NOM Prénom : ..............................  2023/2024

23.04.2024

# Examen EDS

Maths 1ère

## Conditions d'évaluation

Calculatrice : autorisée.  Durée : 2h00

- Le sujet comporte **5 exercices**.
  Vous pouvez les traiter dans l'ordre que vous souhaitez.
  Assurez-vous d'avoir le sujet complet avant de commencer.
- Le sujet est sur 40 points.
- **Pensez à inscrire votre nom le sujet et à le rendre avec la copie.**
- Numérotez les pages de votre copie (1/n, 2/n, ..., n/n)
- Tout élément de réponse sera pris en compte dans la notation.

## Exercice 1 Questionnaire à choix multiples *(5 points)*

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Les cinq questions sont indépendantes. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses est exacte.*
*Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte.*
*Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

### Question 1

Pour $x$ pièces produites, le coût de fabrication $C(x)$, en milliers d'euros est donné par

$$C(x) = 0,01x^3 - 0,135x^2 + 0,6x + 15, \text{ avec } x \in [0\ ;\ 30].$$

Pour 2 pièces produites, le coût de fabrication en euros est :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a.** $15,74$ | **b.** $157,4$ | **c.** $1\,574$ | **d.** $15\,740$ |

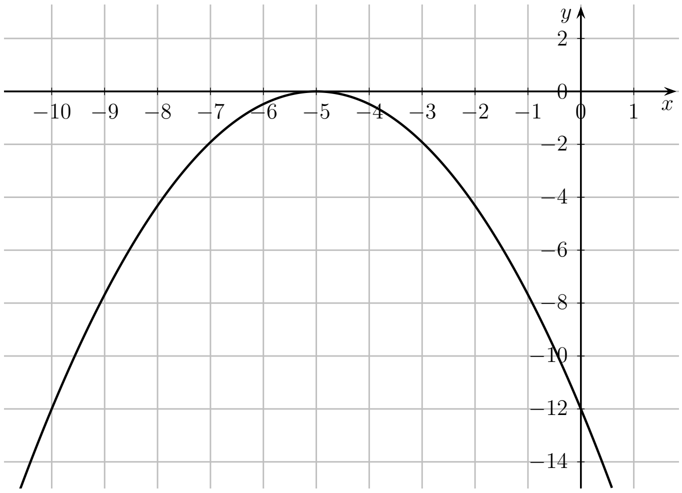
### Question 2

On considère l'équation $x^2 + 2x - 8 = 0$.
On note $S$ la somme des racines de cette équation et $P$ leur produit.
Laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

| | |
|---|---|
| **a.** $S = 2$ et $P = -8$ | **b.** $S = -2$ et $P = -8$ |
| **c.** $S = -2$ et $P = 8$ | **d.** $S = 2$ et $P = 8$ |

### Question 3

Soit $f$ une fonction polynôme du second degré donnée, pour tout nombre réel $x$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$, où $a$, $b$, $c$ sont réels.
On note $\Delta$ son discriminant.
On donne ci-dessous $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de $f$ et on suppose qu'elle admet l'axe des abscisses comme tangente en un de ses points.




On peut affirmer que :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a.** $a < 0$ et $\Delta < 0$ | **b.** $a > 0$ et $\Delta = 0$ | **c.** $a < 0$ et $\Delta = 0$ | **d.** $a < 0$ et $\Delta > 0$ |

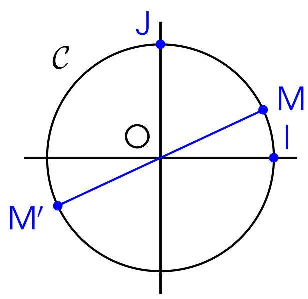
### Question 4

$\cos\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right)$ est égal à :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a.** $\cos(x) - \sin(x)$ | **b.** $\cos\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)$ | **c.** $\sin(x)$ | **d.** $-\sin(x)$ |

### Question 5

On désigne par $\mathcal{C}$ le cercle trigonométrique.
Soit $x$ un réel strictement positif et M le point de $\mathcal{C}$ associé au réel $x$.




Alors le point M′, symétrique de M par rapport à O, est associé au réel :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a.** $-x$ | **b.** $\pi + x$ | **c.** $\pi - x$ | **d.** $-\pi - x$ |

**Exercice 2** **Transports écologiques** *(11 points)*

Dans un souci de préservation de l'environnement, Monsieur Durand décide de se rendre chaque matin au travail en utilisant son vélo ou les transports en commun.

S'il choisit de prendre les transports en commun un matin, il reprend les transports en commun le lendemain avec une probabilité égale à 0,8.

S'il utilise son vélo un matin, il reprend son vélo le lendemain avec une probabilité égale à 0,4.

Pour tout entier naturel $n$ non nul, on note :

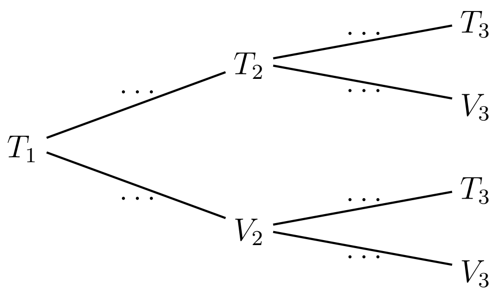
— $T_n$ l'évènement « Monsieur Durand utilise les transports en commun le $n$-ième jour »

— $V_n$ l'évènement « Monsieur Durand utilise son vélo le $n$-ième jour »

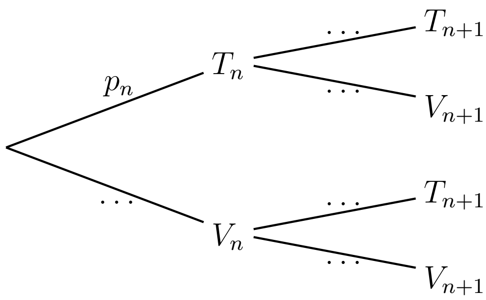
— On note $p_n$ la probabilité de l'évènement $T_n$,

Le premier matin, il décide d'utiliser les transports en commun. Ainsi, la probabilité de l'évènement $T_1$ est $p_1 = 1$.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous représentant la situation pour les 2e et 3e jours,




2. Calculer $p_3$
3. Le 3e jour, M. Durand utilise son vélo.
   Calculer la probabilité qu'il ait pris les transports en commun la veille.
4. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous représentant la situation pour les $n$-ième et $(n+1)$-ième jours.




5. Montrer que, pour tout entier naturel $n$ non nul, $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,6$.

**Exercice 3** **Préparation d'un marathon** *(8 points)*

Bob s'est fixé un objectif : participer à un marathon qui aura lieu très bientôt dans sa ville.

Pour cela, il désire programmer sa préparation au marathon de la manière suivante :

- lors du premier entraînement, il décide de courir 20 km ;
- il augmente ensuite, à chaque entraînement, la distance à courir de 5 %.

On peut modéliser la distance parcourue lors de ses entraînements par une suite $(d_n)$, où, pour tout entier naturel $n$ non nul, le nombre $d_n$ désigne la distance à courir en kilomètre, lors de son $n$-ième entraînement.

On a ainsi $d_1 = 20$.

1. Calculer $d_2$, puis vérifier que $d_3 = 22,05$.
2. Pour tout entier naturel $n$ non nul, exprimer $d_{n+1}$ en fonction de $d_n$.
3. Justifier que, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $d_n = 20 \times 1,05^{n-1}$.
4. Quelle distance, arrondie à 1 m près, va courir Bob lors de son 10$^{e}$ entraînement ?
5. La distance à courir lors d'un marathon est de $42,195$ km. Bob estime qu'il sera prêt pour la course, s'il parvient à courir au moins 43 km lors d'un de ses entraînements.

   Recopier et compléter le script suivant, écrit en langage Python, dont la valeur de $n$, après exécution de ce script, est le nombre minimal d'entraînements permettant à Bob d'être prêt pour le marathon.

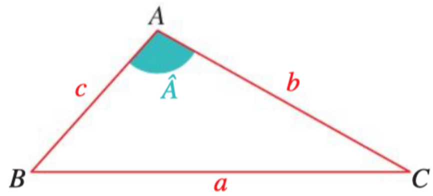
```
n = 1
d = 20
while ......... :
  n = ......
  d = 1.05*d
```

**Exercice 4** **Théorème d'Al-Kashi** *(9 points)*

On s'intéresse au théorème d'Al-Kashi dont on donne l'énoncé ci-dessous :

Dans un triangle $ABC$, avec les notations de la figure ci-contre, on a :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\widehat{A}).$$




On se propose de démontrer ce théorème puis de l'appliquer sur des cas concrets.

Les parties A et B sont indépendantes.

### Partie A - Démonstration du théorème

1. Justifier l'égalité $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.
2. En déduire le développement de $\overrightarrow{BC}^2$.
3. Ecrire le produit scalaire $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$ à l'aide de la formule du cosinus.
4. En déduire l'égalité demandée.

### Partie B - Applications directes

On considère le triangle $ABC$ tel que :

$$AB = 4cm \quad ; \quad \widehat{BAC} = 70° \quad \text{et} \quad AC = 2cm$$

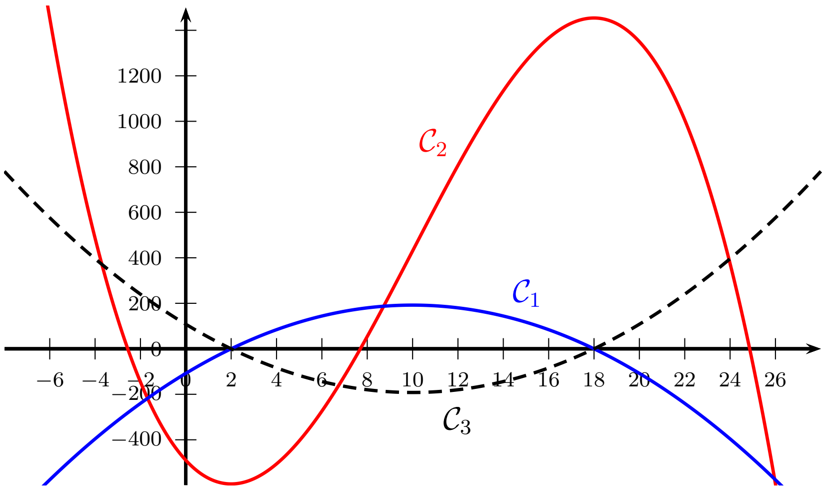
1. A l'aide de la formule d'Al-Kashi, calculer BC.
   On donnera une valeur approchée du résultat au millimètre près.
2. Donner la mesure, arrondi au degré près, de l'angle $\widehat{CBA}$.

**Exercice 5** **Courbes représentatives** *(7 points)*

Soit $h$ la fonction définie sur $[0\ ;\ 26]$ par

$$h(x) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 490.$$

1. Soit $h'$ la fonction dérivée de $h$.
   Exprimer $h'(x)$ en fonction de $x$.
2. On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de $h$ et $\mathcal{C}'$ celle de $h'$.
   a) Identifier $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ sur le graphique orthogonal ci-dessous parmi les trois courbes $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$ proposées.
   b) Justifier le choix pour $\mathcal{C}'$. *(2 arguments minimums)*




3. Soit $(T)$ la tangente à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse $0$.
   Déterminer son équation réduite.
4. Dresser le tableau de signe de $h'(x)$ sur $[0\ ;\ 26]$.

BONUS. En déduire le tableau de variation de $h$ sur $[0\ ;\ 26]$
*(Indication : Cette question ne peut que vous faire gagner jusqu'à +1 point.*