UNIVERSIDAD NACIONAL DE MISIONES – UnaM

Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales

Profesorado en Matemáticas - Profesorado en Física

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

TRABAJO PRÁCTICO Nº 10: INTEGRALES INDEFINIDAS

1- Encontrar la antiderivada (o primitiva) de las siguientes funciones.

a) $f(x) = 5x$ b) $f(x) = \cos x$ c) $f(x) = \frac{1}{x}$ d) $f(x) = 5x + \cos x - \frac{1}{x}$

2- Hallar la antiderivada (o primitiva) de $f(x) = \sin x$ que satisfaga que $F(0) = 3$.

3- Utilizar las propiedades de integración y las reglas de integración inmediatas para resolver los siguientes ejercicios.

a) $\int \frac{dx}{x^2+1}$ b) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ c) $\int \frac{dx}{x^5}$ d) $\int \sqrt[5]{x^4}dx$ e) $\int \frac{8}{x^3}dx$ f) $\int \frac{\sin x}{cos^2 x}dx$ g) $\int (3e^x - 2csec^2 x)dx$

h) $\int \left(2x^3 - 6x + \frac{3}{x^2+1}\right)dx$ i) $\int \ln\left(e^{x^5}\right)dx$ j) $\int \frac{2x^2+x^2\sqrt{x}-1}{x^2}dx$ k) $\int (x\, sin^2 x + x cos^2 x)dx$

l) $\int \frac{dx}{3x^2+12}$

4- Determinar la ecuación de la curva que pasa por P(1, 5) y cuya pendiente en cualquier punto está dada por la expresión $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$.

5- Resolver las siguientes integrales por el método de sustitución.

a) $\int [(x^5+7)^8 \cdot 3x^4]dx$ b) $\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$ c) $\int \tan x\, dx$ d) $\int (4x-1)\sqrt{8x^2-4x+4}dx$

e) $\int \frac{x+2\sqrt{x-1}}{2x\sqrt{x-1}}dx$ f) $\int (sen\, x + \cos x)^2 dx$ g) $\int \frac{sec^2(5x-1)}{1+\tan(5x-1)}dx$ h) $\int \frac{e^{(2x)}dx}{\sqrt{1+e^x}}$ i) $\int \frac{dx}{3+\sqrt{x+2}}$

j) $\int \left[\cos(\ln x) \cdot \frac{1}{x}\right]dx$ k) $\int \frac{3x^2+5}{\sqrt{x^3+5x}}dx$ l) $\int \left[2^{(\tan x)} \cdot \frac{1}{cos^2 x}\right]dx$

6- Use la integración por partes para realizar las integraciones adecuadas.

a) $\int \left[(x^2+5x+6\cdot)\cos(2x)\right]dx$ b) $\int x\sqrt{x+1}\cdot dx$ c) $\int arc\sin x\; dx$ d) $\int \cos x\, e^x dx$

e) $\int \sqrt{x}\cdot \ln x \cdot dx$ f) $\int 2x \cdot senx \cdot dx$ g) $\int e^x(x^2-2x-1)dx$ h) $\int x^3\sqrt{x^2+5}\,dx$

i) $\int \frac{x}{cos^2 x}\,dx$ k) $\int \frac{\ln(\ln x)}{x}\,dx$ l) $\int \mathrm{sen}(5x)e^{3x}\,dx$

7- Resuelva las siguientes integrales de funciones trigonométricas realizando convenientemente las siguientes sustituciones:

$sen^2 x = \frac{1-\cos(2x)}{2}$ y $cos^2 x = \frac{1+\cos(2x)}{2}$ (para exponentes pares) o
$sen^2 x = 1 - cos^2 x$ y $cos^2 x = 1 - sen^2 x$ (para exponentes impares)

a) $\int sin^3(7x)dx$ b) $\int sin^5 x\, cos^2 x\, dx$ c) $\int sin^3 x\, cos^{7/2} x\, dx$ d) $\int \frac{d\theta}{\sin\theta\,\cos\theta}$ e) $\int sen^4\left(\frac{x}{2}\right) cos^3\left(\frac{x}{2}\right)dx$

f) $\int sin^5 x\, cos^3 x\, dx$ g) $\int sin^2(\pi x)\, cos^2(\pi x)\,dx$ h) $\int sin^2 t\, cos^4 t\, dt$ i) $\int sin^4(3t)\,dt$

j) $\int sen^7(4x)dx$ k) $\int \cos^4\left(\frac{x}{2}\right)dx$ l) $\int sen^4 x \cos^2 x\, dx$ m) $\int sen^3 x\; \cos^3 x\; dx$

8- Integre las siguientes funciones racionales:

a) $\int \frac{x^4+2x+1}{x+2}dx$ b) $\int \frac{x^4-3x^3+5}{x^2+3x+2}dx$ c) $\int \frac{x^2-3}{x^2+5x}dx$ d) $\int \frac{2x^3}{x+1}dx$ e) $\int \frac{x\,dx}{x^2-4x+4}$ f) $\int \frac{dx}{(x-2)^2(x+3)}$

g) $\int \frac{x\,dx}{(x+1)^2(x-2)}$ h) $\int \frac{2x+1}{(x+1)^2(x-3)}dx$ j) $\int \frac{5}{x^3-6x^2+9x}dx$ k) $\int \frac{x^4-x^3-x-1}{x^3-x^2}dx$ l) $\int \frac{3}{x^4+2x^3+x^2}dx$

m) $\int \frac{3x+5}{(2x^2+x+1)^2}dx$ n) $\int \frac{dx}{x^2-4x+7}$ ñ) $\int \frac{dx}{x^2+x+1}$ o) $\int \frac{dx}{x^4-1}$ p) $\int \frac{x^2\,dx}{(x+1)^2(x^2+1)}$ q) $\int \frac{2x^3}{x^2+1}dx$

r) $\int \frac{dx}{x^3-1}$ s) $\int \frac{x-1}{x(x^2-2x+2)^2}dx$

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS

1. Sean dos funciones f y g, estudiar si f es primitiva de g, o g primitiva de f.
   $f(x) = 3x^2 + 7x - 2$ $\qquad g(x) = 6x + 7$
2. De las infinitas, funciones primitivas de la función $f(x) = x^2 - x + 1$, ¿cuál es la que toma el valor $\frac{1}{2}$ cuando x=1?
3. Encontrar la primitiva de la función de $f(x) = 2x - 3$ cuya representación gráfica pasa por el punto $(1; -\frac{1}{2})$.
4. Compruebe mediante derivación las siguientes igualdades:
   a) $\int x\cos x\,dx = x\cdot sen\,x + \cos x + c$ $\qquad$ b) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx = \sqrt{x^2+1} + c$
5. Hallar la antiderivada F(x), por medio de integrales inmediatas:
   a) $\int\left(2x\,(sec^2x - tan^2x)\right)dx$ $\qquad$ b) $\int\left(\sqrt{x^3} - \sqrt[3]{x^2}\right)dx$ $\qquad$ c) $\int \frac{7x^5+2x^2}{x^2}dx$ d) $\int \frac{x^3-3x^2}{x^3}dx$
   e) $\int \sqrt{2bx}\,dx$ $\qquad$ f) $\int \frac{dx}{\sqrt{49-x^2}}$ $\qquad$ g) $\int \ln\left(e^{x^2}\right)\cdot x\,dx$
6. Resolver las siguientes integrales por el método de sustitución
   a) $\int (x^2 - 2x)^5 (x-1)dx$ b) $\int e^{(\cos x)} sen\,x\,dx$ $\qquad$ c) $\int (x+2)\,\mathrm{sen}\left(\mathrm{x}^2 + 4x - 6\right)dx$
   d) $\int x(3\mathrm{x}+1)^7\,dx$ $\qquad$ e) $\int \frac{2x-3}{x^2-3x+2}dx$ $\qquad$ f) $\int \frac{arctg(x/2)}{4+x^2}dx$
7. Integre las siguientes funciones racionales:
   a) $\int \frac{2x^3-4x^2-x-3}{x^3-x}dx$ $\qquad$ b) $\int \frac{6x+5}{(x+3)^2}dx$ $\qquad$ c) $\int \frac{-2x+4}{(x^2+1)(x-1)^2}dx$
   d) $\int \frac{x}{(x+1)(x^2+x+1)}dx$ $\qquad$ e) $\int \frac{3x+7}{2x^2-3x+5}dx$ $\qquad$ f) $\int \frac{x^3+1}{x\,(x^2+1)^2}$
8. Calcule las siguientes integrales reduciéndolas a la forma $\int\sqrt{a^2 \pm x^2}\,dx$: (ver primitiva de la tabla)
   a) $\int\sqrt{8-4x-4x^2}\,dx$ $\qquad$ b) $\int\sqrt{8-4x+4x^2}\,dx$ $\qquad$ c) $\int\sqrt{1-4x^2}\,dx$ $\qquad$ d) $\int\sqrt{4x^2+9}\,dx$
9. Resuelva las siguientes integrales aplicando un método apropiado:
   a) $\int e^{4x+1}dx$ $\qquad$ b) $\int\sqrt{5+2x+x^2}\,dx$ $\qquad$ c) $\int \frac{(a+8)\,dx}{(a-2)(a^2+1)^2}$ $\qquad$ d) $\int \frac{1}{\sqrt[6]{x^5}}dx$ $\qquad$ e) $\int (1+3a)\mathrm{e}^{3a\text{-}1}da$
   f) $\int\left[3.x^4 - 2.e^x + \frac{\sqrt{x}}{3} + 3.\cos x\right]dx$ $\qquad$ g) $\int \frac{x^2}{x^3+8}dx$ $\qquad$ h) $\int \frac{\sec x\cdot tgx}{1+\sec^2 x}dx$ $\qquad$ i) $\int \cot g\cdot x\cdot dx$
   j) $\int \frac{dx}{x^2+3x+1}$ $\qquad$ k) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-16}}$ $\qquad$ l) $\int \frac{dx}{\sqrt{3x-x^2-2}}$ $\qquad$ m) $\int \frac{u^2-u}{u^2+u+1}du$
10. Resuelva la integral: $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}dx$ i) Por partes. ii) Haciendo u = $\left(1-x^2\right)^{1/2}$ y $x^2 = 1-u^2$. iii) Compare los resultados obtenidos, y de no ser posible aplicar algún método, justifique.