PROF. EN MATEMÁTICA - PROF. EN FÍSICA

Prof. Manzur J. - Prof. Moreno A. Análisis Matemático II

Trabajo Práctico N°1

Sucesiones y Series Numéricas

1. Indicar si el enunciado es verdadero (V) o falso (F). Justificar.

   (a) Toda sucesión acotada converge.

   (b) Si una sucesión es no monótona, es no convergente.

   (c) $\lim_{n\to\infty} \frac{|x|^n}{n!} = 0$ para todo valor de x.

   (d) Si $\{a_n\}$ es una sucesión convergente, entonces $\sum a_n$ siempre converge.

   (e) Si $\sum a_n = \frac{3}{2}$, entonces $a_n \to 0$ cuando $n \to \infty$.

   (f) Si $a_n \to 0$ cuando $n \to \infty$, entonces $\sum a_n$ converge.

2. Determinar el término general de la sucesión dada en cada caso, comenzando en $n = 1$ y analice su convergencia.

   (a) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \cdots$

   (b) $0, \frac{1}{2^2}, \frac{2}{3^2}, \frac{3}{4^2}, \cdots$

   (c) $\frac{1}{3}, -\frac{1}{9}, \frac{1}{27}, -\frac{1}{81}, \cdots$

   (d) $\left(1-\frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right), \left(\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\right), \cdots$

   (e) $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{2^2}, \frac{3}{2^3}, \cdots$

3. Estudiar la convergencia de las sucesiones siguientes:

   (a) $a_n = \frac{2n}{n+1}$

   (b) $a_n = 3 + (-1)^n$

   (c) $a_n = \frac{n^2}{2^n - 1}$

   (d) $a_n = \frac{n^2}{n+1}$

   (e) $a_n = \frac{2n + (-1)^n(n+2)}{7n+1}$

   (f) $a_n = n^2 \left(\frac{1+n}{3n}\right)^n$

   (g) $a_n = \sqrt{n^2 + 3n + 2}$

   (h) $a_n = \frac{x^n}{n!}$

   (i) $a_n = (\sqrt{n^2 + \sqrt{n}} - n)(\sqrt{n+1} + \sqrt{2n})$

   (j) $a_n = n \left(\frac{1+(-1)^n}{3}\right)^n$

4. Resuelve las siguientes situaciones problemáticas:

   (a) En una progresión aritmética, el término 9 es 31 y la diferencia es 4. Halla el término general.

   (b) Halla término general de la progresión aritmética: 12, 4, -4, -12, ...

(c) En una progresión geométrica, el término 3 es 28 y la razón es -2. Halla el término general.

(d) En una progresión geométrica creciente, el término 5 es 112 y el término 6 es 224. Halla el término general.

(e) En una progresión geométrica decreciente, el término 4 es -40 y el término 5 es -80. Halla el término general.

5. La enésima suma parcial de la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ está dada por $S_n = \dfrac{n^2+1}{n+1}$. Encontrar una regla para a_7.

6. La enésima suma parcial de la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ está dada por $S_n = \dfrac{n+1}{n+10}$.

   (a) Encontrar una regla para a_n.

   (b) ¿Es convergente la serie?¿A qué valor converge?

7. Escribir los primeros 10 términos de la serie y determinar si es convergente o divergente:

   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{4!n!2^n}$

   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}, \forall x \in \mathbb{R}$

   (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$

   (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$

   (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$

   (f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{2n-3}\right)^n$

   (g) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{2n+1}\right)^n$

   (h) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{2^n}$

   (i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$

   (j) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$

   (k) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$

   (l) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n^2}\right)$

8. En los siguientes ejercicios determine si la serie alternante es convergente (absoluta o condicionalmente) o divergente:

   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n}$

   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \frac{1}{n^2}$

   (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \frac{1}{\sqrt{n}}$

   (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2^n}$

   (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \frac{3}{n^2+1}$

   (f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(\ln n)^2}$

   (g) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{4}{3n-2}$

   (h) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \frac{2}{3^n}$

   (i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \frac{\ln n}{n}$