



Facultad de Ciencias Exactas Químicas y
Naturales-UNaM
PROFESORADO EN MATEMÁTICA

ÁLGEBRA I
2023

Guía de Ejercicios Prácticos Nº 1

LÓGICA PROPOSICIONAL

Ejercicio Nº 1: Determine si los siguientes enunciados son esquemas proposicionales, proposiciones o nada. En el caso de ser proposiciones, indique el valor de verdad de cada una de ellas:

- a) Todo número par es divisible por 2.
- b) 2 es un número par y primo.
- c) $2 = 3$
- d) Si $3 < 5$ entonces $-3 < -5$
- e) x e y son impares.
- f) $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$ y $4 + 4 = 8$
- g) $5 + 7 - 8$
- h) $6 + 4 = 10$ y $\sqrt{2} \sqrt{2} = 2$
- i) Si $2 + 2 = 4$, no es cierto que $2 + 1 = 3$ y $5 + 5 = 10$
- j) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- k) x es par y 6 también.
- l) Un triángulo isósceles.
- m) Si $2 + 2 = 4$ entonces $3 + 3 = 7$ si y sólo si $1 + 1 = 4$

Ejercicio Nº 2: Confeccione tablas de verdad para verificar si las siguientes proposiciones son tautologías o no:

- a) $\sim(\sim p) \leftrightarrow p$
- b) $\sim(p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$
- c) $\sim(p \wedge q) \leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$
- d) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$

Ejercicio Nº 3: i) Determine, en cada caso, si la información que se da es suficiente para conocer el valor de verdad de las siguientes proposiciones compuestas. Justifique.

- a) $(p \rightarrow q) \rightarrow r$; r es V
- b) $(p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$; q es V
- c) $(p \wedge q) \leftrightarrow (p \vee r)$; p es V y r es F
- d) $p \wedge (q \rightarrow r)$; $p \rightarrow r$ es V

ii) $[(p \vee q) \wedge r] \rightarrow [s \vee (q \wedge t)]$ Sabiendo que la proposición dada es falsa, establezca los posibles valores de las proposiciones simples que la forman.

Ejercicio Nº 4: Expresé en forma simbólica las siguientes proposiciones, utilizando de ser necesario, el cuantificador apropiado:

- a) Existen enteros tales que $x^2 - 1 = 0$.
- b) Ningún conjunto es subconjunto de vacío.
- c) -5 es un número racional.
- d) Todos los enteros son reales.
- e) Los opuestos de los números naturales son menores que cero.

f) Existe un racional de la forma a/b tal que $(a/b) - 1$ es negativo.

Ejercicio Nº 5: Niegue las siguientes proposiciones cuantificadas:

- a) $\forall x : [P(x) \text{ implica } Q(x)]$ b) $\exists y, \forall x : xy \leq 2$ c) $\forall x, \exists y / [P(x) \wedge y \leq 2]$

TEORÍA DE CONJUNTOS

Ejercicio Nº 6: Para cada caso, identifique si es el conjunto está escrito por comprensión o por extensión. Luego, escriba el conjunto por extensión o por comprensión de manera tal de tener escrito de las dos maneras:

$$A = \{-1, 0, 1\}$$

$$B = \{n \in \{0, 1, 2, 3, 4\} / n^2 + n^3\}$$

$$C = \{n \in \{1, 2, 3, 5, 7\} / n + (1/n)\}$$

$$D = \{0, 2\}$$

Ejercicio Nº 7: Dado el conjunto $A = \{a, b, c\}$ Determine $P(A)$ y dé el valor de verdad de las siguientes proposiciones

- a) $\phi \subset A$ b) $\phi \in A$ c) $\phi \in P(A)$ d) $A \subset A$ e) $\phi \subset P(A)$
f) $\{a, b\} \in P(A)$ g) $\{\{c\}\} \in P(A)$ h) $\{a, b\} \subset P(A)$

Ejercicio Nº 8: Siendo el referencial $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ y los conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

Calcule: i) $A \cap B$ ii) $A \cup B$ iii) A' iv) $B - A$ v) $A - B$ vi) $A \Delta B$

Ejercicio Nº 9: Siendo el referencial el conjunto R y $A = [-2; 5[$, $B =] - \frac{1}{2}, 3]$, $C = [5, 7]$

$D = \{x / 3 \leq x < 5\}$, $M = R^-$. Resuelva, exprese como intervalo, como desigualdad y represente en la recta real:

- a) $A \cap C$ b) $A \cup C =$ c) $B \cap D$ d) $M \Delta B$ e) $M' = R^+ \cup \{0\} =$

Ejercicio Nº 10: Si $A = [0, 3]$, $B = [2, 7[$, $C =]-3, 1]$, $D =]-1, 1[$ y $U = R$, determine:

- a) $(A \cup B) \cap C$ b) $C' \cup D'$ c) $(C \cap D)'$ d) $(A \cup B) - C$ f) $A \Delta B$ e) $A - D$

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS

Ejercicio Nº 11: Escriba la palabra “necesario” (N) o “suficiente” (S) o “necesario y suficiente” (NS) donde mejor corresponda:

- a) Para que un cuadrilátero sea un paralelogramo esque sea un cuadrado.
- b) Para que dos circunferencias coincidan es que tengan dos puntos comunes.
- c) Para que dos circunferencias coincidan es que tengan tres puntos comunes.
- d) Para que un entero sea divisible por 6 es que lo sea por 2 y por 3.
- e) Para que un entero sea divisible por 6 es que lo sea por 3.

Ejercicio Nº 12: Decida si la siguiente implicación es verdadera y justifique:

- a) Si x es un número entero impar, entonces x^2 es un número entero impar.
- b) Si n es impar entonces n^3 es impar.
- c) Si a es impar, entonces $a^2 + 3a + 5$ es impar.

Ejercicio Nº 13: Siendo $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ Determine el valor de verdad de las proposiciones.

- a) $\exists x \in A / x + 3 = 10$
- b) $\forall x \in A: x + 3 < 10$
- c) $\exists x \in A / x + 3 < 5$
- d) $\forall x \in A: x + 3 \leq 7$

Ejercicio Nº 14: Sea $A = \{1, \{1\}, 2\}$ ¿cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

- a) $1 \in A$
- b) $\{2\} \in A$
- c) $\{1\} \in A$
- d) $\{2\}$ pertenece A
- e) $\{1\} \subseteq A$
- f) $\{\{2\}\} \subseteq A$
- g) $\{\{1\}\} \subseteq A$
- h) $\{\{2\}\} \subset A$

Ejercicio Nº 15: ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

- a) $\emptyset \in \emptyset$
- b) $\emptyset \in \{\emptyset\}$
- c) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$
- d) $\emptyset \subset \{\emptyset\}$
- e) $\emptyset \subset \emptyset$

Ejercicio Nº 16:

- a) Determine los elementos de los conjuntos A y B sabiendo que:

$$A' = \{2, 3, 5, 7\}; B' = \{1, 4, 7\}; A \Delta B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

- b) Determine el referencial y los conjuntos A , B y C , sabiendo que:

$$B \cap C = \emptyset; \quad A \cap C = \{5\}; \quad A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 7, 9\}; \\ A \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6, 10, 11\}; \quad (A \cup B \cup C)' = \{1, 8, 12\}$$

Ejercicio Nº 17: Determine los conjuntos A y B , cuando $A - B = \{1, 3, 7, 11\}$, $B - A = \{2, 6, 8\}$, y $A \cap B = \{4, 9\}$.

Ejercicio Nº 18: Responda:

- a) ¿Puede ocurrir que dos conjuntos C y D resulten simultáneamente $C \subseteq D$ y $D \subseteq C$?
- b) ¿De qué otra manera más simple puede escribirse la proposición: $\forall x, x \in B \Rightarrow x \in A$?
- c) ¿Cuáles son los elementos del conjunto $A = \{x \in \mathbb{Z} / x^2 \geq 0\}$?
- d) ¿Es verdadero que $\emptyset = \{x \in \mathbb{R} / x^2 \leq 0\}$?