DS6 - Correction

5

⇒ Exercice n° 1

0,5/rep

Mesure en degrés	180	60	135	30	210	240	18	10	$\frac{180}{\pi}$	70
Mesure en radians	π	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{\pi}{10}$	$\frac{\pi}{18}$	1	$\frac{7\pi}{18}$

6

⇒ Exercice n°2

1°/ Soit $x \in \mathbb{R}$

$$f(-x) = \frac{\cos(-x)}{3+(\sin(-x))^2}$$

$$= \frac{\cos(x)}{3+(-\sin(x))^2} \quad \text{(car } \cos \text{ paire, } \sin \text{ impaire)}$$

2/

$$= \frac{\cos(x)}{3+(\sin(x))^2}$$

$$= f(x)$$

Donc f est est paire, $\mathcal{C}_f$ est donc symetrique par rapport à l'axe des ordonnées.

2°/ Soit $x \in \mathbb{R}$

$$f(x+2\pi) = \frac{\cos(x+2\pi)}{3+(\sin(x+2\pi))}$$

2/

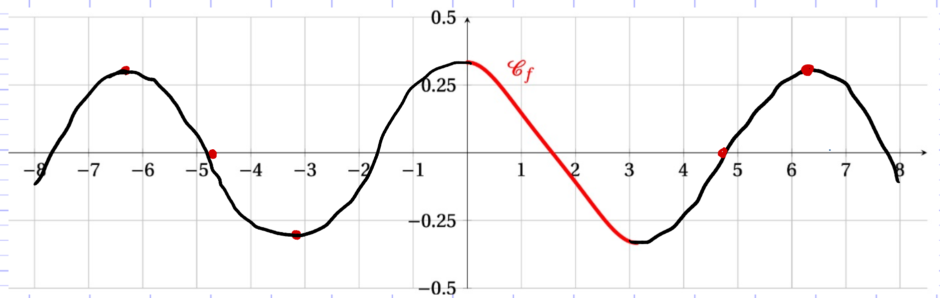
$$= \frac{\cos(x)}{3+\sin(x)}$$

$$= f(x)$$

Donc f est 2π-périodique. Cela signifie que $\mathscr{C}_f$ est invariante par toutes translations de vecteurs $\vec{t}\begin{pmatrix} 2\pi \\ 0 \end{pmatrix}$

3°/

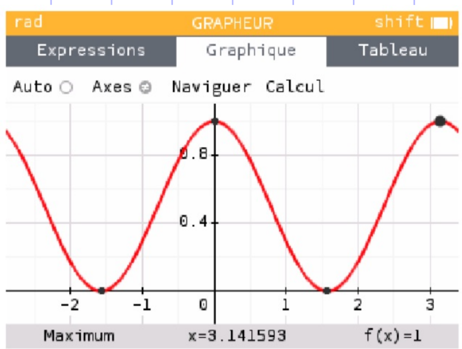
2



⑥ ⟹ Exercice n° 3

1°/ ⓐ $\mathscr{C}_f$ semble être symétrique selon l'axe des ordonnées donc f semble être paire

0.5



ⓑ $f(0) = f(\pi)$
$f(-\frac{\pi}{2}) = f(\frac{\pi}{2})$

0.5

Donc f semble être π-périodique

2°/ • $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = (\cos(-x))^2$
$= (\cos(x))^2$ (car cos paire)
$= f(x)$

1.25

$\leadsto$ f est bien paire

• $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x+\pi) = (\cos(x+\pi))^2$
$= (-\cos(x))^2$ $(\cos(x+\pi) = -\cos(x))$
$= \cos(x)^2$
$= f(x)$

1.25

$\leadsto f$ est bien π-periodique

3°/ $f(x) = \cos^2(x) = \cos(x) \times \cos(x)$

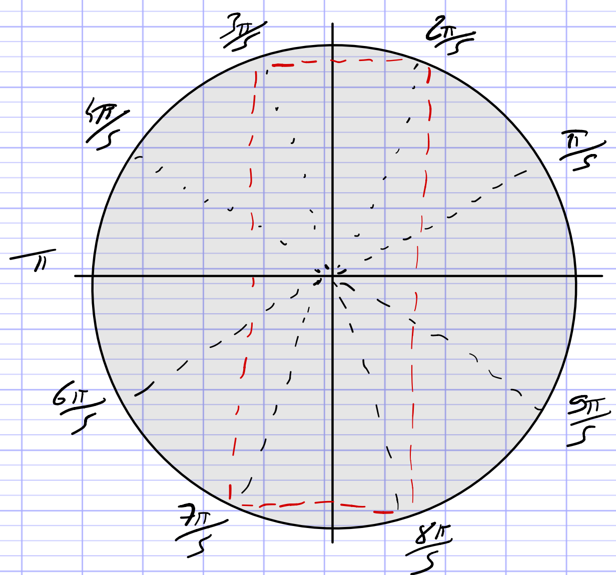
0.5 $\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$ avec $u(x) = \cos(x)$

$= -\sin(x)\cos(x) - \sin(x)\cos(x)$ $\quad u'(x) = -\sin(x)$

$= -2\sin(x)\cos(x)$ $\quad v(x) = \cos(x)$

$v'(x) = -\sin(x)$

3 $\Rightarrow$ <u>Exercice n°5</u>



0.5 ⓐ $\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) = -\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$

0.5 ⓑ $\sin\left(\frac{8\pi}{5}\right) = -\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) = -\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$

0.5 ⓒ $\cos\left(\frac{8\pi}{5}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

0.5 ⓓ $\sin\left(\frac{7\pi}{5}\right) = -\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) = -\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$

0.5 ⓔ $\cos\left(\frac{14\pi}{10}\right) = \cos\left(\frac{7\pi}{5}\right) = -\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$

0.5 ⓕ $\sin\left(\frac{4\pi}{10}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$