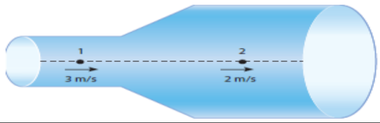
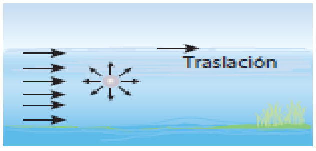
DINÁMICA DE FLUIDOS – HIDRODINÁMICA

La dinámica de fluidos o hidrodinámica estudia los fluidos en movimiento. Como ejemplos cotidianos tenemos al agua en movimiento en canales y ríos, petróleos en oleoductos, el gas que utilizamos para cocinar que va desde la garrafa a la hornalla a través de una sección de manguera, a los árboles meciéndose con el viento.
Para iniciar su estudio haremos algunas simplificaciones, comenzando por definir qué es un Fluido Ideal.

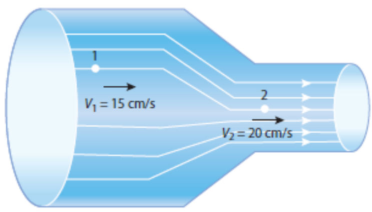
<table>
<tr><td colspan="2">Un Fluido Ideal es aquel que cumple con las siguientes condiciones:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Es un fluido no viscoso. La viscosidad en un fluido ideal es cero de manera que fluye libremente (sin rozamiento interno) sin que haya disipación de energía.</td></tr>
<tr><td>Es un fluido con flujo estable o estacionario. Implica que la velocidad de sus partículas en cualquier instante es constante a través del tiempo para una determinada sección de recipiente considerada.</td><td>Una partícula que pase por el punto 1 tendrá una velocidad de 3 m/s, cualquier otra partícula que pase por el punto 1 tendrá una v=3 m/s.

</td></tr>
<tr><td colspan="2">Es un fluido es incompresible. Los líquidos son altamente incompresibles por lo que podemos considerar a su densidad casi constante, entonces, podemos decir entonces que la densidad es casi independiente de la temperatura y presión. En cambio los gases son muy compresibles pero pueden considerarse incompresibles en ciertas situaciones donde la densidad de un gas que fluye es casi constante.</td></tr>
<tr><td>Es un fluido irrotacional. Un fluido que pasa por una rueda de aspas no la hace girar, sólo le provoca movimiento de traslación.</td><td>

En un fluido ideal la velocidad de las partículas es constante. No hay rotación, solo traslación.</td></tr>
</table>

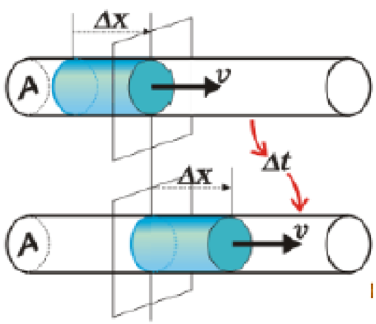
FLUJO Y LÍNEAS DE FLUJO

El movimiento continuo de fluidos por canales o por una tubería recibe el nombre de flujo.

- ***Flujo estacionario***: lo tiene aquel fluido que se mueve de manera tal que en cualquier punto fijo la velocidad, densidad y presión son constantes.
- ***Flujo uniforme***: se presenta en un fluido en movimiento cuando la velocidad, densidad y presión, además de ser invariables, son iguales en todos los puntos. El flujo es estacionario y uniforme.



LÍNEA DE CORRIENTE: es la trayectoria que describe un elemento de fluido en movimiento.
Estas nos dan una idea de la velocidad del fluido, al estar más próximas las líneas indican mayor velocidad. Estas líneas nunca se cruzan.
La ***magnitud de la velocidad*** de un elemento está dada por el cociente entre la distancia recorrida por dicho elemente por unidad de tiempo. Su dirección estará dada por la línea tangente a la línea de flujo en dicho punto. $|v| = \frac{\Delta x}{\Delta t}$



CAUDAL O GASTO: es el volumen de líquido que circula por unidad de tiempo a través de su sección transversal. $G = \frac{V}{t}$

Donde G es el gasto o caudal; V: volumen del líquido; t: el tiempo en que tarda en fluir el líquido. Su unidad en S.I. es $\mathbf{m^3/s}$. En la vida cotidiana se utiliza litro/min, pie^3/s, cm^3/s.

El aumento de velocidad en un fluido en una tubería incrementará el gasto, lo mismo sucederá si se aumenta el área de la sección transversal de la tubería.
El volumen de un fluido viene dado por: $V = A \cdot \Delta x$

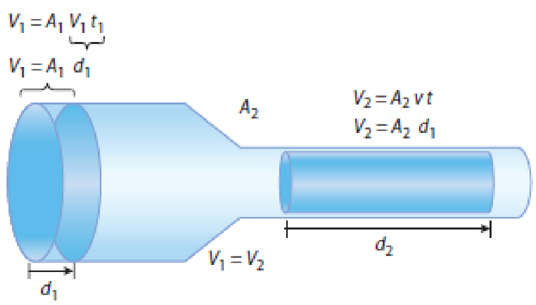
El caudal dijimos que se representaba por: $Q = \frac{V}{\Delta t}$

Entonces: $Q = \frac{A \cdot \Delta x}{\Delta t} = A \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t}$

El caudal será igual al producto del área de la sección transversal por la velocidad del fluido, $Q = A \cdot v$

Si te interesa ver más, visita: https://www.youtube.com/watch?v=UlexshvWswM

PRINCIPIO DE CONTINUIDAD



Si no hay pérdidas de fluido dentro de un tubo uniforme, la masa de fluido que entra en una sección del tubo en un tiempo corto Δt es igual a la masa que sale del tubo en el mismo intervalo de tiempo.

$V_1 = V_2$

Volumen de fluido entrante = Volumen de fluido saliente

Conociendo las distintas variables, velocidades de entrada y salida, áreas transversales y sabiendo que el tiempo en que se midió el volumen V_1 es el mismo que se midió en V_2 (por definición de caudal), la ecuación anterior se convierte en:

$A_1 \cdot v_1 \cdot t = A_2 \cdot v_2 \cdot t$

$\boldsymbol{A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2}$ ⟵ **ECUACIÓN DE CONTINUIDAD**

La ecuación de continuidad es una expresión que representa la *conservación de la masa* ya que los volúmenes entrantes y salientes son iguales, por ende, *las masas de un fluido entrante y saliente deben ser iguales.*
En consecuencia, el fluido será más lento en secciones transversales más grandes y su velocidad aumentará en secciones de área transversal más pequeña.

Si te interesa ver más, visita: https://www.youtube.com/watch?v=M2v2MTKYx7g

Problema ejemplo:

Como parte de un sistema de lubricación para maquinaria pesada, un aceite con densidad de 850 kg/m3 se bombea a través de un tubo cilíndrico de 8.0 cm de diámetro a razón de 9.5 litros por segundo.
a) Calcule la rapidez del aceite y la tasa de flujo de masa.
b) Si el diámetro del tubo se reduce a 4.0 cm, ¿qué nuevos valores tendrán la rapidez y la tasa de flujo de volumen? Suponga que el aceite es incompresible.

- Como suponemos que el fluido es incompresible podemos aplicar la ecuación de continuidad para relacionar la tasa de flujo de masa, la tasa de flujo de volumen, el área del tubo del flujo y la rapidez del flujo.

a) La tasa de flujo de volumen (cantidad de volumen por unidad de tiempo) es $dV/dt = A_1 . v_1$, donde A_1 es el área de la sección transversal del tubo de 8.0 cm de diámetro. Por lo tanto:

$$v_1 = \frac{dV/dt}{A_1} = \frac{\left(9.5\frac{L}{s}\right)\left(10^{-3}\frac{m^3}{L}\right)}{\pi(4.0x10^{-2}m)^2} = 1.9\, m/s$$

Sabiendo que $\rho = \frac{m}{V}$

La tasa de flujo de masa $\rho \cdot \frac{dV}{dt} = \left(850\frac{Kg}{m^3}\right)\left(9.5x10^{-3}\frac{m^3}{s}\right) = 8.1\, kg/s$

b) Como el aceite es incomprensible, la tasa de volumen entrante es igual a la saliente, o sea, 9.5 L/s en ambas secciones del tubo.

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi(4.0x10^{-2}m)^2}{A_2(2.0x10^{-2}m)^2}\left(1.9\frac{m}{s}\right) = 7.6 m/s$$

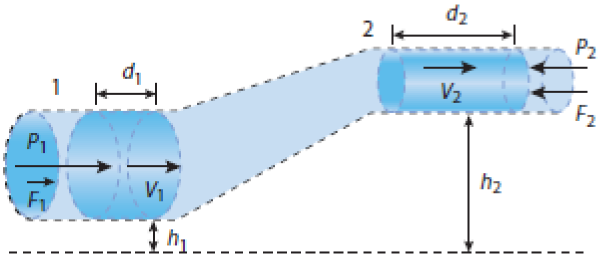
Análisis de la situación: como la segunda sección del tubo tiene la mitad del diámetro y la cuarta parte del área transversal, la rapidez es 4 veces mayor en la segunda sección, es decir $v_2 = 4v_1$.

ECUACIÓN DE BERNOULLI

Las variables para describir el movimiento de un fluido son la velocidad, densidad y presión. Estas se relacionan mediante la **Ecuación de Bernoulli**.

Está ecuación representa al *principio de conservación de la energía para los fluidos.*

Se tiene un fluido que circula por una tubería donde varían la altura y la sección transversal. El **teorema trabajo-energía** establece que *el trabajo necesario para mover cierto volumen del fluido a través del tubo debe ser igual a la suma de los cambios de energía cinética y potencial del fluido.*



Entonces, hallando el trabajo que se necesita para mover el fluido desde el punto 1 hacia el punto 2 (ver figura). El fluido tendrá dos presiones: una presión P_1 que avanza hacia la derecha impulsando el fluido y P_2 que la obstaculiza.

El trabajo neto realizado por el fluido será igual a la fuerza de entrada debido a la presión P_1 y el trabajo negativo ejercido por P_2.

$$W_{NETO} = F_1 d_1 - F_2 d_2$$

Como la definición de presión es P = F/A podemos hallar las fuerzas. Estas serán:

$F_1 = P_1 \cdot A_1$ y $F_2 = P_2 \cdot A_2$ reemplazando en la ecuación de trabajo nos queda:

$$W_{NETO} = P_1 \cdot A_1 \cdot d_1 - P_2 \cdot A_2 \cdot d_2 \qquad \textbf{(2)}$$

Como el producto del área por la distancia es igual al volumen, tenemos:

$$W_{NETO} = P_1 \cdot V_1 - P_2 \cdot V_2 \qquad \textbf{(3)}$$

Por ecuación de continuidad el volumen es el mismo para ambas secciones:

$$W_{NETO} = (P_1 - P_2)V \qquad \textbf{(4)}$$

Este trabajo provocará un cambio en la energía cinética porque las velocidades en las diferentes secciones no serán las mismas. Pero la masa de entrada es la misma que la masa de salida. De esta relación tenemos:

$$\Delta E_K = \frac{1}{2}mv_2{}^2 - \frac{1}{2}mv_1{}^2 \qquad \textbf{(5)}$$

Esto implica que

El cambio de energía cinética del fluido	=	Energía cinética del fluido de salida	=	Energía cinética del fluido de entrada

Este trabajo también produce un cambio en la energía potencial del fluido al ascender del punto 1 al punto 2.

$$\Delta E_P = mgh_2 - mgh_1 \qquad \textbf{(6)}$$

Cambio de energía potencial del fluido	=	Energía potencial del fluido de salida	=	Energía potencial del fluido de entrada

$$\text{En definitiva: } W_{NETO} = \Delta E_K + \Delta E_P \qquad \textbf{(7)}$$

Si tomamos la ecuación (7) y reemplazamos los valores de Trabajo Neto por la ecuación (4) y las energías cinética y potencial por las ecuaciones (5) y (6), nos queda:

$$(P_1 - P_2)V = \left(\tfrac{1}{2}m{v_2}^2 - \tfrac{1}{2}m{v_1}^2\right) + mgh_2 - mgh_1 \qquad \textbf{(8)}$$

Reordenando esta ecuación separando valores inciales y finales:

$$P_1 \cdot V_1 + \frac{1}{2}m{v_1}^2 + mgh_1 = P_2 \cdot V_2 + \frac{1}{2}m{v_2}^2 + mgh_2 \qquad \textbf{(9)}$$

Reemplazando el valor del volumen por la densidad, resulta:

$$P_1\frac{m}{\rho} + \frac{1}{2}m{v_1}^2 + mgh_1 = P_2\frac{m}{\rho} + \frac{1}{2}m{v_2}^2 + mgh_2 \qquad \textbf{(10)}$$

Multiplicando cada término por ρ/m obtenemos otra forma de presentar a la ecuación de Bernoulli:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho{v_1}^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho{v_2}^2 + \rho gh_2 \qquad \textbf{(11)}$$

Los subíndices 1 y 2 se refieren a dos puntos cualesquiera, por ende, la ecuación de Bernoulli puede establecerse como:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = constante \qquad \textbf{(12)}$$

Donde P: trabajo realizado por unidad de volumen; ρgh: energía potencial por unidad de volumen; $\frac{1}{2}\rho v^2$: energía cinética por unidad de volumen.

Si te interesa ver más, visita: https://www.youtube.com/watch?v=fWFvtrndCFk

EFECTO VENTURI

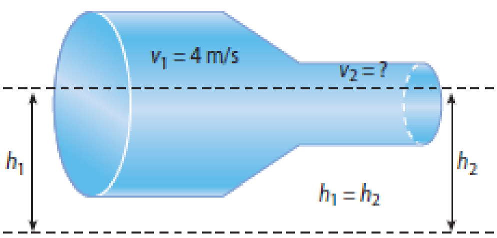
De la ecuación (10) si el tubo no tiene diferencia de altura la ecuación se reduce a:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho{v_1}^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho{v_2}^2 \qquad \textbf{(13)}$$

El ***efecto Venturi*** nos dice que *si la velocidad de un fluido aumenta en su trayectoria, la presión del fluido deberá disminuir y viceversa.*

Problema ejemplo:

Una tubería horizontal de 0.03 m² de área en su sección 1 tiene un estrechamiento en la sección 2, con un área de 0.01 m². La velocidad del agua en la sección 1 es de 4 m/s a una presión de 4x10⁵ Pa. Determine la velocidad v_2 y la presión P_2 en el estrechamiento.



Datos:

$A_1 = 0.03m2$

$A_2 = 0.04$ m2

Para conocer v_2 aplicamos la ecuación de continuidad:

$$v_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2} = \frac{0.03m^2(4\frac{m}{s})}{0.01\ m^2} = 12\ m/s$$

v_1= 4 m/s

v_2= ¿ ?

P_1= 4x10^5 Pa

P_2= ¿ ?

ρ= 1000 kg/m^3 (agua)

Para determinar P_2 se emplea la ecuación de Bernoulli:

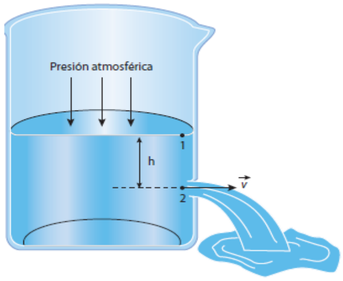
$$P_2 = \frac{1}{2}\left(1000\,\frac{kg}{m^3}\right)\left(4^2\,\frac{m^2}{s^2} - 12^2\,\frac{m^2}{s^2}\right) + 4\text{x}10^5\,\text{Pa}$$

$$P_2 = 336000\ Pa$$

Si te interesa ver más, visita: https://www.youtube.com/watch?v=vPtFm26ceeU

PRINCIPIO DE TORRICELLI

La velocidad de salida de un líquido a través de un orificio en un recipiente se determina aplicando la ecuación de Bernoulli. El **principio de Torricelli** postula que *la velocidad del líquido que pasa por un orificio de un tanque abierto es igual a la adquirida por un cuerpo que cae libremente, partiendo del reposo y de la misma altura h.*



Supongamos que tenemos un tanque de agua muy grande y abierto a la presión atmosférica con un orificio pequeño a la profundidad h. Tomando como referencia el plano que pasa por la superficie superior, la boca del tanque, sabemos que:

En el punto 1: la profundidad h es la distancia que hay desde la superficie libre del líquido al plano horizontal que pasa por el orificio (1, superficie superior). En la boca del tanque, tenemos presión atmosférica (P_{atm}), y la distancia es h=0.

En el punto 2: también tenemos presión atmosférica (P_{atm}); la velocidad es prácticamente nula debido a que el nivel del líquido baja muy lentamente.

Aplicando la ecuación de Bernoulli, como h_1= 0, P_1=P_2=P_{atm} y v_2= 0, tenemos:

$$P_{atm} + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g(0) = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho(0)^2 + \rho g h_2$$

$$\frac{1}{2}\rho v^2 = \rho g h_2$$

Despejando la velocidad obtenemos:

$$v = \sqrt{2gh}$$

La velocidad del líquido que pasa por un orificio de un tanque abierto es igual a la adquirida por un cuerpo que cae libremente, partiendo del reposo y de la misma altura h.

Problema ejemplo:

Un tanque abierto tiene un orificio de 1.5 cm de radio que se encuentra a 5.0 m por debajo del nivel del agua contenida en el recipiente, ¿con qué valor de velocidad saldrá el agua del orificio?

Datos:

r=1.5 cm

h= 5 m

g= 9,8 m/s^2

Sustituimos los datos en la ecuación del Ppio. de Torricelli:

$$v = \sqrt{2\left(9.8\frac{m}{s^2}\right)(5\ m)} = 9.89\ m/s$$

La velocidad de salida será de: 9.89 m/s

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA:

- Gutiérrez, Aranzeta C., *Física General,* 2009.
- Young H., Freeman R. Sears Zemansky – *Física Universitaria Vol. I.* 12 ed. 2009.
- Videos de www.youtube.com