

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2026

MATHÉMATIQUES

Bac Blanc - Sujet 0

Durée de l'épreuve : **4 heures**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.

Sauf mention contraire, toute réponse devra être justifiée.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses seront valorisées.

Exercice 1

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment

Partie A

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)e^{-x} + x.$$

1. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. On admet que f est deux fois dérivable sur \mathbb{R} .
 - a) Démontrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f''(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)e^{-x}.$$

- b) En déduire les variations et le minimum de la fonction f' sur \mathbb{R} .
- c) Justifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) > 0$.
- d) En déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur \mathbb{R} .
- e) Donner une valeur arrondie à 10^{-3} de cette solution.

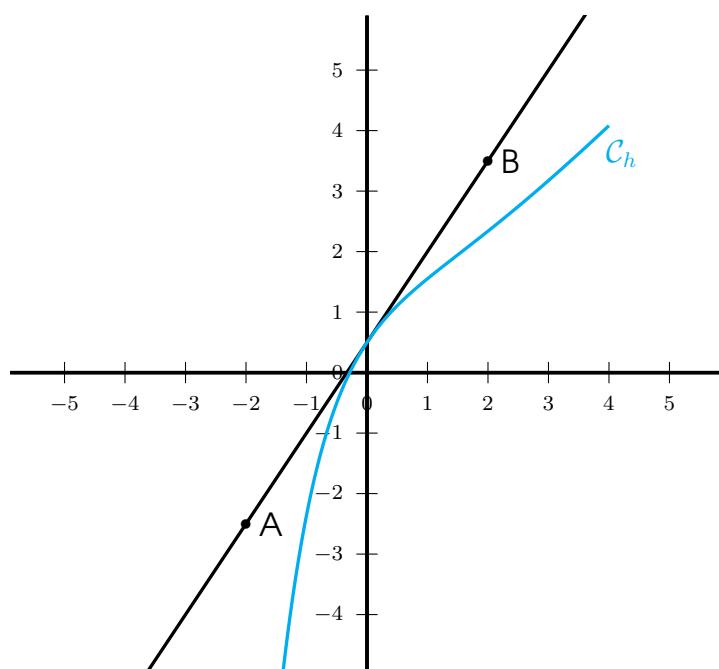
Partie B

On considère une fonction h , définie et dérivable sur \mathbb{R} , ayant une expression de la forme

$$h(x) = (ax + b)e^{-x} + x, \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels.}$$

Dans un repère orthonormé ci-après figurent :

- la courbe représentative \mathcal{C}_h de la fonction h ;
- les points A et B de coordonnées respectives $(-2 ; -2,5)$ et $(2 ; 3,5)$.



1. Conjecturer, avec la précision permise par le graphique, les abscisses des éventuels points d'inflexion de la courbe représentative de la fonction h .

2. Sachant que la fonction h admet sur \mathbb{R} une dérivée seconde d'expression

$$h''(x) = -\frac{3}{2}e^{-x} + xe^{-x}.$$

valider ou non la conjecture précédente.

3. Déterminer une équation de la droite (AB).

4. Sachant que la droite (AB) est tangente à la courbe représentative de la fonction h au point d'abscisse 0, en déduire les valeurs de a et b .

Exercice 2

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

1. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^{1/100} + x$.

On peut affirmer que :

- (a) la fonction g est concave sur \mathbb{R} .
- (b) la fonction g est convexe sur \mathbb{R} .
- (c) la fonction g possède exactement un point d'inflexion.
- (d) la fonction g possède exactement deux points d'inflexion.

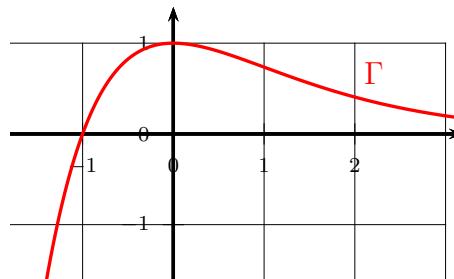
2. On considère une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .

On note f' sa fonction dérivée.

On note \mathcal{C} la courbe représentative de f .

On note Γ la courbe représentative de f' .

On a tracé ci-contre la courbe Γ .



On note T la tangente à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 0.

On peut affirmer que la tangente T est parallèle à la droite d'équation :

- a. $y = x$
- c. $y = 1$

- b. $y = 0$
- d. $x = 0$

3. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$.

On peut affirmer que la suite (u_n) est :

- a. majorée et non minorée.
- c. bornée.

- b. minorée et non majorée.
- d. non majorée et non minorée.

4. Soit k un nombre réel non nul.

Soit (v_n) une suite définie pour tout entier naturel n .

On suppose que $v_0 = k$ et que pour tout n , on a $v_n < v_{n+1} < 0$.

On peut affirmer que v_{10} est :

- a. positif.
- c. du signe de k .

- a. négatif.
- d. du signe de $-k$.

5. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$w_{n+1} = 2w_n - 4 \quad \text{et} \quad w_2 = 8.$$

On peut affirmer que :

- a. $w_0 = 0$
- c. $w_0 = 10$.

- b. $w_0 = 5$.
- d. Il n'est pas possible de calculer w_0 .

Exercice 3

L'objectif de cet exercice est d'étudier la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \end{cases}$$

Partie A : Conjecture

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous. Aucune justification n'est demandée.

n	0	1	2	3	4	5
u_n	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$			

2. Conjecturer la limite de la suite (u_n) .

Partie B : Étude d'une suite auxiliaire

Soit (w_n) la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$w_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$$

1. Calculer w_0 .
2. Démontrer que la suite (w_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$.
3. Pour tout entier naturel n , exprimer w_n en fonction de n .
4. Montrer que pour tout entier naturel n , on a :

$$u_{n+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2}u_n$$

5. Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = n \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

Partie C : Étude de la suite (u_n)

1. Montrer que la suite (u_n) est décroissante à partir du rang $n = 1$.
2. En déduire que la suite (u_n) est convergente sans chercher à calculer la valeur de la limite.
3. On admet que la limite de la suite (u_n) est solution de l'équation : $\ell = \ell - \frac{1}{4}\ell$.
Déterminer la limite de la suite (u_n) .

Exercice 4

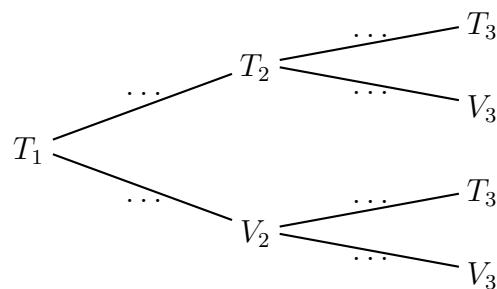
Dans un souci de préservation de l'environnement, Monsieur Durand décide de se rendre chaque matin au travail en utilisant son vélo ou les transports en commun. S'il choisit de prendre les transports en commun un matin, il reprend les transports en commun le lendemain avec une probabilité égale à 0,8. S'il utilise son vélo un matin, il reprend son vélo le lendemain avec une probabilité égale à 0,4.

Pour tout entier naturel n non nul, on note :

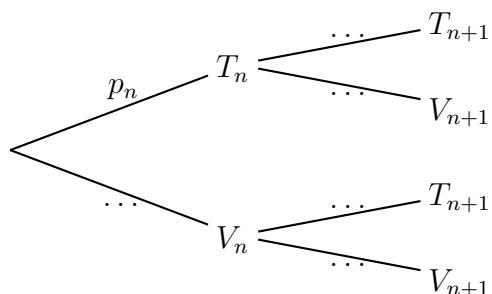
- T_n l'évènement « Monsieur Durand utilise les transports en commun le n -ième jour »
- V_n l'évènement « Monsieur Durand utilise son vélo le n -ième jour »
- On note p_n la probabilité de l'évènement T_n ,

Le premier matin, il décide d'utiliser les transports en commun. Ainsi, la probabilité de l'évènement T_1 est $p_1 = 1$.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous représentant la situation pour les 2^e et 3^e jours,



2. Calculer p_3
3. Le 3^e jour, M. Durand utilise son vélo.
Calculer la probabilité qu'il ait pris les transports en commun la veille.
4. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous représentant la situation pour les n -ième et $(n+1)$ -ième jours.



5. Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, $p_{n+1} = 0,25 + 0,25 \times p_n$.
6. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n non nul, on a

$$p_n = 0,75 + 0,25 \times 0,2^{n-1}.$$

7. Déterminer la limite de la suite (p_n) et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.