

## VECTORES

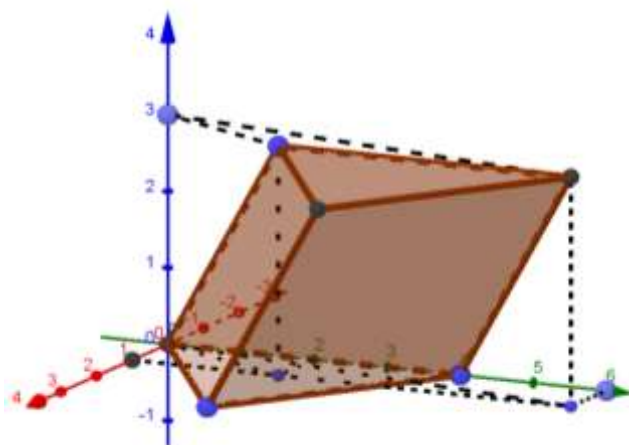
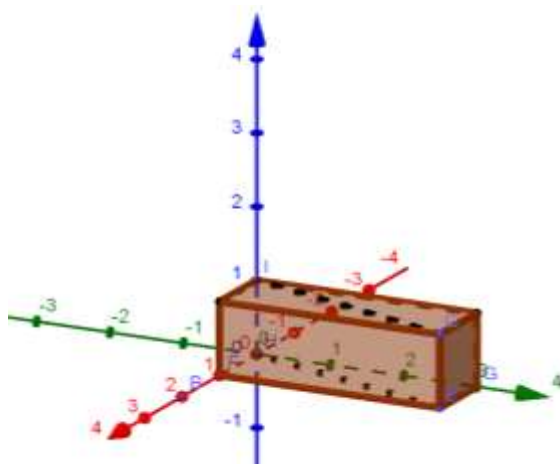
### TRABAJO PRÁCTICO Nº1:

#### A- Vectores en $\mathbb{R}^2$

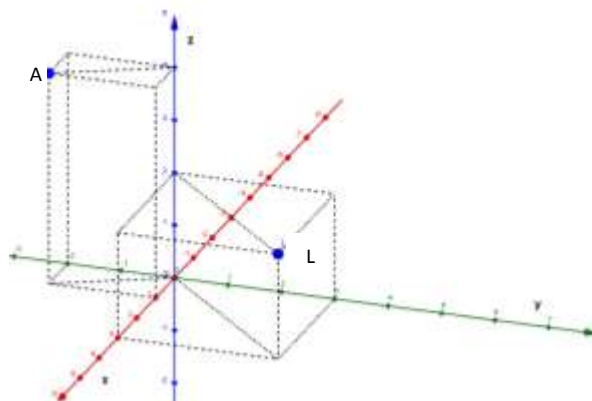
1. Determinar las componentes del vector  $\vec{v}$  que tiene por origen al punto  $M(8;3)$  y por extremo a  $N(5;-1)$ , luego representarlo gráficamente.
2. a) Encontrar el origen del vector  $\vec{u} = (-2; 5)$  cuyo extremo es  $B(3;1)$ .  
b) Encontrar el extremo del vector  $\vec{w} = (4; -3)$  cuyo origen es  $A(-3;-1)$ .  
c) Calcular el módulo del vector  $\vec{u}$  y graficar al vector fijo de esta familia de vectores equipolentes.
3. Sea un vector  $\overrightarrow{AB} \in \mathbb{R}^2$  cuyas componentes son  $(5;-2)$ .  
a) Hallar las coordenadas de A sabiendo que el extremo es  $B(12;-3)$ .  
b) ¿La longitud del vector  $\overrightarrow{AB}$  es 5 unidades? Justificar la respuesta dada con los cálculos correspondientes.
4. a) Determinar la longitud de los lados del triángulo ABC utilizando vectores, sabiendo que sus vértices son los puntos  $A(1;1)$ ,  $B(-1;3)$  y  $C(-3;-3)$ .  
b) Con lo calculado en el ítem a) determinar el valor del perímetro del triángulo ABC.
5. a) Encontrar las coordenadas del origen del vector  $\overrightarrow{MN}$  sabiendo que M es el punto medio del segmento AB, donde  $A(3, 9)$  y  $B(-1, 5)$ .  
b) Determine las componentes del vector  $\overrightarrow{MN}$  sabiendo que  $N(\sqrt{2}; 5)$

#### B- Puntos en $\mathbb{R}^3$

6. a) Representar gráficamente los siguientes puntos de  $\mathbb{R}^3$ :  $P(3;3;2)$  y  $A(-2;1;4)$ .  
b) Escribir las coordenadas de todos los vértices de las siguientes figuras espaciales.



7. Entrar al siguiente link: <https://www.geogebra.org/m/udft29et> y resolver las actividades propuestas sobre puntos y vectores en el espacio coordenado.
8. En un mismo sistema de ejes coordenados, representar gráficamente los puntos:  $T(-3;2;1)$ ,  $M(2;4;-2)$ ,  $R(-1;-3;-2)$  e indicar el octante al cual pertenecen.
9. a) Escribir las coordenadas de los puntos A y L:



- b) Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando su respuesta.
  - b.1) El punto A del ítem a), se encuentra en el cuarto cuadrante.
  - b.2) El sistema de referencia en  $R^3$  divide al espacio en cuadrantes.
  - b.3) Un punto  $F(-4;-5;-2)$  se encuentra en el tercer octante.
  - b.4) Un punto del octavo octante posee su primera coordenada positiva mientras que la segunda y la tercera son negativas.
  - b.5) Si un punto posee la primera y la segunda coordenadas negativas, y la tercera es positiva pertenece al tercer octante.

### C- Vectores en $R^3$

10. Sean los puntos  $P(-5;3;7)$ ,  $Q(3;-1;3)$  y  $R(4;3;5)$ .
  - a) Determinar las componentes de  $\overrightarrow{PQ}$  y  $\overrightarrow{RP}$ .
  - b) Determinar el módulo de cada uno de estos vectores.
11. a) Hallar las componentes del vector  $\vec{v}$ , sabiendo que las coordenadas de su origen y extremo son  $P(3;-3;-1)$  y  $Q(-1;2;-2)$  respectivamente.
  - b) Graficar al representante fijo de esta familia de vectores equipolentes.
12. a) Utilizar vectores para calcular la distancia entre los puntos  $S(3;5;-1)$  y  $T(-2;2;3)$ .
  - b) Determinar las coordenadas del punto medio del segmento  $ST$ .
  - c) ¿ $\overrightarrow{ST}$  es un vector unitario? Justificar con los cálculos correspondientes.

13. Sean los puntos  $P(2;1;4)$ ,  $Q(3;4;4)$  y  $R(1;2;-1)$ .

- a) Represente gráficamente los vectores  $\vec{u} = \overrightarrow{PQ}$  y  $\vec{v} = \overrightarrow{QR}$ .
- b) Calcular la longitud de cada uno de ellos.

14. Calcular el módulo de los vectores:  $\vec{a} = (-\frac{2}{3}; \sqrt{2}; \sqrt{2})$   $\vec{b} = (\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{3}; -1)$ .

15. a) Utilizando vectores, encontrar la distancia entre los puntos  $A(1, 2, 3)$  y  $B(-1, 2, 0)$ .

- b) Determinar las componentes del vector que tiene por origen al punto  $P(-2;1; -3)$  y por extremo al punto medio entre A y B.

### D- Vectores unitarios y dirección de vectores en $R^2$ .

16. Sabiendo que  $\vec{u} = (\frac{1}{3}; y)$  es un vector unitario. Determinar el valor de su segunda componente.

17. a) Determinar las componentes del  $\vec{v}$  sabiendo que  $|\vec{v}| = 2$  y su dirección está dada por  $\theta = \frac{\pi}{3}$ .

- b) Encontrar el vector unitario que posee la misma dirección y sentido que el vector  $\vec{v} = (1; -\frac{4}{3})$

18. Determinar la dirección de los siguientes vectores pertenecientes a  $R^2$ :

- a)  $\vec{v} = (2; 3)$                       b)  $\vec{w} = (-2; \sqrt{2})$                       c)  $\vec{u} = (-2; -\sqrt{3})$

19. Hallar un vector unitario que posea la misma dirección que el vector  $\vec{v} = (3; 4)$ .

### E- Vectores unitarios y dirección de vectores en $R^3$ .

20. Hallar un vector unitario que posea la misma dirección que el vector  $\vec{v} = (1; 4; \frac{1}{2})$ .

21. Hallar el valor de la segunda componente del vector  $\vec{v} = (\frac{2}{3}; v_2; \frac{1}{4})$  sabiendo que es un  $\vec{v}$  es un versor.

22. Dado un vector  $\vec{a} = (2; -3; 1)$ , encontrar dos representantes de la misma familia de vectores, tales que:

- a) Tenga origen en el punto  $Q(1; -4; 2)$ .                      b) Tenga extremo en el punto  $R(2; 2; 0)$ .

23. ¿Cuál es la dirección de los siguientes vectores pertenecientes a  $R^3$ ?

- a)  $\vec{u} = (4; 5; 3)$                       b)  $\vec{w} = (2; 4; 4)$

24. Analizar si  $\hat{\alpha} = 72^\circ$ ,  $\hat{\beta} = 76^\circ$  y  $\hat{\gamma} = 23^\circ$  son los ángulos directores de un vector  $\vec{v}$  o no. En caso afirmativo, hallar las componentes de este vector  $\vec{v}$ .

25. Calcular las componentes de vector  $\vec{a}$  de  $R^3$  que forma, con los ejes x e y, los ángulos  $\hat{\alpha} = \frac{\pi}{3}$  y  $\hat{\beta} = \frac{2}{3}\pi$ , respectivamente, sabiendo que posee  $|\vec{a}| = 3$ . Expresar al vector en su forma canónica.

26. Analizar cuál debe ser la amplitud de  $\hat{\alpha}$  para que los ángulos  $\hat{\beta} = 60^\circ$  y  $\hat{\gamma} = 75^\circ$  sean ángulos directores de un vector.
27. Hallar un vector unitario que posea la misma dirección que el vector  $\vec{v} = (1; 4; \frac{1}{2})$ .