

DS - Suites (partie 2)

6

⇒ Exercice n°1

C.S/rep

1°/ (b)

2°/ $U_0 = 0^2 = 0$

(a) (c)

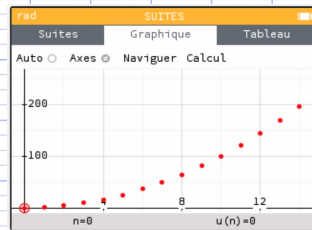
3°/
$$\begin{aligned} V_3 &= 3 \cdot V_2 \\ &= 3 \cdot (3 \cdot V_1) \\ &= 3 \cdot (3 \cdot (3 \cdot V_0)) \\ &= 3 \cdot (3 \cdot 6) \\ &= 3 \cdot 18 \\ &= 54 \end{aligned}$$

(a)

4°/
$$\begin{aligned} U_{n+1} &= (n+1)^2 \\ &= n^2 + 2n + 1 \end{aligned}$$

(b)

5°/ (c)



6°/ (a)

7°/ (c)
$$U_{n+1} - U_n = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$$

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{n^2 + 2n + 1}{n^2}$$

8°/ (b) par définition

9°/ (a) car $q = 3 > 0$ et $V_0 = 2 > 0$

10°/ $\forall n \in \mathbb{N}, V_n = V_0 \times q^n = 2 \times 3^n$ (c)

11°/
$$\begin{aligned} S &= 1^{\text{er terme}} \times \frac{1 - \text{raison}^{\text{nbn terme}}}{1 - \text{raison}} \\ &= 1 \times \frac{1 - 3^{11}}{1 - 3} \\ &= 88\,573 \end{aligned}$$

(c)

5

Exercice n°2

1°/ $\forall n \in \mathbb{N}, V_n = V_0 \times q^n$
 $V_n = 12 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n$

2°/ On a $V_0 = 12 > 0$
et $q = \frac{1}{3} < 1$
Donc (V_n) est décroissante

3°/ Soit $N \in \mathbb{N}$ tq $V_N = \frac{3}{64}$
 $\Leftrightarrow 12 \times \left(\frac{1}{3}\right)^N = \frac{3}{64}$
 $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^N = \frac{3}{64} \times \frac{1}{12}$
 $\Leftrightarrow \frac{1}{3^N} = \frac{1}{256}$
 $\Leftrightarrow \frac{1}{3^N} = \frac{1}{4^5}$
 $\Leftrightarrow N = 5$

Ainsi $V_5 = \frac{3}{64}$

4°/ $S = V_0 + V_1 + \dots + V_{30}$
 $= \text{premier terme} \times \frac{1 - \text{raison}^{\text{nb de terme}}}{1 - \text{raison}}$
 $= 12 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{31}}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)}$
 $= 12 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{31}}{\frac{2}{3}}$
 $= 16 \cdot (1 - 0.25^{31})$
 ≈ 16

6

⇒ Exercice n° 3

1.5

1°/ (U_n) est arithmétique de premier terme 80 000 et de raison -3000

2°/ Récurrence: $\forall n \in \mathbb{N}, \begin{cases} U_0 = 80\,000 \\ U_{n+1} = U_n - 3000 \end{cases}$

2

Explicite: $\forall n \in \mathbb{N}, U_n = U_0 + nR$
 $U_n = 80\,000 - 3000n$

3°/ Soit N le rang de (U_n) tel que

$$U_N < 10\,000$$

$$\Leftrightarrow 80\,000 - 3000N < 10\,000$$

$$\Leftrightarrow -3000N < -70\,000$$

$$\Leftrightarrow N > \frac{70}{3} \approx 23,33$$

2.5

Ainsi, à partir du 25^e mois, la production sera inférieure à 10 000 véhicules terminés.

3

⇒ Exercice n° 4

1°/ Soit (U_n) une suite définie sur \mathbb{N} telle que U_n représente le nombre de bactéries n heures après l'antibiotique.

2

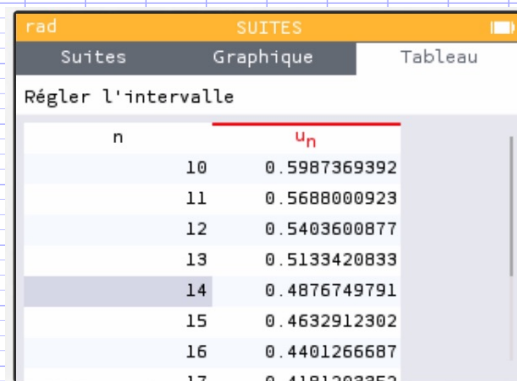
$$\begin{array}{ccccccc} & \xrightarrow{-5\%} & & \xrightarrow{-5\%} & & \xrightarrow{-5\%} & \\ U_0 & \xrightarrow{\times 0,95} & U_1 & \xrightarrow{\times 0,95} & U_2 & \xrightarrow{\times 0,95} & U_3 \end{array}$$

(u_n) est géométrique de raison 0,95.

2°) Soit N le rang du terme tel que

$$\begin{aligned} u_N &< \frac{1}{2} u_0 \\ u_0 \times 0.95^N &< \frac{1}{2} u_0 \\ 0.95^N &< \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Le calculatrice permet de conclure que la population aura diminué de moitié à partir de $N=14$ heures.



The screenshot shows a calculator interface with the title 'SUITES'. It has three tabs: 'Suites', 'Graphique', and 'Tableau'. The 'Tableau' tab is selected. Below the tabs, it says 'Régler l'intervalle'. The table has two columns: 'n' and 'u_n'. The values for 'n' range from 10 to 17, and the corresponding values for 'u_n' are listed in the second column.

n	u_n
10	0.5987369392
11	0.5688000923
12	0.5403600877
13	0.5133420833
14	0.4876749791
15	0.4632912302
16	0.4401266687
17	0.4181203353