Predicados de Diferentes Órdenes

Existen diferentes órdenes de predicados. El orden o grado de un predicado está asociado al número mínimo de individuos de los cuales tiene sentido predicarlo.

Los predicados que denotan propiedades de individuos son los predicados de orden 1 o monádicos.

Por ejemplo: P(x): x es cetáceos. Q(x): x es matemático.

Los predicados que establecen relaciones entre individuos son aquellos predicados de orden mayor que uno o poliádicos. Entre estos predicados es posible distinguir a los predicados de orden mayor que uno. Los predicados en los que hacen falta dos individuos que este adquiera sentido se reconocen como de segundo orden:

Por ejemplo: P(x;y): x admira a y. Q(x;y): x >y

Un ejemplo de predicado de tercer orden es del tipo P(x; y;z): x está comprendido entre y e z.

En cualquiera de los casos antes mencionados, si se tratara de simbolizar proposiciones singulares bastará con reemplazar a las variables por constantes del mismo tipo.

Además de predicar vínculos entre individuos, también es posible formular enunciados poliádicos en los que se relacione a u individuo con la totalidad de los individuos del universo. Un ejemplo de este tipo es: "Pedro lo explora todo"

En este caso Pedro es un individuo específico, por lo cual, se lo puede denotar identificándolo con una constante, *a*= Pedro. Este valor (o individuo) se reemplaza por una de las variables del predicados que relaciona a x e y: P(x;y): x explora y. Con lo cual, la proposición ejemplo se puede representar simbólicamente del siguiente modo: $\forall x: P(a; x)$ que puede leerse, "Para todo x, se cumple que Pedro explora x" o bien, "Para todo x se cumple que x es explorado por Pedro".

El cuantificador universal debe colocarse al comienzo de la expresión aun cuando no afecta a la constante *a* para obtener un fórmula bien formada (fbf). Y es indispensable el orden de los símbolos que representan a los individuos genéricos (usando variable) o específico (usando constante) ya que esto indica la relación existente.

Para ejemplificar esto y diferenciar de la situación ilustrada anteriormente, es posible considerar a la expresión: “Todo hace feliz a Pedro” la expresión de esta proposición en el lenguaje simbólico es: $\forall x: Q(x; a)$ donde Q(x;y): x hace feliz a y mientras que se sigue manteniendo para *a*= Pedro.

Esquemas de Varias Variables

En algunas ocasiones, en un predicado poliádico se emplean términos generales únicamente, es decir, no se hace mención a individuos específicos, en estas ocasiones se utilizan cuantificadores. Un ejemplo de esto puede ser considerar a la proposición:

“Todo ilumina todo”

en este caso se tiene el esquema proposicional P(x;y): x ilimina a y, el cual debe cuantificarse con el universal en cada una de las variables. Se dice que la cuantificación es múltiple y debido a que utiliza el mimo cuantificador homogénea. Esto es:

$\forall x, \forall y: P(x; y)$: “Todo ilumina todo”

Si la proposición fuese: “Hay algo que ilumina todo” la cuantificación sería múltiple pero heterogénea ya que requiere de diferentes cuantificadores. Es decir:

$\exists x, \forall y: P(x; y)$: “Todo ilumina todo”

Leyes de los Cuantificadores

En los casos de cuantificación homogénea pueden conmutarse los cuantificadores de la variables intervinientes y, puesto que se trata de una ley lógica, se cumplirá la equivalencia entre dichas expresiones, es decir que se cumplirán en cualquier universo no vacío y para cualquier predicado.

Es así como las leyes de conmutatividad de cuantificadores en cuantificaciones homogéneas pueden expresarse simbólicamente del siguiente modo:

- $\forall x, \forall y: P(x; y) \Leftrightarrow \forall y, \forall x: P(x; y)$
- $\exists x, \exists y: P(x; y) \Leftrightarrow \exists y, \exists x: P(x; y)$

Sin embargo, en los casos de cuantificación heterogéneas las equivalencias antes mencionadas no se cumplen. No obstante se verifican las siguientes leyes:

- $\exists x, \forall y: P(x; y) \Rightarrow \forall y, \exists x / P(x; y)$
- $\exists y, \forall x: P(x; y) \Rightarrow \forall x, \exists y / P(x; y)$

Para explicar la interpretación de estas implicaciones se las considerará por separado del siguiente modo:

En la primera implicación se entiende que si existe un individuo del cual parte la relación hacia todos, entonces todos reciben la relación de alguno.

En la segunda se interpreta que si hay un individuo que recibe la relación de todos, entonces de todos parte la relación hacia alguno.

Bibliografía consultada

- Arenas Alegría, L. Lógica Formal para Informáticos. 1996. Ediciones Díaz Santos S.A.
- Smith, K. Introducción a la Lógica Simbólica. 1991. Grupo Editorial Iberoamericano. México DF.
- Suppes, P. y Hill, S. Introducción a la lógica matemática. 2004. Edicitorial Reverté S.A. Buenos Aires.