Correction DS (12 & 13)

7

⇒ <u>Exercice n°1</u>

1°/ (b) (c)

2°/ (b)

3°/ (b)

4°/ $e^5 \times e^3 = e^{5+3} = e^8$ (a)

5°/ $\dfrac{e^{-1} \times e^3}{e \times e^2} = \dfrac{e^{-1+3}}{e^{1+2}} = \dfrac{e^2}{e^3} = e^{2-3} = e^{-1} = \dfrac{1}{e}$

(c) (a)

6°/ (c)

7°/ $e^x \times e^{-x} = e^{x+(-x)} = e^0 = 1$

(c)

9°/ $f'(x) = 5 \times 2 \times e^{2x} + 10$

$= 10e^{2x} + 10$

$= 10(e^{2x} + 1)$ (b)

10°/ $f'(x) = 3 \times e^{3x+1}$ (b)

11°/ $f'(t) = 5 \times 0{,}1 \times e^{0{,}1t} = 0{,}5e^{0{,}1t}$ (c)

12°/ $\dfrac{f(t+1)}{f(t)} = \dfrac{2e^{1{,}256(t+1)}}{2e^{1{,}256t}} = \dfrac{e^{1{,}256t+1{,}256}}{e^{1{,}256t}} = e^{1{,}256}$ (b)

⇒ Exercice n°2

6

x	$-\infty$		-4		-2		-1		2		$+\infty$
Signe de f'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variation de f	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$-\frac{1}{2}$	$\searrow$	-3
Signes de f		$+$		$+$	0	$-$		$-$		$-$	

- $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow f \nearrow$
  $f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow f \searrow$

7

⇒ Exercice n°3

1°/ ⓐ initial : $2 g.L^{-1}$

ⓑ concentration supérieure à $0,5 g.L^{-1}$ sur $[0;6]$

2°/ ⓐ On a : $f(t) = (t+2) \times e^{-0,5t}$

Ainsi, pour tout réel positif x, on a :

$$\begin{aligned} f'(t) &= u'v + uv' \\ &= e^{-0,5t} - 0,5(t+2)e^{-0,5t} \\ &= e^{-0,5t}(1 - 0,5(t+2)) \\ &= e^{-0,5t}(1 - 0,5t - 1) \\ &= -0,5t \times e^{-0,5t} \end{aligned}$$

avec $u(t) = t+2$
$u'(t) = 1$
$v(t) = e^{-0,5t}$
$v'(t) = -0,5e^{-0,5t}$

ⓑ On a : $-0,5t \leq 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}_+$
et $e^{-0,5t} \geq 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}_+$

Ainsi, par produit,

$\forall t \in \mathbb{R}_+ \quad -0,5t \times e^{-0,5t} \leq 0$

c)

1,5

x	0	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	
f	$\searrow$	

d) $f(9,4) > 0,1$
$f(9,5) < 0,1$

Le cachet sera donc efficace pendant 9,4h environ