



Métodos Numéricos

01

Mario R. Rosenberger



2019

Facultad de Ciencias Exactas Químicas y Naturales
Universidad Nacional de Misiones





Clase 1 (hoy)

Errores en cálculo numérico

- Definiciones
- Modelos matemáticos
- Datos experimentales
- Estimaciones



Modelo representación más simple de una cosa.

disminuye la complejidad del sistema bajo consideración para ser utilizados para un fin específico.

El modelo tiene un propósito;
Nos ayuda a responder preguntas y resolver problemas.

Un buen modelo no imita al sistema real tanto para lograr algo idéntico. **No es una copia.**

El mejor modelo:

Es el modelo más simple que todavía preserva su propósito, es decir, tiene la complejidad suficiente para ayudarnos a comprender un sistema y resolver problemas.



Modelos Matemáticos

Modelo gráfico: tiene una representación es gráfica: dibujo, mapa, gráfico cartesiano. Se usan para hacer predicciones de un sistema o para comprender su funcionamiento. Diagrama de Moody, mapa de Posadas, instrucciones de armado de un mueble, etc.

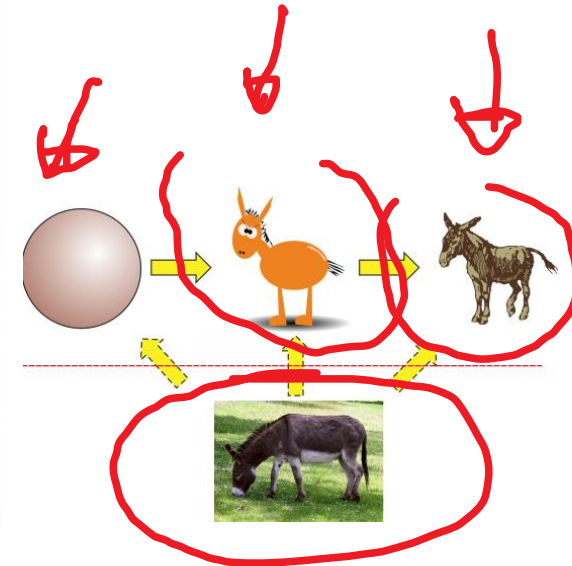
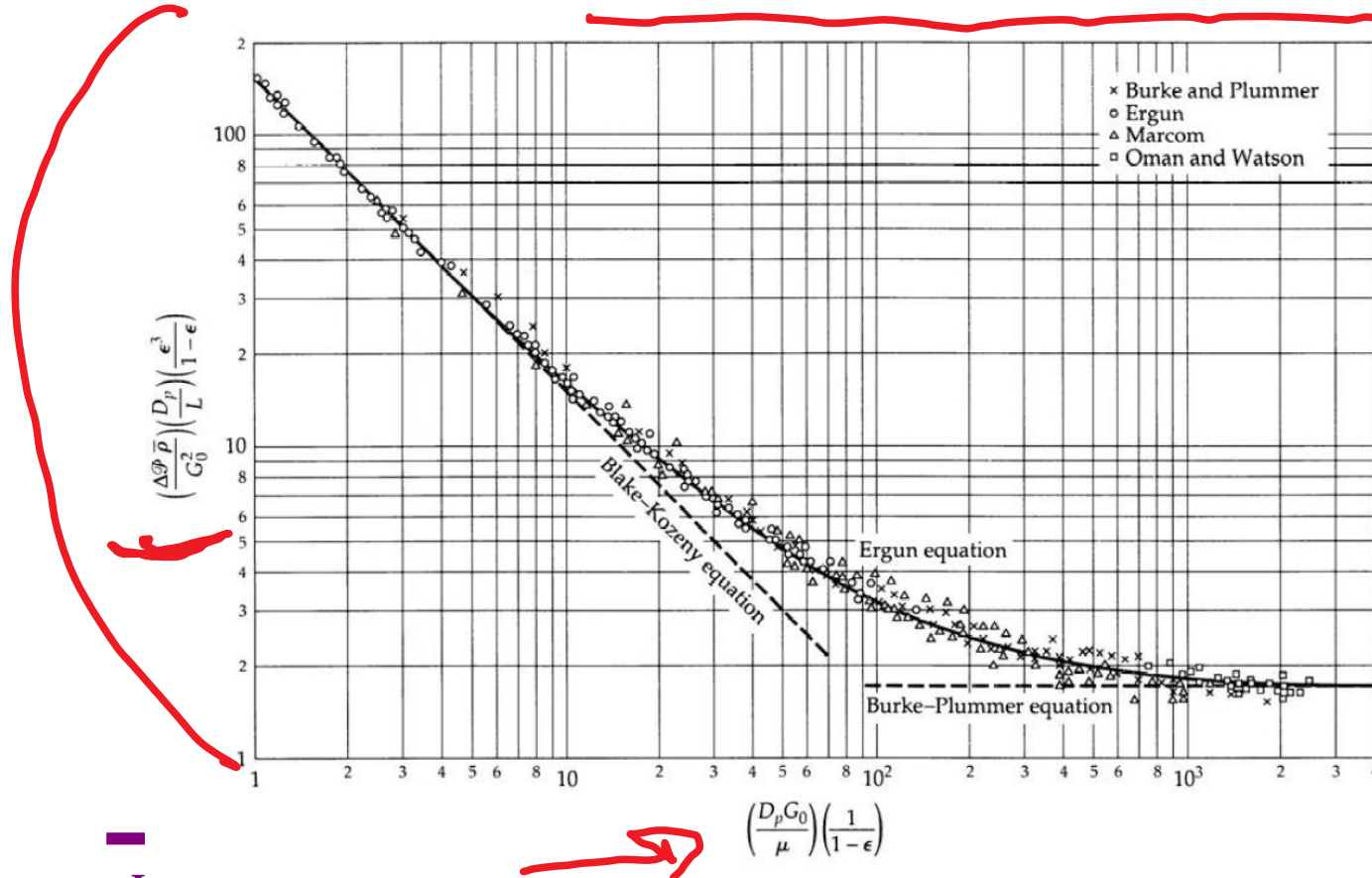


Fig. 6.4-2. The Ergun equation for flow in packed beds, and the two related asymptotes, the Blake-Kozeny equation and the Burke-Plummer equation [S. Ergun, *Chem. Eng. Prog.*, 48, 89-94 (1952)].



Modelos Matemáticos

Modelo determinista: tiene una representación por una fórmula (determinista). Se usan para estudiar con detalle la respuesta del sistema para comprender su funcionamiento o probar teorías. Ec. de Bernoulli, Ec. de Navier-Stokes, Leyes de Newton (fórmulas matemáticas)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 2 \end{cases}$$

$$\underline{v(r, t) = v_x(y)e_x}$$

$$\underline{X = \pi \cdot \int_0^5 c(x) dx}$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(Vc_A) = v(c_{A, \text{in}} - c_A) + V(-k_1c_Ac_B) \\ \frac{d}{dt}(Vc_B) = v(c_{B, \text{in}} - c_B) + V(-k_1c_Ac_B - k_2c_Cc_B) \\ \frac{d}{dt}(Vc_C) = v(c_{C, \text{in}} - c_C) + V(k_1c_Ac_B - k_2c_Cc_B) \\ \frac{d}{dt}(Vc_D) = v(c_{D, \text{in}} - c_D) + V(k_2c_Cc_B) \end{cases}$$



Modelos Matemáticos

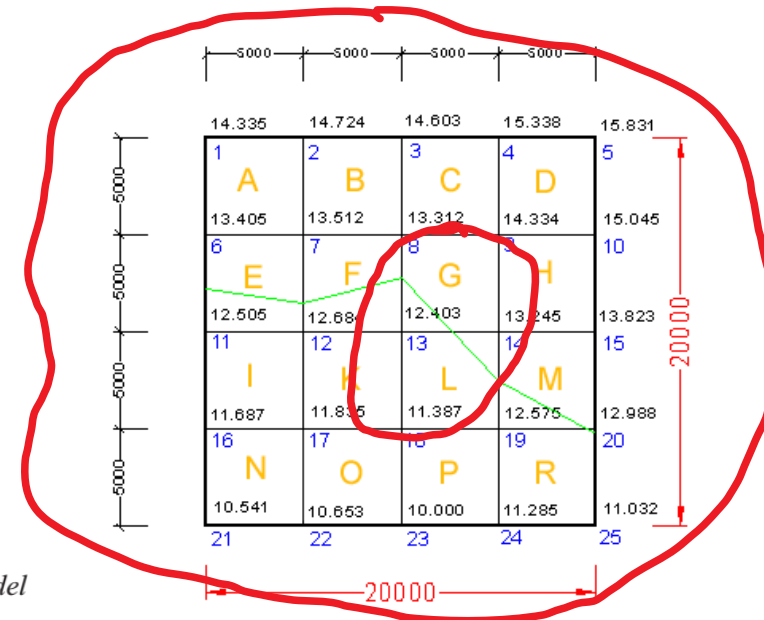
➔ **Modelo numérico:** tiene una representación numérica de los valores, por ejemplo: la representación numérica de una función. Se usan para determinar el estado de un sistema y hacer predicciones. En algunos casos para comprender su funcionamiento. La altura de cada alumno en la sala, la distribución de temperaturas en la habitación.

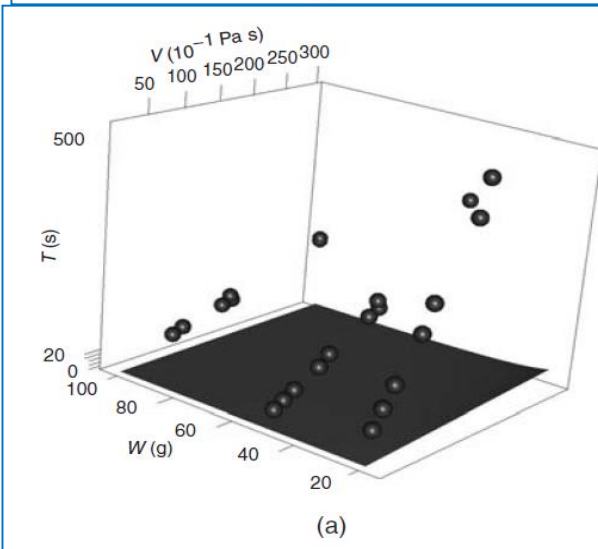
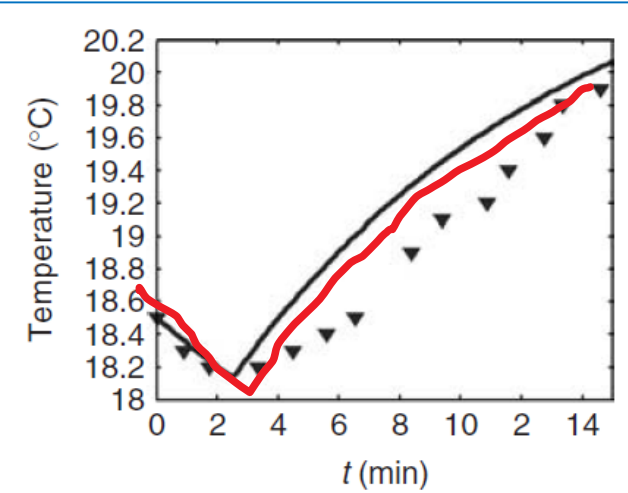
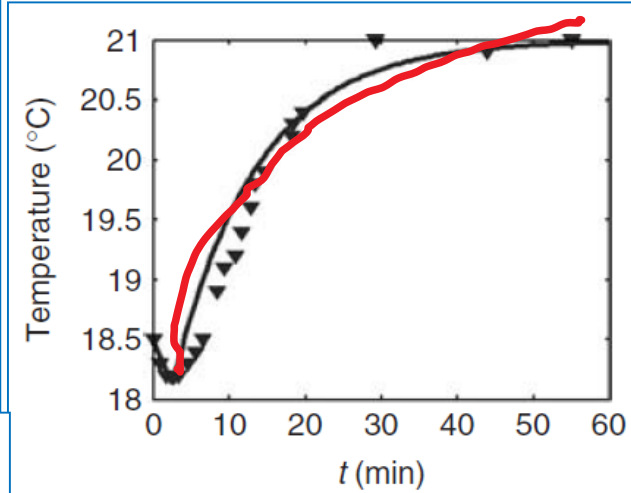
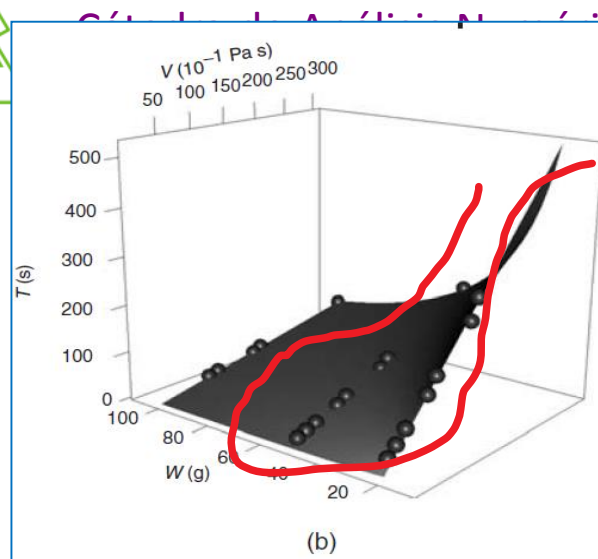
Table 2.2 Drag coefficient for flow around a smooth sphere at Reynolds' numbers between 350 000 and 1 000 000. From Table 5-22 of Perry & Green (1984)

Re	C_D
350 000	0.396
400 000	0.0891
500 000	0.0799
700 000	0.0945
1 000 000	0.110

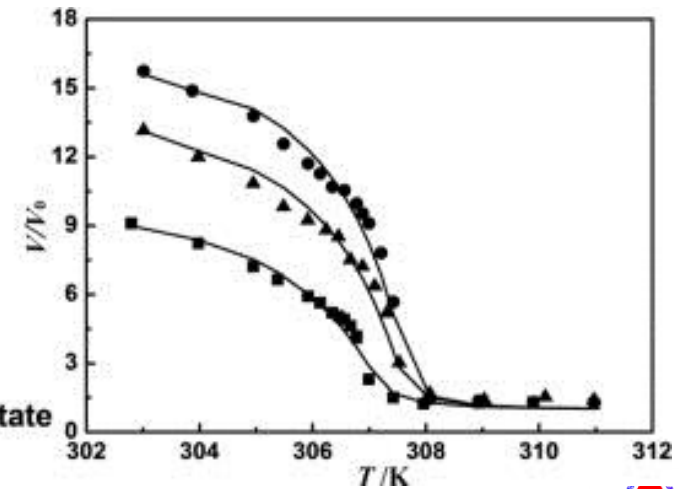
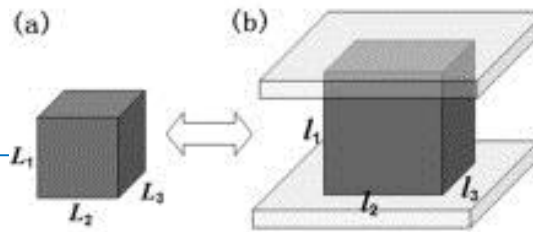
Table 3.2 Data for fitting quadratic two-variable model

k	1	2	3	4	5	6	7	8
θ_1	0	1	1	1	2	2	2	0
θ_2	1	0	1	2	1	2	0	2
y	1.53	1.11	2.83	4.39	4.02	5.92	2.00	3.23





Swelling under uniaxial constraint



Modelos matemáticos



Categorización basado en el las técnicas matemáticas

Ecuaciones algebraicas

Ecuaciones diferenciales.

Ecuaciones Integrales

Ecuaciones en diferencias

continuos o discretos

Analíticos o Numéricos

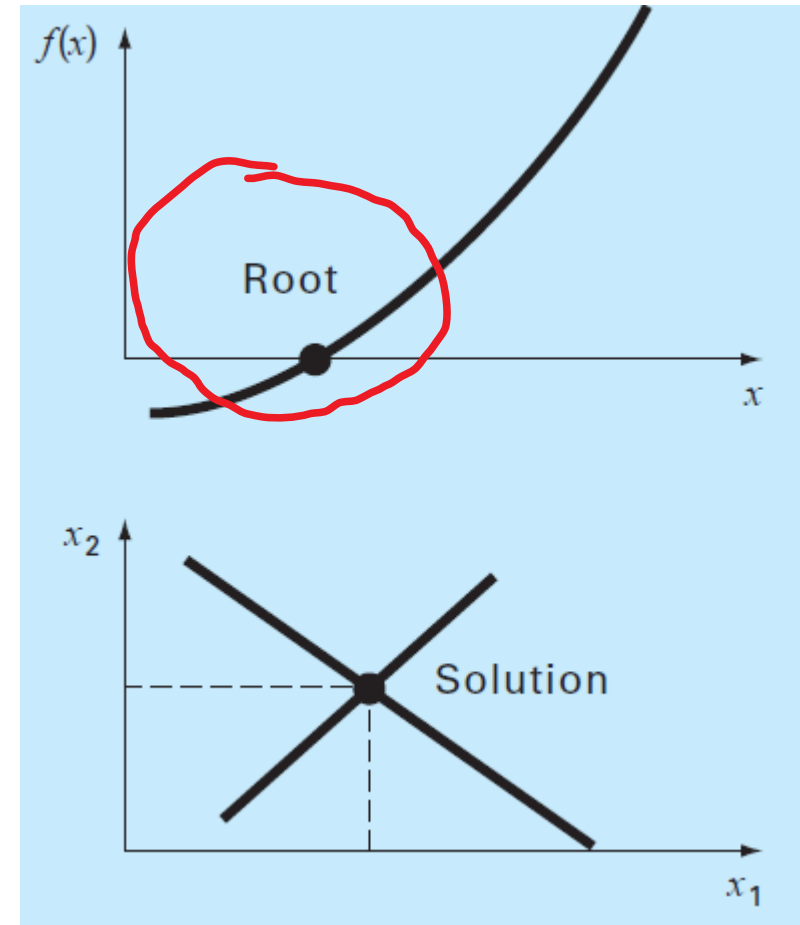
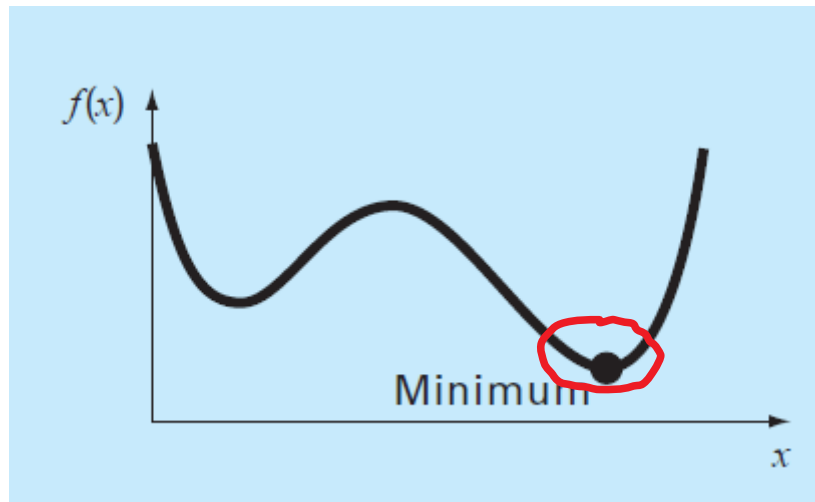
Lineales o no lineales.

Autónomo o no autónomos.



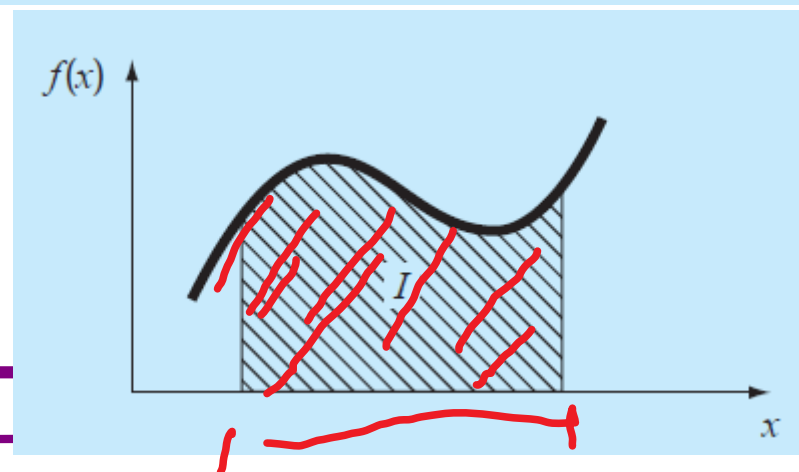
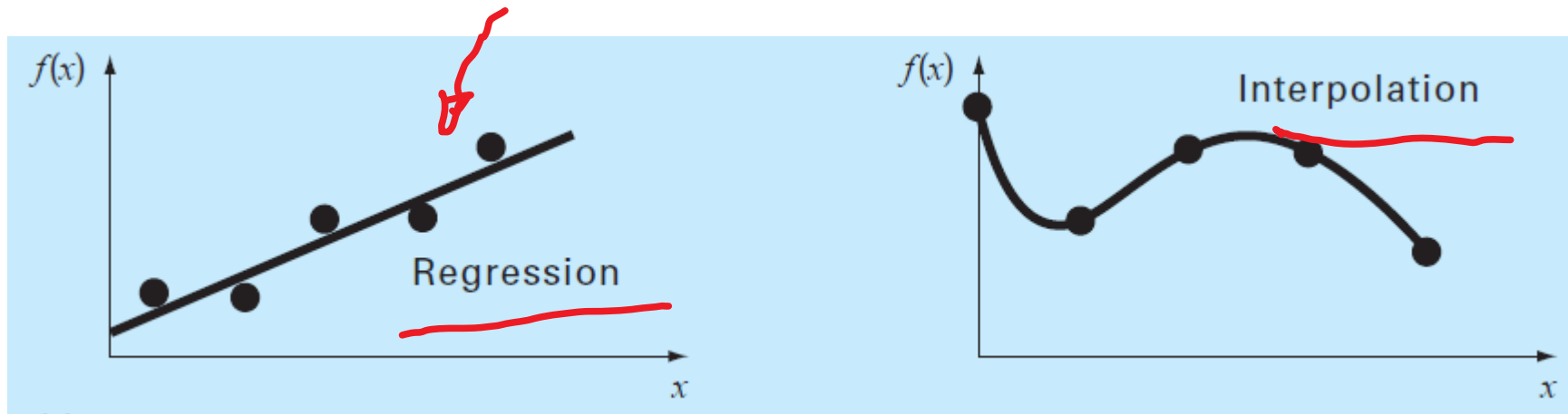
Si la simulación requiere resolver
Ecuaciones algebraicas lineales,
No lineales o trascendentes.

Existen diversas técnicas.
Calculando raíces buscando un mínimo
o métodos directos.





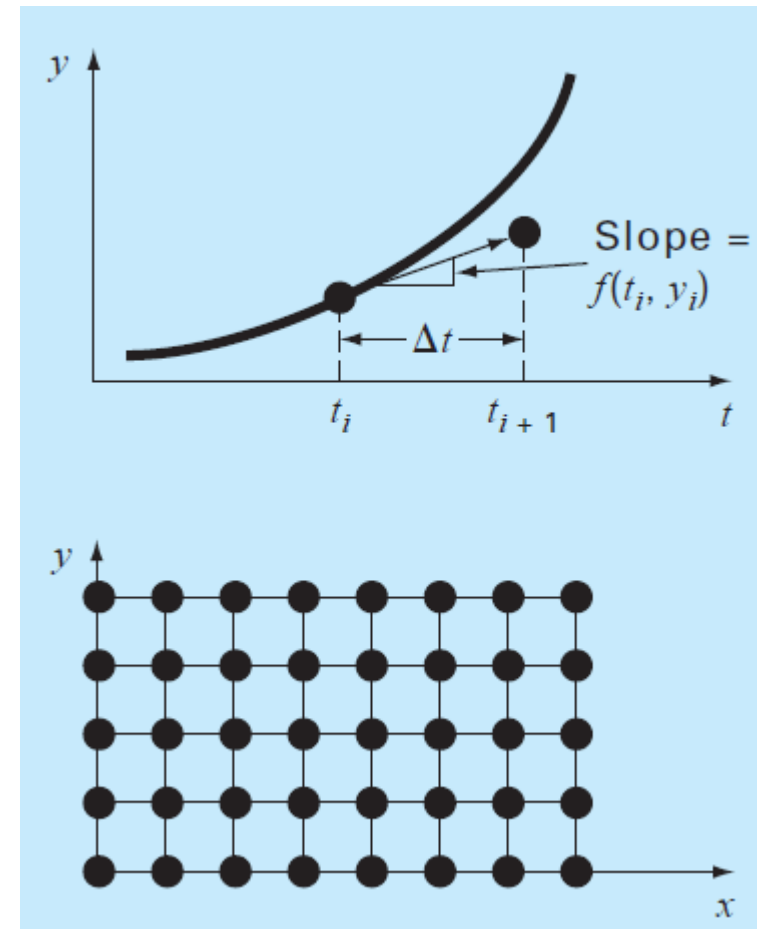
Si distintos datos o resultados de la simulación deben procesarse
Puede ser que tengamos datos puntuales y se propongan funciones
Analíticas para manejar esos datos o resultados.
Así podremos realizar interpolaciones o ajustes de funciones, o bien
Integración de datos.





En otros casos las leyes a aplicar pueden estar definidas por ecuaciones diferenciales. Parciales u ordinarias.
Allí se utilizarán métodos apropiados:

Métodos de Runge-Kutta
Métodos de Adams
Diferencias finitas,
Volumen finito
Elemento finito
Elementos de contorno,
etc.





Modelización en Ingeniería

Modelización de procesos:

Procesos químicos y físicos.

Procesos de transferencia de calor, de transferencia de masa. Procesos de transferencia de cantidad de movimiento. Flujo en cañerías, en bombas, en accesorios.

Modelización de propiedades y resistencia de materiales y partes de equipos:

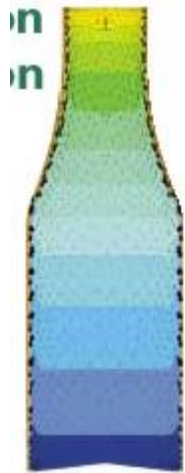
Variación de la densidad de una solución con la concentración de una sal.

Conductividad térmica de la mandioca.

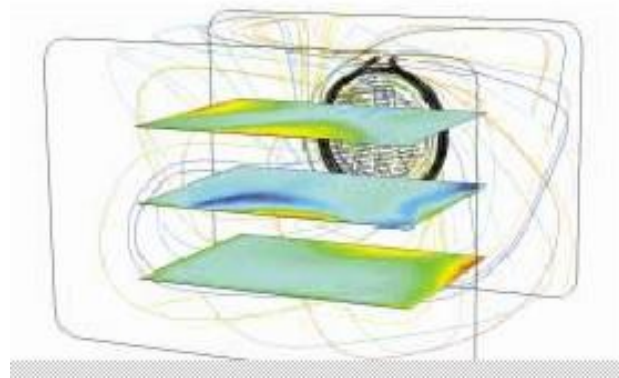
Resistencia de un material compuesto.

Coeficientes de difusión de agua en hojas y palos de yerba mate.

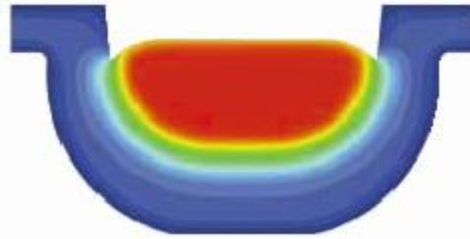
Resistencia mecánica de un recipiente a presión.



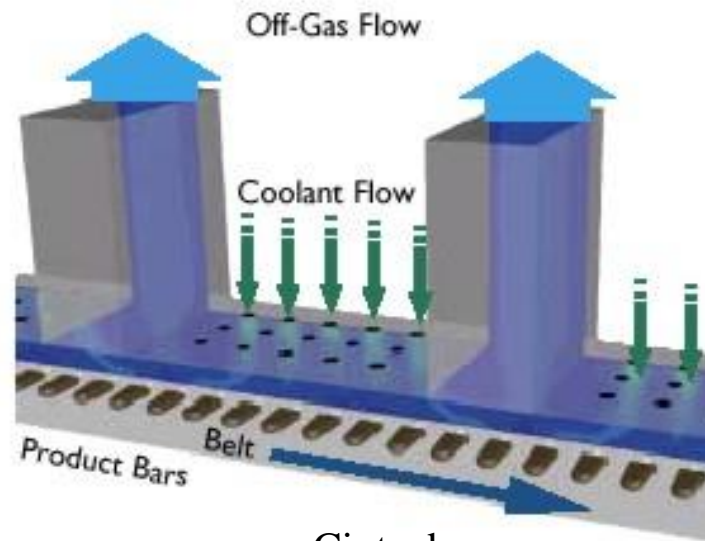
Procesos de esterilización



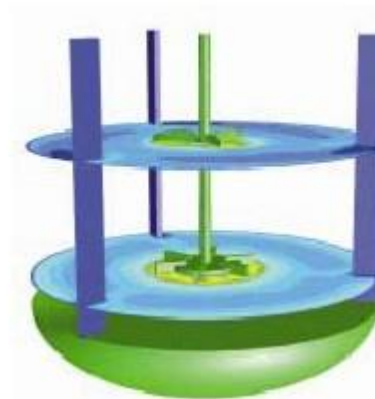
Flujo de aire en horno



Temperatura en chocolates



Cinta de enfriamiento



Mezclado

Alimentos

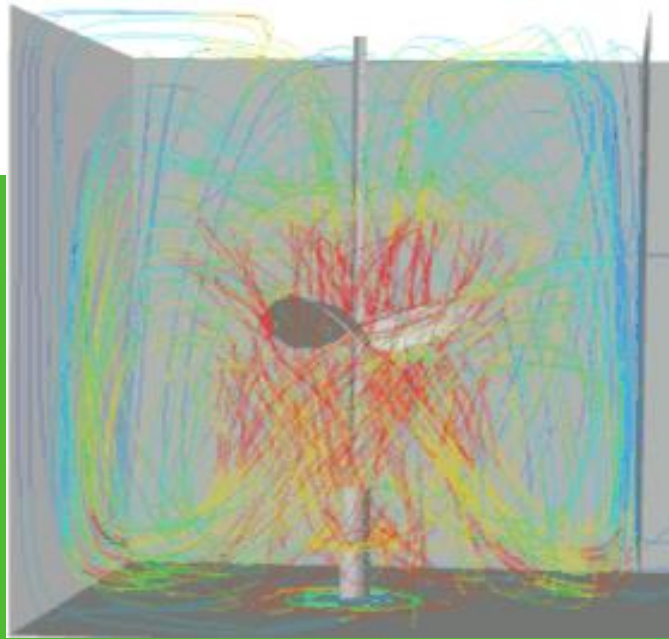
Medio ambiente

Biomedicina

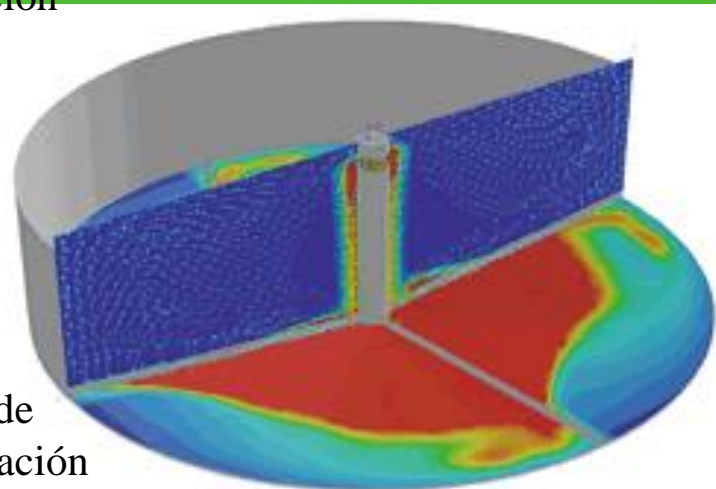
Materiales

Energía

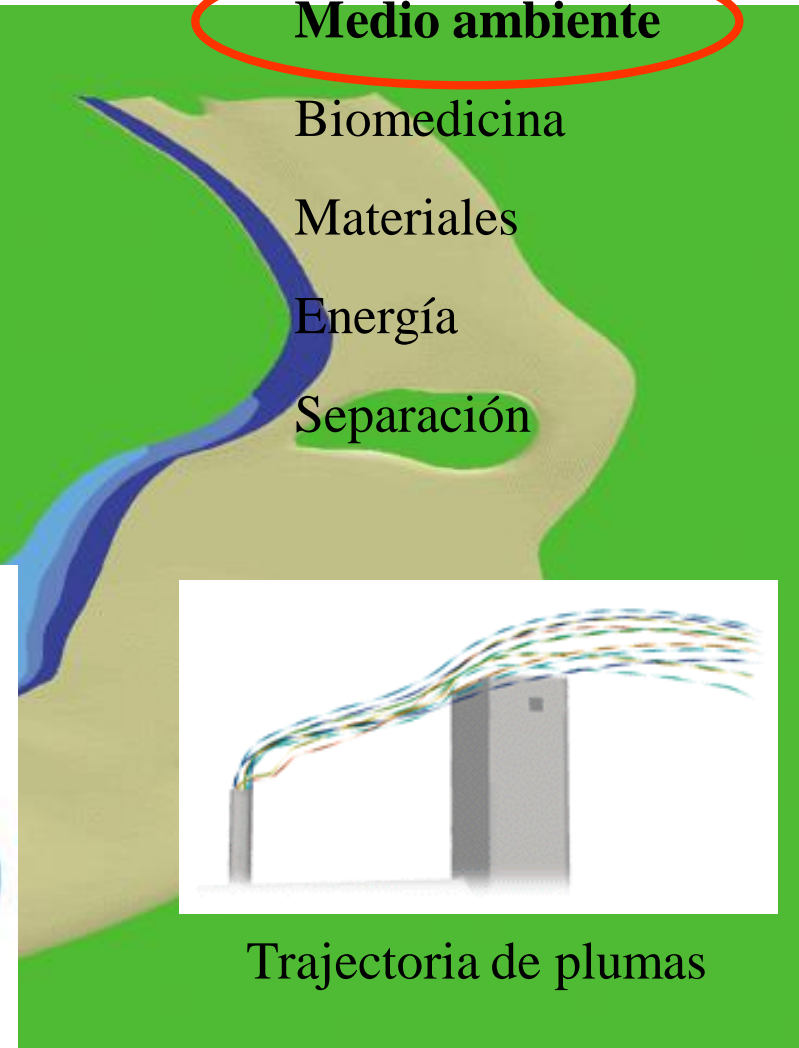
Separación



Cámaras de
Floculación



Tanques de
sedimentación



Alimentos

Medio ambiente

Biomedicina

Materiales

Energía

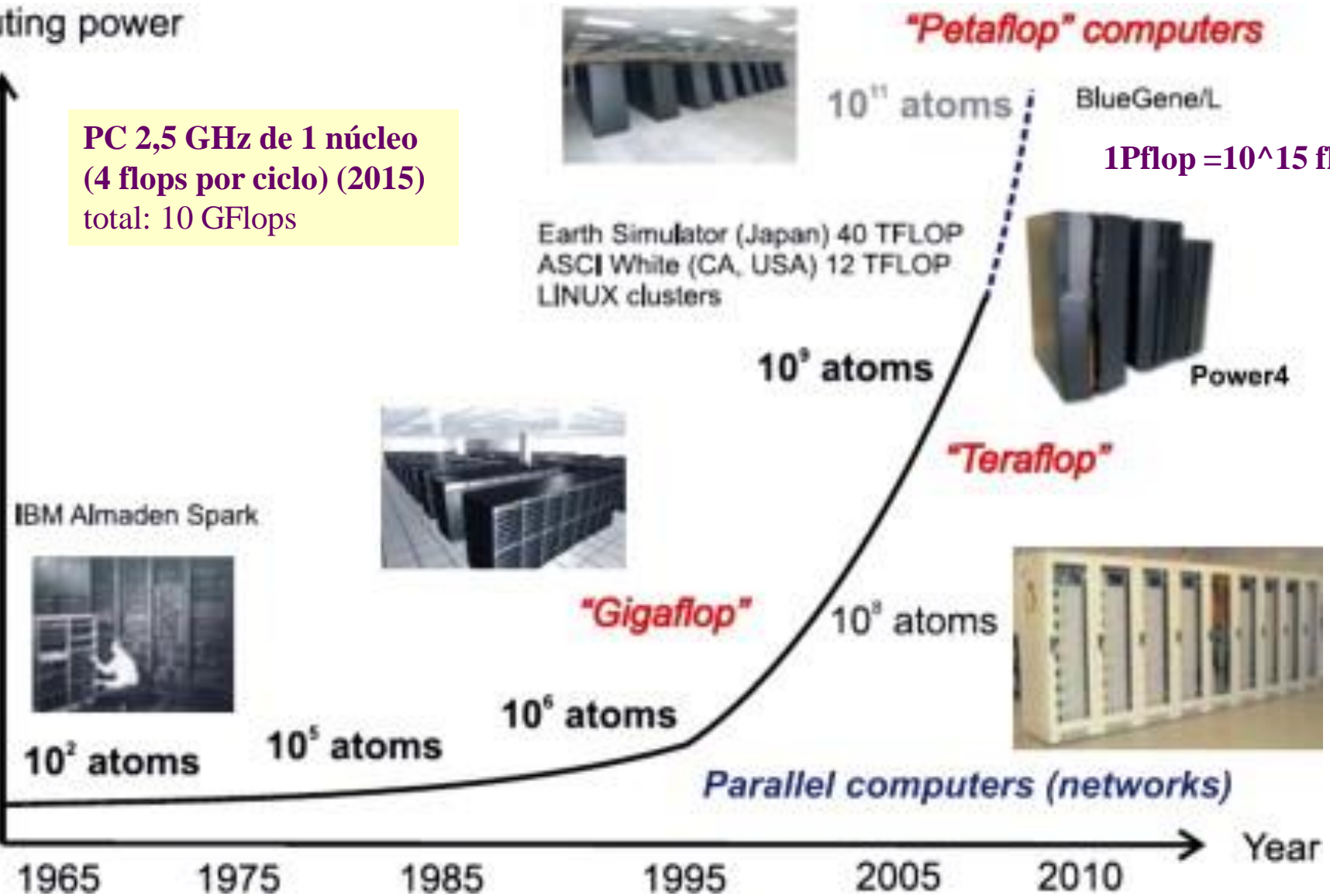
Separación

Traectoria de plumas



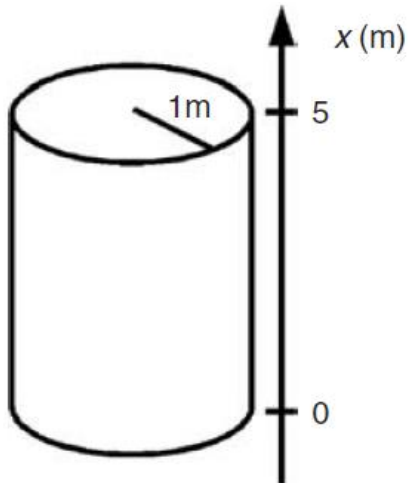
Computing power

PC 2,5 GHz de 1 núcleo
(4 flops por ciclo) (2015)
total: 10 GFlops





Calcular la cantidad de una sustancia dentro de un tanque.



Si c es constante.

$$X = 5\pi c$$

Si c varia con la altura

$$X = \pi \cdot \int_0^5 c(x) dx$$



Cuestión 4: Supongamos que el pelo crece con una velocidad de 1/32 in/día. Expresa esta velocidad de crecimiento (W) en nm/s. Dado que la distancia entre átomos en una molécula es del orden de 0.1 nm, la respuesta sugiere con qué velocidad se ensamblan las capas de átomos en esta síntesis de proteínas.

Solución: 1in (pulgada) = 2.54 cm; $W \sim 9.2 \text{ nm/s}$

$$W = \frac{1}{32} \left\{ \frac{\text{in}}{\text{dia}} \right\} \left\{ \frac{2.54\text{cm}}{1\text{in}} \right\} \left\{ \frac{1\text{m}}{100\text{cm}} \right\} \left\{ \frac{10^9\text{nm}}{1\text{m}} \right\} \left\{ \frac{1\text{dia}}{24\text{h}} \right\} \left\{ \frac{1\text{h}}{60\text{min}} \right\} \left\{ \frac{1\text{min}}{60\text{s}} \right\}$$

$$= (1/32) (2.54/1) (1/100) (10^9/1) (1/24) (1/60) (1/60) (\text{nm/s})$$



Órdenes de magnitud

El orden de magnitud de una cantidad expresada en notación científica

$a \times 10^n$, es n.

¿Y la circunferencia de la Tierra y la de un átomo?

Radio Tierra = 6.371 km; Radio átomo ~ 2×10^{-10} m

Cuestión 6: ¿De qué orden de magnitud es el número de segundos que transcurren en un mes?

- A) 10^3 B) 10^8 C) 10^5 D) 10^{10} E) 10^6

$\gg 3600 \times 24 \times 30$

ans =

2592000

$2,592 \times 10^6$

$6370000 \text{ m} = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$

$2,1 \times 10^{-10} \text{ m}$

6.4×10^6



Fin del bloque