es decir, predicados que se aplican a un único individuo ya sea constante o variable, esta última libre o ligada. Sin embargo, hay otros predicados llamados poliádicos o relacionales, esto es, aquellos que involucran a dos o más individuos. Ejemplos:

- a) Oscar admira a Vilma.
- b) Lima está entre Áncash e Ica.
- c) Silvia cuida a sus hijos.
- d) La Tierra gira alrededor del Sol.
- e) Asia es más poblada que Europa.
- f) César presenta a Raúl a Susana.
- g) Raúl viajará de Lima a Ica.
- h) Eduardo lee El Quijote a sus amigos.
- i) Alberto, Luis, Ricardo y Daniel juegan juntos.
- j) Esperanza, Diana, Laura y Marisol intercambian ideas.

‘Admirar a’ es un predicado que involucra a dos individuos: Oscar y Vilma. Por tanto, ‘a’) es un predicado diádico. Igualmente, ‘c)’, ‘d)’ y ‘e)’ son predicados diádicos. ‘Estar entre’ es un predicado que involucra a tres individuos: Lima, Áncash e Ica. Consecuentemente, ‘b)’ es un predicado triádico. Asimismo, ‘f)’, ‘g)’ y ‘h)’ son predicados triádicos. Finalmente, ‘i)’ y ‘j)’ son predicados tetrádicos; y n-ádicos los predicados que involucran a más de cuatro individuos.

Los predicados poliádicos se expresan simbólicamente con las mismas letras que los predicados monádicos y los individuos se representan igualmente por medio de constantes o variables, según corresponda. Ejemplos:

- a) Felipe es mayor que Angélica:  
Mfa (M: ser mayor que; f: Felipe; a: Angélica)
- b) Angélica es mayor que Felipe:  
Maf (M: ser mayor que; a: Angélica; f: Felipe)
- c) César ama a Raquel:  
Acr
- d) César no ama a Raquel:  
~ Acr

e) Ernesto es más joven que David y Tarcila es más joven que Rocío:  
 $Jed \wedge Jtr$

### **Formalización de funciones proposicionales y proposiciones generales con predicados poliádicos**

Las expresiones que contienen por lo menos una variable libre son funciones proposicionales, tal como se señaló anteriormente. Ejemplos:

- a) Liliana ama a x  
 $Ax$
- b) Fulano visitó a mengano  
 $Vxy$
- c)  $x > a$   
 $Mxa$
- d)  $x > y$   
 $Mxy$

Las variables de funciones proposicionales con predicados poliádicos pueden ser cuantificadas. En atención a esto si todas las variables caen bajo el alcance de un cuantificador representarán una proposición general. Si, en cambio, hay por lo menos una variable libre será una función proposicional. Ejemplos:

- a) Todos admiran a Valentín  
 $(\forall x) Axv$
- b) Alan admira a alguien  
 $(\exists x) Aax$
- c) Todos los filósofos admiran a Platón  
 $(\forall x) (Fx \rightarrow Axp)$
- d) Daniel aprende de algún profesor  
 $(\exists x) (Px \wedge Adx)$
- e) Todos aman u odian a Barrabás  
 $(\forall x) (Axb \vee Oxb)$

Otras proposiciones generales contienen cuantificación múltiple. Ejemplos:

- a) Todo causa a todo  
 $(\forall x) (\forall y) Cxy$
- b) Todo es causado por todo  
 $(\forall x) (\forall y) Cyx$
- c) Todo se vincula con algo  
 $(\forall x) (\exists y) Vxy$
- d) Algo se vincula con todo  
 $(\exists x) (\forall y) Vxy$
- e) Algo se vincula con alguna cosa  
 $(\exists x) (\exists y) Vxy$
- f) Todos los estudiantes aprenden de alguien  
 $(\forall x) [Ex \rightarrow (\exists y) Axy]$
- g) Todos los estudiantes aprenden de algún profesor  
 $(\forall x) [Ex \rightarrow (\exists y) (Py \wedge Axy)]$
- h) Algunos perros ladran a todos los niños  
 $(\exists x) [Px \wedge (\forall y) (Ny \rightarrow Lxy)]$
- i) Todos los maestros quieren a sus alumnos  
 $(\forall x) [Mx \rightarrow (\forall y) (Ayx \rightarrow Qxy)]$
- j) Ninguna ciudad descuida su patrimonio cultural  
 $(\forall x) [Cx \rightarrow (\forall y) (Pyx \rightarrow \sim Dxy)]$
- k) Si los perros ladran a los gatos, los gatos huyen de los perros  
 $(\forall x) \{ Px \rightarrow (\forall y) [ Gy \rightarrow (Lxy \rightarrow Hyx)] \}$
- l) Si Áncash está al norte de Lima, algo está al norte de Lima  
 $Nal \rightarrow (\exists x) Nxl$

#### **Cuestionario N.º 14**

1. ¿Qué reglas permiten eliminar y reintroducir cuantificadores en el método de la deducción natural con fórmulas cuantificadas?
2. ¿Qué permite la regla de la ejemplificación universal?
3. ¿Qué prescribe la regla de la ejemplificación existencial?
4. ¿Qué posibilita la regla de la generalización universal?

5. ¿Qué permite la regla de la generalización existencial?
6. ¿Cuáles son los pasos a seguir al momento de efectuar el análisis de silogismos mediante el método de la deducción natural?
7. ¿Qué son las inferencias asilogísticas y cuál es el procedimiento para analizarlas mediante el método de la deducción natural?
8. ¿En qué consisten las reglas de distribución de cuantificadores?
9. ¿Qué diferencia existe entre predicados monádicos y predicado poliádicos?
10. ¿Cómo se formalizan las funciones proposicionales y proposiciones generales con predicados poliádicos?

### **Ejercicio N.º 17**

#### **Proposiciones y funciones proposicionales**

1. Diga ¿cuáles son proposiciones y cuáles funciones proposicionales? ¿Por qué?
  - a)  $Fa$
  - b)  $Gab$
  - c)  $Fa \wedge Gx$
  - d)  $(\forall x) Fx \vee Gx$
  - e)  $(\forall x) (\forall y) (Fx \leftrightarrow Gy)$
  - f)  $Fx \wedge \sim Gx$
  - g)  $(\forall x) (Fx \leftrightarrow \sim Gy)$
  - h)  $Fa \rightarrow (\forall x) Gx \vee Hx$
  - i)  $(\exists x) (Fx \wedge Gx) \rightarrow Fa$
  - j)  $(\exists x) (\exists y) (Fx \wedge Gy \wedge Hz)$
  - k)  $Fab$
  - l)  $(\exists y) Fxy$
  - m)  $(\exists y) Fy \rightarrow (\forall x) Fx$
  - n)  $(\forall x) (\forall y) Fxy \rightarrow Gxy$
  - ñ)  $Fx \wedge \sim Gx$

2. Convierta en proposición cada una de las siguientes funciones proposicionales:

- a)  $Fx$
- b)  $Fx \leftrightarrow Gx$
- c)  $Fx \wedge \sim Ga$
- d)  $(\exists x) (Fx \vee Gy)$
- e)  $(\forall x) (\forall y) [Fx \rightarrow (Gx \wedge Hz)]$
- f)  $(\forall x) (\forall y) Fxy \leftrightarrow Gxy$
- g)  $(\exists x) (x + y = z)$
- h)  $Fx \rightarrow (\exists x) (Fx \wedge Gy)$
- i)  $(\forall x) (\exists y) [(Fx \wedge Gy) \rightarrow Fxyz]$
- j)  $Fx \wedge \sim Ga \wedge \sim Hy$
- k)  $Fax$
- l)  $(\exists y) Fxy$
- m)  $(\exists y) Fy \rightarrow Fx$
- n)  $(\forall x) (\forall y) Fxy \rightarrow Gxy$
- ñ)  $Fx \wedge Gx$

**Ejercicio N.º 18**  
**Formalización de proposiciones mediante**  
**el lenguaje de la lógica de predicados**

1. Formalice las siguientes proposiciones singulares:

- a) Pedro es abogado.
- b) Pedro y Daniel son ingenieros.
- c) Es falso que Pedro y Daniel sean filósofos.
- d) Pedro y Daniel son discípulos.
- e) Pedro es poeta y literato.
- f) Pedro obsequió La ciudad y los perros a Daniel.
- g) Copenhague es la capital de Dinamarca y Helsinki, de Finlandia.
- h) Francia está entre España y Alemania.
- i) Daniel prefiere a Silvia que a Carmen.
- j) Pedro es bigamo.

- k) Daniel se suicidó.
- l) Daniel es hermano de Ramiro y Benjamín.
- m) Pedro es tan honesto como Daniel.
- n) Ni Pedro ni Daniel son escépticos.
- ñ) Pedro admira a Rosa y a Virginia.

2. Formalice las siguientes proposiciones categóricas:

- a) Todos los penalistas son abogados.
- b) Todos los injustos son deshonestos.
- c) Todos los estudiantes universitarios son rebeldes.
- d) Ningún adolescente es congresista.
- e) Ningún sacerdote católico es inmoral.
- f) Ningún religioso es avaro o usurero.
- g) Algunos musulmanes son talibanes.
- h) Algunos médicos ayacuchanos son protestantes.
- i) Algunos dipsómanos son apolíticos.
- j) Casi todos los descortesos no son universitarios.
- k) Existe al menos un médico que no es otorrinolaringólogo.
- l) No todos los peruanos son tacneños.
- m) Cualquier pez es vertebrado.
- n) Ni siquiera un metal es un ser vivo.
- ñ) No existe un solo peruano que no sea sudamericano.

3. Formalice las siguientes proposiciones predicativas poliádicas:

- a) Ningún estudiante universitario es autista.
- b) Algunas estudiantes universitarias son melómanas.
- c) Ningún tímido es atrevido.
- d) Algunas tímidas no son bonitas.
- e) Algunos estudiantes universitarios son serios y tímidos.
- f) Raquel es bonita, pero no es atrevida.
- g) No todas las tímidas son bonitas.
- h) Algunos estudiantes universitarios que no son serios, son deportistas.
- i) Ningún tímido no es circunspecto.

- j) Algunos estudiantes universitarios que son deportistas no son tímidos.
- k) Todas las tímidas que son deportistas son bonitas.
- l) Cualquiera que es deportista es atleta o veloz.
- m) Algunos estudiantes universitarios son aficionados al rock y a la salsa.
- n) Ningún estudiante universitario es aficionado al rock y a la salsa simultáneamente.
- ñ) Hay algunos estudiantes universitarios que son aficionados al rock pero no a la salsa.
- o) Todo tímido sale a bailar con alguna estudiante universitaria.
- p) Silvia no sale a bailar con ningún tímido.
- q) Algunos estudiantes universitarios sólo salen a bailar con estudiantes universitarias.
- r) Algunos tímidos salen a bailar con estudiantes universitarias.
- s) Algunos estudiantes universitarios no salen a bailar con estudiantes universitarias.
- t) Tanto estudiantes universitarios como estudiantes secundarios salen a bailar con Silvia.
- u) Algunos atrevidos salen a bailar con estudiantes universitarias aficionadas al rock.
- v) Solamente atrevidos salen a bailar con atrevidas.
- w) Los atrevidos salen a bailar sólo con atrevidas.
- x) Raúl sale a bailar con tímidas solamente si son bonitas.
- y) Raúl sale a bailar con una estudiante universitaria.

### **Ejercicio N.º 19**

#### **Equivalencia de fórmulas**

1. Escriba el equivalente de las siguientes fórmulas, aplicando las reglas de intercambio de cuantificadores (IC):
  - a)  $\sim (\forall x) (Fx \rightarrow Gx)$
  - b)  $(\exists x) \sim Fx$
  - c)  $(\exists x) (Fx \wedge Gx)$
  - d)  $\sim (\forall x) (Fx \rightarrow Gx)$



- e)  $(\exists x) \sim (Fx)$
- f)  $(\forall x) (Fx \rightarrow \sim Gx)$
- g)  $\sim (\forall x) \sim Fx$
- h)  $\sim (\exists x) \sim Fx$
- i)  $\sim (\forall x) \sim (Fx \rightarrow \sim Gx)$
- j)  $\sim (\exists x) \sim (Fx \wedge \sim Gx)$
- k)  $\sim (\forall x) [(Fx \wedge Gx) \rightarrow Hx]$
- l)  $\sim (\forall x) \sim [(Fx \vee Gx) \rightarrow \sim Hx]$
- m)  $\sim (\forall x) \sim [(Fx \rightarrow Gx) \wedge Hx]$
- n)  $\sim (\exists x) \sim [(Fx \rightarrow Gx) \wedge \sim Hx]$
- ñ)  $\sim (\forall x) [(Fx \wedge \sim Gx) \rightarrow (\sim Fx \vee \sim Hx)]$

2. Escriba el equivalente de las siguientes proposiciones categóricas aplicando las reglas de las proposiciones contradictorias:

- a) Ningún hombre es inmortal.
- b) Algunos políticos son deshonestos.
- c) Ningún peruano es chileno.
- d) Algunos artistas no son pintores.
- e) Todos los universitarios son estudiantes.
- f) Es falso que ningún apolítico sea irresponsable.
- g) Es falso que algunos congresistas sean adolescentes.
- h) Es falso que algunos congresistas no sean peruanos.
- i) Es falso que todos los congresistas sean limeños.
- j) Algunos desleales no son irresponsables.
- k) Cada uno de los quiteños no es peruano.
- l) Nadie que sea idealista es materialista.
- m) No todos los congresistas son poetas.
- n) Muchos apolíticos son insensatos.
- ñ) Todos los americanos no son europeos.

**Ejercicio N.º 20**  
**Modos y figuras silogísticos**

1. Dados la figura y el modo, construya el silogismo correspondiente:

- a) 1 - EAE
- b) 1 - EIO
- c) 1 - IAI
- d) 2 - AEE
- e) 2 - AOO
- f) 2 - AAA
- g) 3 - OAO
- h) 3 - AII
- i) 3 - EAE
- j) 4 - IAI
- k) 4 - AEE
- l) 4 - AII
- m) 1 - AII
- n) 2 - EAE
- ñ) 3 - IAI

**Ejercicio N.º 21**  
**Análisis de silogismos mediante**  
**el método analógico**

1. Determine la validez o invalidez de los siguientes silogismos mediante el Método Analógico (empleando las formas válidas de silogismos).
- a) Ningún hombre es perfecto. Todos los peruanos son hombres. Luego, ningún peruano es perfecto.
  - b) Algunos peruanos son guitarristas. Todos los peruanos son sudamericanos. Luego, algunos sudamericanos son guitarristas.
  - c) Ninguna canasta es de papel. Algunas bolsas son canastas. Luego, algunas bolsas no son de papel.
  - d) Todos los diputados son parlamentarios. Ningún parlamentario es adolescente. Luego, ningún adolescente es diputado.

- e) Todos los médicos son impacientes. Algunos médicos son sordos. Luego, algunos sordos son impacientes.
- f) Algunos silogismos son válidos. Ninguna oración es un silogismo. Luego, algunas oraciones no son válidas
- g) Ningún triángulo es circular. Algunos triángulos son figuras. Luego, algunas figuras no son circulares.
- h) Todos los aretes son de plata. Algunos objetos de plata son joyas. Luego, algunas joyas son aretes.
- i) Todos los planetas son astros. Ningún astro es deportista. Luego, ningún deportista es planeta.
- j) Ningún alférez es comandante. Todos los comandantes son militares. Luego, algunos militares no son alfereses.
- k) Todos los estudiantes son jóvenes. Todos los universitarios son estudiantes. Luego, todos los universitarios son jóvenes.
- l) Todos los filósofos son cultos. Algunos científicos son cultos. Luego, algunos científicos son cultos.
- m) Algunos reptiles son peligrosos. Todos los lagartos son reptiles. Luego, algunos lagartos son peligrosos.
- n) Ningún animal es planta. Todo hombre es animal. Luego, ningún hombre es planta.
- ñ) Ningún animal es piedra. Alguna substancia es animal. Luego, alguna substancia no es piedra.

### **Ejercicio N.º 22**

#### **Análisis de silogismos mediante el método de la deducción natural con fórmulas cuantificadas**

1. Demuestre la validez de las siguientes inferencias silogísticas mediante el método de la deducción natural con fórmulas cuantificadas:

- a) 1.  $(\forall x) (Mx \rightarrow Px)$
- 2.  $(\forall x) (Sx \rightarrow Mx) / \therefore (\forall x) (Sx \rightarrow Px)$

- b) 1.  $(\forall x) (Mx \rightarrow \sim Px)$   
 2.  $(\forall x) (Sx \rightarrow Mx) / \therefore (\forall x) (Sx \rightarrow \sim Px)$
- c) 1.  $(\forall x) (Mx \rightarrow Px)$   
 2.  $(\exists x) (Sx \wedge Mx) / \therefore (\exists x) (Sx \wedge Px)$
- d) 1.  $(\forall x) (Mx \rightarrow \sim Px)$   
 2.  $(\exists x) (Sx \wedge Mx) / \therefore (\exists x) (Sx \wedge \sim Px)$
- e) 1.  $(\forall x) (Px \rightarrow \sim Mx)$   
 2.  $(\forall x) (Sx \rightarrow Mx) / \therefore (\forall x) (Sx \rightarrow \sim Px)$
- f) 1.  $(\forall x) (Px \rightarrow Mx)$   
 2.  $(\forall x) (Sx \rightarrow \sim Mx) / \therefore (\forall x) (Sx \rightarrow \sim Px)$
- g) 1.  $(\forall x) (Px \rightarrow \sim Mx)$   
 2.  $(\exists x) (Sx \wedge Mx) / \therefore (\exists x) (Sx \wedge \sim Px)$
- h) 1.  $(\forall x) (Px \rightarrow Mx)$   
 2.  $(\exists x) (Sx \wedge \sim Mx) / \therefore (\exists x) (Sx \wedge \sim Px)$
- i) 1.  $(\exists x) (Mx \wedge Px)$   
 2.  $(\forall x) (Mx \rightarrow Sx) / \therefore (\exists x) (Sx \wedge Px)$
- j) 1.  $(\forall x) (Mx \rightarrow Px)$   
 2.  $(\exists x) (Mx \wedge Sx) / \therefore (\exists x) (Sx \wedge Px)$
- k) 1.  $(\exists x) (Mx \wedge \sim Px)$   
 2.  $(\forall x) (Mx \rightarrow Sx) / \therefore (\exists x) (Sx \wedge \sim Px)$
- l) 1.  $(\forall x) (Mx \rightarrow \sim Px)$   
 2.  $(\exists x) (Mx \wedge Sx) / \therefore (\exists x) (Sx \wedge \sim Px)$
- m) 1.  $(\forall x) (Px \rightarrow Mx)$   
 2.  $(\forall x) (Mx \rightarrow \sim Sx) / \therefore (\forall x) (Sx \rightarrow \sim Px)$

- n) 1.  $(\exists x) (Px \wedge Mx)$   
 2.  $(\forall x) (Mx \rightarrow Sx) / \therefore (\exists x) (Sx \wedge Px)$

- ñ) 1.  $(\forall x) (Px \rightarrow \sim Mx)$   
 2.  $(\exists x) (Mx \wedge Sx) / \therefore (\exists x) (Sx \wedge \sim Px)$

**Ejercicio N.º 23**  
**Demostración de formas de inferencia**  
**válidas mediante el método de la deducción**  
**natural con fórmulas cuantificadas**

1. Demuestre por la prueba directa (PD)

- a) 1.  $(\forall x) Fx \rightarrow (\exists x) Gx$   
 2.  $(\forall x) \sim Gx / \therefore (\exists x) \sim Fx$

- b) 1.  $(\forall x) (Fx \rightarrow Gx) / \therefore \sim (\exists x) (Fx \wedge \sim Gx)$

- c) 1.  $\sim (\exists x) (Fx \wedge \sim Gx) / \therefore (\forall x) (Fx \rightarrow Gx)$

- d) 1.  $(\forall x) (Fx \wedge Gx) \rightarrow \sim Ha$   
 2.  $\sim (\exists x) \sim Gx$   
 3.  $(\forall x) Fx / \therefore \sim Ha$

- e) 1.  $(\forall x) (Fx \vee Gx) \rightarrow Ha$   
 2.  $\sim [(\exists x) \sim Fx \wedge (\exists x) \sim Gx] / \therefore Ha$

- f) 1.  $(\forall x) [Fx \rightarrow (Gx \wedge Hx)] / \therefore (\forall x) (Fx \rightarrow Gx) \wedge (\forall x) (Fx \rightarrow Hx)$

- g) 1.  $(\forall x) (Fx \rightarrow Gx)$   
 2.  $Fa / \therefore Ga$

- h) 1.  $(\forall x) (Fx \rightarrow Gx)$   
 2.  $(\forall x) (Gx \rightarrow Hx) / \therefore (\forall x) (Fx \rightarrow Hx)$

- i) 1.  $(\exists x) (Fx \wedge Gx)$   
 2.  $(\forall x) (Gx \rightarrow Hx) / \therefore (\exists x) (Fx \wedge Hx)$

- j) 1.  $(\forall x) [(Fx \wedge \sim Gx) \rightarrow \sim Hx]$   
 2.  $(\forall x) (Ix \rightarrow Fx)$   
 3.  $(\forall x) (Ix \wedge Hx) / \therefore (\exists x) Gx$

- k) 1.  $(\forall x) (Fx \wedge Gx) / \therefore (\forall x) Fx$

- l) 1.  $(\forall x) [Fx \rightarrow (Gx \wedge Hx)]$   
 2.  $(\exists x) (\sim Gx \wedge Ix) / \therefore (\exists x) \sim Fx$

- m) 1.  $(\exists x) [Fx \wedge (\sim Gx \vee Hx)]$   
 2.  $(\forall x) [(Gx \wedge \sim Hx) \vee Ix] / \therefore (\exists x) Ix$

- n) 1.  $\sim (\exists x) [\sim (Sx \wedge \sim Px) \rightarrow \sim Rx]$   
 2.  $(\forall x) \sim (Rx \wedge Px) / \therefore (\forall x) \sim Sx$

- ñ) 1.  $\sim (\exists x) \sim (Ax \vee \sim Rx)$   
 2.  $(\forall x) [(Gx \wedge \sim Ux) \vee Mx]$   
 3.  $(\forall x) (\sim Ux \rightarrow \sim Ax)$   
 4.  $(\exists x) [Ix \wedge \sim (Mx \vee Nx)]$   
 5.  $(\forall x) (\sim Tx \rightarrow Rx) / \therefore (\exists x) (Tx \wedge \sim Ux)$

## 2. Demuestre por la prueba condicional (PC)

- a) 1.  $(\forall x) (Kx \rightarrow Lx)$   
 2.  $(\forall x) [(Kx \wedge Lx) \rightarrow Mx] / \therefore (\forall x) (Kx \rightarrow Mx)$

- b) 1.  $(\forall x) [(Fx \vee Sx) \rightarrow (Ix \wedge Wx)] / \therefore (\forall x) (Fx \rightarrow Ix)$

- c) 1.  $(\forall x) [(Ax \vee Bx) \rightarrow (Cx \wedge Dx)]$   
 2.  $(\forall x) \{(Cx \vee Ex) \rightarrow [(Fx \vee Gx) \rightarrow Hx]\} / \therefore (\forall x) [Ax \rightarrow (Fx \rightarrow Hx)]$

- d) 1.  $(\forall x) [(Mx \wedge Ox) \rightarrow Rx]$   
 2.  $(\forall x) (\sim Ox \vee Ex)$   
 3.  $(\forall x) (\sim Ex \vee \sim Rx) \therefore (\forall x) [Ox \rightarrow (Ex \wedge \sim Rx)]$
- e) 1.  $(\forall x) (Nx \rightarrow Ox)$   
 2.  $(\forall x) (Px \rightarrow Ox) \therefore (\forall x) [(Nx \vee Px) \rightarrow Ox]$
- f) 1.  $(\forall x) [Sx \rightarrow (Tx \rightarrow Ux)]$   
 2.  $(\forall x) [Ux \rightarrow (Vx \wedge Wx)] \therefore (\forall x) [Sx \rightarrow (Tx \rightarrow Vx)]$
- g) 1.  $(\forall x) (Cx \rightarrow Dx)$   
 2.  $(\exists x) (Ex \rightarrow \sim Dx) \therefore (\exists x) (Ex \rightarrow \sim Cx)$
- h) 1.  $(\forall x) (Ix \rightarrow Jx)$   
 2.  $(\exists x) (Ix \wedge \sim Jx) \therefore (\forall x) (Jx \rightarrow Ix)$
- i) 1.  $(\forall x) (Hx \rightarrow Mx) \therefore Hs \rightarrow (\exists x) (Hx \wedge Mx)$
- j) 1.  $(\forall x) (Hx \rightarrow Fx)$   
 2.  $(\forall x) (\sim Gx \rightarrow \sim Fx) \therefore (\forall x) (Hx \rightarrow Gx)$