

**TRABAJO PRÁCTICO Nº 9:****TEOREMAS DE FUNCIONES DERIVABLES – REGLA DE L'HOSPITAL**

1. a) La función $f(x) = 1 - x$ ¿satisface las condiciones del teorema de Rolle en el intervalo $[-1, 1]$?
 b) ¿Es aplicable el teorema de Rolle a la función $f(x) = |x - 1|$ en el intervalo $[0, 2]$?
 c) Estudiar si la función $f(x) = x - x^3$ satisface las condiciones del teorema de Rolle en el intervalo $[-1, 0]$ en caso afirmativo determinar los valores de c . ¿y en $[0, 1]$.?
2. Teorema del Valor Medio (del cálculo diferencial)
 a) ¿Se puede aplicar el teorema del valor medio a $f(x) = 4x^2 - 5x + 1$ en $[0, 2]$?
 b) ¿Se puede aplicar el teorema del valor medio a $f(x) = 1/x^2$ en $[0, 2]$?
 c) Determinar a y b para que la función f cumpla con las condiciones del teorema del valor medio en el intervalo $[2;6]$.

$$f(x) = \begin{cases} ax - 3 & x < 4 \\ -x^2 + 10x - b & x \geq 4 \end{cases}$$

3. Aplicar la regla de L'Hospital para resolver los siguientes límites indeterminados:

a) Indeterminaciones 0/0:

a.1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$

a.2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$

a.3) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{1 + \cos(2x)}$

a.4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x + 7\sqrt{x}}$

a.5)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a(a+x)} - a}{x} \text{ con } a > 0$$

b) Indeterminaciones ∞/∞ :

b.1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2}{3x^2 + 5x}$

b.2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\tan x - x}{x^3}$

b.3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - e^x}{1 + 2e^x}$

b.4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin x)}{\ln(\tan x)}$

b.5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cot x}{\cot(5x)}$

c) Indeterminaciones 0. ∞ :

c.1) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} [(\tan x - 1) \sec(2x)]$

c.2) $\lim_{x \rightarrow \infty} [\ln(5x) (2x - \sin x)]$

c.3) $\lim_{x \rightarrow \infty} [x \cdot (\sqrt[x]{e} - 1)]$

d) Indeterminaciones $\infty - \infty$:

d.1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$

d.2) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{\ln(x-2)} \right)$

d.3) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \cot x \right)$

d.4) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left[\frac{1}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} - \tan x \right]$

e) Indeterminaciones $1^\infty, 0^0, \infty^0$:

e.1) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\tan x}$

e.2) $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$

e.3) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left[(1 + 2 \cos x)^{\left(\frac{1}{\cos x}\right)} \right]$

**Ejercicios Complementarios**

1. (i) Trace la gráfica de la función dada en el intervalo indicado. (ii) Compruebe las condiciones de la hipótesis del teorema de Rolle. (iii) de ser posible determine un punto por el cual pase una recta tangente horizontal.

a) $f(x) = \ln(5 - x^2)$ en $[-2, 2]$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x < 1 \\ 5x - 8 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ en $\left[-2, \frac{8}{5}\right]$

2. Determine si la función dada satisface las hipótesis del teorema del valor medio en el intervalo indicado. Si es así, encuentre todos los valores de c que satisfagan la conclusión del teorema.

$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ en $[-1, 2]$

(ii) $f(x) = x^{1/3} - x$ en $[-8, 1]$

3. Resolver los siguientes límites aplicando la Regla de L'Hospital.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{x - \frac{3}{2}\sin(2x)}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \sin x}{x \sin x}$

e)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln x}{x^2 + 2} \right)$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 5x^2 + 3x}{2x^3 - 11x}$

g) $\lim_{x \rightarrow \infty} [x(\pi - 2 \arctan(x^2))]$

h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \ln x}{x \ln x}$

i) $\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \cot x)$

j)

$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\left(\frac{1 + \tan x}{1 + \sin x} \right)^{\left(\frac{1}{\sin x} \right)} \right]$