DS3

7

⇒ Exercice n°1

1°/ u_n représente le terme de rang n (terme général)
(U_n) représente la suite dans sa globalité

2°/ ⓐ (V_n) est définie explicitement
(u_n) est définie par récurrence

ⓑ

- $v_0 = 4\times0+5 = 5$ — sujet 2 : $3\times0+4=4$
- $v_1 = 4\times1+5 = 9$ — $3\times1+4=7$
- $v_2 = 4\times2+5 = 13$ — $3\times2+4=10$

- $w_0 = 3$ — sujet 2 : 3
- $w_1 = 2\times w_0 = 2\times3 = 6$ — $3w_0 = 9$
- $w_2 = 2\times w_1 = 2\times6 = 12$ — $3w_1 = 27$

3°/ « Une suite (u_n) est croissante si et seulement si $u_{n+1} \geqslant u_n$ »
« Une suite (u_n) est strictement décroissante si et seulement si $U_{n+1} < U_n$ »
« Une suite (u_n) est constante si et seulement si $U_{n+1} = U_n$ »

4°/ Le premier graphique représente une suite puisque, contrairement aux fonctions, une suite n'est définie que sur $\mathbb{N}$ et non pas $\mathbb{R}$

3

⇒ Exercice n°2

1°/ $U_1 = 400$
$U_2 = 0,5\times400+120 = 320$
$U_3 = 0,5\times300+120 = 280$
$U_4 = 0,5\times250+120 = 260$

2°/ $\forall n \in \mathbb{N}^*, \begin{cases} U_1 = 400 \\ U_{n+1} = 0,5U_n + 120 \end{cases}$

4

⇒ Exercice n°3

1°/ $U_3 = 4 + 3 \times 3 = 13$
$U_4 = 13 + 9 \times 3 = 40$

Metz

$U_0 = 0$ $\big)\times 3 + 1$
$U_1 = 1$ $\big)\times 3 + 1$
$U_2 = 4$ $\big)\times 3 + 1$
$U_3 = 13$ $\big)\times 3 + 1$
$U_4 = 40$

2°/ On a $U_0 = 0$
$U_1 = 0 + 1$
$U_2 = U_1 + 1 \times 3 = U_0 + 3^1$
$U_3 = U_2 + 3 \times 3 = U_2 + 3^2$
$U_4 = U_3 + 9 \times 3 = U_3 + 3^3$

Donc, il semblerait que
$U_{n+1} = U_n + 3^n$

Metz

$\boxed{U_{n+1} = U_n \times 3 + 1}$

3°/ Avec cette formule,
$U_6 = U_5 + 3^5$
$= 121 + 3^5$
$= 121 + 243$
$= 364$

Metz

$U_6 = U_5 \times 3 + 1$
$= 121 \times 3 + 1$
$= 363 + 1$
$= 364$

⤳ Il y aurait 364 triangles blancs à l'étape 6.

6

⇒ Exercice n°4

1°/ $U_0 = \frac{3^0}{4} = \frac{1}{4}$

$U_1 = \frac{3^1}{4} = \frac{3}{4}$

$U_2 = \frac{3^2}{4} = \frac{9}{4}$

2°/ La suite (U_n) semble croissante.

3°/ $\forall n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{\frac{3^{n+1}}{4}}{\frac{3^n}{4}} = \frac{3^{n+1}}{4} \times \frac{4}{3^n} = \frac{3^{n+1}}{3^n} = 3^{n+1-n} = 3$$

Ainsi $\frac{U_{n+1}}{U_n} > 1 \iff U_{n+1} > U_n$

Donc (U_n) est bien croissante.