

DS 2

⇒ Exercice n° 1

1) Deux plans peuvent être :

- sécants
- parallèles (strictement)
- confondus

$$\begin{aligned}
 2) * \vec{IJ} &= \vec{IS} + \vec{SJ} \\
 &= \vec{SJ} - \vec{SI} \\
 &= \frac{1}{3} \vec{SB} - \frac{1}{3} \vec{SA} \\
 &= \frac{1}{3} (\vec{SB} - \vec{SA}) \\
 &= \frac{1}{3} (\vec{SB} + \vec{AS}) \\
 &= \frac{1}{3} (\vec{AB} + \vec{SB}) \\
 &= \frac{1}{3} \vec{AB}
 \end{aligned}$$

Donc \vec{IJ} et \vec{AB} sont colinéaires

$$\begin{aligned}
 * \vec{IK} &= \vec{IS} + \vec{SK} \\
 &= \vec{SK} - \vec{SI} \\
 &= \frac{1}{3} \vec{SC} - \frac{1}{3} \vec{SB} \\
 &= \frac{1}{3} (\vec{BC} + \vec{SC}) \\
 &= \frac{1}{3} \vec{BC}
 \end{aligned}$$

Donc \vec{IK} et \vec{BC} sont colinéaires

3) (\vec{IJ}, \vec{IK}) forme une base de plan (DSI)
et (\vec{AB}, \vec{BC}) forme une base de plan (ABC)

De plus \vec{IJ} et \vec{AB} sont colinéaires et
 \vec{IK} et \vec{BC} également

Los planos (IJK) y (ABC) son paralelos.

\Rightarrow Exercice n°2

$$1^{\circ} \quad \forall x \in \mathbb{R}, \quad f''(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) + 1 \text{ avec } u(x) = x \geq \frac{1}{2}$$

$$= 1e^{-x} - (x + \frac{1}{2})e^{-x} + 1 \quad u'(x) = 1$$

$$= (1 - x - \frac{1}{2})e^{-x} + 1 \quad v(x) = e^{-x}$$

$$= (-x + \frac{1}{2})e^{-x} + 1 \quad v'(x) = -e^{-x}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f''(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) \quad \text{avec } u(x) = -x + \frac{1}{2}$$

$$= -e^{-x} - (-x + \frac{1}{2})e^{-x} \quad u'(x) = -1$$

$$= (1 + x - \frac{1}{2})e^{-x} \quad v(x) = e^{-x}$$

$$= (x - \frac{3}{2})e^{-x} \quad v'(x) = -e^{-x}$$

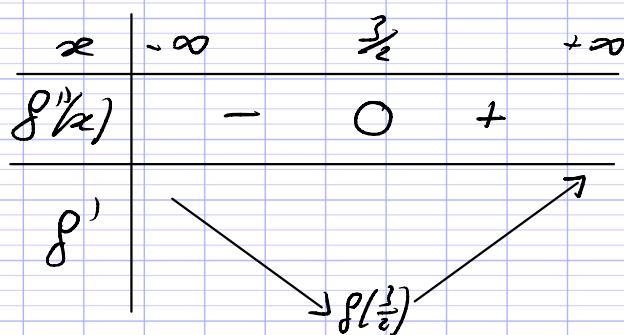
$$2^{\circ} \quad \text{On a } f''(x) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - \frac{3}{2})e^{-x} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{3}{2} \geq 0 \quad (\text{car } e^{-x} > 0)$$

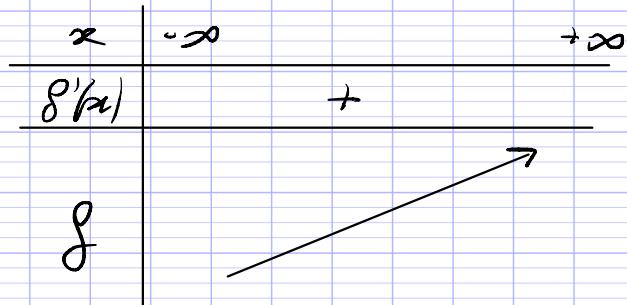
$$\Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$$

Ainsi, on a :



3) $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) \geq f\left(\frac{3}{2}\right)$ (cf Q2)
 Or $f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)e^{-\frac{3}{2}} = 1 - e^{-\frac{3}{2}} \approx 0,77$
 Donc, $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) > 0$.

4) Par conséquent, on a :



\Rightarrow Exercice n°3

On a $f(x) = x^2 e^{-x}$
 Alors $f'(x) = 2x e^{-x} - x^2 e^{-x}$
 $= (-x^2 + 2x) e^{-x}$

L'équation réduite de la tangente en a est
 $y = f(a)(x-a) + f(a)$

Si l'axe des abscisses est tangent à G alors $y=0$.

Alors $\begin{cases} f'(a) = 0 \\ f(a) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-a^2 + 2a) e^{-a} = 0 \\ a^2 e^{-a} = 0 \end{cases}$

IP faut que
 & coefficient

$\Leftrightarrow \begin{cases} -a^2 + 2a = 0 \text{ (car exp } \neq 0\text{)} \\ a^2 = 0 \text{ (car exp } \neq 0\text{)} \end{cases}$

donc $f'(a)$ sont nul pour
 que R droite soit horizontale et
 que l'ordonnée à l'origine soit nulle.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a(-a+2) = 0 \\ a = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ ou } a = 2 \\ a = 0 \end{cases}$$

Ainsi, la tangente admet pour équation
 $y=0$ ou $x=0$.