

⚡ Conditions d'évaluation

Calculatrice : autorisée.

Durée : 45min

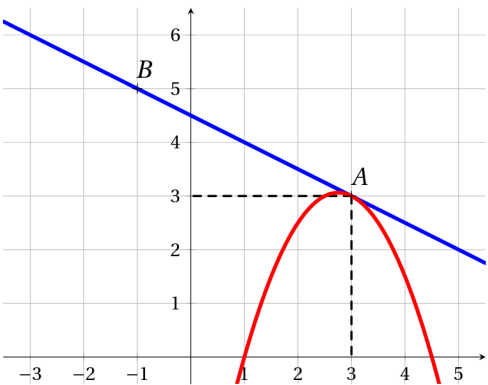
Compétences évaluées :

- ☐ Calculer un taux de variation, la pente d'une sécante
- ☐ Interpréter le nombre dérivé (vitesse, coût, ...)
- ☐ Déterminer graphiquement un nombre dérivé
- ☐ Construire une tangente à partir du nombre dérivé
- ☐ Déterminer l'équation de la tangente en un point

Exercice 1 Observations graphiques

(3 points)

La courbe d'une fonction g définie sur $[-3; 5]$ est représentée ci-contre. La tangente à cette courbe au point A d'abscisse 3 passe par le point B de coordonnées $(-1; 5)$.



Pour chaque affirmation ci-dessous, entourer la bonne réponse.

A/ $g(3)$ vaut environ ...	3	-2	4	-0.5
B/ $g'(3)$ vaut environ ...	3	-2	4	-0.5
C/ La tangente à \mathcal{C}_f en 3 a pour équation...	$y = -2x + 3$	$y = -0.5x + 3$	$y = -0.5x + 4.5$	$y = -2x + 4.5$

Exercice 2 Nombre dérivé

(6 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f : x \mapsto x^2 + 8x - 2$. Soit h un réel non nul.

- Calculer $f(-2)$.
- Exprimer $f(-2 + h)$ en fonction de h .
- Exprimer, en fonction de h , le taux d'accroissement de f en -2 .
- En déduire le nombre dérivé de f en -2 .

Exercice 3 Coût marginal

(5 points)

Une entreprise fabrique des chaussures. Le coût total de fabrication est donné, en euros, par la fonction f , pour x compris entre 1000 et 8000, définie par :

$$f(x) = 0,001x^2 + 8x + 20000$$

1. Quel est le coût total de fabrication en euros...
 - (a) Pour 1000 chaussures ?
 - (b) Pour 1001 chaussures ?
2. En déduire le prix de fabrication de la 1001^e chaussure. On appellera ce coût le coût marginal.
3. Sachant que $f(1000+h) = 0,001h^2 + 10h + 29000$, calculer le taux d'accroissement de f en 1000.
4. En déduire le nombre dérivé de f en $x = 1000$.
5. Que remarque-t-on ?

Exercice 4 Généralisation

(6 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 4x^2 + x - 9$$

1. Dans cette première question, on cherche à calculer le nombre dérivé de f en un réel a .
 - (a) Calculer $f(a)$.
 - (b) Exprimer, en fonction de h , $f(a+h)$.
 - (c) Montrer que le taux d'accroissement de f en a vaut :

$$T_{f,a}(h) = 8a + 4h + 1$$

- (d) En déduire le nombre dérivé de f en a : $f'(a)$.
2. En déduire $f'(2)$ et $f'(5)$.
3. Déterminer l'équation réduite de la tangente \mathcal{T} à la courbe représentative de f au point A d'abscisse 2.