

Un thème : Diagrammes ensemblistes NSI SI

Lors de l'étude d'ensembles, les scientifiques ont été conduits à représenter schématiquement les interactions entre ensembles : inclusion, intersection, union d'un nombre fini d'ensembles. Les mathématiciens Leonhard Euler (1707-1783), John Venn (1834-1923) et Lewis Carroll (1832-1898) ont formalisé différentes représentations d'ensembles qui sont toujours utilisées de nos jours dans les travaux logiques comme mathématiques.



Un **diagramme** (de Venn, d'Euler ou de Carroll) permet de représenter un nombre fini d'ensembles et les relations logiques entre ces ensembles.

■ Des pistes pour choisir une question

- Quelles sont les différences entre les trois types de diagrammes cités ci-dessus ? Quels sont les avantages de ces diagrammes ? leurs inconvénients ?
- Ces diagrammes, créés pour illustrer des **syllogismes**, permettent de modéliser des situations probabilistes (► chapitre 13).
- On peut démontrer une condition nécessaire et suffisante (► Rabat III, Logique) pour que les diagrammes de Venn soient **symétriques** (► p. 25).
- En informatique, les **diagrammes d'états-transitions** permettent de décrire le comportement dynamique d'un objet et sont transposables en algorithme ; on peut leur associer des **tables de vérité**. Ces dernières peuvent être simplifiées à l'aide d'un tableau de Karnaugh.



Avec quelle orientation ?

Les diagrammes et la logique sont beaucoup utilisés en ingénierie des systèmes, notamment informatiques.

Doc +

Les métiers de l'ingénierie informatique

➤ hatier-clic.fr/mat054a

■ Mener la recherche

Mots-clés

diagramme de Venn, diagramme d'Euler, diagramme de Carroll, syllogisme, théorie des ensembles

Keywords

Venn diagram, Euler diagram, Carroll diagram, syllogism, set theory

Références bibliographiques

Doc +

➤ hatier-clic.fr/mat054b

■ Apporter sa contribution

Vous pouvez modéliser une situation ensembliste (nombre fini d'ensembles et sous-ensembles, s'intersectant ou pas) à l'aide de diagrammes sur lesquels vous vous appuierez pour présenter des raisonnements logiques.



Sur le support pour le jury, vous pouvez représenter, pour la situation choisie, des **diagrammes** de différents types pour expliquer leur fonctionnement.

Un autre thème possible : Génétique et dénombrement SVT

L'étude du codage de l'information génétique contenue dans les êtres vivants s'appuie notamment sur les principes élémentaires du dénombrement.

L'**ADN** code l'**information génétique** à l'aide de 4 bases azotées : adénine (A), cytosine (C), guanine (G) et thymine (T) ; on peut voir cela comme un alphabet, et dénombrer les combinaisons générées à partir des 4 lettres.

Pour en savoir plus :

Doc +

➤ hatier-clic.fr/mat054c

Convaincre à l'oral ► p. 16

Gérer le rythme de son discours

Lors de votre présentation, il faut veiller au débit de votre parole : ni trop rapide, ni trop lent.

► **Exercice** : lors de vos entraînements pour le Grand Oral, veillez au débit de votre parole et demandez un retour sur ce point à vos professeurs ou camarades qui joueront le rôle du jury.

► **Conseil** : mettez à profit une activité Maths à l'oral pour vous entraîner à parler en public en surveillant votre rythme de parole.

Un thème : Comment empiler des sphères ?

Physique Chimie

On dispose d'une infinité de sphères de même rayon ; comment les empiler de manière optimale, c'est-à-dire en perdant le moins de place possible ? En 1611, Johannes Kepler (1571-1630) conjectura une solution à ce problème qui a intéressé de nombreux mathématiciens, comme Carl Friedrich Gauss (1777-1855) ou David Hilbert (1862-1943). C'est seulement en 1998 que la conjecture de Kepler a été démontrée, pour la dimension 3.

Empiler des sphères de manière optimale revient à les empiler de façon la plus **compacte** possible, c'est-à-dire de sorte que la proportion de volume « vide » relativement au volume total occupé soit minimale.



Des pistes pour choisir une question

- On peut considérer le problème en se plaçant dans un espace délimité de forme polygonale (carrée, rectangulaire, triangulaire, etc.) et commencer par l'étudier en deux dimensions.
- On peut essayer différentes **structures d'empilement** en procédant, par exemple, niveau par niveau : 3 sphères à la fois, 4 sphères à la fois, etc. Calculer la proportion de volume vide restant dans chaque configuration permet de déterminer laquelle semble la plus **compacte**.
- On peut se demander comment ce problème est « résolu » dans la **vie courante** : fruits sur les étals des épiciers, balles de tennis, etc.
- En **cristallographie**, les atomes ou les ions de certains métaux peuvent s'organiser en couches compactes et être modélisés par des sphères. Comment calculer la densité volumique, dite compacité ?

Avec quelle orientation ?

L'optimisation de l'agencement d'objets est importante pour les activités logistiques (stockage, manutention, transport, etc.) des entreprises.

Doc +
Les métiers de la logistique
hatier-clic.fr/mat088a

Mener la recherche

Mots-clés

empilement compact, densité, sphères, conjecture de Kepler

Keywords

packing density, spheres, Kepler conjecture, sphere packing

Références bibliographiques

Doc +
hatier-clic.fr/mat088b

Apporter sa contribution

Vous pouvez tenter d'empiler des oranges dans une cagette en essayant de le faire de manière optimale, et « mesurer » divers paramètres (longueurs, volumes, etc.) permettant d'évaluer vos configurations.

Sur le support destiné au jury, vous pouvez schématiser les divers empilements testés.

Un autre thème possible : Se déplacer dans l'espace

SI

Afin de caractériser les **déplacements** dans l'espace, notamment en génie mécanique (par exemple un mouvement de bras articulé en robotique), on est amené à étudier des **transformations** dites **affines**, comme les translations ou les rotations.

On appelle **isométrie** de l'espace une fonction de \mathbb{R}^3 dans \mathbb{R}^3 qui conserve les distances : la distance entre deux antécédents est toujours la même qu'entre leurs deux images.

Pour en savoir plus :

Doc +
hatier-clic.fr/mat088c

Convaincre à l'oral

p. 16

Une présentation accessible

Lors du Grand Oral, le jury n'est pas forcément spécialiste de la question que vous présentez ; il vous faut donc **structurer** votre présentation et la **rendre accessible** (et intéressante) pour un public non expert.

- **Exercice :** présentez vos travaux à des camarades qui ne connaissent pas le sujet, ou à un professeur d'une autre discipline, et demandez-leur si votre plan est clair et si certains points nécessitent d'être davantage explicités.
- **Conseil :** dans le cadre d'une activité **Maths à l'oral**, définissez le plan de votre présentation et veillez à la rendre accessible à tous.

Un thème : L'art de tailler des pierres Physique Arts

Les pierres taillées utilisées en joaillerie et en décoration ont généralement des formes assez régulières. Au niveau atomique, les cristaux employés en joaillerie adoptent aussi des structures régulières, dues aux liaisons chimiques. L'étude de ces formes mêle l'art et la science, avec notamment quelques calculs d'angles.

Un **polyèdre** est une forme géométrique de l'espace (un solide) ayant des **faces** planes polygonales qui se rencontrent selon des segments de droite, les **arêtes**, se rejoignant en des **sommets**.



Des pistes pour choisir une question

- On peut distinguer les **polyèdres convexes réguliers**, dits « solides de Platon », et les **polyèdres convexes semi-réguliers**, dits « solides d'Archimète ».
- La formule d'Euler-Poincaré lie les nombres de faces, de sommets et d'arêtes d'un polyèdre convexe.
- Il existe des règles pratiques pour tailler des pierres (nombre de faces, angles des faces, etc.).
- Dans la nature, les cristaux prennent un nombre limité de formes pour des raisons chimiques : cube, dodécaèdre rhombique, etc.



Avec quelle orientation ?

De la taille à la vente, en passant par l'expertise, les pierres précieuses ou semi-précieuses sont l'objet de différents métiers.

Doc +

Les métiers autour des pierres précieuses

hatier-clic.fr/mat118a

Mener la recherche

Mots-clés

solides de Platon, solides d'Archimète, polyèdres, arêtes, faces, sommets, facettes

Keywords

polyhedron, solid, edge, vertex, face, gemstone

Références bibliographiques

Doc +

hatier-clic.fr/mat118b

Apporter sa contribution

Vous pouvez par exemple :

- réaliser quelques solides en carton à partir de patrons dessinés à la règle et au compas pour les étudier ;
- étudier la réalisation de solides avec une imprimante 3D.



Sur le **support** destiné au jury, vous pouvez esquisser les **patrons** de quelques solides, réguliers ou non !

Un autre thème possible : La géométrie moléculaire Chimie

La géométrie d'une molécule dépend du nombre de doublets liants et non liants des atomes qui la constituent. Le schéma de Lewis et la méthode VSEPR permettent de prédire la géométrie des molécules en se basant sur la théorie de la répulsion des électrons sur la couche périphérique (ou couche de valence) des atomes.

La **géométrie moléculaire** est l'étude du positionnement spatial des différents atomes au sein d'une molécule.

Pour en savoir plus :

Doc +

hatier-clic.fr/mat118c

Convaincre à l'oral p. 16

La voix

Pour créer un contact efficace avec le jury, il faut veiller à parler avec une voix audible et bien articulée. Les mots qui « portent » sont ceux qui reçoivent un peu plus d'intonation et de modulation.

► **Exercice** : placez-vous dans une salle vide et comptez de 1 à 20 à voix haute et forte.

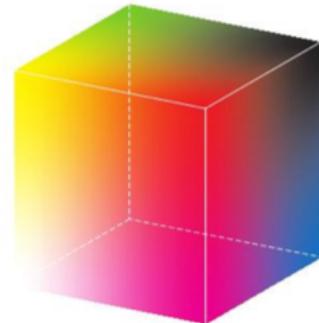
► **Conseil** : mettez à profit une activité Maths à l'oral pour vous entraîner à vous exprimer de manière claire et audible, en évitant d'avoir une voix monocorde.

Un thème : L'espace des couleurs

Physique
SVT
NSI
Arts

Les couleurs peuvent être définies à partir des longueurs d'ondes. En pratique, on utilise le **cube des couleurs** (► chapitre 2, p. 84) qui permet de modéliser le codage RVB des couleurs, basé sur la synthèse additive. L'œil humain fonctionne selon ce principe de bichromie, également utilisé pour les écrans d'ordinateurs et les vidéoprojecteurs.

En informatique, une **couleur** est définie comme un **triplet** ($r ; v ; b$) formé de trois nombres entiers compris entre 0 et 255. Chaque couleur est ainsi une **superposition de rayonnements monochromatiques** d'intensités proportionnelles aux trois nombres indiqués.



■ Des pistes pour choisir une question

- On perçoit mieux le cube en faisant des **sections** par des **plans** passant par des sommets du cube ou des milieux d'arêtes ; on peut déterminer les équations de ces plans.
- Certains de ces plans conduisent à d'autres représentations des couleurs : par exemple, le plan joignant les milieux de certaines arêtes, qui donne une section hexagonale régulière, conduit au système **TSV** (Teinte-Saturation-Valeur).
- En informatique, il est d'usage de **coder** chaque composante RVB de la couleur d'un pixel sur 8 bits plutôt que sur 16 bits ou plus : la « perte » est-elle perceptible pour l'œil humain ?
- La perception de la couleur par l'œil humain est le résultat de l'évolution.



Avec quelle orientation ?

La maîtrise de la couleur concerne aussi bien la chimie des colorants (basée sur la synthèse soustractive) que la création numérique.

Doc +

Les métiers de la création web

hatier-clic.fr/mat148a

■ Mener la recherche

Mots-clés

couleur, RVB, teinte, saturation, luminosité

Keywords

color processing, RGB cube, HSV, Maxwell triangle

Références bibliographiques

Doc +

hatier-clic.fr/mat148b

■ Apporter sa contribution

Vous pouvez par exemple :

- justifier les formules (ou algorithmes) de conversion entre système RVB et TSV, TSL ou encore CMJN (ce dernier étant basé sur la synthèse soustractive et utilisé pour l'impression) ;
- simuler des arêtes du cube des couleurs à l'aide de barrettes de diodes.



Pour la réalisation du **support** pour le jury, munissez-vous de feutres de couleur afin d'esquisser le cube RVB et certaines de ses sections.

Un autre thème possible : Trajectoire dans un champ de vecteurs

Convaincre à l'oral ► p. 16

Physique

En physique, on peut étudier le mouvement d'un objet dans un **champ de vecteurs uniforme** (électrique ou gravitationnel). La 2^e loi de Newton et la détermination successive de primitives (► chapitre 11) permettent d'obtenir les équations horaires de la position de l'objet. Ce système constitue une **représentation paramétrique** de la trajectoire de l'objet.

Pour en savoir plus :

Doc +

hatier-clic.fr/mat148c

Gérer son temps

Le jour du Grand Oral, vous disposerez de 5 minutes pour votre présentation. Parvenir à dire l'essentiel sur une telle durée nécessite un travail rigoureux.

► **Exercice** : une fois votre texte écrit, entraînez-vous à faire votre présentation en vous chronométrant pour respecter les 5 minutes de présentation ; ajustez votre texte si nécessaire.

► **Conseil** : mettez à profit une activité pour vous entraîner à respecter le temps imparti.

Un thème : Suites et biodiversité SVT

Les suites permettent de modéliser de manière simple l'évolution de populations (animales, bactériennes, virales, etc.) afin de la prévoir ou de l'expliquer.

Un **modèle discret de population** est généralement donné par une ou plusieurs suites $(u_n), (v_n), \dots, (z_n)$. Une **loi d'évolution**, dépendant d'un ou plusieurs paramètres, exprime la taille d'une population à l'instant $n + 1$ ($u_{n+1}, v_{n+1}, \dots, z_{n+1}$) en fonction de sa taille à l'instant n (u_n, v_n, \dots, z_n).



■ Des pistes pour choisir une question

- Les **modèles malthusien** $u_{n+1} = ru_n$, **fibonacci** $u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$, **logistique** $u_{n+1} = ru_n \left(1 - \frac{u_n}{K}\right)$, etc., permettent de modéliser l'évolution d'une population.
- Le modèle de **Lotka-Volterra** permet de modéliser l'évolution de deux populations en compétition, par exemple proie et prédateur :
$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + ax_n(1-x_n) - bx_ny_n \\ y_{n+1} = y_n + y_n(cx_n - d) \end{cases}$$
- Les **paramètres** (r, K , etc.) de ces modèles ont une **signification biologique**. Certaines valeurs des paramètres semblent conduire à des évolutions cycliques, qui se voient mieux avec des modèles continus, donnés par des équations différentielles (► chapitre 11).
- On étudie la monotonie et la convergence du modèle, ou on cherche les **situations d'équilibre**. La **simulation informatique** permet de faire émerger la diversité des comportements possibles.



Avec quelle orientation ?

La dynamique des populations s'applique bien sûr en biologie, mais aussi en démographie, en épidémiologie (propagation des virus) et en sociologie (propagation des rumeurs).

Doc +

Les métiers de la biodiversité et de la démographie

➤ hatier-clic.fr/mat186a

■ Mener la recherche

Mots-clés

dynamique des populations,
équilibre, modèle discret

Keywords

population dynamics, equilibrium,
discrete models

Références bibliographiques

Doc +

➤ hatier-clic.fr/mat186b

■ Apporter sa contribution

Vous pouvez par exemple coder un programme pour simuler l'évolution d'une ou plusieurs populations, notamment dans un cas où l'étude mathématique du modèle est complexe (par exemple, pour le modèle de Lotka-Volterra).



Sur le support pour le jury, vous pouvez faire un **schéma comparatif** faisant apparaître la différence de stratégie (r ou K) entre deux espèces.

Un autre thème possible : Vitesses de convergence

Pour une suite (u_n) convergeant vers L , l'étude de la vitesse à laquelle $v_n = \frac{1}{u_n - L}$ tend vers l'infini renseigne sur le comportement de (u_n) : si (v_n) tend très rapidement vers l'infini (comme $n!$ par exemple), la suite (u_n) s'approche aussi rapidement de sa limite.

On dégage ainsi des **modèles de croissance linéaire, logarithmique** (► chapitre 9), **exponentielle**, etc.

Pour en savoir plus :

Doc +

➤ hatier-clic.fr/mat186c

Convaincre à l'oral ▶ p. 16

Oser les questions sans réponses

Lors du Grand Oral, vous allez exposer ce que vous savez ou avez découvert. Cependant, la science n'a pas toujours toutes les réponses et on se trouve parfois face à l'inconnu...

Si vous êtes dans ce cas :

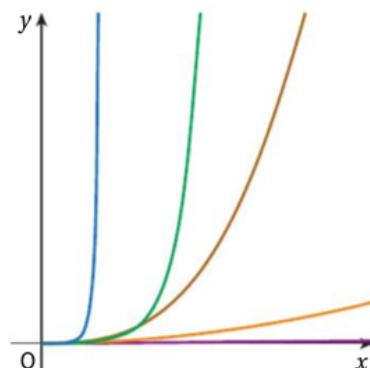
- vous pouvez présenter des conjectures sans savoir les démontrer ;
- les phrases interrogatives attirent utilement l'attention !

Un thème : Comment comparer des infinis ?

Depuis l'Antiquité, la notion d'infini est source de questionnements. Au xix^e siècle, le mathématicien allemand Georg Cantor (1845-1918) a formalisé la théorie des ensembles qui permet de classifier des ensembles infinis.

De la même manière, on peut imaginer classifier des fonctions qui tendent vers l'infini en $+\infty$ à l'aide d'**ordinaux**. Par exemple, $x \mapsto x$, $x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$, etc., ont toutes pour limite $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$, mais on peut les classer selon leur « vitesse » à l'aide de leur degré (noté 1, 2, 3, etc.). De même, $x \mapsto e^x$, $x \mapsto e^{2x}$, $x \mapsto e^{3x}$, etc., ont toutes pour limite $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$, et on peut elles aussi les classer selon leur « vitesse » en notant ω , 2ω , 3ω , etc. (où ω est un ordinal). On a $1 < 2 < \dots < \omega < 2\omega < \dots < \omega^2 < 2\omega^2 < \dots$ (ω^2 correspondant à e^{x^2}).

Les **ordinaux** permettent de classer les éléments d'un ensemble « bien ordonné ».



Des pistes pour choisir une question

- On peut étudier les **cardinaux des ensembles infinis** et démontrer que l'ensemble des nombres entiers pairs possède le même nombre d'éléments que \mathbb{N} , tout comme l'ensemble \mathbb{Q} , en définissant des suites appropriées (► chapitre 5) pour numérotter leurs termes. Ces ensembles sont dits **dénombrables**.
- La classification des fonctions évoquée ci-dessus peut être démontrée à l'aide des **croissances comparées** et conduire à ordonner les fonctions puissances de x et les différentes composées de l'exponentielle par celles-ci.
- On peut même définir des polynômes en ω . Il apparaît alors qu'il y a deux sortes d'ordinaux : ceux qui ont un prédécesseur... et les autres !

Mener la recherche

Mots-clés

ordinaux, ensemble dénombrable, infini

Keywords

ordinal number, set theory, countable set

Références bibliographiques

Doc +

Les métiers des mathématiques
hatier-clic.fr/mat222a

Apporter sa contribution

Vous pouvez proposer une classification de certains infinis : des ensembles de cardinal infini, des suites ou des fonctions de limites infinies, etc.

Sur le support destiné au jury, vous pouvez imaginer un schéma illustrant une classification ou le raisonnement conduit.

Un autre thème possible : Paradoxes, de Zénon à Cauchy

Manipuler des infinis conduit facilement à des **paradoxes** : ceux de Zénon d'Elée et celui de l'hôtel de Hilbert notamment. Même de grands mathématiciens comme Cauchy ont rencontré des difficultés face à ces paradoxes.

L'étude de ces paradoxes conduit à s'intéresser aux **séries numériques** : des sommes infinies de nombres, qui peuvent parfois être égales à des nombres finis !

Pour en savoir plus :

Doc +

hatier-clic.fr/mat222c

Convaincre à l'oral ► p. 16

Soutenir le regard

Lors de votre présentation, la communication non verbale est importante pour appuyer votre discours : le regard en fait partie.

► **Exercice** : lors de vos entraînements pour le Grand Oral, veillez à regarder alternativement, en soutenant leur regard, vos professeurs ou camarades qui joueront le rôle du jury.

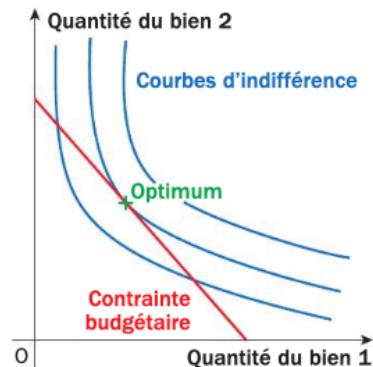
► **Conseil** : mettez à profit une activité pour vous entraîner à soutenir le regard de votre public.

Un thème : La convexité en économie SES

En microéconomie, pour modéliser les **choix de consommateurs** on utilise les **courbes d'indifférence**. Ces courbes représentent les **préférences** des consommateurs face à des paniers contenant deux types de biens et dans lesquels la quantité de chaque bien varie. Sur une même courbe d'indifférence, tous les paniers procurent au consommateur un même niveau de satisfaction.

On suppose que les courbes d'indifférence les plus hautes sont préférées car le consommateur préfère avoir plus que moins.

La **théorie du choix du consommateur** consiste à rechercher la **satisfaction maximale** du consommateur selon sa **contrainte budgétaire**.



Des pistes pour choisir une question

- Traduire l'indifférence du consommateur face à plusieurs paniers permet de tracer des **courbes d'indifférence**, qui ne se coupent pas et sont en général **convexes**.
- Le **taux marginal de substitution** (TMS) est le nombre d'unités d'un bien pouvant compenser la baisse d'unités de l'autre avec le même niveau de satisfaction : il correspond à la **pente de la tangente** en chaque point d'une courbe d'indifférence.
- La **contrainte budgétaire** est représentée par un segment : avec un budget donné, le consommateur ne pourra acheter que certaines quantités des deux biens. En étudiant les **intersections** entre ce segment et les courbes d'indifférence, on peut déterminer l'**optimum du consommateur**.

Mener la recherche

Mots-clés

théorie du consommateur, courbes d'indifférence, contrainte budgétaire, optimum, TMS

Keywords

consumer choice, indifference curves, budget constraint, maximum utility, MRS

Références bibliographiques

Doc +

[Les métiers de l'économie](http://hatier-clic.fr/mat252a)

→ hatier-clic.fr/mat252a

Apporter sa contribution

Vous pouvez modéliser une situation de marché entre deux biens choisis et vous intéresser à des consommateurs dans votre entourage pour tracer des courbes d'indifférence, puis déterminer l'optimum.



Sur le support destiné au jury, vous pouvez représenter des **courbes d'indifférence** et un segment de **contrainte budgétaire** dans une situation donnée.

Un autre thème possible :

Décrire un mouvement

Physique

Afin de décrire le mouvement d'un **système** dans un **référentiel** donné, on est amené à étudier la **position** de ce système (► chapitre 2) en fonction du temps.

L'étude de la **vitesse** et de l'**accélération** du système conduit à considérer les **dérivées successives** de la fonction position.

Pour en savoir plus :

Doc +

hatier-clic.fr/mat252c

Convaincre à l'oral ▶ p. 16

Captiver l'auditoire

Lors de votre présentation, vous devez capter l'attention du jury par votre maîtrise du sujet, mais aussi par votre éloquence.

► **Exercice** : visionnez des vidéos traitant d'une de vos questions et évaluez-les : pourquoi certaines sont-elles plus attractives que d'autres ?

► **Conseil** : mettez à profit une activité pour tester des moyens permettant d'améliorer votre éloquence.

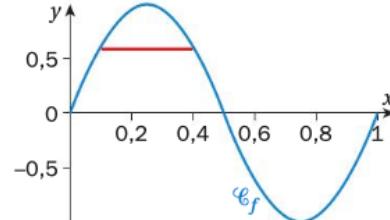
Maths à l'oral

Un thème : La mathématique des cordes

On considère une fonction f continue sur $[0 ; 1]$ et telle que $f(0) = f(1)$.

On peut tracer une « corde horizontale » de longueur 1 entre les deux extrémités de la courbe représentative de f , mais d'autres cordes horizontales sont possibles, comme le trait rouge sur la figure ci-contre.

La courbe représentative de f admet une **corde de longueur L** s'il existe un nombre réel $x \in [0 ; 1 - L]$ tel que $f(x) = f(x + L)$.



Des pistes pour choisir une question

- D'après le théorème de la corde universelle, énoncé par Paul Lévy en 1934, la courbe de f admet toujours les cordes de longueur $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, etc.
- On peut le démontrer à partir du théorème des valeurs intermédiaires.
- Une longueur L telle que $\frac{1}{L}$ ne soit pas entier correspond-elle nécessairement à une corde ?
- La fonction f peut être prolongée sur \mathbb{R} en une fonction \hat{f} périodique de période 1 ; que dire des cordes de la courbe de cette fonction ?
- La version « oblique » du théorème de la corde universelle conduit au **paradoxe du coureur**.

Avec quelle orientation ?

Les mathématiques sont parfois théoriques, abstraites. Mais bien souvent, elles trouvent des applications permettant de résoudre des problèmes concrets.

Doc +
Les métiers des mathématiques, appliquées ou non
hatier-clic.fr/mat282a

Mener la recherche

Mots-clés

fonctions continues, cordes, sécantes

Keywords

chords, continuous functions, universal chord theorem

Références bibliographiques

Doc +

hatier-clic.fr/mat282b

Apporter sa contribution

Vous pouvez par exemple :

- démontrer le théorème de la corde universelle ;
- expliquer le contre-exemple proposé par Paul Lévy : $f(x) = \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) - x \sin^2\left(\frac{\pi}{L}\right)$, ou en imaginer d'autres ;
- étudier le paradoxe du coureur ;
- chercher d'autres résultats sur les fonctions continues sur un segment.

Sur le support pour le jury, vous pouvez représenter les courbes de fonctions continues, avec différentes cordes possibles (ou non).

Un autre thème possible : La recette des suites chaotiques NSI

Convaincre à l'oral ► p. 16

La **suite logistique** définie par $u_{n+1} = 4u_n(1 - u_n)$ adopte une étonnante diversité de comportements suivant la valeur de $u_0 \in [0 ; 1]$. Cela s'explique en posant $u_n = (\sin(\pi v_n))^2$.

On peut analyser le **chaos** en étudiant la moyenne ou l'écart type de l'échantillon (u_0, \dots, u_{n-1}) (**chapitres 14 et 15**).

La construction de telles suites peut fournir des nombres (pseudo)-aléatoires.

Pour en savoir plus : Doc +
hatier-clic.fr/mat282c

Mémoriser son propos

- Lors du Grand Oral, vous ferez votre présentation sans notes. Vous devez donc connaître votre propos par cœur. Pour cela :
- lisez à voix haute, puis à voix basse, le texte préparé et répétez-le ; en cas d'oubli, relisez ;
 - souvenez-vous du nombre de points ou paragraphes à aborder ;
 - entraînez-vous à tracer « de tête » les schémas prévus et à retrouver les explications associées.

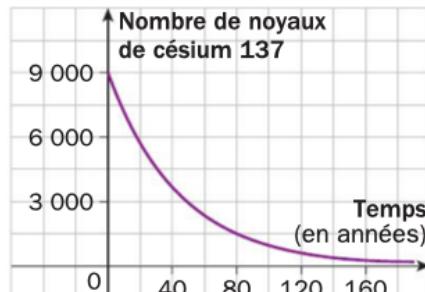
Un thème : La décroissance radioactive

Physique
SVT

Deux isotopes radioactifs d'un même élément ont la même probabilité de se désintégrer à un même instant, et leur désintégration ne dépend pas des facteurs physiques ou chimiques de leur environnement.

La quantité de matière radioactive d'un échantillon de radionucléides subit une **décroissance exponentielle** au cours du temps.

Une quantité $N(t)$ subit une **décroissance exponentielle** de paramètre λ si elle est solution de l'équation différentielle $N'(t) = -\lambda N(t)$.



Des pistes pour choisir une question

- Pour un isotope donné, on peut déterminer une expression du nombre de radionucléides radioactifs en fonction du temps et rechercher le paramètre λ associé (► chapitre 11, exercice 14 p. 343).
- À quoi correspond la **durée de vie moyenne** d'un radionucléide ?
- À quoi correspond la **demi-vie** d'un isotope donné ? Comment la calculer ?
- La **radioactivité naturelle** est utilisée en archéologie pour dater des échantillons.

Avec quelle orientation ?

L'étude de la radioactivité a conduit au développement de l'industrie nucléaire civile, qui trouve des applications médicales.

Doc +

Les métiers de l'ingénierie nucléaire

→ hatier-clic.fr/mat312a

Mener la recherche

Mots-clés

désintégration, décroissance exponentielle, demi-vie

Keywords

radioactive decay,
exponential decay, half-life

Références bibliographiques
Doc +

→ hatier-clic.fr/mat312b

Apporter sa contribution

Vous pouvez modéliser un échantillon de radionucléides par une somme de variables aléatoires (► chapitre 14), simuler sa désintégration à l'aide d'un programme en Python et utiliser l'inégalité de concentration pour en caractériser l'évolution (► chapitre 15, exercice 65 p. 479).

Sur le support pour le jury, vous pouvez représenter l'allure de quelques courbes de décroissance radioactive.

Un autre thème possible : La mathématique des gammes musicales

Physique
Arts

Convaincre à l'oral ▶ p. 16

Pythagore (v.-580-v.-490) fut le premier à lier la musique aux mathématiques, en associant les notes de musique à la longueur de la corde d'un instrument, le monocorde. Arnold Schoenberg (1874-1951), compositeur et théoricien autrichien, créa la **musique dodécaphonique**, dont les règles de composition reposent sur les mathématiques.

Pour en savoir plus : → **Doc +**
hatier-clic.fr/mat312c

L'interdisciplinarité

Lors de la préparation du Grand Oral, vous pourrez être amené à exploiter les liens entre les mathématiques et votre autre spécialité (ou des disciplines du tronc commun, voire optionnelles).

Le jury appréciera que vous développiez ces liens pour montrer que vous avez pris du recul par rapport à vos apprentissages.

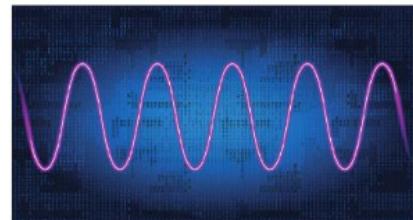
► **Conseil :** présentez vos travaux à vos professeurs des différentes disciplines concernées afin de vérifier leur pertinence.

Un thème : Les signaux sinusoïdaux

Physique
SI

En physique et en ingénierie, certains phénomènes périodiques sont modélisés à l'aide des fonctions trigonométriques. On parle alors de **signal sinusoïdal**, qui peut notamment permettre d'étudier une onde (électrique, acoustique, électromagnétique, etc.).

Le **traitement du signal** est le domaine d'étude des signaux : traitement, analyse, interprétation.



Des pistes pour choisir une question

- On peut identifier divers **phénomènes physiques** (mécaniques, acoustiques, électriques) modélisables à l'aide de **signaux sinusoïdaux simples** : l'onde est alors régulière, avec une fréquence constante.
- Qu'est-ce que l'**opposition de phase** ? Que représente-t-elle d'un point de vue physique ? mathématique ? (► exercice 75 p. 329)
- Comment calculer la **fréquence d'une onde sonore régulière** (son d'une corde tendue lorsqu'on la pince) à l'aide d'un montage simple ? (► exercice 77 p. 329)
- On peut modéliser les **ondes monochromatiques** à l'aide de fonctions sinusoïdales (► exercice 36 p. 324).

Mener la recherche

Mots-clés

signal sinusoïdal, sinusoïde, oscillation

Keywords

sine wave, sinusoid, oscillation

Références bibliographiques
Doc +
hatier-clic.fr/mat332a

Apporter sa contribution

Vous pouvez procéder à une expérimentation au laboratoire de physique ou bien à l'atelier de sciences de l'ingénieur afin de relever un phénomène sinusoïdal, puis le modéliser et l'étudier mathématiquement.



Sur le **support** pour le jury, vous pouvez réaliser un **schéma** afin de présenter l'expérimentation conduite et donner l'allure du signal sinusoïdal.

Un autre thème possible : L'acoustique

SVT
Physique
SI
Convaincre à l'oral ► p. 16

Le **son** est une **vibration mécanique** qui se propage dans les fluides, dont ceux composant l'atmosphère, et qui est perçue par l'oreille humaine grâce au système auditif.

L'**acoustique** est la science du son : elle consiste en l'étude physique et mathématique des ondes sonores et de leur propagation dans différents milieux, et en l'étude biologique des systèmes auditifs.

Pour en savoir plus :

Doc +
hatier-clic.fr/mat332c

Travailler en groupe

Le Grand Oral peut se préparer en groupe.

C'est l'occasion d'expérimenter le travail en équipe, qui repose sur la coopération et la coordination. Si vous préparez une question avec un·e ou plusieurs camarade(s) :

- définissez clairement le rôle de chacun·e et les échéances à respecter ;
- organisez votre travail : réunions, travail sur une plateforme collaborative, étude individuelle, etc. avec des points d'étape réguliers ;
- mettez à profit les compétences de chacun·e afin que la production soit enrichie de chaque apport individuel.



Un thème : La vitesse des réactions chimiques

Chimie

En chimie, il est fondamental de connaître et maîtriser la vitesse des réactions chimiques, qui dépend de différents facteurs comme la température, l'état de la matière, etc. Pour une réaction élémentaire du type $A + B \rightarrow C$, la **vitesse de réaction** est égale à la dérivée de la concentration en produit (C) par rapport au temps t (et se mesure en $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$).



Pour une réaction $A + B \rightarrow C$, la **loi de van't Hoff** établit que la vitesse de réaction est proportionnelle aux concentrations des réactifs : $v = \frac{d[C]}{dt} = \frac{d[A]}{dt} = k[A][B]$, où k est le coefficient de vitesse dépendant de facteurs physiques comme la température.

Des pistes pour choisir une question

- Pour une réaction d'ordre 1 (ou si la concentration $[B]$ peut être considérée comme constante), la loi de van't Hoff conduit à une **équation différentielle linéaire** du premier ordre par rapport à la fonction $y(t) = [A]$.
- Pour une réaction $A + B \rightarrow C$ dans des **conditions stœchiométriques**, les concentrations initiales $[A]_0$ et $[B]_0$ étant égales, on peut montrer qu'on va avoir $[A] = [B]$ à tout instant ; la loi de van't Hoff conduit alors à une équation différentielle du premier ordre non linéaire, de la forme $y' = ky^2$.
- Dans le cas général, il faut tenir compte des **coefficients stœchiométriques** pour définir la vitesse de réaction.



Avec quelle orientation ?

Le secteur de la chimie regroupe des domaines variés : pétrochimie, biochimie, chimie pharmaceutique, fabrication de polymères, de peintures, génie des procédés, etc.

Doc +

Les métiers de la chimie
hatier-clic.fr/mat362a

Mener la recherche

Mots-clés

cinétique chimique,
vitesse de réaction

Keywords

chemical kinetics,
reaction rate

Références bibliographiques

Doc +

hatier-clic.fr/mat362b

Apporter sa contribution

Vous pouvez par exemple :

- suivre l'évolution d'une réaction chimique au laboratoire et chercher quel modèle cinétique peut correspondre à cette réaction ;
- appliquer la cinétique d'une réaction simple à un problème de sécurité ;
- étudier l'effet de la température sur la cinétique (► chapitre 9, exercice 124 p. 308).



Sur le support pour le jury, vous pouvez schématiser les protocoles expérimentaux de l'expérience conduite.



Un autre thème possible : Une vision globale de la biodiversité

SVT

Convaincre à l'oral ► p. 16

La **biogéographie** étudie la répartition des êtres vivants à la surface du globe.

En biogéographie insulaire, le **modèle de MacArthur et Wilson** décrit l'évolution de la biodiversité sur les îles vers un équilibre, en tenant compte de la migration des espèces vers les îles et de leur extinction possible (► **problème 3** p. 500-501 et **chapitre 14**).

Pour en savoir plus :

Doc +

hatier-clic.fr/mat362c

Selectionner ses sources

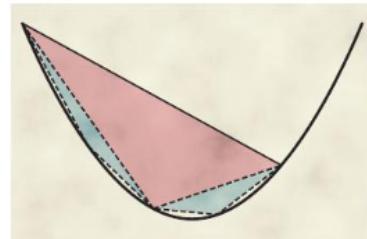
Une présentation convaincante s'appuie sur des sources bien sélectionnées lors de votre recherche :

- commencez par les mots-clés indiqués, en français ou en anglais, pour une première recherche sur Internet, que vous pourrez ensuite élargir ;
- interrogez-vous sur la fiabilité des documents trouvés, et écartez ceux peu précis ou au contraire trop difficiles pour vous ;
- ne négligez pas les livres et revues : la science antérieure aux années 1990 est peu présente sur Internet.

Un thème : Comment calculer (ou non) une intégrale ? NSI

Faute de connaître une expression pour la primitive, la plupart des intégrales ne peuvent être « calculées ». On peut espérer en donner des valeurs approchées, avec une bonne précision et une quantité de calculs raisonnable, jusqu'à conjecturer la « valeur exacte » de l'intégrale. C'est ce que fit Archimède avec sa quadrature de la parabole (► exercice 142 p. 391).

« Calculer » de manière « exacte » l'intégrale $I = \int_a^b f(t)dt$, c'est trouver une expression algébrique, égale à I , s'écritant en fonction des bornes a et b de l'intégrale et pouvant contenir diverses constantes mathématiques, comme par exemple $\sqrt{2}$ ou π .



■ Des pistes pour choisir une question

- Découper l'intervalle en sous-intervalles conduit aux **méthodes des rectangles** (► 116 p. 387 et 145 p. 391), **des trapèzes** (► 146 p. 392), **des tangentes** et de **Simpson**. Quelle est leur précision ? Quel est leur « coût » en termes de calculs ?
- La **méthode de Monte-Carlo** (► 141 p. 390) consiste à « pulvériser » un nuage de points sur un rectangle contenant la courbe étudiée et à utiliser la convergence probabiliste (► chapitres 13 et 15).
- Le **calcul formel** (par opposition au calcul numérique) manipule des expressions symboliques pour donner des résultats exacts en s'appuyant sur des arbres d'expressions algébriques et des algorithmes.

■ Mener la recherche

Mots-clés

Eudoxe, trapèzes, Simpson, Monte-Carlo, calcul formel

Keywords

exhaustion, trapezoidal rule, Simpson, Monte-Carlo method

Références bibliographiques

Doc +

Les métiers du calcul scientifique

► hatier-clic.fr/mat394a

■ Apporter sa contribution

Vous pouvez par exemple :

- étudier le procédé d'Archimède pour sa quadrature de la parabole ;
- programmer un ou deux algorithmes d'approximation d'intégrale, et les comparer ;
- à l'aide du calcul formel, programmer l'algorithme de dérivation dans un cas très simplifié (polynômes) pour aborder le calcul de primitives.



Concernant le **support** pour le jury, vous pouvez **schématiser** les méthodes de calcul approché d'une intégrale ou un algorithme.

Un autre thème possible : Peut-on « calculer » π ? NSI

La quête des décimales de π a occupé les mathématiciens depuis deux millénaires, et elle sert aujourd'hui pour la recherche en algorithmique numérique.

Calculer π c'est pouvoir fournir des décimales de ce nombre en bonne quantité. On peut pour cela représenter π comme limite d'une suite de nombres (► chapitre 5) ou de rapports géométriques, et programmer le calcul.

Pour en savoir plus :

Doc +

► hatier-clic.fr/mat394c

Convaincre à l'oral ► p. 16

Parler de son projet

Lors du Grand Oral, vous allez expliquer votre projet de poursuite d'études.

Pour cela, vous devez pouvoir répondre à certaines questions : d'où vient votre motivation ? quels sont les métiers sur lesquels débouchent ces études ? comment avez-vous fait vos choix sur Parcoursup ?

► **Exercice :** faites le bilan de vos projets d'étude et discutez-en avec des camarades et votre entourage.

Un thème : D'où vient le hasard ? SVT NSI

De nombreux phénomènes relèvent du hasard : la forme des nuages, les tourbillons d'une rivière, le temps qu'il fera dans cent jours, la dispersion des graines d'une plante, le brassage allélique au cours de la méiose, etc. En mathématiques, on modélise le hasard avec des événements ou des variables aléatoires.

Un phénomène est considéré comme **aléatoire** quand il n'a pas de cause identifiable ou que les causes en sont connues mais ne peuvent être contrôlées, de sorte que le résultat est **imprévisible**.



■ Des pistes pour choisir une question

- Définir le hasard relève autant de la philosophie que des sciences.
- On peut simuler informatiquement le hasard grâce à des générateurs de nombres pseudo-aléatoires, où l'aléatoire est créé par des algorithmes... déterministes !
- Le hasard est impliqué dans de nombreux jeux, notamment par le choix d'une **permutation** aléatoire (battre un jeu de cartes) (► chapitre 1).
- Le hasard est imprévisible, mais la répétition d'une expérience aléatoire permet de dégager des **lois** de « moyenne » (► chapitre 15).
- Le lancer d'un dé est considéré comme une bonne **source de hasard** lié à un phénomène mécanique.
- Le hasard est **commun** à la physique quantique (mécanique statistique), à la génétique et aux marchés boursiers.

Avec quelle orientation ?

Le hasard est associé à la notion de risque, contre lequel on peut se prémunir par une assurance : l'assureur va évaluer le risque et calculer le montant de la prime.

Doc +

Les métiers de la gestion des risques

► hatier-clic.fr/mat430a

■ Mener la recherche

Mots-clés

hasard, aléatoire, pseudo-aléatoire, randomisation, chaos

Keywords

randomness, chaos, pseudorandom, randomization

Références bibliographiques

Doc +

► hatier-clic.fr/mat430b

■ Apporter sa contribution

Vous pouvez par exemple :

- concevoir un générateur de nombres pseudo-aléatoires ou définir un test de qualité pour des générateurs de nombres pseudo-aléatoires ;
- tester les désintégrations radioactives à l'aide d'un compteur Geiger ;
- imaginer un dispositif électronique faisant clignoter une diode de manière aléatoire en amplifiant le bruit thermique ou électronique.



Sur le support destiné au jury, vous pouvez schématiser, par exemple par un arbre de probabilité, diverses situations faisant intervenir le hasard.

Convaincre à l'oral ► p. 16

Anticiper les questions

Pour être à l'aise lors des échanges avec le jury, vous pouvez préparer votre argumentaire en anticipant certaines questions.

► **Exercice** : imaginez des questions qui pourraient vous être posées, et préparez les réponses correspondantes.

► **Conseil** : dans le cadre d'une activité Maths à l'oral, essayez d'anticiper les questions de vos camarades afin d'y répondre au mieux.

Un autre thème possible : Les problèmes de Monty Hall

L'animateur d'un jeu télévisé présente au joueur trois portes ; derrière l'une des portes se trouve une voiture, et derrière les deux autres se trouve une chèvre. Le joueur choisit une porte sans l'ouvrir, puis l'animateur en ouvre une autre montrant une chèvre ; le joueur peut alors maintenir son choix initial ou en changer.

Ce jeu repose sur la **quantité d'information** disponible chez les acteurs.

Pour en savoir plus :

Doc +

► hatier-clic.fr/mat430c

Un thème : L'art d'échantillonner SVT SES

Un échantillon de tissu ou de musique est un petit morceau permettant d'en apprécier les qualités et le rendu. Pour les études de populations, un échantillon est formé par un « petit » nombre d'individus et permet de formuler des hypothèses sur les caractéristiques de la population entière.

L'échantillonnage est l'ensemble des méthodes utilisées pour extraire des échantillons. L'art de l'échantillonnage c'est savoir extraire les échantillons de manière économique, en assurant qu'ils ne soient pas biaisés.



■ Des pistes pour choisir une question

- L'échantillonnage sans remplacement revient à extraire une sous-population (**► chapitre 1, combinaisons**) et aboutit, au plan probabiliste, à la loi hypergéométrique. L'échantillonnage avec remplacement revient à effectuer une série d'épreuves indépendantes (**► chapitre 13**) et aboutit à la loi binomiale.

Il est plus complexe de simuler informatiquement un tirage sans remplacement qu'un tirage avec remplacement.

- On considère souvent que les échantillonnages avec ou sans remplacement reviennent presque au même quand on opère sur une population de grande taille : il s'agit d'un phénomène de convergence de suite numérique (**► chapitre 5**), également nommé « convergence en loi » (**► chapitre 15**).
- On analyse les échantillons par des indicateurs statistiques (moyenne, médiane, écart type) supposés refléter les valeurs correspondantes (inconnues) de la population.



Avec quelle orientation ?

L'échantillonnage intervient dans des domaines variés : biologie, psychologie, sciences sociales, sciences de l'ingénieur, médecine, etc., et il relève surtout de la statistique.

Doc +

Les métiers de la statistique

➤ hatier-clic.fr/mat460a

■ Mener la recherche

Mots-clés

échantillonnage, prélèvement, remplacement, indicateurs

Keywords

sample, sampling, replacement, statistical indicators

Références bibliographiques

Doc +

➤ hatier-clic.fr/mat460b

■ Apporter sa contribution

Vous pouvez effectuer une étude statistique de population (par exemple en SVT ou en SES) impliquant la mise au point d'une stratégie d'échantillonnage.



Sur le support destiné au jury, vous pouvez imaginer un schéma décrivant les méthodes d'échantillonnage, les protocoles expérimentaux, etc.

Un autre thème possible :

La loi de Hardy-Weinberg SVT

On considère une population d'individus qui possèdent deux copies de chaque **gène**. Dans cette population, un gène donné existe sous deux formes, appelées **allèles** : l'allèle de type A, qui a une fréquence p , et l'allèle de type a, qui a une fréquence q .

La **loi de Hardy-Weinberg** établit que, en l'absence d'influences de forces évolutives, les fréquences des allèles sont constantes d'une génération à l'autre.

Pour en savoir plus :

Doc +

➤ hatier-clic.fr/mat460c

Convaincre à l'oral p. 16

Le langage

Lors de votre présentation, veillez à votre registre de langage : évitez, par exemple, d'utiliser des mots familiers ou de tronquer les négations.

► **Exercice** : enregistrez-vous lors de l'une de vos répétitions, puis écoutez-vous et repérez les éléments de langage à corriger pour le jour J.

► **Conseil** : mettez à profit une activité Maths à l'oral pour vous entraîner à parler en public en surveillant votre registre de langage.

Un thème : Estimer une proportion SES

Dans de nombreuses situations, on est amené à estimer la proportion d'un caractère observé sur une population à partir d'un échantillon de taille limitée (sondages pour une opinion, captures d'animaux bagués, etc.). On dispose d'outils mathématiques permettant d'estimer la marge d'erreur de ces procédés.

Lors de l'étude d'un caractère sur un échantillon prélevé dans une population, un **intervalle de confiance** permet d'estimer entre quelles bornes la proportion « réelle » (sur toute la population) pourrait se trouver.



■ Des pistes pour choisir une question

- Constituer un échantillon pour estimer une proportion revient à étudier des **sommes de variables aléatoires** (► chapitre 14) ; la taille n de l'échantillon amène à définir une **suite de variables aléatoires somme** (► chapitre 5).
- Plus la taille de l'échantillon est grande, plus l'estimation est précise : c'est la **loi des grands nombres**.
- Certains échantillons « biaisés » ne reflètent pas la réalité de la population : des exemples existent, notamment lors de sondages électoraux.
- Les instituts de sondages préfèrent la **méthode des quotas** afin de sélectionner des échantillons plus fidèles à la structure d'une population ; dans certains cas, on peut cependant utiliser la **méthode aléatoire**.



Avec quelle orientation ?

Les estimations sont essentielles dans l'étude de populations, en sciences sociales ou en santé publique. La licence MIASHS conduit à une grande diversité de métiers, dont celui d'actuaire.

Doc +

Le métier d'actuaire

➤ hatier-clic.fr/mat480a

■ Mener la recherche

Mots-clés

estimation, échantillon, sondage, marge d'erreur, intervalle de confiance

Keywords

interval estimation, sample data, survey methodology, margin of error, confidence interval

Références bibliographiques

Doc +

➤ hatier-clic.fr/mat480b

■ Apporter sa contribution

Vous pouvez mener un sondage sur une population donnée (par exemple, votre classe ou un échantillon d'élèves du lycée) afin d'étudier la proportion d'un paramètre et d'en donner une estimation, ainsi que la marge d'erreur.



Sur le support pour le jury, vous pouvez représenter le prélevement d'un échantillon dans la population et illustrer la méthode de sondage.

Un autre thème possible : Le maximum de vraisemblance NSI

Une variable aléatoire X suit une loi dépendant d'un paramètre inconnu α et est observée sur un échantillon.

La **méthode du maximum de vraisemblance** consiste à estimer α en prenant comme valeur celle qui donne la probabilité maximale d'avoir abouti à cette observation.

Pour en savoir plus :

Doc +

➤ hatier-clic.fr/mat480c

Convaincre à l'oral ▶ p. 16

Le vocabulaire

Lors du Grand Oral, veillez à utiliser un vocabulaire précis : utilisez les termes scientifiques liés à votre thème, en connaissant leurs définitions.

► **Exercice** : expliquez à des camarades chacun des termes scientifiques que vous utiliserez, et voyez si vos définitions sont claires pour eux.

► **Conseil** : mettez à profit une activité pour manipuler du vocabulaire spécifique.

Maths à l'oral

