a) $\frac{x+1}{6} - \frac{x+3}{4} = -1$

$\frac{(x+1).4-(x+3).6}{24} = -1$

Solución: $\{x \in \mathbb{R} / x=5\}$

$4x+4-6x-18=-24$

$-2x=-24+14$

$x=\frac{-10}{-2}$

$x=5$

b) $\frac{2x-1}{2x+1} - \frac{x-4}{3x-2} = \frac{2}{3}$

$\frac{(2x-1)(3x-2)-(x-4)(2x+1)}{(2x+1)(3x-2)} = \frac{2}{3}$

$\frac{(6x^2-4x-3x+2)-(2x^2+x-8x-4)}{6x^2-4x+3x-2} = \frac{2}{3}$

$(4x^2+6).3=(6x^2-x-2).2$

$12x^2+18=12x^2-2x-4$

$12x^2-12x^2+2x=-4-18$

$2x=-22$

$x=-22:2$

$x=-11$

Solución: $\{x \in \mathbb{R} / x=-11\}$

c) $2x+3=x-1+x$

$2x+3=2x-1$

$3 \neq -1$ $\therefore$ No existe solución.

Escaneado con CamScanner

d) $\frac{x+3}{2} = \frac{3x+6-x}{4}$ Solución: $\{x \in \mathbb{R}\}$

$(x+3).4 = 2(2x+6)$

$4x+12 = 4x+12$

Como se observa en ambos miembros la misma expresión podemos comprender que cualquier valor real que tome la variable x satisface la ecuación.

$\therefore$ La ecuación tiene infinitas soluciones

e) $3x < 9x + 4$

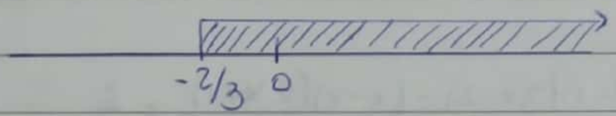
$3x - 9x < 4$

$-6x < 4$

$x > 4 : (-6)$

$x > -2/3$

Solución: $\{x \in \mathbb{R} / x > -2/3\} = (-2/3; +\infty)$



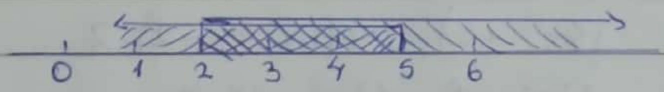
f) $4 \leq 3x - 2 < 13$

$4+2 \leq 3x < 13+2$

$\frac{6}{3} \leq x < \frac{15}{3}$

$2 \leq x < 5$

Solución: $\{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x < 5\} = [2; 5)$



g) $x^2 - 5x + 6 > 0$

Factorizamos la expresión utilizando la formula Resolvente

$x_1, x_2 = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.1.6}}{2.1}$

$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2}$

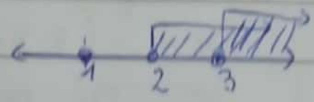
$x_1 = \frac{5+1}{2} = 3 \quad \wedge \quad x_2 = \frac{5-1}{2} = 2$

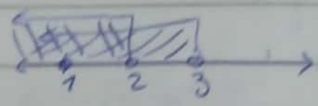
$x^2 - 5x + 6 > 0$

(1) (2)

$(x-3)(x-2) > 0 \Rightarrow \left[(x-3) > 0 \ \wedge \ x-2 > 0\right] \ \vee \left[x-3 < 0 \ \wedge \ x-2 < 0\right]$

$\left[x > 3 \ \wedge \ x > 2\right] \ \vee \left[x < 3 \ \wedge \ x < 2\right]$





$S_1 = \{x \in \mathbb{R} / x > 3\} \quad \cup \quad S_2 = \{x \in \mathbb{R} / x < 2\}$

$S_T = S_1 \cup S_2 = \{x \in \mathbb{R} / x > 3\} \cup \{x \in \mathbb{R} / x < 2\} = (-\infty, 2) \cup (3, \infty$

h) $\frac{1}{6} < \frac{2x-13}{12} \leq \frac{2}{3}$

$\frac{12}{6} < 2x - 13 \leq \frac{24}{3}$

$2 < 2x - 13 \leq 8$

$2 + 13 < 2x \leq 13 + 8$

$\frac{15}{2} < x \leq \frac{21}{2}$

Solución: $\{x \in \mathbb{R} / \frac{15}{2} < x \leq \frac{21}{2}\} = \left(\frac{15}{2}; \frac{21}{2}\right]$

i) $\frac{1+x}{1-x} \geq 1$

$\frac{1+x}{1-x} - 1 \geq 0$

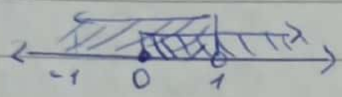
$\frac{1+x-(1-x)}{1-x} \geq 0$

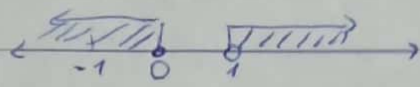
$\frac{1+x-1+x}{1-x} \geq 0$

$\frac{2x}{1-x} \geq 0$

$[2x \geq 0 \wedge 1-x > 0] \vee [2x \leq 0 \wedge 1-x < 0]$

$[x \geq 0 \wedge 1 > x] \vee [x \leq 0 \wedge 1 < x]$





$S_1 = [0; 1) \quad \cup \quad S_2 = \emptyset$

$S_T = S_1 \cup S_2 = [0;1) \cup \emptyset = [0;1)$

j) $\frac{-3}{x+1} \geq 0$

Cómo el numerador es un número negativo, la única opción para que la expresión sea positiva, será que el denominador también sea negativo.

$-3 < 0 \wedge (x+1) < 0$

$x < -1$

Solución $= \{x \in \mathbb{R} / x < -1\} = (-\infty; -1)$

Tener en cuenta que la expresión $\frac{-3}{x+1}$ nunca será cera

k) $\dfrac{2x+6}{x-2} < 0$

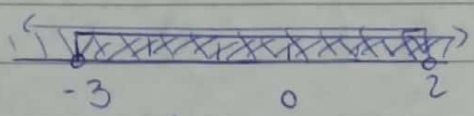
$[2x+6 > 0 \wedge x-2 < 0] \vee [2x+6 < 0 \wedge x-2 > 0]$

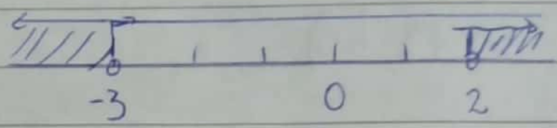
$[2x > -6 \wedge x < 2] \vee [2x < -6 \wedge x > 2]$

$\left[x > -\dfrac{6}{2} \wedge x < 2\right] \vee [x < -6/2 \wedge x > 2]$

$\vee$

$[x > -3 \wedge x < 2] \vee [x < -3 \wedge x > 2]$





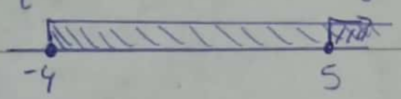
$S_1 = (-3; 2)$ $S_2 = \emptyset$

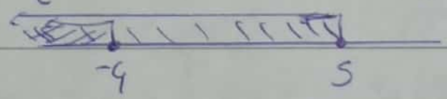
$S_T = (-3; 2)$

l) $(x-5).(x+4) \geq 0$

$[x-5 \geq 0 \wedge x+4 \geq 0] \vee [x-5 \leq 0 \wedge x+4 \leq 0]$

$[x \geq 5 \wedge x \geq -4] \vee [x \leq 5 \wedge x \leq -4]$





$S_1 = [5; +\infty)$ $S_2 = (-\infty; -4]$

$S_T = (-\infty; -4] \cup [5; +\infty)$

m) $-2 < \dfrac{x+1}{x-3}$

$0 < \dfrac{x+1}{x-3} + 2$

$0 < \dfrac{x+1+2(x-3)}{x-3}$

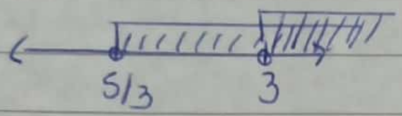
$$0 < \frac{x+1+2x-6}{x-3}$$

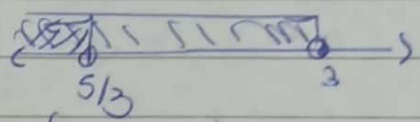
$$0 < \frac{3x-5}{x-3}$$

$$[3x-5>0 \wedge x-3>0] \vee [3x-5<0 \wedge x-3<0]$$

$$[3x>5 \wedge x>3] \vee [3x<5 \wedge x<3]$$

$$\left[x>\frac{5}{3} \wedge x>3\right] \quad [x<5/3 \wedge x<3]$$





$S_1 = (3; +\infty)$ $\qquad$ $S_2 = (-\infty; 5/3)$

$$S_T = (-\infty; 5/3) \cup (3; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x < 5/3 \cup x > 3\}$$

n) $|3x| = -2x$

Restricción:
Siempre que
$-2x \geq 0$
$x \leq 0 : (-2)$
$x \leq 0$

Aplicamos definición de Valor Absoluto

1º) Si $3x \geq 0 \Rightarrow |3x| = 3x$

$3x = -2x$
$3x + 2x = 0$
$5x = 0$
$x = 0$ $\qquad$ $S_1 = \{x \in \mathbb{R} / x = 0\}$

2º) Si $3x < 0 \Rightarrow |3x| = -3x$

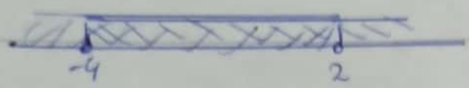
$-3x = -2x$
$-3x + 2x = 0$
$-x = 0$
$x = 0$ $\qquad$ $S_2 = \{x \in \mathbb{R} / x = 0\}$

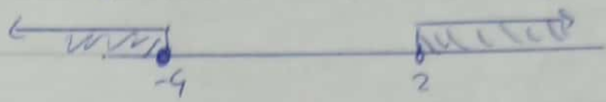
$$S_T = \{x \in \mathbb{R} / x = 0\}$$

ñ) $(x+4)(x-2) \leq 0$

$[x+4 \geq 0 \ \wedge \ x-2 \leq 0] \ \vee \ [x+4 \leq 0 \ \wedge \ x-2 \geq 0]$

$[x \geq -4 \ \wedge \ x \leq 2] \qquad [x \leq -4 \ \wedge \ x \geq 2]$





$S_1 = [-4; 2] \qquad S_2 = \emptyset$

$S_T = \{x \in \mathbb{R} / -4 \leq x \leq 2\} = [-4; 2] \cup \emptyset = [-4; 2]$

o) $|2x+7| = x-1$

Restricción de los Resultados:

$x-1$ siempre debe ser +

$x-1 \geq 0$

$x \geq -1$

1°) Si $2x+7 \geq 0 \Rightarrow |2x+7| = 2x+7$

$2x+7 = x-1$

$2x - x = -1 - 7$

$x = -8$

2°) Si $2x+7 < 0 \Rightarrow |2x+7| = -(2x+7)$

$-(2x+7) = x-1$

$-2x-7 = x-1$

$-2x - x = -1 + 7$

$-3x = 6$

$x = 6 : (-3)$

$x = -2$

Como ninguna de las dos soluciones está dentro de la restricción, la ecuación no posee solución.

p) $|3x-2| = x+1$

Siempre que
$x+1 \geqslant 0$
$x \geqslant -1$

1°) Si $3x-2 \geqslant 0 \Rightarrow |3x-2| = 3x-2$

$3x-2 = x+1$

$3x - x = 1+2$

$2x = 3$

$x = 3/2$

2°) Si $3x-2 < 0 \Rightarrow |3x-2| = -(3x-2)$

$-(3x-2) = x+1$

$-3x+2 = x+1$

$-3x - x = 1-2$

$-4x = -1$

$x = -1/(-4)$

$x = 1/4$

Solución: $\{x \in \mathbb{R} / x = 1/4 \lor x = 3/2\}$

q) $|x^2 - 12x + 31| = 4$

1°) $x^2 - 12x + 31 = 4$

$x^2 - 12x + 27 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4.1.27}}{2.1}$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 108}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{36}}{2}$$

$$x_1 = \frac{12+6}{2} = 9$$

$$x_2 = \frac{12-6}{2} = 3$$

$S_1 = \{x \in \mathbb{R} / x = 9 \lor x = 3\}$

2º) $x^2 - 12x + 31 = -4$

$x^2 - 12x + 35 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4.1.35}}{2.1}$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 140}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$x_1 = \frac{12+2}{2} = 7$$

$$x_2 = \frac{12-2}{2} = 5$$

$S_2 = \{x \in \mathbb{R} / x = 7 \vee x = 5\}$

$S_T = \{x \in \mathbb{R} / x = 3 \vee x = 5 \vee x = 7 \vee x = 9\}$

r) $|x^2 + 1| = 2$

1º) $x^2 + 1 = 2$

$x^2 + 1 - 2 = 0$

$x^2 - 1 = 0$

$(x-1)(x+1) = 0$

$x - 1 = 0 \vee x + 1 = 0$

$x = 1 \vee x = -1$

2º) $x^2 + 1 = -2$

$x^2 + 1 + 2 = 0$

$x^2 + 3 = 0$

$x^2 = -3$

No tiene solución en $\mathbb{R}$

$S = \{x \in \mathbb{R} / x = -1 \vee x = 1\}$

Escaneado con CamScanner

s) $|x-2| \leq 1$

$-1 \leq x-2 \leq 1$

$-1+2 \leq x \leq 1+2$

$1 \leq x \leq 3$

$S = [1, 3] = \{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x \leq 3\}$

t) $|x^2 - 5x| = 6$

$x^2 - 5x = 6$ o bien $x^2 - 5x = -6$

$x^2 - 5x - 6 = 0$ $x^2 - 5x + 6 = 0$

$x_{1,2} = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.1.(-6)}}{2.1}$ $x_{1,2} = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.1.6}}{2.1}$

$x_{1,2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{25+24}}{2}$ $x_{1,2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2}$

$x_{1,2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{49}}{2}$ $x_{1,2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$

$x_1 = \dfrac{5+7}{2} = 6$ $x_1 = \dfrac{5+1}{2} = 3$

$x_2 = \dfrac{5-7}{2} = -1$ $x_2 = \dfrac{5-1}{2} = 2$

Solución: $\{x \in \mathbb{R} / x = 6 \vee x = -1 \vee x = 3 \vee x = 2\}$

u) $|3x+5| = -1/2$ $S = \emptyset$

Este ejercicio no tiene solución en el campo de los números reales, ya que un valor Absoluto nunca podrá ser un número negativo.

v) $\left|\frac{1-2x}{3}\right| \leq -4$ $\quad S = \emptyset$

Este ejercicio no tiene solución porque un valor absoluto nunca podrá ser menor a un número negativo. Recordar que por definición, el valor absoluto tiene resultado positivo.

w) $\frac{|6-6x|}{3} = 1$

$|6-6x| = 3.1$

$6-6x = 3$ o bien $6-6x = -3$

$-6x = 3-6$ $\quad -6x = -3-6$

$x = \frac{-3}{-6}$ $\quad x = \frac{-9}{-6}$

$x = \frac{1}{2}$ $\quad x = \frac{3}{2}$

$S = \{x \in \mathbb{R} / x = 1/2 \vee x = 3/2\}$

x) $|5x-3| = 4x+1$

Siempre que
$4x+1 \geq 0$
$4x \geq -1$
$x \geq -1/4$

1°) Si $5x-3 \geq 0 \Rightarrow |5x-3| = 5x-3$

$5x-3 = 4x+1$

$5x-4x = 1+3$

$x = 4$

2°) Si $5x-3 < 0 \Rightarrow |5x-3| = -(5x-3) = -5x+3$

$-5x+3 = 4x+1$

$-5x-4x = 1-3$

$-9x = -2$

$x = (-2)/(-9)$

$x = 2/9$

$S = \{x \in \mathbb{R} / x = 4 \vee x = 2/9\}$