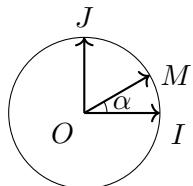


Convertir des angles

Exercice 1



Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère un cercle de centre O et de rayon 1 (ce cercle passe par les points I et J). Un point M du cercle est repéré par la mesure de l'angle \widehat{MOI} .



1. (a) Donner la mesure de la circonference du cercle.
- (b) Compléter le tableau suivant :

Valeur de α	0	360	180	90
Longueur de larc \widehat{IM}				

- (c) Que peut-on dire du tableau ci-dessus ?
2. À l'aide de la proportionnalité, compléter le tableau ci-dessous :

Valeur de α	36	45	60	30
Longueur de larc \widehat{IM}				

Exercice 2



1. Déterminer la mesure exacte en radian des angles suivants :

(a) 90°	(c) 45°	(e) 72°
(b) 60°	(d) 30°	(f) 1°

2. Déterminer la mesure exacte en degré des angles suivants :

(a) $\frac{\pi}{2}$ rad	(c) $\frac{\pi}{6}$ rad	(e) $\frac{\pi}{12}$ rad
(b) $\frac{\pi}{3}$ rad	(d) $\frac{3\pi}{5}$ rad	(f) $\frac{3\pi}{4}$ rad

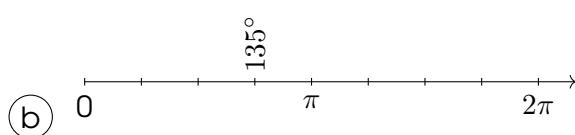
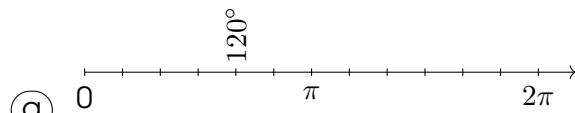
3. Compléter les pointillés ci-dessous avec les valeurs approchées au millième près :

- $66^\circ \approx \dots$ rad
- $137^\circ \approx \dots$ rad
- $2 \text{ rad} \approx \dots^\circ$
- $0,69 \text{ rad} \approx \dots^\circ$

Exercice 3



Ci-dessous sont représentées deux droites graduées représentant les mesures d'un angle en radian sur l'intervalle $[0; 2\pi]$.



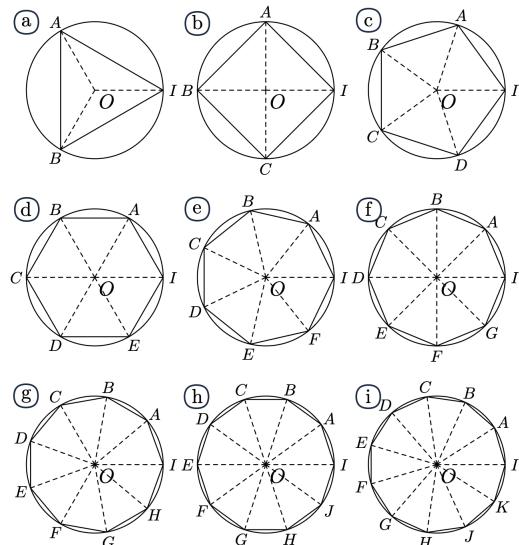
Compléter la graduation du bas (en radian), puis compléter les valeurs du haut (en degré).

Se repérer sur le cercle trigonométrique

Exercice 4



On a représenté ci-dessous les neuf premiers polygones réguliers inscrits dans le cercle trigonométrique.



1. Donner la mesure, en radians, de l'angle au centre séparant deux sommets consécutifs de chacun de ces polygones.
2. Nommer chacun de ces polygones.

Exercice 5



Tracer un cercle trigonométrique et placer les points suivants repérés par leur mesure principale :

(a) $A\left(\frac{2\pi}{3}\right)$	(d) $D\left(\frac{\pi}{4}\right)$
(b) $B\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$	(e) $E\left(-\frac{\pi}{4}\right)$
(c) $C\left(\frac{5\pi}{6}\right)$	(f) $F\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

Exercice 6

Déterminer la mesure principale de l'angle θ , c'est-à-dire, sa mesure sur $] -\pi ; \pi]$.

(a) $\theta = \frac{-37\pi}{9}$
 (b) $\theta = \frac{20\pi}{3}$
 (c) $\theta = \frac{61\pi}{11}$

(d) $\theta = \frac{-31\pi}{6}$
 (e) $\theta = \frac{15\pi}{4}$

Cosinus et sinus d'un réel**Exercice 7**

Sur le cercle trigonométrique, placer les points images par enroulement de chacun des réels suivants, puis comparer les cosinus et sinus de ces réels.

(a) $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{5\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{7\pi}{4}$

Exercice 8

Reprendre les questions de l'exercice précédent avec les réels suivants.

(a) $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{5\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ et $-\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{6}$ et $-\frac{5\pi}{6}$

Exercice 9

À l'aide du mode Radian de la calculatrice, déterminer dans chaque cas suivant une valeur approchée à 10^{-3} près d'un réel x vérifiant l'équation proposée.

(a) $\cos(x) = \frac{2}{5}$
 (b) $\cos(x) = 0,7$
 (c) $\cos(x) = -0,1$

(d) $\sin(x) = \frac{2}{7}$
 (e) $\sin(x) = 1$
 (f) $\sin(x) = -0,3$

Exercice 10

Soit a un nombre réel. On sait que $\cos(a) = 0,3$. Calculer $\sin(a)$ à 0,01 près dans les cas suivants.

(a) $0 < a < \pi$ (b) $\pi < a < 2\pi$

Exercice 11

Soit a un réel de l'intervalle $[0 ; \frac{\pi}{2}]$. On sait que $\sin(a) = 0,7$.

1. (a) Avec la calculatrice, déterminer une valeur approchée de a à 10^{-3} près.
 (b) En utilisant le résultat précédent, déterminer une valeur approchée de $\cos(a)$.
2. Calculer la valeur exacte de $\cos(a)$.

Exercice 12

Parmi les cinq réels suivants, quatre ont le même cosinus. Quel est l'intrus ?

$$\frac{\pi}{5}, \quad \frac{9\pi}{5}, \quad \frac{21\pi}{5}, \quad -\frac{11\pi}{5}, \quad \frac{14\pi}{5}$$

Exercice 13

Parmi les cinq réels suivants, quatre ont le même sinus. Quel est l'intrus ?

$$\frac{\pi}{7}, \quad -\frac{8\pi}{7}, \quad \frac{20\pi}{7}, \quad \frac{13\pi}{7}, \quad -\frac{13\pi}{7}$$

Exercice 14**LOGIQUE**

Proposition : « Si $x \in [0 ; \frac{\pi}{2}]$, alors $\sin(x) > 0$. »

1. Est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
2. Écrire la proposition réciproque. Est-elle vraie ?

Exercice 15**LOGIQUE**

Proposition : « Il existe un réel x tel que $\cos(x) < 2$. »

1. Est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
2. Écrire la négation de cette proposition. Cette nouvelle proposition est-elle vraie ?

Exercice 16

1. Tracer le cercle trigonométrique, puis marquer les points associés aux réels x tels que $\cos(x) = 0,25$.
2. Colorer en rouge l'ensemble des points du cercle trigonométrique associés aux réels x tels que $\cos(x) \geq 0,25$.

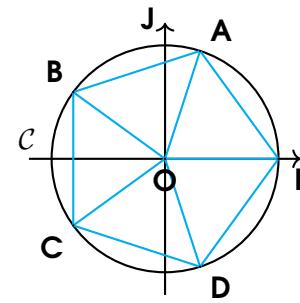
Exercice 17

1. Tracer le cercle trigonométrique, puis marquer les points associés aux réels x tels que $\sin(x) = 0,3$.
2. Colorer en rouge l'ensemble des points du cercle trigonométrique associés aux réels x tels que $\sin(x) \leq 0,3$.

Exercice 18

A, B, C, D sont quatre points du cercle trigonométrique tels que les angles $\widehat{IOA}, \widehat{AOB}, \widehat{BOC}, \widehat{COD}, \widehat{DOI}$ soient égaux.

1. Préciser quels réels de $[0 ; 2\pi[$ sont associés par enroulement de la droite numérique aux points A, B, C , et D .
2. Donner alors le signe du cosinus et du sinus de chacun de ces réels.
3. Peut-on établir des égalités entre certains de ces cosinus ?



Angles remarquables

Exercice 19



Rappeler les valeurs des nombres suivants :

- | | | |
|---------------|--------------------------------------|-----------------|
| (a) $\cos(0)$ | (c) $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$ | (e) $\cos(\pi)$ |
| (b) $\sin(0)$ | (d) $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$ | (f) $\sin(\pi)$ |

Exercice 20



1. Rappeler la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.
2. En déduire $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ et $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

Exercice 21



1. Rappeler les valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$.
2. En remarquant que $\frac{2\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{3}$, calculer les valeurs de $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ en justifiant à l'aide d'une transformation géométrique.
3. En remarquant que $\frac{4\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{3}$, donner les valeurs de $\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ en justifiant à l'aide d'une transformation géométrique.

Exercice 22



1. Rappeler les valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$.
2. Calculer les valeurs de $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.
3. En remarquant que $\frac{5\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{6}$, donner les valeurs de $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ en justifiant à l'aide d'une transformation géométrique.

Exercice 23



Montrer que $\frac{33\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 8\pi$, puis déterminer les valeurs de $\cos\left(\frac{33\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{33\pi}{4}\right)$.

Exercice 24



Montrer que $\frac{121\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 40\pi$, puis déterminer les valeurs de $\cos\left(\frac{121\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{121\pi}{3}\right)$.

Exercice 25



Calculer le cosinus et le sinus de chacun des réels suivants sans calculatrice, en se ramenant à des valeurs remarquables.

- | | | |
|-------------------------|-----------------------|-------------------------|
| (a) $-\frac{\pi}{3}$ | (d) $\frac{13\pi}{3}$ | (g) $\frac{7\pi}{3}$ |
| (b) $\frac{17\pi}{4}$ | (e) $-\frac{5\pi}{4}$ | (h) $\frac{15\pi}{4}$ |
| (c) $-\frac{121\pi}{6}$ | (f) $\frac{13\pi}{6}$ | (i) $\frac{2019\pi}{6}$ |

Exercice 26



1. Convertir $\frac{2\pi}{5}$ radians en degrés.
2. Dessiner le cercle trigonométrique puis placer les points images par enroulement des réels : $\frac{2\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}$ et $\frac{8\pi}{5}$.
3. Calculer alors sans calculatrice l'expression :
$$A = \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{6\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{8\pi}{5}\right)$$

Exercice 27



1. Tracer le cercle trigonométrique, puis marquer les points de ce cercle d'abscisse $\frac{1}{2}$.
2. Déterminer les réels x de l'intervalle $[0 ; 2\pi]$ tels que $\cos(x) = \frac{1}{2}$.

Exercice 28



1. Tracer le cercle trigonométrique, puis marquer les points de ce cercle d'abscisse $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
2. Déterminer les réels x de l'intervalle $[-\pi ; \pi]$ tels que $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 29



1. Convertir $\frac{3\pi}{7}$ radians en degrés.
2. Dessiner le cercle trigonométrique puis placer les points images par enroulement des réels : $\frac{3\pi}{7}, \frac{4\pi}{7}, \frac{10\pi}{7}, \frac{11\pi}{7}$.
3. Calculer alors sans calculatrice l'expression :
$$B = \cos\left(\frac{3\pi}{7}\right) - \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{10\pi}{7}\right) - \cos\left(\frac{11\pi}{7}\right)$$

Exercice 30



1. Tracer le cercle trigonométrique, puis marquer les points de ce cercle d'ordonnée $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
2. Déterminer les réels x de l'intervalle $[-\pi ; \pi]$ tels que $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Exercice 31



Sur le cercle trigonométrique, placer les points A et B images par enroulement des réels $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{5\pi}{4}$.

1. Donner les coordonnées de A et B.
2. Par quelle transformation géométrique simple passe-t-on de A à B ?
3. Plus généralement, si M est le point associé au réel x , où se trouve le point N associé à $x + \pi$?
4. Recopier et compléter les propriétés :
 - « Pour tout réel x , $\cos(x + \pi) = \dots$ »
 - « Pour tout réel x , $\sin(x + \pi) = \dots$ »