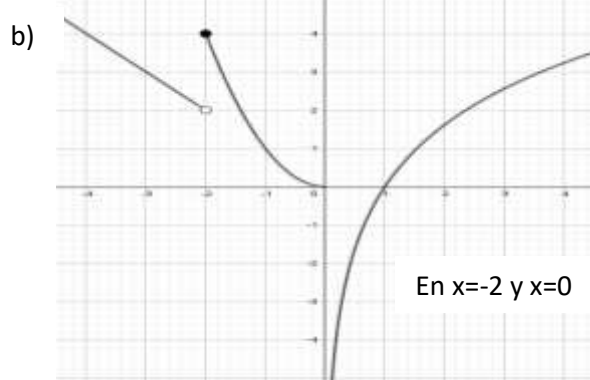
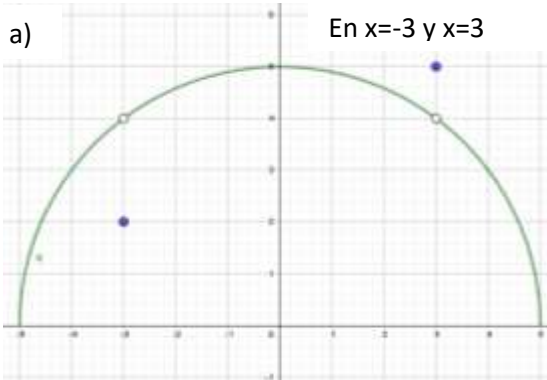
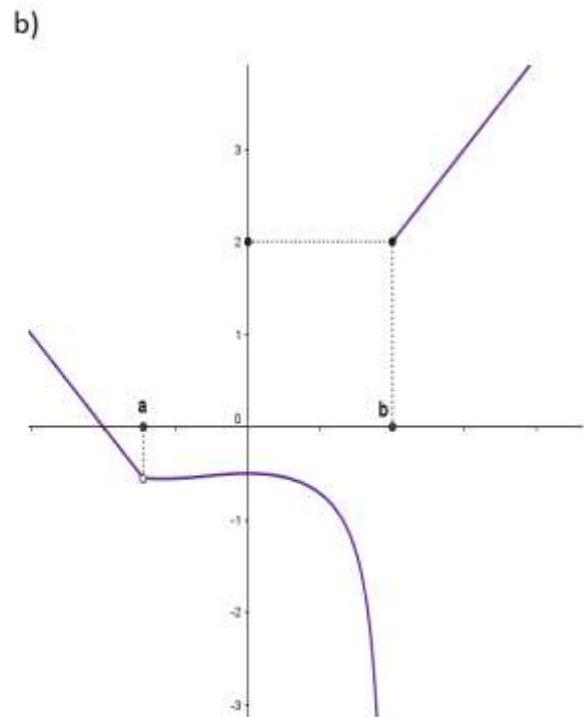
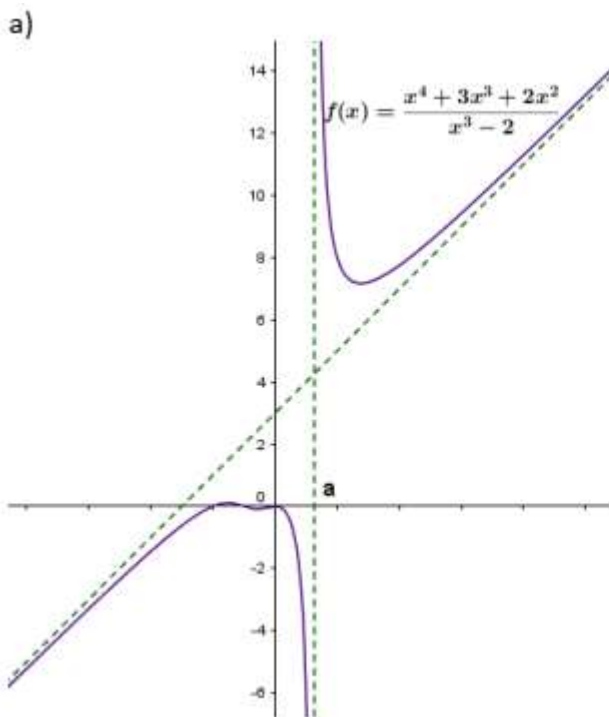


**TRABAJO PRÁCTICO N° 4: Continuidad**

1. A partir del gráfico evaluar la continuidad de las siguientes funciones en los puntos indicados.



2. Determinar si las funciones representadas en los siguientes gráficos son continuas en a y en b. En los valores que sean discontinuas, clasifique el tipo de discontinuidad.



3. En cada caso, estudiar la continuidad de la función.

a)  $f(x) = \frac{x^2+4}{x^3-8}$  en  $x=2$

b)  $f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x-2}$  en  $x=3$

c)  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{si } x \leq 0 \\ -x^2 + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$  en  $x=0$

d)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x(x-1)}{x^2-1} & \text{si } x \neq 1 \\ \frac{1}{2} & \text{si } x = 1 \end{cases}$  en  $x=1$



4. Analizar la continuidad de las siguientes funciones en los puntos indicados. En caso de discontinuidad, identificar de qué tipo es la misma, y redefinirla para que sea continua, si fuese posible.

$$a) f(x) = \frac{x^2}{8} + \frac{1}{x} \text{ en } x=0 \quad b) h(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & x < 0 \\ \sqrt{4-x} & 0 < x \leq 4 \\ -4 + 2x & x > 4 \end{cases} \text{ en } x=0 \text{ y en } x=4$$

$$d) m(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} & x \leq 0 \\ 2x^2-1 & 0 < x \leq 2 \\ -x+5 & x > 2 \end{cases} \text{ en } x = -1, x = 0 \text{ y } x = 2$$

5. Bosquejar la gráfica de una función que satisfaga todas las condiciones dadas:

i) $D_f = [0, 6]$	ii) $f(0) = f(2) = f(6) = 2$	iii) $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = 3$	iv) $f(x)$ es continua en $x =$
5 v) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$	vii) $f(5) = 3$	vi) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -1$	viii) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$

6. Estudiar la continuidad de cada función en el intervalo dado.

$$a) g(x) = \sqrt{9-x^2} \text{ en } [-3; 3] \quad b) f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases} \text{ en } (-1; 1)$$

7. Analizar si se verifican las condiciones del teorema de Bolzano para las siguientes funciones en los intervalos que se consideran:

$$a) f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x \text{ en } [-1; 2] \quad b) f(x) = x^2 - 2x + 1 \text{ en } [-2; 0]$$

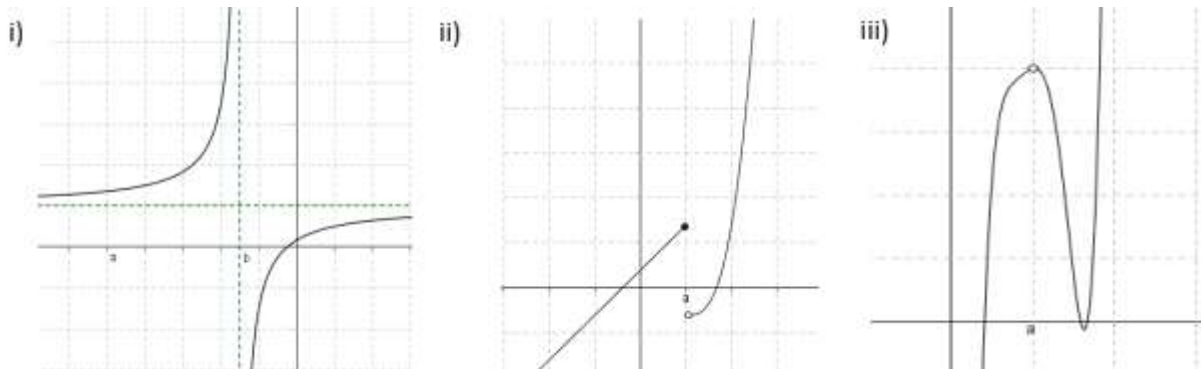
8. Probar el teorema del valor intermedio:  $f(x) = x^3 - 2x^2$  en  $[-3; 0]$  con  $k = -3$

### EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS

1. Analizar la discontinuidad de la siguiente función en el punto indicado:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \text{ en } x = 0$$

2. Determinar si las funciones representadas en los siguientes gráficos son continuas en a y en b. En los valores que sean discontinuas, clasifique el tipo de discontinuidad:



3. Sean  $f$  y  $g$  dos funciones definidas como sigue:  $f(x) = \sqrt{x}$  y  $g(x) = 2 + \sin x$ . Hallar una fórmula para el cálculo de la función  $h$ , analizar la continuidad de  $f$  y  $g$ , e indicar para que valores de  $x$  es continua  $h$ .

i)  $h(x) = (f + g)(x)$

ii)  $h(x) = (f/g)(x)$

iii)  $h(x) = f[g(x)]$

4. Verifique la continuidad de:

b)  $f(x) = \sqrt{x - x^2}$  en  $[0, 1]$ . c)  $f(x) = \frac{x^2 - 36}{x - 6}$  en  $[0, 6]$

5. Determinar los puntos en los cuales la función presenta discontinuidad:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{t^3 - t}{2t} & t \neq 0 \\ 1/2 & t = 0 \end{cases}$$

6. Escriba la expresión analítica de una función por parte que cumpla las siguientes condiciones: cambio

de regla de definición en  $x = -2$ ,  $x = 1$  y  $x = 7/3$ , continua en  $x = 1$ , discontinua evitable en  $x = -2$  y con discontinuidad esencial en  $x = 7/3$ .

7. Hallar las constantes  $a$  y  $b$ , de manera que las funciones indicadas sean continuas en la recta real.

$$a) f(x) = \begin{cases} ax - 4 & x < 1 \\ x^2 + 1 & x \geq 1 \end{cases} \quad b) g(x) = \begin{cases} ax - b & x < 1 \\ 5 & x = 1 \\ 2ax + b & x > 1 \end{cases} \quad c) f(x) = \begin{cases} ax - b & x < 1 \\ 5 & x = 1 \\ 2ax + b & x > 1 \end{cases}$$

8. Considere la función  $f(x) = 1/x$ . Esta función cumple que  $f(-1) < 0$ ,  $f(1) > 0$ , pero  $f(x) \neq 0$  para cualquier valor de  $x$  distinto de cero. Explique si esto contradice lo enunciado por Bolzano.