DS - Suites (partie 2)

6

⇒ Exercice n°1

0.5/rep

1°/ b

2°/ $U_0 = 0^2 = 0$ a c

3°/ $V_3 = 3 \cdot V_2$

$= 3 \cdot (3 \cdot V_1)$

$= 3 \cdot (3 \cdot (3 \cdot V_0))$

$= 3 \cdot (3 \cdot 6)$

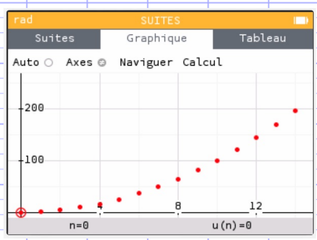
$= 3 \cdot 18$

$= 54$ a

4°/ $U_{n+1} = (n+1)^2$ b

$= n^2 + 2n + 1$

5°/ c



6°/ a

7°/ c $U_{n+1} - U_n = n^2 + 2n + 1 - n^2 = \underline{2n+1}$

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{n^2 + 2n + 1}{n^2}$$

8°/ b par définition

9°/ a car $q = 3 > 0$ et $V_0 = 2 > 0$

10°/ $\forall n \in \mathbb{N}$, $V_n = V_0 \times q^n = 2 \times 3^n$ c

11°/ $S = 1^{er}\text{terme} \times \dfrac{1 - \text{raison}^{\text{nbr terme}}}{1 - \text{raison}}$

$= 1 \times \dfrac{1 - 3^{11}}{1 - 3}$

$= 88\,573$ c

5

$\Rightarrow$ Exercice n°2

1

1°/ $\forall n \in \mathbb{N}$, $V_n = V_0 \times q^n$

$V_n = 12 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$

1

2°/ On a $V_0 = 12 > 0$

et $q = \frac{1}{4} < 1$

Donc (V_n) est décroissante

1.5

3°/ Soit $N \in \mathbb{N}$ tq $V_N = \frac{3}{64}$

$\Leftrightarrow 12 \times \left(\frac{1}{4}\right)^N = \frac{3}{64}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^N = \frac{3}{64} \times \frac{1}{12}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{4^N} = \frac{1}{256}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{4^N} = \frac{1}{4^4}$

$\Leftrightarrow N = 4$

Ainsi $V_4 = \frac{3}{64}$

1.5

4°/ $S = V_0 + V_1 + \dots + V_{30}$

$= \text{premier terme} \times \frac{1 - \text{raison}^{\text{nbr terme}}}{1 - \text{raison}}$

$= 12 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{31}}{1 - \left(\frac{1}{4}\right)}$

$= 12 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{31}}{3/4}$

$= 16 \cdot (1 - 0.25^{31})$

≈ 16

6

⇒ Exercice n°3

1.5

1°/ (U_n) est arithmétique de premier terme 80 000 et de raison -3000

2°/ Récurrente : $\forall n \in \mathbb{N}$, $\begin{cases} U_0 = 80\,000 \\ U_{n+1} = U_n - 3000 \end{cases}$

2

Explicite : $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_n = U_0 + nR$
$U_n = 80\,000 - 3000n$

3°/ Soit N le rang de (U_n) tel que

$$U_N < 10\,000$$
$$\Leftrightarrow \quad 80\,000 - 3\,000N < 10\,000$$
$$\Leftrightarrow \quad -3\,000N < -70\,000$$
$$\Leftrightarrow \quad N > \frac{70}{3} \approx 23{,}33$$

2.5

Ainsi, à partir du 24 mois, la production sera inférieure à 10 000 véhicule thermique.

3

⇒ Exercice n°4

1°/ Soit (U_n) une suite défini sur $\mathbb{N}$ telle que U_n représente le nombre de bactérie n heures après l'antibiotique :

2

$$U_0 \xrightarrow[\times 0{,}95]{-5\%} U_1 \xrightarrow[\times 0.95]{-5\%} U_2 \xrightarrow[\times 0.95]{-5\%} U_3$$

(U_n) est géométrique de raison 0,95.

2°/ Soit N le rang du terme tel que

1

$$U_N < \frac{1}{2}U_0$$
$$U_0 \times 0.95^N < \frac{1}{2}U_0$$
$$0.95^N < \frac{1}{2}$$

La calculatrice permet de conclure que la population aura diminuée de moitié à partir de $N=14$ heures.

rad SUITES

Suites | Graphique | Tableau

Régler l'intervalle

n	u_n
10	0.5987369392
11	0.5688000923
12	0.5403600877
13	0.5133420833
14	0.4876749791
15	0.4632912302
16	0.4401266687
17	0.4181203352