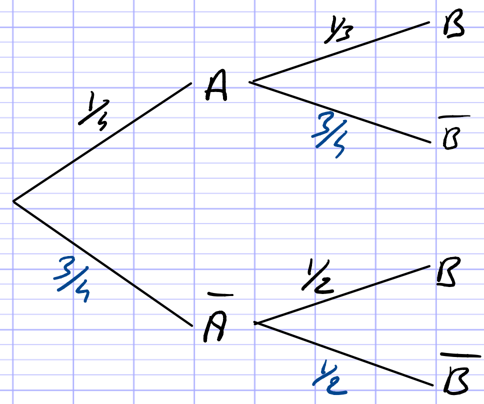
DS 10 – Proba conditionnelles

⇒ Exercice n°1

1°/



$* \; P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
$= 1 - \frac{1}{4}$
$= \frac{3}{4}$

$* \; P_A(\overline{B}) = 1 - P_A(B)$
$= 1 - \frac{1}{3}$
$= \frac{2}{3}$

$* \; P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 1 - P_{\overline{A}}(B)$
$= 1 - \frac{1}{2}$
$= \frac{1}{2}$

2°/ $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$
$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$
$= \frac{1}{12}$

3°/ On peut utiliser la formule des probabilités totales, les évènements A et $\overline{A}$ formant une partition de l'univers :

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B)$$
$$= P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B)$$
$$= \frac{1}{12} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$
$$= \frac{1}{12} + \frac{3}{8}$$
$$= \frac{11}{24}$$

4°/ $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{1/12}{11/24} = \dfrac{1}{12} \times \dfrac{24}{11} = \dfrac{2}{11}$

5°/ D'une part $P(A)\times P(B) = \frac{1}{4}\times\frac{11}{24} = \frac{11}{96}$

D'autre part, $P(A\cap B) = \frac{1}{12}$

Ainsi $P(A\cap B) \neq P(A)\times P(B)$, les événements ne sont donc pas indépendants.

7

⇒ Exercice n°2

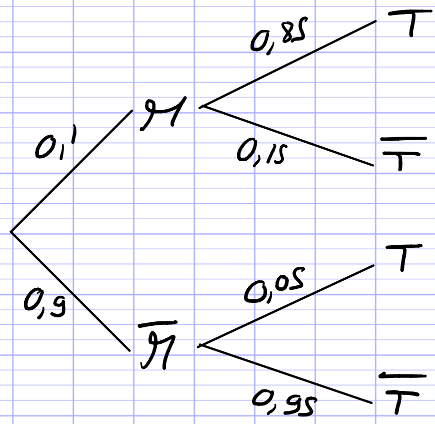
1°/ M : "Le patient est malade"

$\overline{M}$: "Le patient n'est pas malade"

T : "Le test est positif"

$\overline{T}$: "Le test est négatif"

2°/



3°/ Le test est erroné (E) si l'animal est malade et le test négatif ou si l'animal va bien et le test est positif.

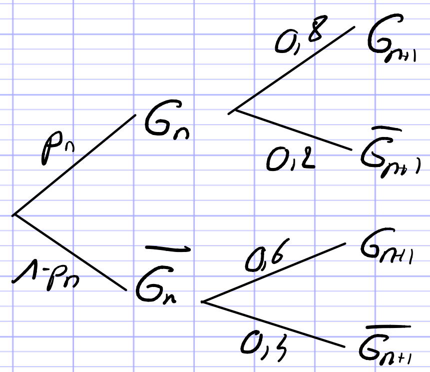
$$\begin{aligned} P(E) &= P(M\cap\overline{T}) + P(\overline{M}\cap T) \\ &= P(M)\times P_M(\overline{T}) + P(\overline{M})\times P_{\overline{M}}(T) \\ &= 0{,}1\times 0{,}15 + 0{,}9\times 0{,}05 \\ &= 0{,}06 \end{aligned}$$

4

⇒ Exercice n°3

1°/ $p_1 = 0,1$ ⇝ il s'agit de la probabilité de gagner la 1re partie

2°/



Un évènement et son contraire forment une partition de l'univers, on utilise la formule des probabilités totales :

$$
\begin{aligned}
p_{n+1} = P(G_{n+1}) &= P(G_n \cap G_{n+1}) + P(\overline{G_n} \cap G_{n+1}) \\
&= P(G_n) \times P_{G_n}(G_{n+1}) + P(\overline{G_n}) \times P_{\overline{G_n}}(G_{n+1}) \\
&= p_n \times 0,8 + \overset{0.5}{(1-p_n)} \times 0,6 \\
&= 0,8p_n + 0,6 - 0,6p_n \\
&= 0,2p_n + 0,6 \\
&= \frac{1}{5}p_n + \frac{3}{5}
\end{aligned}
$$