

## Chapitre 7

## Devoir Surveillé

EDS Première

## ⚡ Conditions d'évaluation

Calculatrice : autorisée.

Durée : 45min

Compétences évaluées :

- ☐ Utiliser la formule du cosinus pour calculer un produit scalaire.
- ☐ Utiliser la formule du projeté orthogonal pour calculer un produit scalaire.
- ☐ Appliquer les propriétés du produit scalaire.
- ☐ Calculer un produit scalaire à l'aide des normes.
- ☐ Dans un repère orthonormé, calculer un produit scalaire à l'aide des coordonnées des vecteurs.

**Exercice 1** Représentation

(6 points)

ABCD est un rectangle de longueur  $AB = 4$  et de largeur  $BC = 3$  de centre  $F$  et  $E$  est le symétrique du point  $F$  par rapport à la droite  $(BC)$ .

1. Faire une figure à main levée illustrant la configuration.
2. Calculer les produits scalaire suivants :

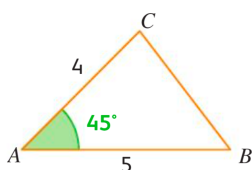
(a)  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BE}$     (b)  $\overrightarrow{CF} \cdot \overrightarrow{CD}$     (c)  $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AB}$     (d)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BE}$     (e)  $\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{DC}$

**Exercice 2** Applications directes

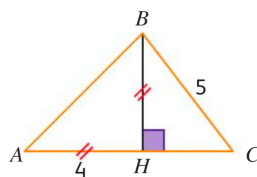
(6 points)

Pour chaque figure ci-dessous, calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ .

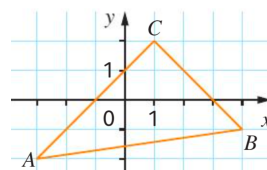
1.



2.



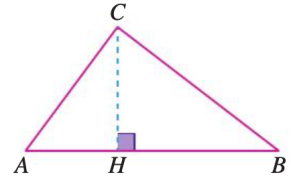
3.



**Exercice 3**    **Théorème d'Al-Kashi**

(8 points)

On considère un triangle acutangle ABC (c'est-à-dire un triangle dont chaque angle est aigu). On souhaite établir, à l'aide d'outils élémentaires, la formule du théorème d'Al-Kashi.



On considère  $H$  le pied de la hauteur issue de  $C$ .

1. Exprimer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  en fonction de  $AH$  et  $AB$ .
2. En exploitant le théorème de Pythagore, exprimer  $AC^2$  et  $CB^2$  en fonction de  $CH$ ,  $AH$  et  $AB$ .
3. En déduire la formule métrique du produit scalaire suivante :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} (AB^2 + AC^2 - BC^2)$$

4. En déduire la formule du théorème d'Al-Kashi :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

5. La formule d'Al-Kashi est aussi appelée "théorème de Pythagore généralisé". Expliquer cette appellation.
6. n déduire la longueur exacte du troisième côté d'un triangle  $DEF$  vérifiant  $DE = 3$ ,  $EF = 5$  et  $\widehat{DEF} = 60^\circ$ .