

## Principes additif et multiplicatifs

## Exercice 1



Soit  $E$  et  $F$  deux ensembles disjoints, composés respectivement de 4 et 5 éléments.

Calculer le nombre d'éléments de  $E \cup F$ ,  $E \times F$ ,  $E^2$  et  $E^3$ .

## Exercice 2



Au cours d'un match de football opposant deux équipes de 11 joueurs, chaque équipe élit un capitaine. Un binôme de capitaines est formé de deux capitaines, chacun issu d'une équipe différente.

L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

« Il y a 22 binômes de capitaines possibles. »

## Exercice 3



1. Soit  $E = \{a, b, c, d, e\}$  et  $F = \{1, 2, 3\}$  deux ensembles.

Déterminer le nombre d'éléments de  $E \cup F$  puis de  $E \times F$ .

2. Pour aller de Paris à Marseille, Paul souhaite passer par Lyon.

Entre Paris et Lyon, il a le choix entre deux parcours qui utilisent l'autoroute et trois parcours qui n'utilisent pas l'autoroute.

Entre Lyon et Marseille, il a deux parcours possibles (uniquement avec des portions d'autoroute).

Combien de parcours différents allant de Paris à Marseille Paul peut-il alors emprunter ?

## Exercice 4



Pour fêter leur anniversaire de mariage, Damien organise une soirée pour sa femme Constance. Il lui propose une première activité qu'elle doit choisir entre une partie de bowling et une sortie au spa.

Puis Damien emmènera Constance au restaurant. Il lui propose quatre choix.

Enfin, après le restaurant, le couple ira au cinéma voir un film. Le cinéma en diffuse six.

Combien de possibilités ont Damien et Constance pour organiser leur soirée ?

## Exercice 5



Choisir la bonne réponse.

1. Au cours d'une soirée entre célibataires, il y a 6 femmes et 5 hommes. On choisit une femme et un homme au hasard. Le nombre de couples qu'on peut former est :

(a) 11

(b) 30

(c) 7 776

(d) 15 625

2. Éric va dans un refuge de la SPA et décide d'adopter un furet, et en plus, un chien ou un chat. La SPA possède 4 chiens, 5 chats et 3 furets. Le nombre de choix possibles de ces deux animaux pour Éric est :

(a)

12

(b)

23

(c)

27

(d)

32

(e)

60

Dénombrement de  $k$ -uplets

## Exercice 6



Soit  $E = \{a, b, c\}$  un ensemble.

Les affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

(a)  $(a, c)$  est un 2-uplet de  $E$ .

(b)  $(b, c, a)$  est un 3-uplet de  $E$ .

(c)  $(c, b, c, a)$  est un 4-uplet d'éléments distincts de  $E$ .

(d)  $(a, c, d)$  est un 3-uplet de  $E$ .

## Exercice 7



Soit  $E = \{0, 1\}$ .

1. La liste ordonnée  $(0, 0, 1)$  est un  $k$ -uplet de  $E$ . Que vaut  $k$  ?

2. Donner tous les 3-uplets (ou triplets) de  $E$ . Combien y en a-t-il ?

3. Vérifier la cohérence du résultat précédent avec la formule du cours permettant de dénombrer les  $k$ -uplets d'un ensemble à  $n$  éléments.

## Exercice 8



Soit  $E = \{a, b, c, d\}$ .

1. Lister tous les 2-uplets (ou couples) de  $E$ . Combien y en a-t-il ?

2. Quelle formule du cours permet de retrouver ce résultat sans lister tous les couples de  $E$  ?

3. Lister tous les couples d'éléments distincts de  $E$ . Combien y en a-t-il ?

## Exercice 9



Soit  $E = \{p, i, 3, 1, 4\}$ .

Déterminer le nombre de 4-uplets de  $E$ .

## Exercice 10



</> Algorithme

On considère le programme ci-dessous, écrit en langage Python, où  $n$  et  $k$  sont des entiers naturels non nuls.

```
def uplet(n, k):
    return (n**k)
```

1. Quel nombre est retourné après l'appel `uplet(3,2)` ?
2. Quel est le rôle de ce programme pour un ensemble à  $n$  éléments ?

#### Exercice 11



Soit  $E = \{a, b, 1, 2\}$ .

1. Combien y a-t-il de 5-uplets de  $E$  ?
2. Combien y a-t-il de 5-uplets de  $E$  commençant par  $b$  ?

#### Exercice 12



Jusqu'en 2015, le code PIN le code confidentiel utilisé pour déverrouiller les iPhones était composé de 4 chiffres.

1. Combien y a-t-il de codes PIN différents ?
2. Combien y a-t-il de codes PIN commençant par le chiffre 3 ?
3. Depuis 2015, le code confidentiel est passé à 6 chiffres. Combien de combinaisons supplémentaires sont possibles ?

#### Exercice 13



Lors d'une partie d'un jeu de société, le personnage sur le plateau doit procéder à sept déplacements successifs.

Chaque déplacement correspond à une direction (gauche, droite, haut, bas).

1. Combien de chemins différents le personnage peut-il alors emprunter, sachant que les retours en arrière sont possibles ?

2. Combien de chemins différents le personnage peut-il alors emprunter si les retours en arrière ne sont plus possibles ?

#### Exercice 14



On s'intéresse aux familles composées de 6 enfants. On note, dans l'ordre des naissances, le sexe biologique des enfants, avec le codage :  $F$  pour une fille et  $G$  pour un garçon.

Par exemple, on note  $(F, F, F, G, G, F)$  quand les trois premiers enfants sont des filles, les deux suivants sont des garçons et le dernier enfant est une fille. On appelle cela une "fratrie".

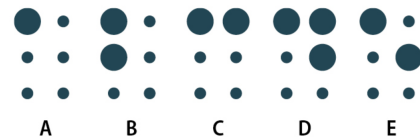
Déterminer :

1. le nombre total de fratries ;
2. le nombre de fratries dont l'aîné est un garçon ;
3. le nombre de fratries dont le 2<sup>e</sup>, le 4<sup>e</sup> et le 5<sup>e</sup> enfant sont des filles.

#### Exercice 15



L'écriture braille, destinée aux personnes mal ou non voyantes, est constituée de symboles composés d'un assemblage de six points.



On a deux possibilités pour chaque point : un petit point ou un gros point, tous les deux en relief.

1. Combien de symboles différents y a-t-il dans cette écriture ?
2. Si une personne mal voyante arrive à distinguer les 3 points de la première colonne mais pas les 3 autres, combien de possibilités lui reste-t-il pour déchiffrer le symbole ?