# Trabajo y Energía

Son dos conceptos que empleamos frecuentemente en la vida cotidiana

- *Comúnmente pensamos en el **trabajo** como algo relacionado con hacer o lograr algo.*


- *El **trabajo** y la **energía** están íntimamente relacionados.*


- En física, cuando algo tiene **energía,** puede efectuar **trabajo.**

- En la **Física** el concepto de trabajo es algo diferente y es denominado **Trabajo Mecánico**.

# Trabajo efectuado por una fuerza constante

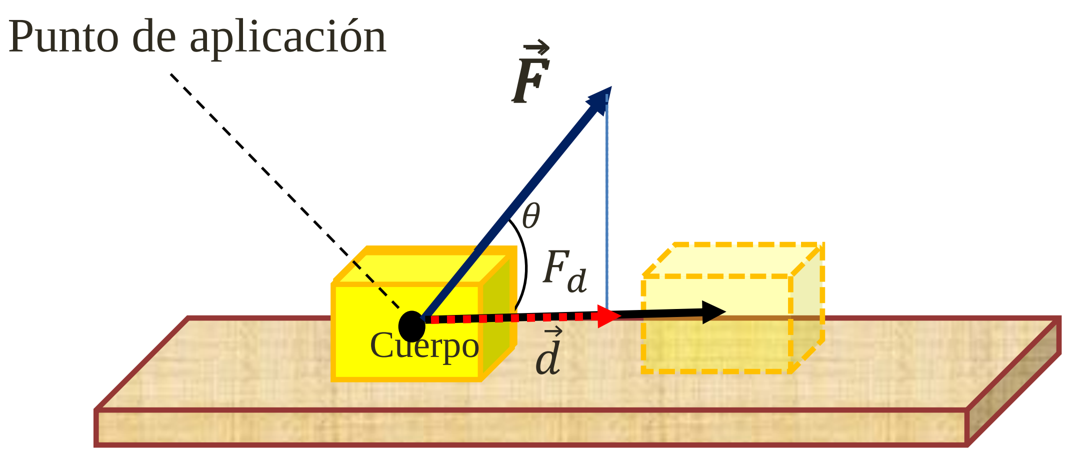
Podemos decir que cuando se efectúa trabajo intervienen dos factores:

1. La aplicación de una fuerza.

2. El movimiento de algo (un cuerpo) debido a la anterior fuerza.

Mecánicamente, el trabajo implica **fuerza y desplazamiento**, y usamos la palabra ***trabajo*** para describir **cuantitativamente** lo que se logra cuando una fuerza mueve un objeto cierta distancia.

El **trabajo** efectuado por una **fuerza constante** que actúa sobre un objeto es igual al producto de las magnitudes del desplazamiento y el componente de la fuerza paralelo a ese desplazamiento.




$$W = F_d d$$

$$W = F\cos\theta d$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

# Trabajo efectuado por una fuerza constante

El trabajo realizado por una fuerza constante se define como el producto escalar entre la fuerza aplicada y el desplazamiento:

$$\boxed{W = \vec{F} \cdot \vec{d}}$$

**Es una cantidad escalar**

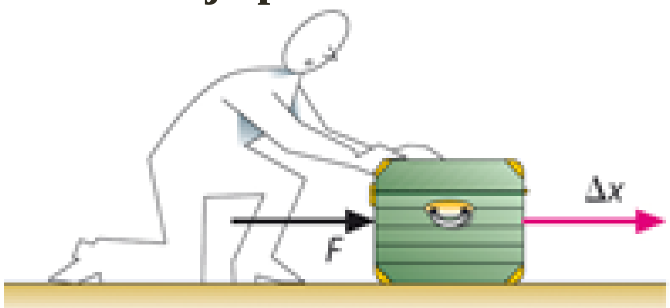
Unidad [*W*]= *Joule*

*1Joule= 1Nm*

$$W = |F||d|cos\theta$$

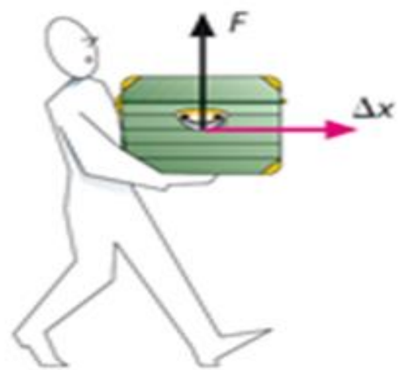
$$\boxed{\boldsymbol{d = \Delta x}}$$

**Trabajo positivo**




$$W = F \cdot \Delta x . \cos 0^{\circ} = F . \Delta x$$

**Trabajo nulo**




$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos 90^{\circ} = 0$$

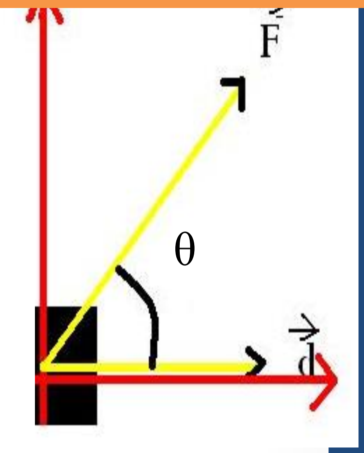
**Trabajo negativo**


$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos 180^{\circ} = -F \cdot \Delta x$$

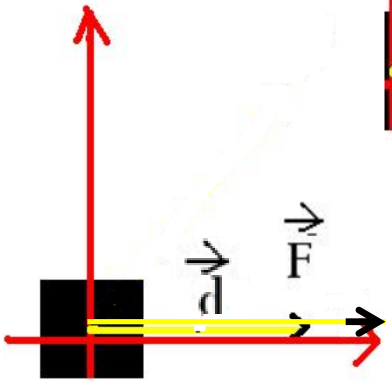
# Trabajo efectuado por una fuerza constante

**Observaciones:**

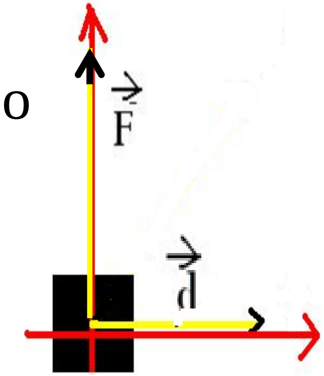
- Si el ángulo θ que forma la fuerza con el desplazamiento es **0º** < θ < **90°** (cos θ > 0), el trabajo es positivo.



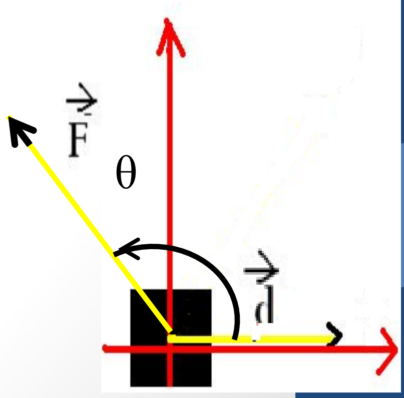

- Cuando, θ = **0°** (cos 0° = 1), el trabajo realizado es máximo: W = F d.




- Cuando, θ = **90°** (cos 90° = 0), el trabajo realizado es nulo.

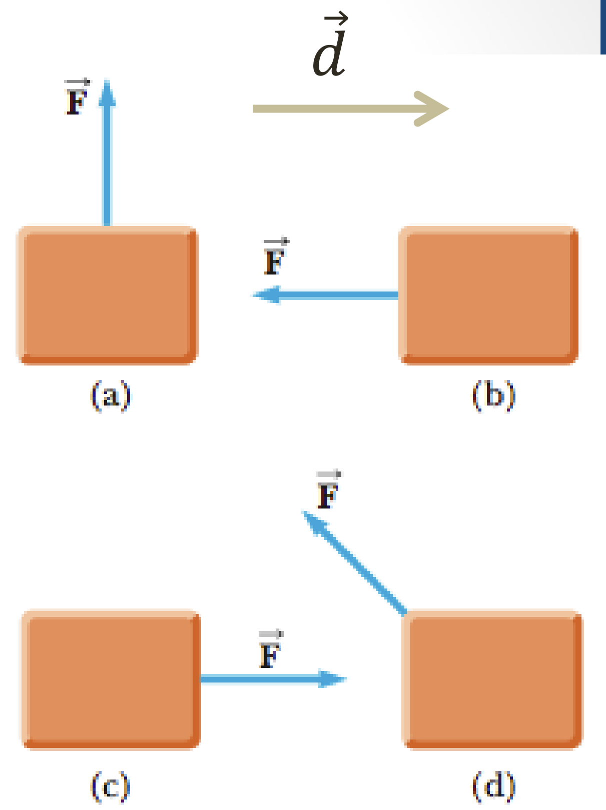



- Si, **90º** < θ < **180°** (cosθ < 0) el trabajo es negativo.



# Trabajo efectuado por una fuerza constante

En los 4 casos de la figura, la fuerza aplicada al objeto tiene la misma magnitud, y el desplazamiento del objeto es hacia la derecha y de igual magnitud. Clasifique el valor de los trabajos realizados por la fuerza, del más positivo al más negativo.




1) (c); $W = Fd\cos 0 = Fd$

2) (a); $W = Fd\cos 90° = 0$

3) (d); $W = Fd\cos\theta < 0$

4) (b); $W = Fd\cos 180 = -Fd$

# Trabajo efectuado por una fuerza constante

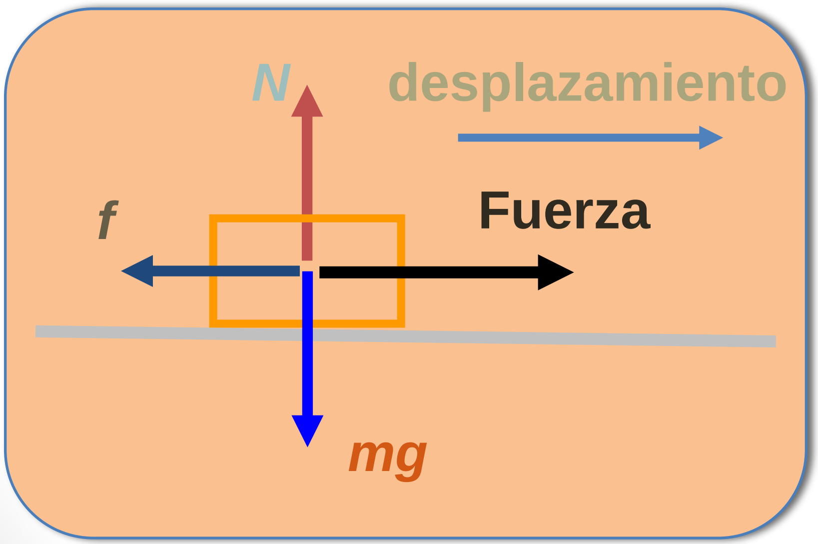
**Ejemplo:**

Una caja es empujada sobre una superficie horizontal muy rugosa, ¿qué se puede afirmar del trabajo hecho por la fuerza de rozamiento?

(a) El trabajo realizado es positivo.

(b) El trabajo realizado es nulo.

(c) El trabajo realizado es negativo.




La fuerza de fricción **siempre** se opone al desplazamiento, por lo tanto el trabajo es negativo. Usando la definición: $W = f\, d \cos\theta$, como $\theta = 180^\circ$, $\cos 180^\circ = -1$, entonces $W < 0$.

# Trabajo efectuado por una fuerza constante

## Resolución de Problemas

1. Dibujar el diagrama del **cuerpo libre**.
2. Elegir el sistema de **coordenadas**.
3. Aplicar las **leyes de Newton** para determinar cualquier fuerza desconocida.
4. Encontrar el **trabajo** realizado por dicha fuerza.
5. Para encontrar el trabajo neto, se puede:
   - Encontrar la **fuerza neta** y calcular el trabajo que realiza o
   - Encontrar el trabajo hecho por cada fuerza y **sumarlos**.

# Trabajo efectuado por una fuerza constante

Un trabajador tira un cajón de madera de 40 kg con una cuerda aplicando una fuerza ***F*** de 190N. El coeficiente de fricción cinética (de deslizamiento) entre el cajón y el piso es 0.554. Si él mueve el cajón con una velocidad constante una distancia de 7 m, ¿Cuál es el trabajo total?

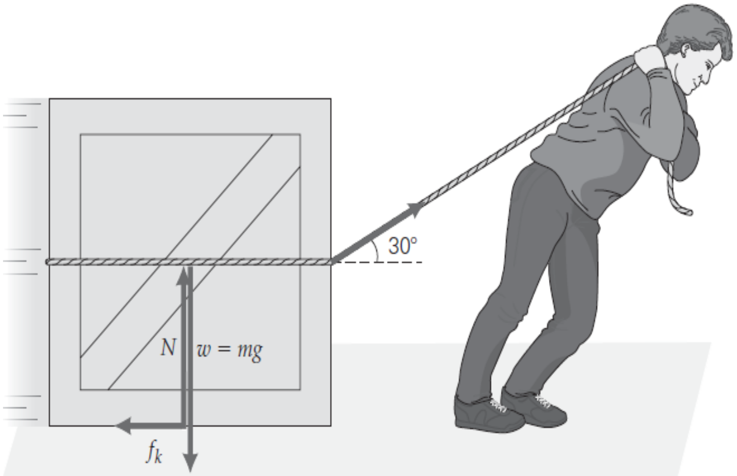
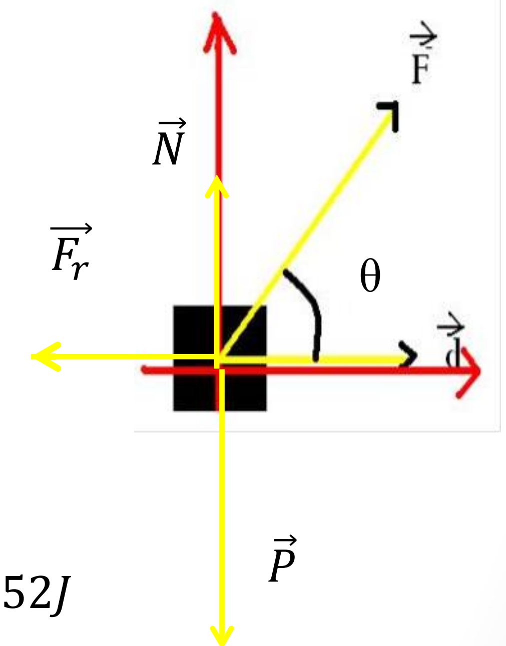



**Diagrama de Cuerpo libre**




$$W_T = W_F + W_{Fr} + W_N + W_P$$

$$W_F = Fdcos\theta \quad = 190N \cdot 7m \cdot cos30 = 1152J$$

$$W_P = Pdcos\theta_p = 40kg \cdot 9.8m/s^2 \cdot 7m \cdot cos270 = 0$$

$$W_N = Ndcos\theta_N = N \cdot 7m \cdot \cos 90 = 0$$

$$W_{Fr} = F_r dcos\theta_{Fr} = F_r \cdot 7m \cdot \cos 180 \Rightarrow F_r = \mu_c N$$

# Trabajo efectuado por una fuerza constante

$$\sum F_y = N + Fsen\theta - mg = 0 \Rightarrow N = mg - Fsen30$$

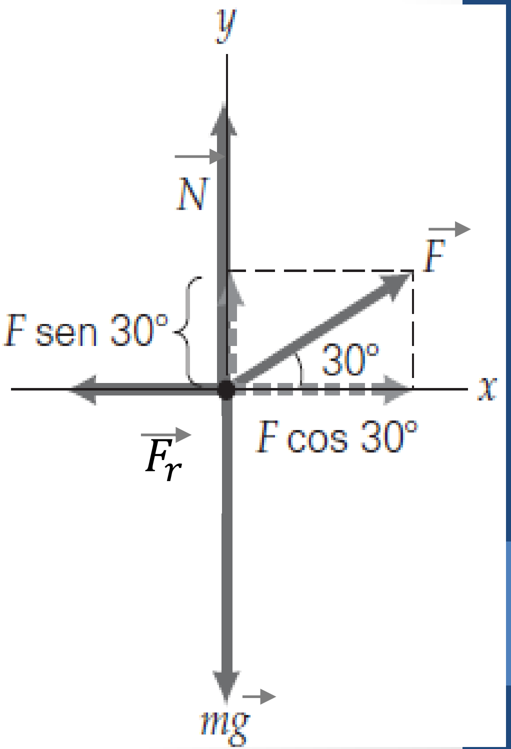
$$N = 40kg * \frac{9.8m}{s^2} - 190N * 0.5 = 297N$$

$$\sum F_x = Fcos\theta - F_r = 0 \Rightarrow F_r = Fcos\theta = 190Ncos30 = 164.5N$$

$$F_r = \mu_c N = 0.554 * 297N = 164.5N$$

$$W_{Fr} = F_r dcos\theta_{Fr} = F_r \cdot 7m \cdot \cos 180$$

$$W_{Fr} = 164.5N * 7m * (-1) = -1152J$$



# Trabajo efectuado por una fuerza constante

$$W_T = W_F + W_{fr} + W_N + W_P$$

$$W_T = 1152J - 1152J + 0 + 0 = \boxed{0J}$$

Nota:

- Dos trabajos son realizados sobre la caja. Uno positivo (correspondiente a la fuerza F), y uno negativo (correspondiente a la fuerza de rozamiento), ambos de la misma magnitud ya que la magnitud de ambas fuerzas son iguales. Por lo tanto el trabajo neto es igual a cero.

- La caja ya se encuentra en movimiento por lo tanto la fuerza aplicada para moverla a **velocidad constante** es de la misma magnitud y sentido opuesto que la fuerza de rozamiento. Esta fuerza es de menor magnitud que la que se necesitaría para mover la caja desde el reposo.

# Energía Cinética

- La energía es uno de los conceptos científicos mas importantes. La describimos como una cantidad que poseen los objetos o sistemas.
- Básicamente, el **trabajo** es algo que se **hace *sobre* los objetos**, en tanto que la **energía** es algo que los objetos ***tienen***: **la capacidad para efectuar trabajo.**

- La energía en movimiento se llama **energía cinética**. La definición de la energía cinética es:

$$\boxed{K = \frac{1}{2}\mathrm{m}v^2}$$

*Unidad SI de energía: joule (J)*

La **Energía Cinética** de un objeto es el trabajo que éste puede realizar en virtud de su movimiento. Siendo ***m*** la masa del objeto, y ***v*** el módulo de su velocidad.

# Principio del Trabajo y la Energía:

El trabajo realizado sobre un objeto y la energía cinética se relacionan mediante el siguiente principio fundamental:

El **trabajo total** realizado sobre un objeto por **todas** las fuerzas que actúan sobre él, incluyendo la fuerza de rozamiento y gravitatoria, es igual al **cambio en la Energía Cinética** del objeto.

$$\boxed{W_{neto} = \Delta K}$$

# Principio del Trabajo y la Energía:

Consideremos un objeto de masa *m*, sometido a una fuerza neta (y constante) $\vec{F}_{net}$. El trabajo realizado es: $W = F\Delta x cos 0 = F\Delta x$

$$\boldsymbol{K_i = \frac{1}{2}\mathrm{m}v_i^2} \qquad \boldsymbol{K_f = \frac{1}{2}\mathrm{m}v_f^2}$$


Sin rozamiento

Recordando de cinemática: $v_f^2 = v_i^2 + 2\mathrm{a}\Delta x \Rightarrow \mathrm{a} = \dfrac{v_f^2 - v_i^2}{2\Delta x}$

Segunda Ley de Newton: $F = ma$

$$W = F\Delta x = \mathrm{ma}\Delta x \Rightarrow W = m\left(\frac{v_f^2 - v_i^2}{2\Delta x}\right)\Delta x = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\boxed{W = K_f - K_i}$$

# Principio del Trabajo y la Energía:

**Principio del Trabajo y la Energía:** $W = \frac{1}{2}m{v_f}^2 - \frac{1}{2}m{v_i}^2$

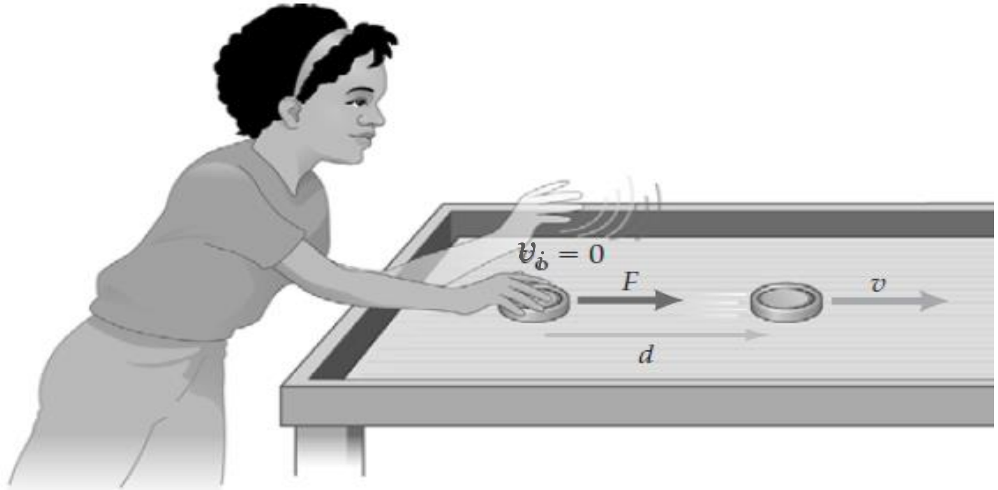
$$\boxed{W_{neto} = Kf - Ki = \Delta K}$$

- Si el trabajo neto es positivo, la energía cinética aumenta.
- Si el trabajo neto es negativo, la energía cinética disminuye.
- Si la energía cinética no cambia (su velocidad es constante), el trabajo neto es nulo.
- Tanto el trabajo como la energía tienen unidades de **joules**, y ambas son **cantidades escalares.**

# Principio del Trabajo y la Energía:

Una jugadora empuja un disco de 0.25 kg que inicialmente esta en reposo, de manera que una fuerza horizontal constante de 6.0 N actúa sobre el durante una distancia de 0.50 m. (Despreciaremos la fricción.)¿Qué energía cinética y velocidad tiene el disco cuando se deja de aplicar la fuerza?

**Datos:**
**m=0.25 kg**
**F=6.0N**
**d=0.50m**
**$v_i$=0**




Puesto que no conocemos su velocidad no podemos calcular directamente la energía Cinética ($K = \frac{1}{2}\mathrm{m}v^2$) .

# Principio del Trabajo y la Energía:

Sin embargo, la energía cinética esta relacionada con el trabajo por el teorema trabajo-energía. El trabajo efectuado sobre el disco, por la fuerza *F* que aplica la jugadora es:

$$W = Fdcos\theta = 6.0\mathrm{N} \cdot 0.50m \cdot cos0 = +3\mathrm{J}$$

Entonces, por el teorema trabajo-energía, obtenemos

$$W = \Delta K = K_f - Ki = \frac{1}{2}\mathrm{m}{v_f}^2 - \frac{1}{2}\mathrm{m}{v_i}^2$$

$$W = \frac{1}{2}\mathrm{m}{v_f}^2 - 0 = \frac{1}{2}\mathrm{m}{v_f}^2$$

$$\boxed{K_f = \frac{1}{2}\mathrm{m}{v_f}^2 = 3J}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2 \cdot 3J}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3J}{0.25kg}}$$

$$\boxed{v_f = 4.89\ \mathrm{m/s}}$$

¿Cuanto trabajo se necesitaría para detener  el disco?

# Energía Potencial

Un objeto en movimiento tiene energía cinética.

Sin embargo, sea que un objeto este o no en movimiento, podría tener otra forma de energía: **energía potencial.**

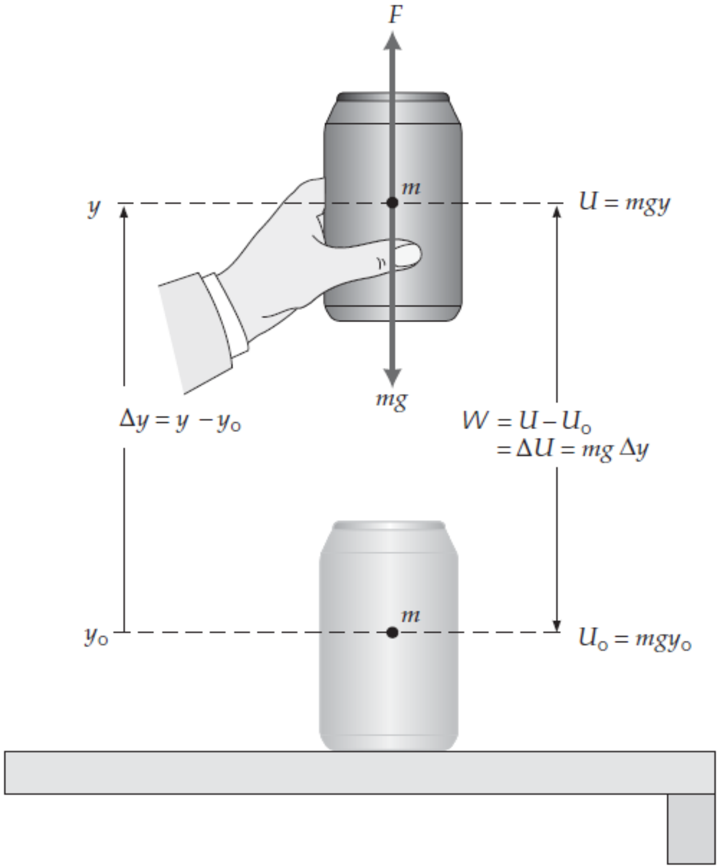
La energía potencial está asociada con la posición o configuración de un objeto.

Existen diferentes tipos de energía potencial, por ejemplo:

- ✓ La energía asociada con la **altura** de un objeto respecto del suelo.
- ✓ La energía en un **resorte** comprimido.
- ✓ La energía en una **banda elástica** estirada.

# Energía Potencial Gravitatoria

**Energía potencial gravitatoria**: En este caso, la posición se refiere a la altura de un objeto sobre cierto punto de referencia.




Se efectúa trabajo contra la fuerza de gravedad, y se necesita una fuerza aplicada al menos igual al peso del objeto para levantarlo: $F=mg$.

Entonces, el trabajo efectuado es igual al cambio de energía potencial.

$$W = F\Delta y = mg(y - y_0) = mgy - mgy_0$$

$$W = U - U_0 = \Delta U$$

# Energía Potencial Gravitatoria

**La Energía potencial gravitatoria se define como:**

$$\boxed{U = mgh}$$

*Unidad SI de energía: joule (J)*

- La energía potencial gravitatoria puede transformarse en energía cinética, simplemente dejando caer el objeto.
- La energía potencial gravitatoria no es algo que un cuerpo "tiene", sino que está asociado con la interacción con la Tierra.
- Si $\boldsymbol{U = mgh}$, ¿desde dónde se mide $h$? No es de gran importancia, siempre y cuando seamos consistentes con la elección arbitraria de $h = 0$. Sólo interesan los cambios en la energía potencial gravitatoria.

*La diferencia o cambio de energía potencial asociada con dos posiciones es la misma, sea cual fuere la posición de referencia.*

# Energía Potencial Gravitatoria

Dos caminos llevan a la cima de una montaña. Uno es directo, aunque escarpado; mientras que el otro es el doble de largo y más suave. ¿Cuánto más energía potencial ganará si va por el camino largo?

(a) son iguales

(b) es el doble

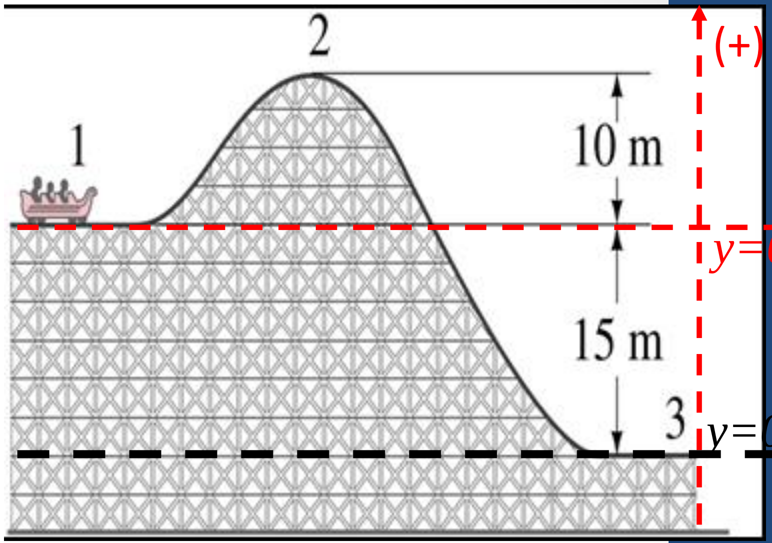
(c) es la mitad

(d) no se adquiere energía potencial

Puesto que el cambio en la altura es la misma, por cualquiera de los dos caminos, en ambos casos se gana la misma energía potencial.

# Energía Potencial Gravitatoria

**Ejemplo: Cambios de Energía Potencial.** Un carro de una montaña rusa de 1000 kg de masa, se mueve del punto 1 al punto 2 y luego al punto 3. *(a)* ¿Cuál es la energía potencial gravitatoria de 2 y 3 respecto de 1? *(b)* ¿Cuál es el cambio de la energía potencial gravitatoria de 2 a 3? *(c)* Resolver *(a)* y *(b)* pero tomar como punto de referencia ($y$ = 0) al punto 3.




*(a)* $$U_2 = mgy_2 = 1000\text{kg} * 10m/s^2 * 10m = 100000\,J = 100kJ$$

*En el punto 3, $y_3$ =-15 m, ya que el punto 3 está debajo del punto 1.*

$$U_3 = mgy_3 = 1000\text{kg} * 10m/s^2 * -15m = -150000\,J = -150kJ$$

*(b)* $$U_3 - U_2 = -150000\,J - 100000J = -250000J = \boxed{-250kJ}$$

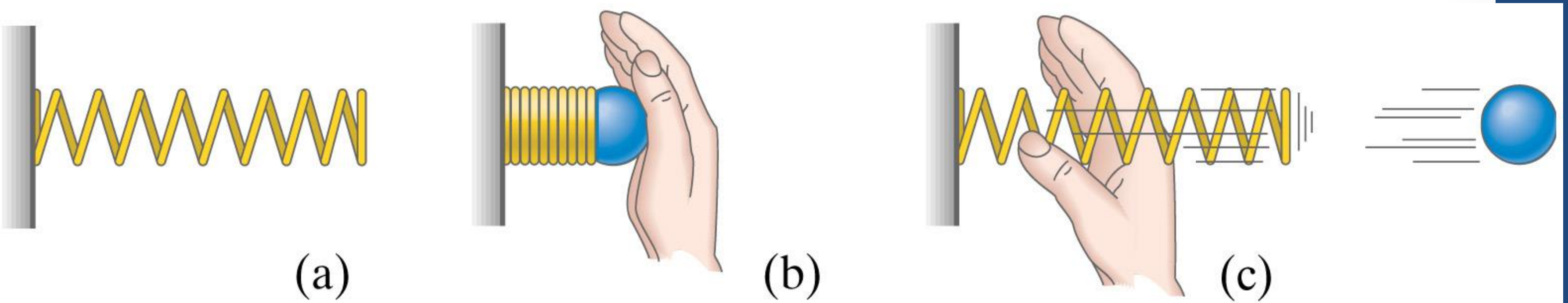
*(c)* $$U_2 = mgy_2 = 1000\text{kg} * 10m/s^2 * 25m = 250000\,J = 250kJ$$

$$U_3 = mgy_3 = 1000\text{kg} * 10m/s^2 * 0m = 0\,J$$

$$U_3 - U_2 = 0 - 250000J = -250000J = \boxed{-250k\text{J}}$$

# Energía Potencial Elástica

La energía potencial también puede ser almacenada en un **resorte** cuando se lo **comprime**. En la figura se muestra cómo la energía potencial puede transformarse en energía cinética




La **energía potencial elástica** asociada al resorte es:

$$\boxed{U_e = \frac{1}{2}kx^2}$$

# Conservación de la energía

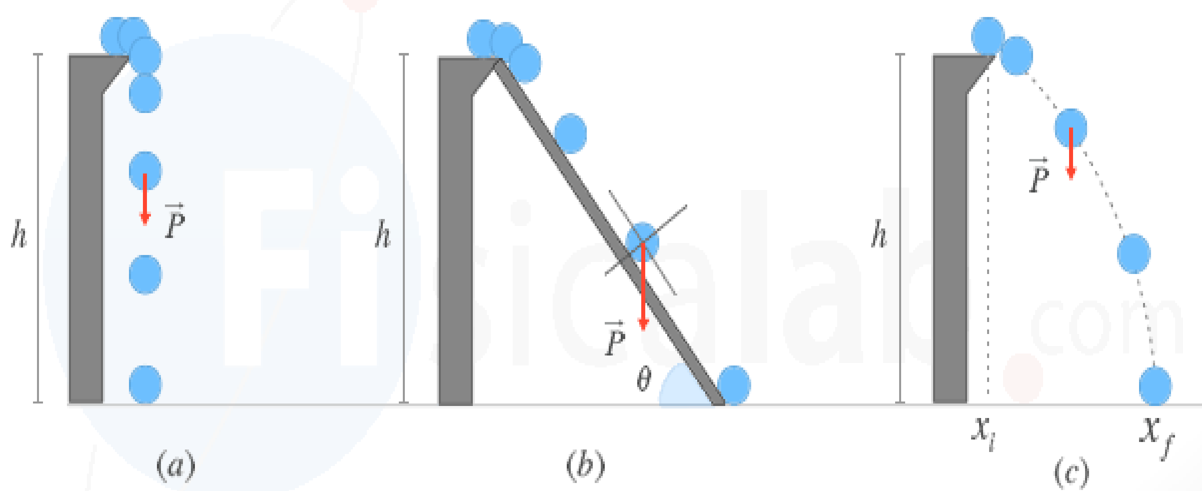
Cuando decimos que una cantidad física se ***conserva*,** queremos decir que es constante, o que tiene un valor constante.

Una de las leyes de conservación mas importantes es la que se refiere a la **conservación de la energía.**

## Fuerzas Conservativas

Un fuerza es **conservativa** cuando el **trabajo realizado** por la misma al trasladar un objeto entre dos posiciones **no depende** de la trayectoria seguida por el objeto.

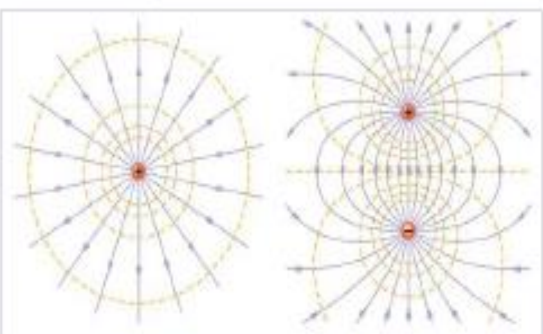
Es decir que depende únicamente de las **posiciones inicial** y **final** del objeto.



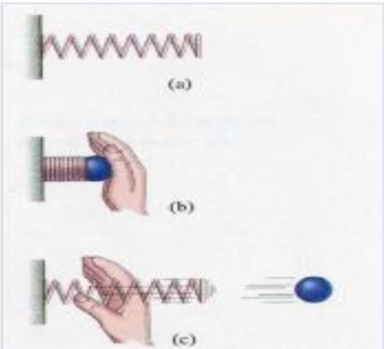
# Fuerzas conservativas

- Las fuerzas eléctricas, gravitatorias y elásticas son ejemplos de **fuerzas conservativas**.
- Para una fuerza conservativa, es posible definir en cada punto del espacio una magnitud (escalar) **U**, denominada energía potencial, tal que el trabajo efectuado por la fuerza al desplazar un objeto desde el punto A al punto B es:

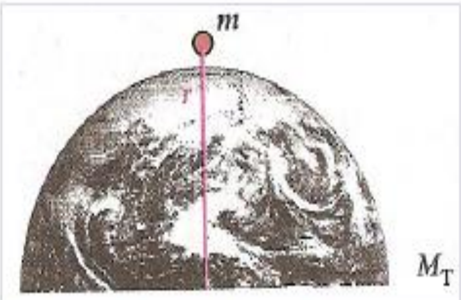
$$W_{AB} = U_A - U_B$$



Energía potencial eléctrica



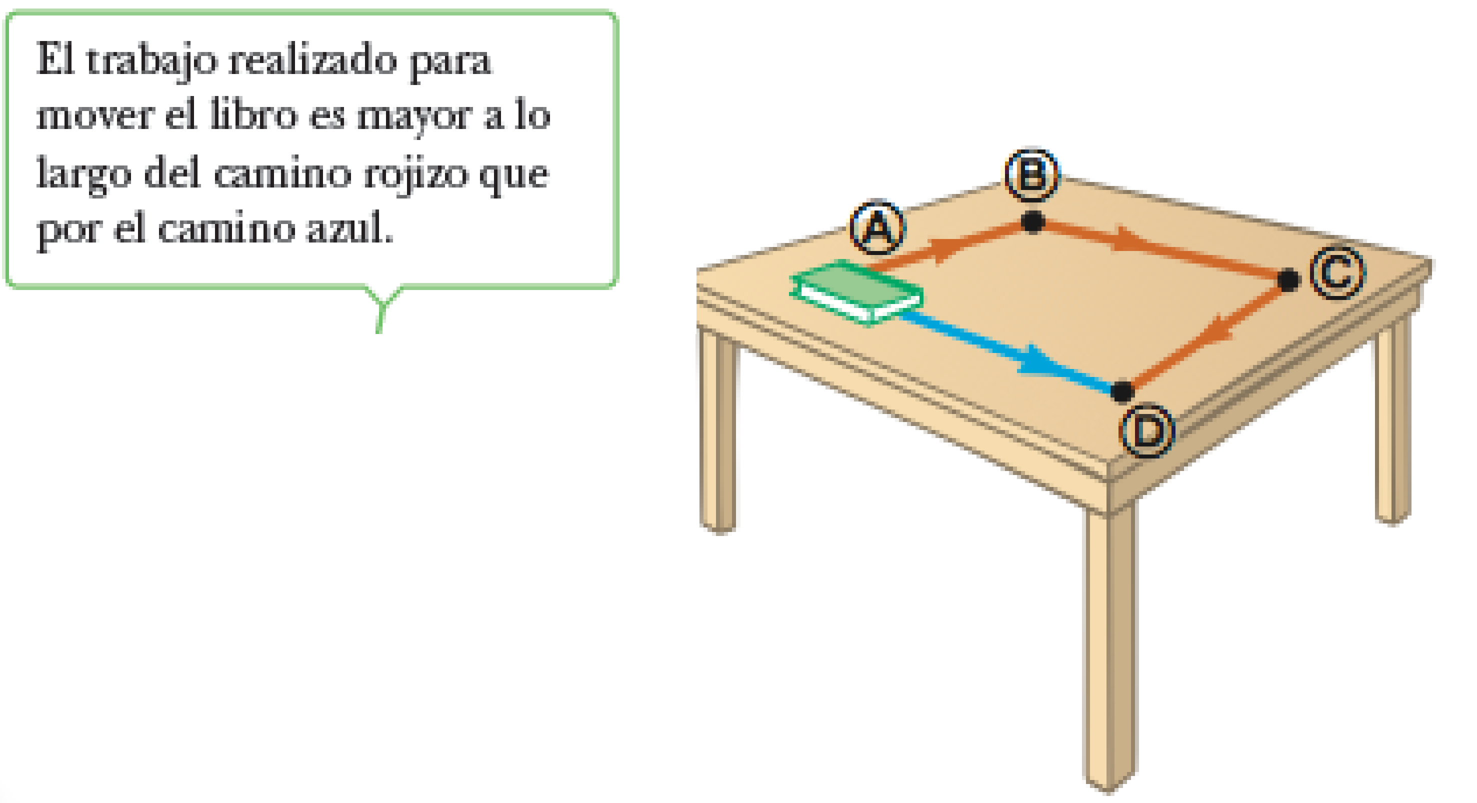

Energía potencial elástica




Energía Potencial Gravitatoria

# Fuerzas no conservativas

En el caso de que la **fricción** esté presente, el trabajo realizado **no depende** sólo de la posición inicial y final, sino también del camino que recorrió.
Las fuerzas de este tipo se llaman **fuerzas no conservativas**.



# Conservación de la energía Mecánica

La idea de fuerza conservativa nos permite extender la conservación de la energía al caso especial de conservación de Energía mecánica.

La **Energía Mecánica** de un objeto es la suma de sus **energías cinética y potencial:**

$$\boxed{E = K + U}$$

*Energía Mecánica total*

*Energía cinética*

*Energía potencial*

# Conservación de la energía Mecánica

**Principio de Conservación de la Energía Mecánica:**

Si sólo actúan fuerzas conservativas sobre un sistema, entonces la energía mecánica del sistema se conserva, es decir:

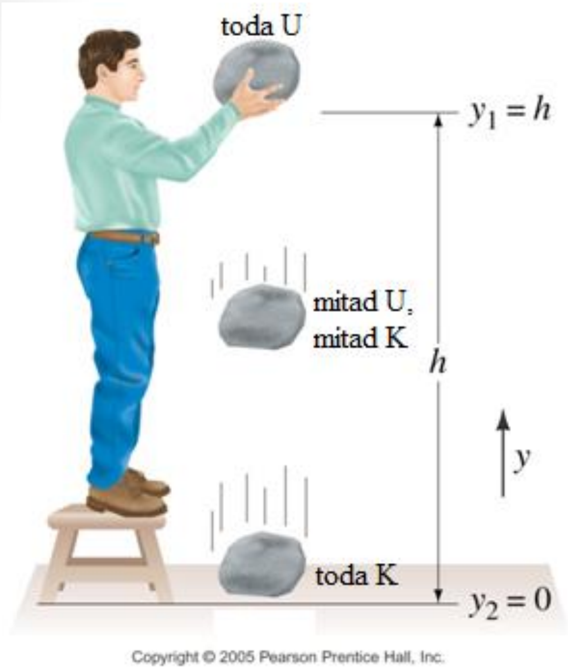
$$E_0 = E \quad \Rightarrow \quad K_0 + U_0 = K + U$$

Cuando la fuerzas aplicadas son conservativas, la energía mecánica permanece constante.

**Simulación**

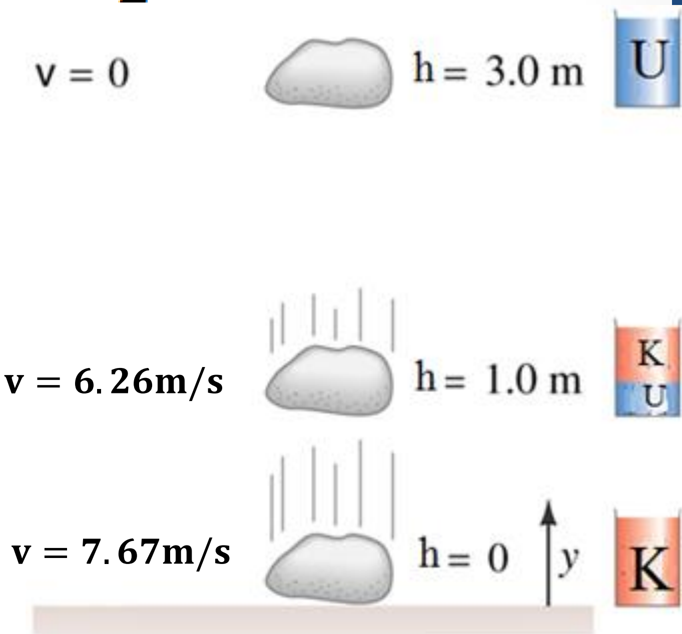
https://phet.colorado.edu/sims/html/energy-skate-park-basics/latest/energy-skate-park-basics_es.html

# Conservación de la energía Mecánica




En el caso de la figura la energía mecánica total (para cualquier instante) es:

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$




$$E_0 = mgh + 0 = 1kg * 9.8m/s^2 * 3.0m$$

$$E_0 = \boxed{29.4\,J}$$

$$E_{1m} = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_{1m} = 1kg * 9.8m/s^2 * 1.0m + \frac{1}{2} * 1kg * (6.26m/s)^2$$

$$E_{1m} = 9.8J + 19.6J = \boxed{29.4J}$$

Las barras de energía muestran como va variando de energía Potencial a energía Cinética.

# Trabajo de Fuerzas No Conservativas

Consideremos el caso en que actúan **fuerzas no conservativas** sobre un sistema.

El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es igual al cambio de la energía mecánica.

$$\boxed{W_{NC} = \Delta E = \Delta K + \Delta U}$$

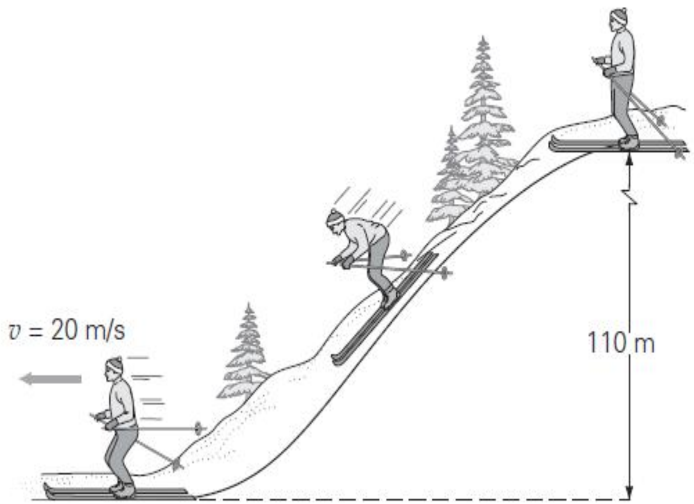
$$W_{NC} = (K_f - K_i) + (U_f - U_i)$$

$W_{NC} = 0$ $\Rightarrow$ La Energía se conserva

$W_{NC} < 0$ $\Rightarrow$ El sistema pierde energía

$W_{NC} > 0$ $\Rightarrow$ El sistema gana energía

# Trabajo de Fuerzas No Conservativas




Un esquiador con una masa de 80 kg parte del reposo en la cima de una pendiente y baja esquiando desde una altura de 110 m. La velocidad del esquiador en la base de la pendiente es de 20 m/s.

a) Demuestre que el sistema no es conservativo.

b) ¿Cuánto trabajo efectúa la fuerza no conservativa de la fricción?

a) Si el sistema **es no conservativo**, entonces la **energía mecánica no se conserva**, por lo tanto su energía mecánica inicial es diferente de la energía mecánica final ( $E_i \neq E_f$), y es posible calcular estas cantidades.

b) No podemos calcular el trabajo de la fuerza de fricción a partir de consideraciones de fuerza-distancia, pero el trabajo de la fuerza de fricción no conservativa, $W_{nc}$ , es igual a la diferencia de energías totales.

# Trabajo de Fuerzas No Conservativas

**Datos:**
**m=80 kg**
$\boldsymbol{v_i=0}$
$\boldsymbol{v_f=20\,m/s}$
$\boldsymbol{y_i=110\ m}$
$\boldsymbol{y_f=0\ m}$

a) Demostrar que la energía mecánica *(E)* no se conserva.

*Energía mecánica inicial*

$$E_i = K_i + U_i = \frac{1}{2}m{v_i}^2 + mgy_i = 0 + (80kg)(9.8m/s^2)(110m)$$

$$E_i = 86240J$$

*Energía mecánica final*

$$E_f = K_f + U_f = \frac{1}{2}m{v_f}^2 + mgy_f = \frac{1}{2}(80\,kg)(20m/s)^2 + 0$$

$$E_f = 16000J$$

$$\boxed{E_i \neq E_f}$$

La energía mecánica no se conserva

b) El trabajo efectuado por la fuerza de fricción, que no es conservativa, es igual al cambio de energía mecánica.

$$\boxed{W_{nc} = E_f - E_i = 16000J - 86240J = -70240J}$$

*¿A donde se fue esa energía?*

**Simulación**

https://phet.colorado.edu/sims/html/energy-skate-park-basics/latest/energy-skate-park-basics_es.html

# Potencia

**Potencia** es la **rapidez** con la cual se realiza trabajo.

La potencia media es el trabajo realizado dividido el tiempo que tomo realizarlo, es decir, el trabajo por unidad de tiempo:

$$\bar{P} = \frac{Trabajo}{tiempo} = \frac{W}{\Delta t}$$

Unidad SI de potencia: J/s o watt (W)

1 Hp = 746 W

**Nota:** en la época de Watt, las máquinas de vapor estaban sustituyendo a los caballos que trabajaban en las minas y molinos.
Para caracterizar el desempeño de su nueva máquina, que era más eficiente que las existentes, Watt usó como unidad la tasa media con que un caballo podía efectuar trabajo: un caballo de fuerza.

- La potencia media puede escribirse en términos de la fuerza y de la velocidad media.

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \frac{\overrightarrow{\Delta d}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

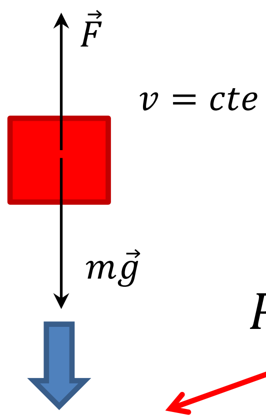
# Potencia

**Ejemplo:**

Una grúa como la de la figura levanta una carga de 1 tonelada métrica una distancia vertical de 25 m en 9s con velocidad constante. ¿Cuánto trabajo útil efectúa la grúa cada segundo?

**Datos:**
$m$=1 ton métrica
$m$= 1*1000 kg
$y_i$=0 m
$y_f$=25 m
$t_i$=0s
$t_f$=9s

El **trabajo útil** efectuado cada segundo (es decir, por segundo) es la **potencia generada**, y es la cantidad que debemos obtener.




$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{Fd}{\Delta t} = \frac{mgd}{t_f - ti} = \frac{1000kg(9.8m/s^2)(25m)}{9s}$$

$$\sum F_y = F - mg = 0$$

$$F = mg$$

$$\boxed{P = 27222\ W = 27.2 \times 10^3 W = 27.2\ kW}$$

# Resumen

- ✓ Trabajo. $\boxed{W = \vec{F} \cdot \vec{d}}$
- ✓ Energía Cinética. $\boxed{K = \frac{1}{2} m v^2}$
- ✓ Energía Potencial gravitatoria. $\boxed{U = mgh}$
- ✓ El trabajo neto hecho sobre un objeto es igual al cambio en la energía cinética. $\boxed{W_{neto} = \Delta K}$
- ✓ Si sólo actúan fuerzas conservativas, entonces la energía mecánica total se conserva. $\boxed{E = K + U = constante}$
- ✓ Si actúan fuerzas no conservativas. $\boxed{W_{NC} = \Delta E = \Delta K + \Delta U}$
- ✓ Potencia es la rapidez con que se efectúa trabajo. $\boxed{\bar{P} = \frac{W}{\Delta t}}$