TRABAJO PRÁCTICO Nº 8
APLICACIONES DE LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN

1. Dadas las funciones: I) $y = \frac{x+3}{1-x}$ II) $y = \sqrt[3]{(x+1)^2}$ III) $y = \ln(x^2+1)$
   a) Determinar su dominio
   b) Estudiar su monotonía (crecimiento y decrecimiento).
   c) Analizar la existencia de máximos y mínimos relativos.
   d) Examinar si posee ceros y ordenada al origen.
   e) Analizar la existencia de asíntotas.
   f) Utilizar la información encontrada para representar gráficamente a la función.
2. Utilizar la derivada primera para analizar puntos críticos, intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos de $f(x)=(x-1)^3+2$
3. Determinar las coordenadas de los extremos absolutos y relativos de las siguientes funciones, si los hubiere: $y = \begin{cases} x+1 & x<1 \\ x^2-6x+7 & x\geq 1 \end{cases}$ en $[-5;4]$
4. Analizar la existencia de extremos locales, puntos de inflexión e intervalos de concavidad por medio de la derivada segunda.
   a) $y = x^4+4x^3-2x^2-12x$ b) $y = \begin{cases} 4-x^2 & x\leq 1 \\ 2+x^2 & x>1 \end{cases}$ c) $y = x^{1/3}$ d) $y = x^3-6x^2+9x+1$
5. Elabore la gráfica aproximada de una función que tenga las siguientes condiciones:
   - La gráfica tiene discontinuidades en x = -1 y en x = 3.
   - $f'(x) > 0$ para $x<1$, $x\neq -1$
   - $f'(x) < 0$ para $x>1$, $x\neq 3$.
   - $f''(x) > 0$ para $x< -1$, $x > 3$, $f''(x) < 0$, para $-1 < x <3$
   - $f(0) = 0 = f(2)$, $f(1) = 3$
6. Realizar el estudio completo de las funciones dadas, para ello considerar: Dominio. Ordenada al origen. Ceros. Asíntotas verticales y horizontales, si existen. Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Extremos relativos y absolutos, si los hubiese. Intervalos de concavidad y convexidad. Puntos de inflexión. Un gráfico aproximado de la función.
   a) $y=\sqrt{x^2-1}$ b) $y = x\cdot 3^{(x+1)}$ c) $y = e^x(2x^2+x-8)$ d) $y = \sin(2x)$
7. Realizar el estudio de la función $f(x) = x^3-2x^2-3x-2$, luego representar gráficamente a las funciones f, *f', f''* y *f'''* (una debajo de otra).
8. Supongamos que el rendimiento r en % de un alumno en un examen de una hora viene dado por la función *r(t) = 300t (1−t)*.
   a) ¿En qué momentos aumenta o disminuye el rendimiento?
   b) ¿En qué momentos el rendimiento es nulo?
   c) ¿Cuándo se obtiene el mayor rendimiento y cuál es?
9. Resolver las siguientes situaciones:
   a) Un fabricante de cajas de estaño desea emplear piezas de 8x15pulgadas, cortando cuadrados iguales en las cuatro esquinas y doblando los lados. Calcular la longitud del lado del cuadrado si se desea obtener de cada pieza de estaño una caja sin tapa del máximo volumen posible.
   b) Encontrar un par de números cuya suma sea 100, de manera que su producto sea máximo.
   c) Sea desea cercar un sector de un campo de forma rectangular posee un área de $36dm^2$, que dimensiones debe tener dicho sector para emplear la menor cantidad de vallas.
   d) Encontrar la velocidad del aumento del área superficial de un globo que se está inflando, con respecto al radio, sabiendo que el área superficial está dado por $a(r) = 4\pi r^2$.

Ejercicios Complementarios

1. Utilizar la derivada primera para analizar puntos críticos, intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos de f. a) $f(x)=(x-1)^3+2$ b) $f(x)=\begin{cases} 2x-1 & x\leq 3 \\ 8-x & 3<x \end{cases}$ c) $f(x)=x^{3/5}$
2. Determinar las coordenadas de los extremos absolutos y relativos si los hubiere para la función $y=x^3-2x^2$ en el intervalo $[-1;1]$.
3. Utilizar la derivada primera para analizar puntos críticos, intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos de: a) $f(x)=\begin{cases} 2x-1 & x\leq 3 \\ 8-x & 3<x \end{cases}$ b) $f(x)=x^{3/5}$
4. Determinar las coordenadas de los extremos absolutos y relativos de las siguientes funciones, si los hubiere: $y=x^3-2x^2$ en $[-1;1]$
5. Halle, aplicando el criterio de la derivada segunda, puntos críticos, extremos relativos, puntos de inflexión, intervalos de concavidad y grafique la función: y = x^4-4x^3+10 con: a) Df = R b) Df = [-2 , 1].
6. Considere las siguientes funciones: a) y = Senh x = $\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$ b) y = $\dfrac{1}{x+1}$ si $x \geq 0$
7. Realice el estudio completo de cada una de ellas. Es decir, para cada una de las funciones anteriores obtenga: i) Dominio. ii) Puntos de corte con los ejes coordenados. iii) Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas, si existen. iv) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. v) Máximos y mínimos relativos y absolutos, si hubieren. vi) Los intervalos de concavidad y convexidad. vii) los puntos de inflexión. viii) Un gráfico aproximado de la función.
8. Si $f(x)=3x^2+x\cdot|x|$ demuestre que f''(x) no existe, sin embargo, la gráfica de f es cóncava hacia arriba en todo su dominio. Realice el grafico de la función.
9. Realizar el estudio de la función $f(x)=x^4-x^3-3x^2+2x+1$, luego representar gráficamente a las funciones f , f', f'' y f''' (una debajo de otra).
10. Elabore la gráfica aproximada de una función que reuna las siguientes condiciones:

* f(0) = 3	* $\lim_{x\to 0^-} f(x)=3$	* $\lim_{x\to 0^+} f(x)=2$	* discontinua evitable en x = -3
* f´(2) = 0 y f ''(2)<0	* $\lim_{x\to 5^-} f(x)=-\infty$		* $\lim_{x\to 5^+} f(x)=\infty$

11. Se presenta el gráfico de una función f: R $\to$ R , determine:
a)·Ceros b) Ordenada al origen c) Conjunto de positividad d) Conjunto de negatividad
e) Intervalos de crecimiento, Intervalos de decrecimiento
f) Intervalos de concavidad hacia arriba y de concavidad hacia abajo.
g) Puntos donde hay máximos y mínimos (relativos y absolutos)
h) Puntos de inflexión.
i) Realice los gráficos aproximados de f', f'' y f''', uno debajo del otro.