TRABAJO PRÁCTICO Nº 6

Problemas de Posición y Magnitud

Posiciones entre Rectas

Consigna 1 a) *¿Cuál es la posición relativa entre las siguientes rectas?*

$$l_1: \frac{x-3}{4} = \frac{y}{10} = \frac{z-1}{-8} \quad \text{y} \quad l_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z}{-4}?$$

Solución

Dos rectas en el espacio pueden ser coplanares o alabeadas. Dos rectas coplanares pueden ser secantes, paralelas o coincidentes. Para analizar las mismas hay que tener en cuenta como son sus vectores directores.

- Analizando primeramente si son rectas paralelas se debe cumplir que sus vectores directores también lo sean:

$$l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow \vec{u} \parallel \vec{v}$$

$\boldsymbol{l_1}: \frac{\boldsymbol{x-3}}{\boldsymbol{4}} = \frac{\boldsymbol{y}}{\boldsymbol{10}} = \frac{\boldsymbol{z-1}}{\boldsymbol{-8}}$ Su vector director es $\vec{u}$ =(4, 10,-8)

$\boldsymbol{l_2}: \frac{\boldsymbol{x-1}}{\boldsymbol{2}} = \frac{\boldsymbol{y-3}}{\boldsymbol{5}} = \frac{\boldsymbol{z}}{\boldsymbol{-4}}$ Su vector director es $\vec{v}$ = (2, 5,-4)

Por condición de paralelismo de vectores

$$\text{Si} \quad \vec{u} \parallel \vec{v} \Leftrightarrow \frac{4}{2} = \frac{10}{5} = \frac{-8}{-4} \qquad \rightarrow 2 = 2 = 2$$

La condición se cumple por lo tanto $l_1 \parallel l_2 \Rightarrow l_1$ y l_2 son coplanares.

- Ya sabemos que son paralelas, pero, si nos preguntan cómo saber si son perpendiculares ¿qué debemos hacer? Realizar el producto escalar entre los vectores, si el resultado es cero, los vectores directores son perpendiculares, entonces las rectas son perpendiculares.

Consigna 1 b) *¿Cuál es la posición relativa entre las siguientes rectas?*

$$s_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+8}{-2} = \frac{z+6}{-11} \quad \text{y} \quad s_2: \frac{x+4}{5} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-3}{1}$$

Solución

- Analizando primeramente si son rectas paralelas se debe cumplir:

$$s_1 \parallel s_2 \Leftrightarrow \vec{n} \parallel \vec{m}$$

$s_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+8}{-2} = \frac{z+6}{-11}$ Su vector director es $\vec{n}$ =(1, -2,-11)

$s_2: \frac{x+4}{5} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-3}{1}$ Su vector director es $\vec{m}$ = (5, -3, 1)

Por condición de paralelismo de vectores

$$\text{Si} \quad \vec{n} \parallel \vec{m} \Leftrightarrow \frac{1}{5} \neq \frac{-2}{-3} \neq \frac{-11}{1}$$

No se cumple la igualdad por tanto $s_1 \nparallel s_2$

- Analizando si son rectas perpendiculares se debe cumplir que sus vectores directores deben ser perpendiculares:

$$s_1 \perp s_2 \Leftrightarrow \vec{n} \perp \vec{m} \quad \Leftrightarrow \vec{n} \,.\, \vec{m} = 0$$

$$\Leftrightarrow n_1 m_1 + n_2\, m_2 + n_3 m_3 = 0$$

$$1.5 + (-2).(-3) + (-11).1 = 5 + 6 - 11 = 0$$

Se cumple la condición de perpendicularidad por lo tanto $s_1 \perp s_2$.

Aclaración: si las rectas hubieran sido paralelas, estaría asegurada la coplanaridad, pero, en este caso, son rectas perpendiculares, esto no da información sobre si están o no en un mismo plano. Para ello se debe armar un vector con origen en una de las rectas y extremo en la otra recta, se hace el producto mixto entre éste vector y los vectores directores de las dos rectas, si el resultado da cero, las rectas son coplanares, si da distinto de cero, las rectas son alabeadas.

Consigna 2 *Dada la recta* $r_1: (x; y; z) = (0; -2; 3) + \lambda(-4; -6; 10)$. *Analizar cuál de las siguientes rectas, es paralela r₁ y cuál es perpendicular a ella. Luego, representarlas a todas en el mismo sistema de ejes coordenadas con GeoGebra*. $r_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-4}$ $\quad r_3: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-4}$ $\quad r_4: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + \frac{8}{3}t \\ z = 3t \end{cases}$

Solución

Para analizar la perpendicularidad o paralelismo entre las rectas dadas, es necesario analizar la posición de sus respectivos vectores directores:

- $r_1: (x; y; z) = (0; -2; 3) + \lambda(-4; -6; 10)$, su vector director será $\vec{v} = (-4; -6; 10)$
- $r_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-4}$, su vector director será $\vec{w} = (2,3,-4)$
- $r_3: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-4}$, su vector director será $\vec{n} = (-3,2,-4)$
- $r_4: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + \frac{8}{3}t \\ z = 3t \end{cases}$ su vector director será $\vec{m} = (2, \frac{8}{3}, 3)$

$r_1 \parallel r_2 \Leftrightarrow \vec{v} \parallel \vec{w}$ $\vec{v} \parallel \vec{w} \Leftrightarrow \frac{-4}{2} \neq \frac{-6}{3} \neq \frac{10}{-4}$ $\vec{v} \nparallel \vec{w}$	$r_1 \parallel r_3 \Leftrightarrow \vec{v} \parallel \vec{n}$ $\vec{v} \parallel \vec{n} \Leftrightarrow \frac{-4}{-3} \neq \frac{-6}{2} \neq \frac{10}{-4}$ $\vec{v} \nparallel \vec{n}$	$r_1 \parallel r_4 \Leftrightarrow \vec{v} \parallel \vec{m}$ $\vec{v} \parallel \vec{n} \Leftrightarrow \frac{-4}{2} \neq \frac{-6}{\frac{8}{3}} \neq \frac{10}{3}$ $\vec{v} \nparallel \vec{m}$

- $r_1 \perp r_2 \Leftrightarrow \vec{v} \perp \vec{w}$ si $\vec{v} \perp \vec{w} \Leftrightarrow (-4).2 + (-6).3 + 10.(-4) = 0$

$$(-8) + (-18) + (-40) \neq 0$$

- $r_1 \perp r_3 \Leftrightarrow \vec{v} \perp \vec{n}$ si $\vec{v} \perp \vec{n} \Leftrightarrow (-4).(-3) + (-6).2 + 10.(-4) = 0$

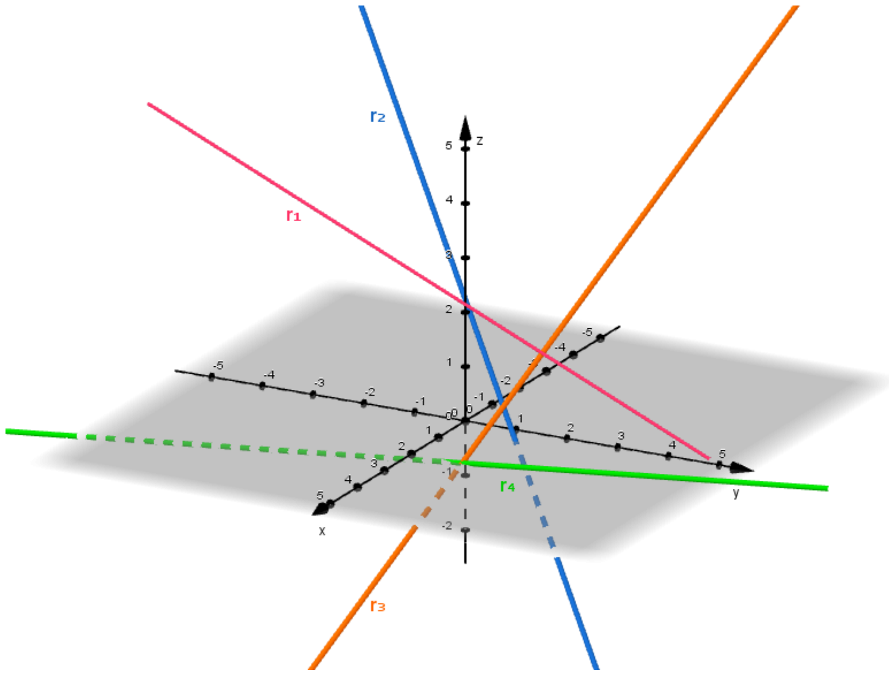
$$(12) + (-12) + (-40) \neq 0$$

- $r_1 \perp r_4 \Leftrightarrow \vec{v} \perp \vec{m}$ si $\vec{v} \perp \vec{m} \Leftrightarrow (-4).2 + (-6).\frac{8}{3} + 10.(3) = 0$

$$(-8) + (-16) + (30) \neq 0$$

Ninguna de las rectas dadas es perpendicular a r_1.

Las rectas dadas no son paralelas ni perpendiculares a r_1.



Consigna 3 *Analizar si las rectas:* $R_1: (x; y; z) = (0; -2; 3) + \lambda(-4; -6; 10)$ *recta* $R_3: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$ *son o no alabeadas. Luego represente gráficamente a ambas rectas en GeoGebra.*

Solución

Dos rectas serán alabeadas si están en distintos planos. Si están en el mismo plano, son coplanares. Para analizar esto hacermos: $P_1(0\,,-2\,,3)\ \epsilon\ R_1$ y $P_3(1\,,0\,,4)\ \epsilon\ R_3$, Si el producto $\overrightarrow{P_1P_3}.(\vec{v}x\vec{u}) = 0$, las rectas son coplanares.

También sabemos que, en el caso de que las rectas sean paralelas, son coplanares, ya que determinan el plano que las contiene. Por ello, analicemos primero si $r_1\ y\ r_3$ son paralelas:

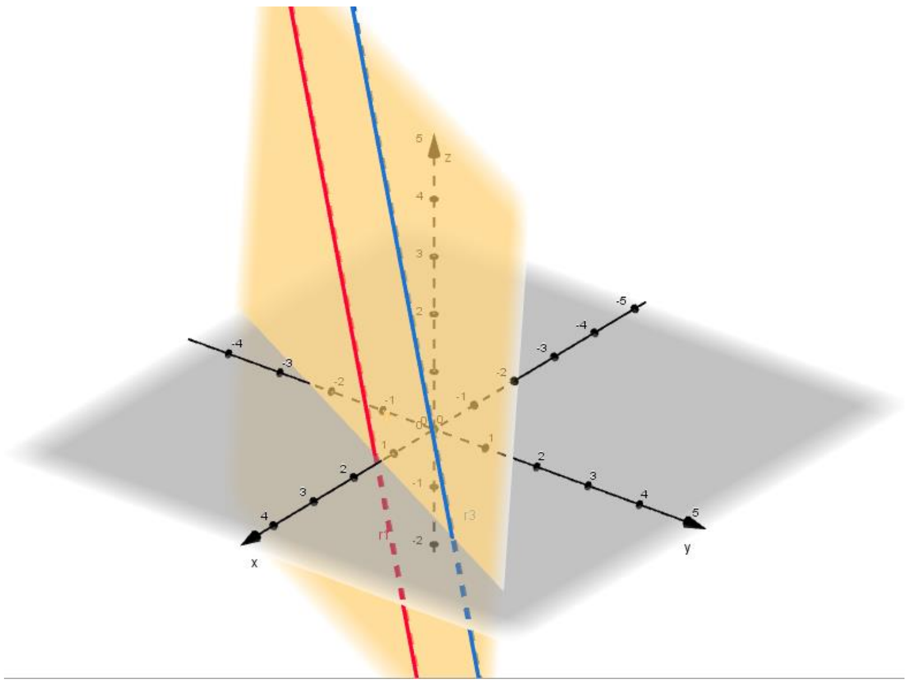
- $R_1: (x; y; z) = (0; -2; 3) + \lambda(-4; -6; 10) \rightarrow$ Su vector director será $\vec{v} = (-4; -6; 10)$
- $R_3: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = 4 - 5t \end{cases} \rightarrow$ Su vector director será $\vec{u} = (2; 3; -5)$

$$R_1 \| R_3 \Leftrightarrow \vec{v} \| \vec{u}$$

$$\vec{v} \parallel \vec{u} \Leftrightarrow \frac{-4}{2} = \frac{-6}{3} = \frac{10}{-5}$$

$$\vec{v} \parallel \vec{u} \Leftrightarrow -2 = -2 = -2$$

Se cumple la condición de paralelismo entre los vectores directores de las rectas, por lo tanto, las mismas son coplanares, se puede afirmar que no son alabeadas.



Consigna 4. *Estudiar si las rectas* $L_1: \begin{cases} x = -1 + 2h \\ y = 5 + 3h \\ z = 7 - h \end{cases}$ *y* $L_2: \frac{x-1}{4} = \frac{y-8}{6} = \frac{z-6}{-2}$ *son coincidentes o no.*

Solución

Dos rectas se dicen coincidentes cuando todos los puntos de una de ellas, también pertenecen a la otra.

Iniciemos analizando si las rectas sean paralelas: $L_1 \parallel L_2 \Leftrightarrow \vec{v} \parallel \vec{u}$

- $L_1: \begin{cases} x = -1 + 2h \\ y = 5 + 3h \\ z = 7 - h \end{cases}$ Su vector director será $\vec{v} = (2,3,-1)$ y el punto $P(-1,5,7)$ ϵ aL_1

- $L_2 : \frac{x-1}{4} = \frac{y-8}{6} = \frac{z-6}{-2}$ Su vector director $\vec{u} = (4,6,-2)$ y el punto $Q(1,8,6)$ ϵ a L_2

$$\text{Si } L_1 \parallel L_2 \Leftrightarrow \vec{v} \parallel \vec{u}$$

$$\vec{v} \parallel \vec{u} \Leftrightarrow \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{-1}{-2}$$

$$\vec{v} \parallel \vec{u} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ Las rectas son paralelas.}$$

Seguidamente, para saber si son coincidentes, tomamos un punto que pertenezca a L_1, por ejemplo el punto P y debe satisfacer la ecuación de L_2

$L_2 : \frac{x-1}{4} = \frac{y-8}{6} = \frac{z-6}{-2}$ $\rightarrow L_2 : \frac{-1-1}{4} = \frac{5-8}{6} = \frac{7-6}{-2}$ $\rightarrow$ $L_2 : \frac{-2}{4} = \frac{-3}{6} = \frac{1}{-2}$

$$L_2 : -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

Satisface la segunda ecuación, por tanto, cuando el punto de una de las rectas también pertenece a la otra, siendo que son paralelas, puedo afirmar que son coincidentes.

También se podría haber tomado el punto Q ϵ aL_2 y reemplazarlo en la ecuación de L_1.

Posiciones entre Planos

Consigna 6 *Dados los planos* $\sigma_1 : 4x + 5y + 2z - 3 = 0$ *y* $\sigma_2 : x + 3y + 4z - 5 = 0$, *estudiar la posición relativa entre ambos.*

Solución

- Paralelismo

Dos planos son paralelos si y sólo si sus vectores directores también lo son:

En $\sigma_1 : 4x + 5y + 2z - 3 = 0$ su vector normal o director es $\vec{v} = (4,5,2) \perp \sigma_1$

En $\sigma_2: x + 3y + 4z - 5 = 0$ su vector normal o director es $\vec{u} = (1,3,4) \perp \sigma_2$

$$\text{Si } \sigma_1 \,//\, \sigma_2 \Leftrightarrow \vec{v} \,//\, \vec{u} \Leftrightarrow \frac{v_1}{u_1} = \frac{v_2}{u_2} = \frac{v_3}{u_3}$$

$$\frac{4}{1} \neq \frac{5}{3} \neq \frac{2}{4}$$

$\sigma_1 \; y \; \sigma_2$ no son paralelos.

- Perpendicularidad: Dos planos son perpendiculares si y sólo si sus vectores directores son perpendiculares

$$\sigma_1 \perp \sigma_2 \Leftrightarrow \vec{v} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \vec{v}.\vec{u} = 0$$

$$v_1 u_1 + v_2 \, u_2 + v_3 u_3 = 0$$

$$4.1 + 5.3 + 2.4 = 0$$

$$4 + 15 + 8 \neq 0$$

$\sigma_1 \; y \; \sigma_2$ no son perpendiculares.

- Intersección: Si dos planos no son paralelos, se intersectan. Al intersectarse dos planos el resultado es una Recta, y el vector director $\vec{n}$ de la misma será paralelo a los dos planos, por lo tanto, los vectores normales al plano serán también normales a $\vec{n}$. Hallamos el vector $\vec{n}$:

$$\vec{v} x \, \vec{u} = \vec{n}$$

$$\begin{vmatrix} \check{\imath} & \check{\jmath} & \check{k} \\ 4 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} = [(5.4) - (3.2)]\check{\imath} - [(4.4) - (1.2)]\check{\jmath} + [(4.3) - (1.5)]\check{k} = 14\,\check{\imath} - 14\check{\jmath} + 7\check{k}$$

$\vec{n} = (14, -14, +7) \,//\, r$ Donde r es la recta de intersección. Para hallar los puntos que pertenecen a la recta, armo un sistema de ecuaciones. Donde las mismas son las ecuaciones generales de los planos $\sigma_1 y \, \sigma_2$:

$$\begin{cases} 4x + 5y + 2z - 3 = 0 \\ x + 3y + 4z - 5 = 0 \end{cases}$$

Es un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas tendremos infinitas soluciones, serán los infinitos puntos que pertenecen a la recta.

Para resolverlo, le asigna un valor a una de las variables por ej. $x = 1$

$\begin{cases} 4.1 + 5y + 2z - 3 = 0 \\ 1 + 3y + 4z - 5 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5y + 2z + 1 = 0 \\ 3y + 4z - 4 = 0 \end{cases}$ obtenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, podremos resolverlo por cualquiera de los métodos de resolución. Optando por el método de sustitución

- $5y + 2z + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad 5y = -2z - 1 \quad \rightarrow \quad y = \frac{-2z-1}{5}$
- $3y + 4z - 4 = 0 \quad \rightarrow \quad 3y = \quad \rightarrow \quad y = \frac{-4z+4}{3}$

$$\frac{-2z-1}{5} = \frac{-4z+4}{3} \quad \rightarrow (-2z-1).3 = (-4z+4).5 \quad \rightarrow \quad -6z - 3 = -20z + 20$$

$$-6z + 20z = +20 + 3 \quad \rightarrow \quad 14z = 23 \quad \rightarrow z = \frac{23}{14}$$

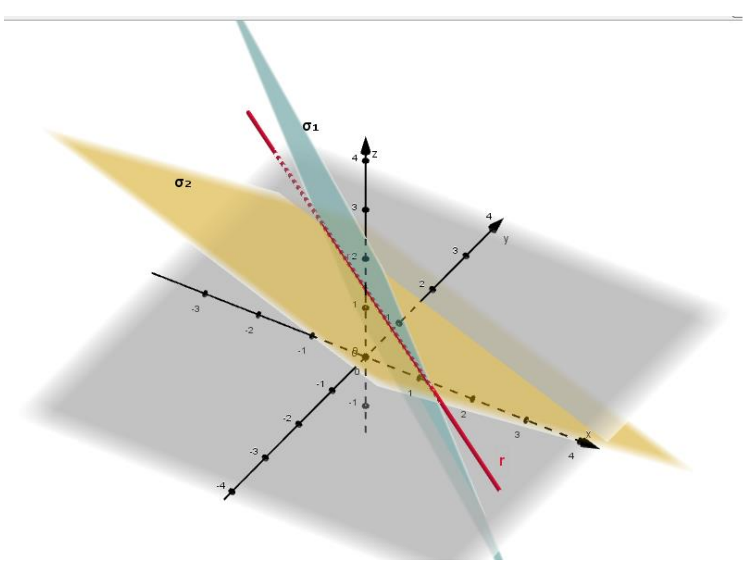
Solo resta tomar una de las ecuaciones y reemplazarlas por los valores de x y de z

$.1 + 5y + 2.\frac{23}{14} - 3 = 0 \quad \rightarrow y = -\frac{6}{7}$

El punto P $(1, -\frac{6}{7}, \frac{23}{14}) \in r$

La recta que resulta de la intersección de los planos: $\sigma_1 \cap \sigma_2 = r: (x, y, z) = \lambda(1, -\frac{6}{7}, \frac{23}{14})$

$$\boxed{r: (x, y, z) = \left(1, -\frac{6}{7}, \frac{23}{14}\right) + \lambda\ (14, -14, +7)}$$



Consigna 7 a) *Graficar en GeoGebra los planos* $\pi_1: 7x - 3y + z - 5 = 0$ *y* $\pi_2: 4x - y - z + 9 = 0$ *y al plano* δ *que es perpendicular a ambos y pasa por el Punto M (3, -2, 4).*

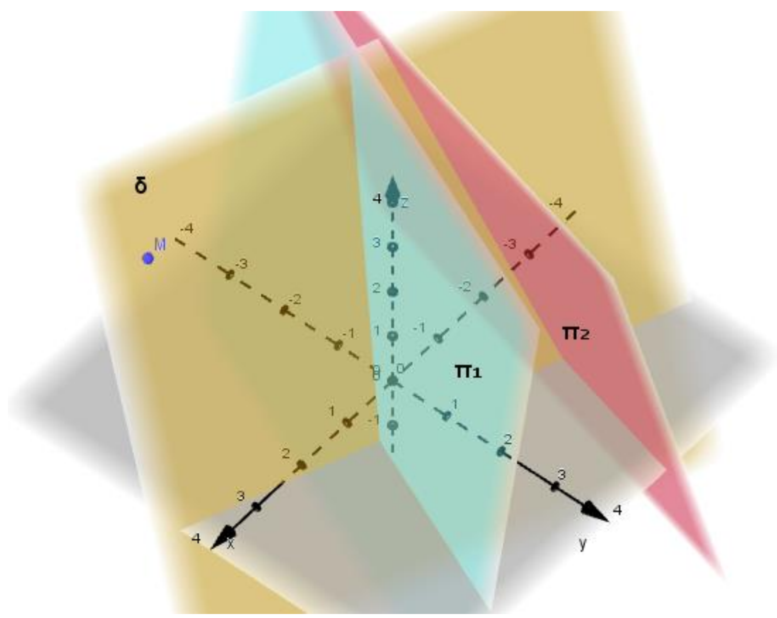
Solución

Con los vectores normales de los dos planos, a través del producto vectorial entre ellos:

$$\begin{vmatrix} \check{\imath} & \check{\jmath} & \check{k} \\ 7 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -1 \end{vmatrix} = (3+1)\check{\imath} - (-7-4)\check{\jmath} + (-7+12)\check{k} = 4\check{\imath} + 11\check{\jmath} + 5\check{k}$$

$\vec{n} = (4,11,5)$ Es un vector que es paralelo a los dos planos y como es paralelo a los dos planos es director de un plano δ que es perpendicular a π_1 y π_2 a la vez, entonces la ecuación del plano $\delta: (x-3, y+2, z-4).(4,11,5) = 0$

Ecuación general: $\delta: 4x + 11y + 5z - 10 = 0$



Consigna 7- b) *Determinar la ecuación segmentaria del plano* δ.

En la ecuación segmentaria del plano p, q y r son los valores donde el plano corta a los ejes cartesianos

$$\delta: \frac{x}{p} + \frac{y}{q} + \frac{z}{r} = 1$$

$$\delta: 4x + 11y + 5z - 10 = 0 \;\rightarrow\; \delta: \frac{4x}{-10} + \frac{11y}{-10} + \frac{5z}{-10} + \frac{-10}{-10} = 0$$

$$\delta\colon \frac{2x}{-5} + \frac{11y}{-10} + \frac{1z}{-2} + 1 = 0$$

$$\delta\colon \frac{2x}{-5} + \frac{11y}{-10} + \frac{1z}{-2} = -1$$

Como debe estar igualada a 1, multiplico ambos miembros por (-1):

$$\delta\colon (-1)\frac{2x}{-5} + (-1)\frac{11y}{-10} + (-1)\frac{1z}{-2} = -1(-1)$$

$$\delta\colon \frac{2x}{5} + \frac{11y}{10} + \frac{1z}{2} = 1$$

$$\boxed{\delta\colon \frac{x}{\frac{5}{2}} + \frac{y}{\frac{10}{11}} + \frac{z}{2} = 1}$$

Consigna 12) Considerar la recta $r\colon \begin{cases} 5x - y + z = 0 \\ x - y - z = 4 \end{cases}$ y el plano $\pi\colon ax - 6y + 4z = 5$. Determinar el valor de a para que:

a) la recta y el plano sean paralelos. b) la recta sea perpendicular al plano.

Solución

Primero busquemos la ecuación de la recta r determinado por los dos planos dados. En realidad, más que la ecuación de la recta, lo que se necesita es el vector que dirige a la recta r.

Este vector se obtiene haciendo:

Si consideramos los vectores directores de los planos dados, cuya intersección es la recta r, estos son $\vec{n}_1$ = (5 , -1 , 1) y $\vec{n}_2$ = (1 , -1 , -1) (observe que $\frac{5}{1} \neq \frac{-1}{-1} \neq \frac{1}{-1}$ los planos no son paralelos)

$$\vec{v} = \vec{n}_1 \, x \, \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} \breve{\imath} & \breve{\jmath} & \breve{k} \\ 5 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 2\,\breve{\imath} + 6\,\breve{\jmath} - 4\,\breve{k} \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = (2 , 6 , -4) \,//\, r$$

a) r // π ⇔ $\vec{v} \perp \vec{n}$, siendo $\vec{n}$ el vector director del plano π. $\vec{n}$ = (a , -6 , 4)

$\vec{v} \perp \vec{n}$ ⇔ $\vec{v} \,.\, \vec{n}$ = 0

$\vec{v} \,.\, \vec{n}$ = 2 a + 6 (-6) + (-4) 4 = 0 ⇒ 2a – 52 = 0 ⇒ $\boxed{a = 26}$

$\pi\colon 26x - 6y + 4z = 5$ // r

b) r $\perp$ π $\Leftrightarrow$ $\vec{v} \,//\, \vec{n}$

Entonces: $\frac{a}{2} = \frac{-6}{6} = \frac{4}{-4}$ = -1 $\quad\Rightarrow\quad$ $\boxed{a = -2}$

$\pi: -2x - 6y + 4z = 5$ // r

Consigna 14) Hallar la intersección entre la recta $r: \begin{cases} x = 2t \\ y = 3t + 1 \\ z = t \end{cases}$ y el plano

$\propto: 3x + 2y - 11z - 5 = 0.$

Solución

Primeramente, verifiquemos que la recta y el plano no son paralelos:

$\vec{v}$ = (2 , 3 , 1) // r y $\vec{n}$ = (3 , 2 , -11)

$\vec{v} \cdot \vec{n}$ = 1 $\neq 0$ r y $\propto$ no son paralelos. Se intersectan en un punto.

Reemplazamos las ecuaciones de x , y , z de la ecuación paramétrica de la recta r en la ecuación general del plano $\propto$:

$r: \begin{cases} x = 2t \\ y = 3t + 1 \\ z = t \end{cases} \qquad 3\,(2t) + 2(3t + 1) - 11t - 5 = 0$

Operamos: 6t + 6t +2 -11 t – 5 = 0

t – 3 = 0 $\quad\Rightarrow\quad$ $\boxed{t = 3}$

Reemplazamos t en las ecuaciones de x , y , z de la ecuación paramétrica de r:

x = 2 x 3 = 6

$y = 3x\,3 + 1 = 10$

$z = 3$

$\boxed{r \cap \propto = P\,(6 , 10 , 3)}$

Consigna 16) ¿Cuál debe ser el valor de “b” para que las rectas $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z+1}{2}$ y $s: \frac{x}{4} = \frac{y-b}{-1} = \frac{z-1}{2}$ se corten en un punto? Determinar el punto de intersección.

Solución

1°) Para que dos rectas se intersecten deben ser coplanares:

$\vec{u}$ = ($2, -3$, 2) // r y P_1(1 , -5 , -1) $\in$ r

$\vec{v}$ = (4 , -1 , 2) // s y P_2 (0 , b , 1) $\in$ s

$\overrightarrow{P_1P_2}$ = (-1 , b+5 , 2)

Para que r y s sean coplanares el producto mixto entre los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\overrightarrow{P_1P_2}$ debe ser cero.

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 4 & -1 & 2 \\ -1 & b+5 & 2 \end{vmatrix} = [-2 - 2\,(b+5)]\,2 - [8+2]\,(-3) + [4\,(b+5) - 1]\,2 = 0$$

Operando: -4 – 4b – 20 + 30 + 8b + 40 – 2 = 0

4 b + 44 = 0 $\Rightarrow$ $\boxed{b = -11}$

$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z+1}{2}$ y $s: \frac{x}{4} = \frac{y+11}{-1} = \frac{z-1}{2}$ son coplanares.

2°) Se verifica si son paralelas: $\vec{u}$ // $\vec{v}$: $\frac{2}{4} \neq \frac{-3}{-1} = \frac{2}{2}$ los vectores no son paralelos, entonces las rectas no son paralelas, se intersectan en un punto. Escribimos sus ecuaciones paramétricas:

$$r: \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = -5 - 3\lambda \\ z = -1 + 2\lambda \end{cases} \quad \text{y} \quad s: \begin{cases} x = 4t \\ y = -11 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Se debe resolver el siguiente sistema:

$$1 + 2\lambda = 4t \qquad (1)$$

$$-5 - 3\lambda = -11 - t \qquad (2)$$

$$-1 + 2\lambda = 1 + 2t \qquad (3)$$

Resolvemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, que reorganizado queda:

2λ - 4t = -1 (1)

$-3\lambda + t = -6$ (2)

Por sustitución, t de (2): t = 3λ - 6

Reemplazando en (1) : 2λ - 4 (3λ - 6) = -1

2λ - 12λ + 24 = -1

- 10λ = -25

$$\boxed{\lambda = 2{,}5}$$

Reemplazamos este valor en la fórmula de t: $t = 3 \times (2{,}5) - 6$

$$\boxed{t = 1{,}5}$$

Reemplazando estos valores λ y t en (3), para comprobar que verifican la igualdad:

$$-1 + 2(2{,}5) = 1 + 2x(1{,}5)$$

$$4 = 4 \qquad\qquad \text{se verifica.}$$

Usando la ecuación de una de las dos rectas:

$$r: \begin{cases} x = 1 + 2(2{,}5) = 6 \\ y = -5 - 3(2{,}5) = -12{,}5 \\ z = -1 + 2(2{,}5) = 4 \end{cases}$$

$$\boxed{P = r \cap s, \qquad P(6\ ;\ -12{,}5\ ;\ 4)}$$