

Trabajo Práctico N° 4

Fraciones Racionales

1. La fracción irreducible de $\frac{x^{10} + x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1}{x^4 + x^2 + 1}$, es:

- a) $x^4 + x^2 + 1$ b) $x^3 + 1$ c) $x^6 + 1$ d) $x^6 - 1$ e) $x^2 + x + 1$

2. Operar y simplificar:

$$\left(\frac{1}{x^2 + 3x + 2} + \frac{2x}{x^2 + 4x + 3} + \frac{1}{x^2 + 5x + 6} \right) \cdot \frac{(x-3)^2 + 12x}{2}$$

3. Obtener la fracción irreducible de las siguientes operaciones:

a) $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$

b) $\frac{x-1 - \frac{12}{x-2}}{x+6 + \frac{16}{x-2}}$

c) $\frac{\frac{a}{a+y} + \frac{y}{a-y}}{\frac{y}{a+y} - \frac{a}{a-y}}$

4. Simplificar las siguientes expresiones:

a) $\frac{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5) - (x^2 + 7x + 11)^2}{(x+2)(x+4)(x+5)(x+7) - (x^2 + 9x + 17)^2}$

b) $\frac{x}{ax - 2a^2} - \frac{2}{x^2 + x - 2ax - 2a} \cdot \left(1 + \frac{3x + x^2}{3 + x} \right)$

5. Hallar el valor de "a" de modo que la expresión $x - a + \frac{1}{x+1}$ sea equivalente a $\frac{x^2}{x+1}$.

6. El producto de dos polinomios es $(x^6 + 1)^2 - 4x^6$ y el cociente del MCM entre el MCD de ambos es $(x^2 + 1)^2 - 4x^2$. Calcular el MCD.

7. Determine el polinomio que debe colocarse en los puntos suspensivos para obtener un enunciado verdadero. Explique cómo determinó su respuesta:

a) $\frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} \cdot \frac{\dots}{x^2 - 2x + 9} = 1$

c) $\frac{x^2 - 4}{(x+2)^2} \cdot \frac{2x^2 + x - 6}{\dots} = \frac{x-2}{2x+5}$

b) $\frac{x^2 - 9}{2x^2 + 3x - 2} : \frac{2x^2 - 9x + 9}{\dots} = \frac{x+3}{2x-1}$

d) $\frac{4a^2 - a - 18}{3(a-1)} : \frac{4a^3 - 9a^2}{6a^2 - 9a + 3} = \frac{\dots}{a^2}$

8. Descomponer en fracciones simples sobre \mathbb{R} las siguientes fracciones racionales:

$$a) \frac{2x^2 - 3x + 7}{x(x-3)(x-4)}$$

$$d) \frac{x^2}{x^2 + x - 6}$$

$$b) \frac{1}{1 - x^2}$$

$$e) \frac{x^4}{(x^2 + 1)^2}$$

$$c) \frac{x}{x^2 + 4x - 5}$$

$$f) \frac{x^2 + 2x + 3}{x^3(x-1)(x+3)}$$

9. Si $\frac{3x^3 + 12x^2 + 15x - 2}{x^3 + 5x^2 + 9x + 5} = \frac{Ax - 1}{x + 1} + \frac{x + B}{x^2 + 4x + 5}$, hallar $A + B$.

10. La fracción $\frac{5x - 11}{2x^2 + x - 6}$ se obtuvo sumando las fracciones $\frac{A}{x + 2}$ y $\frac{B}{2x - 3}$. Obtener las expresiones para A y B .

11. Calcular los valores de A y B para que se verifique la siguiente equivalencia:

$$\frac{3x^3 + 12x^2 + 15x - 2}{x^3 + 5x^2 + 9x} = \frac{Ax - 1}{x + 1} + \frac{x + B}{x^2 + 4x + 5}$$

.

12. Sabiendo que:

$$\frac{a}{x - 1} + \frac{b}{x + 1} + \frac{c}{x + 2} = \frac{5x^2 - 3}{(x^2 - 1)(x + 2)}$$

Calcular $a + b + c$.