

Exercice 1 Asie 2024 J2 (partiel)**1. Affirmation 1 : VRAIE.**

En effet, pour tout n entier naturel non nul, on a :

$$\frac{3n^2 + 4n + 7}{6n^2 + 1} = \frac{n^2 \left(3 + \frac{4}{n} + \frac{7}{n^2} \right)}{n^2 \left(6 + \frac{1}{n^2} \right)} = \frac{3 + \frac{4}{n} + \frac{7}{n^2}}{6 + \frac{1}{n^2}}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} = 0$$

donc par limite de la somme : $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3 + \frac{4}{n} + \frac{7}{n^2} = 3$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 6 + \frac{1}{n^2} = 6$

et donc par limite du quotient $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{4}{n} + \frac{7}{n^2}}{6 + \frac{1}{n^2}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

D'autre part : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

La suite (u_n) est donc encadrée par deux suites ayant pour limite $\frac{1}{2}$ donc, d'après le théorème des gendarmes, $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{2}$.

Remarque : il ne faut pas se laisser déstabiliser par le fait que tous les termes de la suite sont **strictement** supérieurs à $\frac{1}{2}$, quand on « passe à la limite », les inégalités deviennent large. Par exemple, la suite de terme général $\frac{1}{n}$ a des termes tous strictement plus grands que 0, et pourtant, sa limite est 0.

2. Affirmation 2 : FAUSSE.

Sur $[-1 ; 3]$, la fonction dérivée h' n'est pas croissante, la fonction h n'est donc pas convexe sur $[-1 ; 3]$.

3. Affirmation 3 : VRAIE.

Il y a $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 3 \times 2 = 60\,000$ codes possibles. (10 valeurs possibles pour chacun des chiffres et 3 valeurs possibles pour la première lettre et deux valeurs possible pour la deuxième car elles doivent être distinctes.)

Déterminons le nombre de code ne contenant pas de 0 :

Il y a $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 3 \times 2 = 39\,366$ codes ne contenant pas de 0. (9 valeurs possibles pour chacun des chiffres et 3 valeurs possibles pour la première lettre et deux valeurs possible pour la deuxième car elles doivent être distinctes.)

Il y a donc $60\,000 - 39\,366 = 20\,634$ codes contenant au moins un zéro.

Exercice 2 Polynésie 2024 J2 (partiel)

- Le nombre de groupes de 5 élèves parmi les 31 est $\binom{31}{5}$. Réponse : **D**.
- Elle choisit 3 élèves parmi les 20 faisant SES : elle a $\binom{20}{3}$ possibilités ; ensuite dans chacun de ces cas elle choisit 2 élèves parmi les $31 - 20 = 11$ élèves qui ne font pas SES, ce qui fait $\binom{20}{3} \times \binom{11}{2}$ possibilités. Réponse **A**.