

LÓGICA PROPOSICIONAL

Lógica y Metodología de la Matemática

Año 2024

NIVELES DE ESTUDIO DE LA LÓGICA FORMAL

Teoría Interpretativa

Método Semántico

Estudia la validez de las fórmulas en base a la relación entre significados de sus componentes.

Teoría de la Demostración

Método Axiomático

Estudia la validez de las fórmulas en base a su derivación a partir de fórmulas válidas definidas axiomáticamente y mediante la aplicación de reglas.

LENGUAJE FORMAL DE LA LÓGICA PROPOSICIONAL

En cada lenguaje formalizado debemos poder especificar qué símbolo se usan, cómo se combinan para formar fórmulas, y qué fórmula deben considerarse como demostrables en ese lenguaje.



PROPOSICIÓN

Mínima porción del lenguaje con contenido informativo que poseen un valor veritativo.

Ejemplos

La matemática es una ciencia formal.

Las cataratas del Iguazú están en la provincia de Buenos Aires.

No son proposiciones...

- ¿El cero tiene inverso multiplicativo?
- ¡Qué hermoso día !
- Quizás mañana se tome evaluación de Álgebra.
- Dejá de ladrar Pancho.

Desde el punto de vista gramatical:

Las proposiciones están contempladas dentro denominan oraciones enunciativas o declarativas.



Oración **vs.** Proposición

Oración declarativa es una fórmula material que puede ser oral o escrita, de una determinada lengua o idioma, está constituida por ciertas palabras que están dispuestas de un determinado modo.

Las **proposiciones** corresponden al significado de estas oraciones.

- *“María es mi maestra”*
- *“Mary is my teacher”*
- *“Meolans es un gran nadador”*
- *“Meolans es un excelente nadador”*



ACTIVIDAD 1

Identificar cuáles de las siguientes proposiciones son proposiciones y cuáles no.

- a) 47 es número primo.
- b) ¿todas las aves tienen plumas?
- c) El álgebra es una rama de la geometría
- d) $18 = 2 + 3n$
- e) Pedro es bailarín y estudia el profesorado en Biología.
- f) ¡Gané la lotería!



ACTIVIDAD 2

- a) Expresar en forma simbólica a las proposiciones de la actividad 1 y determinar su valor de verdad.
- b) Considerar a las expresiones de la actividad 1 que no son proposiciones y justificar.

a) 47 es número primo. p : "47 es número primo." $\mathcal{V}(p) = V$

c) El álgebra es una rama de la geometría.

q : "El álgebra es una rama de la geometría" $\mathcal{V}(q) = F$

e) Pedro es bailarín y estudia el profesorado en Biología.

r : "Pedro es bailarín " t : "Pedro estudia el profesorado en Biología"

$r \wedge t$: "Pedro es bailarín y estudia el profesorado en Biología."

$\mathcal{V}(r \wedge t) = \dots$

LENGUAJE FORMAL DE LA LÓGICA PROPOSICIONAL

Reglas de Formación

Especifican las clase de símbolos primitivos del lenguaje

Cómo se construyen otras expresiones a partir de los símbolos primitivos y respetando las normas propias del lenguaje en cuestión.

Fórmulas bien formadas (fbf)

Reglas de Transformación

Permiten obtener fbf a partir de otras fbf

DEFINICIÓN FORMAL DEL LENGUAJE PROPOSICIONAL

Para la definición formal de un lenguaje es necesario especificar su alfabeto y sus reglas de sintaxis.

- **Alfabeto:** Símbolos que se pueden utilizar son:
 - Símbolos de proposición: p, q, r, s, t
 - Símbolos de conectivos lógicos: $\sim, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \underline{\vee}$
 - Símbolos auxiliares: $(;)$

DEFINICIÓN FORMAL DEL LENGUAJE PROPOSICIONAL

- **Regla de Sintaxis:**

- Las fbf del lenguaje proposicional se definen de la siguiente manera:

- * Las letras que representan a proposiciones.

- * Si A y B son fbf, entonces aquellas que resultas de combinar a estas con los conectivos lógicos de manera adecuada, también los son. A saber:
 $\sim A, A \wedge B, A \vee B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$.

- * Solo son fbf las que se obtienen a partir de las reglas recientemente mencionadas.

– Para la correcta relación entre los conectivos y proposiciones en las fbf se debe proceder del siguiente modo:

- * No deben aparecer conectivos adyacente, excepto la negación (\sim).

- * Es preciso definir la relación entre conectivos y proposiciones cuando hay más de un conectivo en la fórmula de la siguiente manera:

- # Un conectivo afecta a la proposición inmediata o a la fbf encerrada entre paréntesis más próxima.

Para evitar el exceso de paréntesis, se define una jerarquía de prioridades entre los conectivos:

Nivel 1: \sim

Nivel 2 : \wedge ; \vee

Nivel 3: \rightarrow ; \Leftrightarrow

CONECTIVOS LÓGICOS

CONECTIVO LÓGICO	SÍMBOLO	EXPRESIÓN EN LENGUAJE NATURAL
NEGACIÓN	$\sim p; \neg p$	No p
CONJUNCIÓN	$p \wedge q$	p y/e q
DISYUNCIÓN	$p \vee q$	p o q, o ambos
DISYUNCIÓN EXCLUYENTE	$p \underline{\vee} q$	p o q , pero no ambos
CONDICIONAL	$p \rightarrow q$	Si p entonces q
BICONDICIONAL	$p \leftrightarrow q$	p si y sólo si q

PROPOSICIONES

PROPOSICIÓN SIMPLE

Es aquella que no puede reducirse a otras más sencillas.

Ejemplos:

r: “Los elefantes vuelan”

PROPOSICIÓN COMPUESTA

Está conformada por dos o más proposiciones simples relacionadas por ciertos términos llamados conector (o nexos) lógicos.

~r: “No es cierto que los elefantes vuelan”

PROPOSICIONES

Ejemplos:

p: "Las tardes de verano son calurosas"

Proposiciones simples

q: "Las tardes de verano son húmedas"

"Las tardes de verano son calurosas **y** húmedas."

Proposición compuesta

$p \wedge q$: "Las tardes de verano son calurosas y húmedas"

ACTIVIDAD 3

Identificar cuáles de las siguientes expresiones son fórmulas bien formadas y cuáles no.

a) $p \rightarrow \vee r \sim$ b) $(r \wedge r) \rightarrow \sim pq$ c) $(p \rightarrow t) \sim q$ d) $\sim(p \leftrightarrow s) \rightarrow t$

a) $p \rightarrow \vee r \sim$ no es una fbf porque ...

b) $(r \wedge r) \rightarrow \sim pq$ no es una fbf porque ...

c) $(p \rightarrow t) \sim q$ no es una fbf porque...

d) $\sim(p \leftrightarrow s) \rightarrow t$ es una fbf

ACTIVIDAD 4

Identificar proposiciones simples y compuestas. En las que sean compuestas, indicar cuál es el conectivo lógico

- a) Mariela estudia lógica o toma mate.
- b) $5+6=14$.
- c) Una célula puede ser vegetal o animal.
- d) Los delfines son peces.
- e) La sociedad argentina se encuentra en cuarentena a causa de una pandemia.
- f) $|1| \geq 0$
- g) Groenlandia es una isla si y solo si está rodeada de agua.
- h) Si Luis se dedica a estudiar, entonces comprenderá los temas.

a) Mariela estudia lógica o toma mate. Proposición compuesta

r: "Mariela estudia lógica"

s: "Mariela toma mate"

$r \vee s$: "Mariela estudia lógica o toma mate."

b) $5+6=14$. Proposición Simple

p: " $5+6=14$ "

c) Una célula puede ser vegetal o animal. Proposición compuesta

t: "Una célula puede ser vegetal."

p: "Una célula puede ser animal"

$t \underline{\vee} p$: "Una célula puede ser vegetal o animal."

d) Los delfines son peces. **Proposición Simple**

q: "Los delfines son peces."

e) La sociedad argentina se encuentra en cuarentena a causa de una pandemia.

Proposición Simple

t: "La sociedad argentina se encuentra en cuarentena a causa de una pandemia."

f) $|1| \geq 0$ **Proposición compuesta.**

p: $|1| > 0$; p: "El valor absoluto de uno es mayor que cero."

q: $|1| = 0$; q: "El valor absoluto de uno es igual a cero."

$p \vee q$: " $|1| \geq 0$ "

g) Groenlandia es una isla si y solo si está rodeada de agua.

Proposición compuesta

p: "Groenlandia es una isla." q: "Groenlandia está rodeada de agua."

$p \leftrightarrow q$: "Groenlandia es una isla si y solo si está rodeada de agua."

h) Si Luis se dedica a estudiar, entonces comprenderá los temas.

Proposición compuesta.

p: "Luis se dedica a estudiar" q: "Luis comprenderá los temas"

$p \rightarrow q$: "Si Luis se dedica a estudiar, entonces comprenderá los temas."