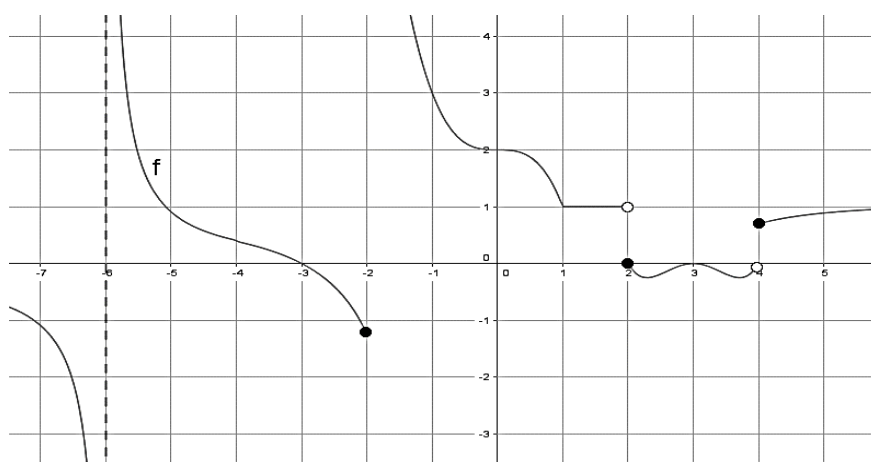


TRABAJO PRÁCTICO N°3: Límite de una Función

1- A partir de la gráfica de la función f , analizar la existencia de los límites indicados.

- a) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ d) $f(-2)$ e) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$
 f) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ g) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ h) $f(-1)$ i) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ j) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ k) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
 l) $f(2)$ m) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ n) $\lim_{x \rightarrow -6} f(x)$



2- Calcular los siguientes límites aplicando propiedades de los límites.

a) $\lim_{x \rightarrow 5} (2x^2 - 3x + 4)$ b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{5 - 3x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 3} (2x^3 - 10x - 8)$ d) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x}{x^4 + 2}$

3- Graficar las siguientes funciones y , si existen, establecer el valor de los límites solicitados. Justificar

$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 2 \\ 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$ Hallar: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

$g(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x \leq -1 \\ x^3 & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ -x + 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ Hallar: $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$ $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

$h(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ 9 - x^2 & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ x - 2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$ Hallar: $\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x)$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$ $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$
 $\lim_{x \rightarrow 3^-} h(x)$ $\lim_{x \rightarrow 3^+} h(x)$ $\lim_{x \rightarrow 3} h(x)$

4- Calcular el valor de los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(5 - \frac{x}{2}\right)}{\sqrt{1+x^2}-1}$ b) $\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{-\pi}{9-x^2}\right)$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^5 - 3x^2 - 3x)$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{(2x+4)}$
 e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-10}{-5}$ f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{1-9}}{\frac{x}{2}+1}$

5- Halle los límites de funciones del tipo $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$ y $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x}$

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x)}{x^2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2(x)}{x^2 \sec x}$ d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x}$

6- Encontrar los siguientes límites indeterminados :

I. del tipo 0/0

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3+x)^2-9}{x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(x+1)}{(x^2+2x-3)(x-5)}$ d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^8-2x^4}{4x^7-x^3}$
 e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$ f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3x+1}}{\sqrt{x}-1}$ g) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1}-3}$ h) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-x-2}{x^2-5x+6}$
 i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-3x^2+4}{x^3-7x^2+16x-12}$ j) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4x-5}{x^3-3x^2-13x+15}$

II. del tipo ∞/∞

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4-x^3+2}{x^5+8x^3-1}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-2x+1}{2x^3+4x-8}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x^2+1)(5x+3)}{(2x^3-1)(x+4)}$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x}{4x+1+\sqrt{16x^2+3x-2}}$
 e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}-1}$ f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+x+1} + \sqrt{x^2-x+1}}{x + \sqrt{x^2+1}}$ g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x + \frac{1}{x}\right)$ h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$
 i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{3x-5}$

III. del tipo $\infty - \infty$

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{x(x+a)} - x]$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x-\sqrt{x}}]$
 d) $\lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{x^2-2} - \sqrt{x^2+x}]$

7- En cada función propuesta:

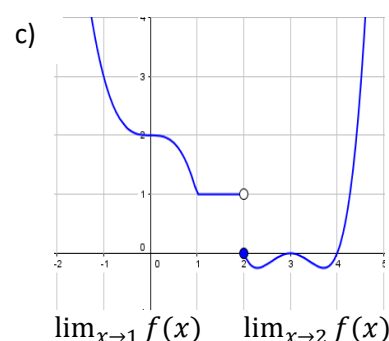
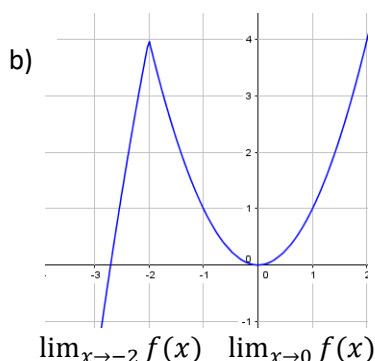
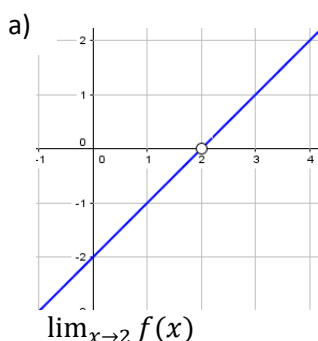
- Determinar su dominio y analizar la existencia de asíntotas.
- Estudiar la existencia de ordenada al origen y ceros, y realizar la representación gráfica.

a) $f(x) = \frac{x^2-x}{x^2-2x-3}$ b) $f(x) = \frac{x+2}{x-\frac{x}{5}}$ c) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}-1}$

$$d) f(x) = \begin{cases} |x| & x < -4 \vee x > 4 \\ \frac{x+2}{x} & -4 < x < 4 \end{cases}$$

Ejercicios complementarios

1. A partir de las representaciones gráficas de las siguientes funciones, determinar los límites que se indican.



2. 2.1) Graficar las siguientes funciones. 2.2) En cada caso, establecer el valor de los límites solicitados, si existen. Justificar.

a) Sea $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1 \\ 4 - x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ Hallar: i) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ii) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ iii) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

b) Sea $f(x) = \begin{cases} -1 + x & \text{si } x < -1 \\ x^3 - 1 & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ -x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ Hallar: i) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ii) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

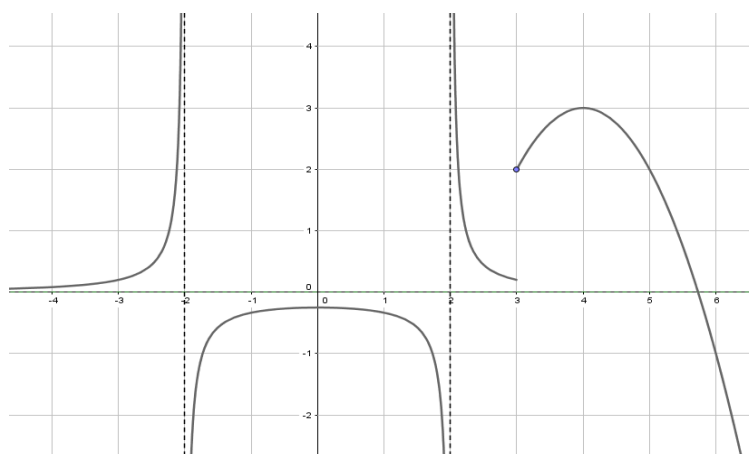
c) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{2-x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$ Hallar: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

3. Calcular los siguientes límites de variables finitas e infinitas.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^4 + 5x^3 + 2)$ b) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{1}{x+4}$ c) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x-10}{x-2}$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2\sqrt{3}}{x^3 + \frac{x}{2} + 4}$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x^3 - 4x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x^2 - 4}$ g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 100} - 10}{x^2}$

4. Considere la gráfica de la siguiente función. Determine, si existen, los límites que se indican.



a) $\lim_{x \rightarrow -2} g(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$

5. Salvar las indeterminaciones que se presentan para calcular los límites que se indican.

$\frac{0}{0}$: a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)^3 - 8}{x}$

d)

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^2 - x^2}{x^4 - a^4}$

$\frac{\infty}{\infty}$: a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + x^3 + x^5}{1 - x^2 + x^4}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - x - x^2}{2x^2 - 7}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2}{\sqrt{x} - 3}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$

e)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^6 - x}}{x^3 + 1}$

$\infty - \infty$: a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 2x + 3})$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2} - \sqrt{x^2 + x})$

6. Estudiar a las funciones que se presentan a continuación, considerando su dominio y analizando la existencia de ordenada al origen, ceros y asíntotas (verticales horizontales).

a) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 5x - 6}$

b) $f(x) = \frac{-2}{(x+3)^2}$

c) $f(x) = \frac{3x^2 - x - 2}{5x^2 + 4x + 1}$

d) $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x - 2}$

e) $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{4x + 10}$

f) $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 - 10x}{x^3 - 4x^2 + 3x}$

g) $f(x) = \frac{3x^2}{x + 2}$