

## LÓGICA DE PREDICADOS

Esta rama de la lógica coopera en el razonamiento y la exploración en las relaciones entre los objetos y predicados.

La lógica de predicados es utilizada para expresar el significado de un amplio alcance de proposiciones en matemáticas y otras ciencias. Es la parte de la lógica abocada al estudio de enunciados declarativos que poseen mayor complejidad en relación a su estructura interna, respecto a la lógica proposicional.

### Lenguaje Formal de la Lógica de Predicados

---

Para iniciar el estudio en este tipo de lógica se definirá su lenguaje formal, considerando a los componentes de las estructuras que son objeto de estudio de la lógica predicativa. En esta distinción se hará referencia a los objetos (o términos) y a los predicados (o propiedades), los primeros son aquellos elementos sobre quienes se afirma algo y los segundos consisten en qué se afirma sobre dichos objetos.

- **Término** según el tipo de objeto al que se refiere el predicado puede ser:
  - Variable: El objeto referenciado no es algo o alguien específico.
  - Constante: El objeto referenciado es algo o alguien específico.
  - Función: El objeto referenciado por este término viene está dado en función a otros objeto.

### ***Lógica y Metodología de la Matemática***

---

- **Predicado** según el número de términos referenciados puede ser:
  - Monádico: es el predicado que se refiere a un único término.
  - Poliádico: es el predicado que se refiere a más de un término.
- **Conectivas**: Se utilizan las mismas conectivas que en el cálculo proposicional, con sus respectivas definiciones semánticas: negación, disyunción, conjunción, condicional, bicondicional y disyunción excluyente.

### **Definición del Lenguaje Formal de la Lógica de Predicados**

---

La definición del lenguaje formal predicativo es una generalización del lenguaje formal proposicional.

#### **I- Alfabeto**

##### Símbolos de Términos:

- Variables: Se simbolizan con las últimas letras del alfabeto expresadas en minúsculas como ser:  $x, y, z, \dots$ , también puede utilizarse alguna de estas letras con subíndices por ejemplo:  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .
- Constante: Se simbolizan con las primera letras del alfabeto expresadas en minúsculas como ser:  $a, b, c, \dots$ , también puede utilizarse alguna de estas letras con subíndices por ejemplo:  $a_1, a_2, \dots, a_n$ .
- Función: Se simbolizan con letras consonantes del alfabeto expresadas en minúsculas como ser:  $f, g, h, \dots$ , también puede

### *Lógica y Metodología de la Matemática*

---

utilizarse alguna de estas letras con subíndices por ejemplo:  $f_1, f_2, \dots, f_n$

Símbolos de Predicados: Se representan con letras mayúsculas tales como P, Q, R,...

Símbolos de Conectivas:  $\sim, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \underline{\vee}$

Símbolos de Cuantificadores:  $\forall, \exists$

## **II- Reglas de Sintaxis**

Las fórmulas bien formadas (fbf). En la lógica de predicados las fbf se definen del siguiente modo:

- Toda proposición es una fbf.
- Si P representa a un predicado de n variables,  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  es una fbf.
- Si  $A(x_1, x_2, \dots, x_n)$  es una fbf que contiene una variable libre,  $x_i$ , es posible ligarla utilizando los cuantificadores para obtener nuevas fbf:

$$\forall x_i: A(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$$

$$\exists x_i / A(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$$

Cabe aclarar que, en las escrituras anteriores, solo  $x_i$  queda ligada, las demás variables siguen libres.

- Si A y B son fbf, entonces  $\sim A, A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$  y  $A \underline{\vee} B$ .

El uso de paréntesis se asimilan las reglas válidas para el cálculo proposicional también al cálculo con predicados:

Así, en la expresión  $\exists x / R(x) \vee P(x)$  el cuantificador afecta únicamente al esquema proposicional  $R(x)$  mientras que  $P(x)$  queda libre, es decir que la expresión completa es un esquema proposicional.

### ***Lógica y Metodología de la Matemática***

---

Sin embargo, en la expresión  $\exists x / (R(x) \vee P(x))$  el cuantificador afecta a toda la disyunción, es decir, que el uso del paréntesis hace que el alcance del cuantificador sea a toda la expresión. Por lo tanto, se trata de una proposición.

### **Orden en el Cálculo de Predicados**

---

En la lógica de predicados existen diferentes niveles u órdenes, entre los cuales, se considera que el cálculo proposicional conforma el orden cero debido a que simplemente se utilizan enunciados verdaderos o falsos (proposiciones). Esto es, no se emplean en el nivel 0 variables, constantes ni cuantificadores.

En el orden 1 se consideran a los predicados en los cuales lo único que se cuantifican son las variables.

Cuando en las expresiones se cuantifican los predicados, se dice que se está en presencia del segundo orden del cálculo de predicados.

El tercer orden los constituyen los predicados de, predicados de términos. Y así sucesivamente, a medida que se complejiza el predicado por su composición se van adquiriendo nuevos órdenes o niveles.

### **Bibliografía consultada**

---

- Arenas Alegría, L. Lógica Formal para Informáticos. Cap. 5. Pág. 118 – 129. 1996. Ediciones Díaz Santos S.A.
- Labra Gayo, J. y Fernández Lanvin, D. Cuaderno Didáctico. Lógica de Predicados. Disponible en: <http://di002.edv.uniovi.es/~labra/FTP/LPRED.pdf>