TRABAJO PRÁCTICO Nº 1: Ejercicios Resueltos

Ejercicio Nº 1: Determine si los siguientes enunciados son funciones proposicionales, proposiciones o nada. En el caso de ser proposiciones, indique el valor de verdad de cada una de ellas:

a) Todo número par es divisible por 2.

Es una proposición porque es una oración declarativa que se puede decir su valor de verdad. En este caso es VERDADERO.

e) x e y son impares.

No es una proposición ya que no conocemos los valores de ***x*** e ***y*** para poder determinar su valor de verdad. Es una función proposicional, pues asignando valores a ***x*** e ***y*** se puede determinar el valor de verdad.

g) 5 + 7 – 8

No es ni proposición ni función proposicional.

Ejercicio Nº 2: Confeccione tablas de verdad para verificar si las siguientes proposiciones son tautologías o no:

b) $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

$\sim$	(p	$\vee$	q)	$\Leftrightarrow$	(~p	$\wedge$	~q)
F	V	V	V	**V**	F	F	F
F	V	V	F	**V**	F	F	V
F	F	V	V	**V**	V	F	F
V	F	F	F	**V**	V	V	V

Es una TAUTOLOGÍA porque resulta verdadera para cualquier interpretación.

Ejercicio Nº 3: i) Determine, en cada caso, si la información que se da es suficiente para conocer el valor de verdad de las siguientes proposiciones compuestas. Justifique.

c) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee r)$; **p es V y r es F**

Analizando el consecuente de la implicación, como p es verdadero y r es Falso la disyunción entre ellos siempre será Verdadero.

Analizando el antecedente, la conjunción entre p y q dependerá del valor de verdad de q:

- Si V(q) = Verdadero, la conjunción será verdadera, el antecedente será verdadero y la implicación será verdadera (porque el consecuente es verdadero)
- Si V(q) = Falso, la conjunción será falsa, el antecedente será falso y la implicación será verdadera.

Por lo tanto, sabiendo que **p es V y r es F** podemos asegurar que la proposición compuesta **$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee r)$** será verdadera.

<u>Ejercicio Nº 4</u>: Exprese en forma simbólica las siguientes proposiciones, utilizando de ser necesario, el cuantificador apropiado:

a) Existen enteros tales que $x^2 - 1 = 0$.

$$\exists\ x \in Z /\ x^2 - 1 = 0$$

<u>Ejercicio Nº 5</u>: Niegue las siguientes proposiciones cuantificadas:

b) $\exists y,\ \forall x\ :\ xy \leq 2$

$\sim[\exists y, \quad \forall x\ :\ xy \leq 2]$

$\forall y, \quad \exists x /\ xy > 2$

<u>Ejercicio Nº 6</u>: Para cada caso, identifique si es el conjunto está escrito por comprensión o por extensión. Luego, escriba el conjunto por extensión o por extensión de manera tal de tener escrito de las dos maneras:

Solución para el conjunto B:

$B = \{ n \in \{0 , 1, 2 , 3 , 4\} / n^2 + n^3 \}$ Es un conjunto definido por comprensión. Se da la característica que cumplen todos sus elementos.

Por extensión: $B = \{ 0 , 2 , 12 , 36 , 80\}$
Los elementos se obtienen reemplazando n en: $\mathrm{n}^2 + \mathrm{n}^3$, por cada uno de los valores que puede tomar n.

<u>Ejercicio Nº 7</u>: Dado el conjunto A = {a , b , c } Determine P (A) y dé el valor de verdad de las siguientes proposiciones

P (A) representa el llamado “Conjunto de partes del conjunto A”. Se llama conjunto de partes de un conjunto a otro conjunto cuyos elementos son todos los subconjuntos de dicho conjunto. La cantidad de elementos del conjunto (o cardinal del conjunto) de partes asociado a un conjunto dado se calcula haciendo 2^n, donde n es el cardinal del conjunto de partida.

Entonces si A = {a , b , c }, el cardinal de A es $|A| = 3$, $|P(A)| = 2^3 = 8$, es decir, tiene 8 elementos. El conjunto de partes de A es otro conjunto que tiene

$$\boldsymbol{P(A)} = \{\emptyset, \{\boldsymbol{a}\}, \{\boldsymbol{b}\}, \{\boldsymbol{c}\}, \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}\}, \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{c}\}, \{\boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}, \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}\}$$

$\in$: la relación de pertenencia es una relación elemento – conjunto

$\subset$: la relación de inclusión es una relación conjunto - conjunto.

La relación de inclusión puede ser amplia ($\subseteq$) o estricta ($\subset$).

Nota: algunos autores consideran la inclusión en forma amplia y utilizan el símbolo $\subset$ para denotarla.

Un conjunto está incluido ampliamente en otro cuando todos los elementos del conjunto incluido, también son elementos del conjunto incluyente.

En símbolos: $A \subseteq \mathrm{B} \leftrightarrow \forall \mathrm{x}: \mathrm{x} \in \mathrm{A} \rightarrow \mathrm{x} \in \mathrm{B}$

Un conjunto está incluido estrictamente en otro cuando todos los elementos del conjunto incluido, también son elementos del conjunto incluyente, pero existen elementos en el conjunto incluyente que no pertenecen al conjunto incluido.

En símbolos: $A \subset \mathrm{B} \leftrightarrow (\forall \mathrm{x}: \mathrm{x} \in \mathrm{A} \rightarrow \mathrm{x} \in \mathrm{B}) \wedge (\exists x / x \in B \wedge \mathrm{x} \notin \mathrm{A})$

a) $\phi \subset$ A Verdadero. El conjunto vacío está incluido en todo conjunto.

c) $\phi \in$ P (A) Verdadero. Si bien el conjunto vacío es un conjunto (valga la redundancia), en este caso particular, es un elemento del conjunto de partes de A.

d) A $\subset$ A Falso, A = A. No se verifica la inclusión estricta. Lo verdadero es: A $\subseteq$ A

<u>Ejercicio Nº 8</u>: Siendo el referencial E = {1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10} y los conjuntos A = {1 , 2 , 3 , 4 , 5} y B = {2 , 4 , 6 , 8 , 10}

Calcule: i) A $\cap$ B ii) A $\cup$ B iii) A´ iv) B – A v) A – B vi) A Δ B

Soluciones

iv) B – A

La diferencia entre dos conjuntos es otro conjunto formado por todos los elementos del primer conjunto que no pertenecen al segundo: B – A = { 6 , 8 , 10}

vi) A Δ B

La diferencia simétrica entre dos conjuntos es otro conjunto formado por no comunes de ambos conjuntos. A Δ B = {1 , 3 , 5 , 6 , 8 , 10}

<u>Ejercicio Nº 10</u>: Si A = [0, 3] , B = [2 , 7[, C =]-3 , 1], D =]-1 , 1[y U = **R**, determine:

a) $(A \cup B) \cap C$ b) $C' \cup D'$ c) $(C \cap D)'$ d) $(A \cup B) - C$ f) $A \Delta B$

e) $A - D$

Soluciones:

a) $(A \cup B) \cap C$

Comenzamos por la unión: La unión de dos conjuntos es otro conjunto formado por los elementos comunes y no comunes de los conjuntos dados. En este caso es la unión entre los intervalos correspondientes a A y B: $A \cup B$ = [0, 3] $\cup$ [2 , 7[= [0, 7[

Continuamos con la intersección entre los intervalos [0, 7[y]-3 , 1]. La intersección de dos conjuntos es otro conjunto formado por los elementos comunes de los conjuntos dados. Entonces los elementos comunes a estos intervalos son: [0, 1]

Por lo tanto, $(A \cup B) \cap C$ = [0, 1]

b) $C' \cup D'$

Iniciamos encontrando los complementos a los conjuntos C y D.

El complemento de un conjunto es el conjunto formado por todos los elementos del conjunto referencial que no pertenecen a ese conjunto. En este caso el referencial es el conjunto de los números reales, el complemento del conjunto C es:

C´ =]- ∞, -3] $\cup$]1, +∞[

De la misma manera obtenemos el complemento del conjunto D.

D´ =]- ∞, -1] $\cup$ [1, +∞[

Luego, consideramos la unión de los complementos, es decir la unión de los intervalos:

$C' \cup D'$ =]- ∞, -3] $\cup$]1, +∞[$\cup$]- ∞, -1] $\cup$ [1, +∞[

$C' \cup D'$ =]- ∞, -1] $\cup$ [1, +∞[

c) $(C \cap D)'$

Primero se considera la intersección entre los conjuntos C y D:

$C \cap D$ =]-3 , 1] $\cap$]-1 , 1[

$C \cap D$ =] -1 , 1 [

Luego, encontramos el complemento de la intersección que serán todos aquellos números reales que no estén incluidos en el intervalo]-1, 1[:

$(C \cap D)'$ =]- ∞ , -1] $\cup$ [1 , + ∞]