1, 2, 3, A, B)

# Devoir Surveillé 1

EDS Term.

### Conditions d'évaluation

Calculatrice: autorisée. Durée: 1h40

### Compétences évaluées :

- Logique mathématique
- O Suites et raisonnement par récurrence
- Limites de suites
- Vecteurs de l'espace
- O Dénombrement (partie 1)

#### Remarques importantes:

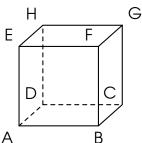
- Le sujet comporte 5 exercices (sur 3 pages).
  Vous pouvez les traiter dans l'ordre que vous souhaitez.
  Assurez-vous d'avoir le sujet complet avant de commencer.
- Le sujet est sur 20 points. Le barème est donné à titre indicatif.
- Rendez le sujet avec votre copie.
- Toutes réponses, même incomplètes, seront prises en compte dans la notation.
- Vous pouvez utiliser le dos du sujet comme brouillon

# Exercice 1 Vecteurs dans l'espace

(3 points)

Soit ABCDEFGH un cube. Les points K et L sont tels que  $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{AL} = 3\overrightarrow{AE}$ .

- 1. (a) Exprimer  $\overrightarrow{AG}$  en fonction de  $\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{AE}$ .
  - $\stackrel{\smile}{\text{(b)}}$  En déduire que  $\overrightarrow{KG} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$ .
- 2. (a) Les vecteurs  $\overrightarrow{KL}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{AE}$  sont-ils coplanaires?
  - (b) En déduire que K, G et L sont alignés.



# Exercice 2 Limites de suites

(5 points)

- 1. Soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  par  $u_n = \frac{1}{n} \times (n^2 2)$ .
  - a Peut-on déterminer la limite de la suite  $(u_n)$  en utilisant les propriétés des opérations sur les limites?
  - (b) En développant, déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ .
- 2. Déterminer la limite des suites ci-dessous :

(b) 
$$w_n = \frac{n^3 + 2n}{n^2 - 3}$$

$$(c) z_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-5}$$

- 1. L'implication suivante est-elle vraie? Justifier.
  - « Si  $(u_n)$  diverge vers  $+\infty$ , alors pour tout réel A, il existe un entier naturel  $n_0$  tel que pour tout entier n supérieur à  $n_0$ , les termes de la suite appartiennent à l'intervalle  $[A;+\infty[$ . »
- 2. Écrire cette proposition en langage mathématique.
- 3. Énoncer (en français ou en maths) la réciproque de cette implication. Est-elle vraie? Aucune justification n'est attendue.

#### Exercice 4) Plaques d'immatriculation

(2 points)

Chaque véhicule circulant en France est identifié par une plaque d'immatriculation. Depuis 2009, elle est constituée de trois parties : deux lettres, trois chiffres et deux lettres, séparées par des tirets.



Quelques lettres ne sont pas utilisées, le I, le O et le U, pour éviter les confusions avec les chiffres 1 et 0 et la lettre V.

⇒ En détaillant votre démarche, déterminez combien de plaques d'immatriculations différentes peut-on attribuer?

### Infos!

Dans la réalité (à ne pas prendre en compte pour cet exercice), il y a plus de contraintes :

- La combinaison SS est interdite sur le bloc de gauche et de droite
- La combinaison 000 est interdite
- La combinaison WW est interdite sur le bloc de gauche

Une piste pour le grand oral...

# Exercice 5 Pac Arbres dans une forêt

(8 points)

Le nombre d'arbres d'une forêt est modélisé par la suite  $(u_n)$ , où  $u_n$  désigne le nombre d'arbres, en milliers, au cours de l'année (2020 + n).

En 2020, la foret possède 50 000 arbres. Afin d'entretenir cette forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 5% des arbres existants et d'en replanter 3 000 nouveaux.

- 1. Justifier que  $u_0 = 50$
- 2. Déterminer l'expression de  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$  pour tout entier naturel n.
- 3. Déterminer, par récurrence, le sens de variation de la suite  $(u_n)$ . Interpréter dans le contexte de l'exercice.
- 4. Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel  $n, u_n = 60 10 \times 0,95^n$ .
- 5. Selon ce modèle, quel sera le nombre d'arbres de la forêt en 2026? On arrondira le résultat à l'unité.
- 6. Sachant que  $\lim_{n\to+\infty}0.95^n=0$ , déterminer la limite de  $u_n$  quand n tend vers  $+\infty$ . Interpréter le résultat.