

Chapitre 8

Devoir Surveillé

EDS Première

⚡ Conditions d'évaluation

Calculatrice : autorisée.

Durée : 45min

Compétences évaluées :

- ☐ Déterminer si une suite est arithmétique ou géométrique et en donner ses caractéristiques (premier terme, raison, ...)
- ☐ Calculer la somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique.
- ☐ Déterminer les variations d'une suite arithmétique ou géométrique.
- ☐ Modéliser un phénomène discret par une suite arithmétique (linéaire) ou géométrique (exponentiel)

Exercice 1 Généralités sur les suites

(6 points)

Pour chacune des questions, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Soient (u_n) et (v_n) deux suites définies, pour tout entier $n \geq 0$, par

$$u_n = n^2 \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = 3v_n \end{cases}$$

	a	b	c
1. La suite définie par récurrence est la suite :	(u_n)	(v_n)	ni l'une ni l'autre
2. Le terme initial de la suite (u_n) est :	0	1	u_0
3. Le troisième terme de la suite (v_n) est :	v_3	9	18
4. u_{n+1} est égal à :	$n^2 + 1$	$(n+1)^2$	$u_n + 1$
5. La représentation graphique de la suite (u_n) est :	une parabole	un nuage de points alignés	un nuage de points situés sur une parabole
6. La suite (u_n) est :	croissante	décroissante	ni croissante ni décroissante
7. La suite (u_n) est :	arithmétique	géométrique	ni arithmétique ni géométrique
8. La suite (v_n) est :	arithmétique	géométrique	ni arithmétique ni géométrique
9. La suite (v_n) est :	croissante	décroissante	ni croissante ni décroissante
10. Pour tout entier n , on a :	$v_n = 3n$	$v_n = 3 \times 2^n$	$v_n = 2 \times 3^n$
11. La somme $1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{10}$ est égal à :	$\frac{10(10+1)}{2}$	$\frac{1-3^{10}}{1-3}$	88 573

Exercice 2 Etude complète*(5 points)*

On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ géométrique de premier terme 12 et de raison $\frac{1}{4}$.

1. Donner la formule explicite de la suite (v_n) .
2. La suite (v_n) est-elle croissante, décroissante ou ni croissante ni décroissante ? Justifier votre réponse.
3. Quel est le rang du terme de la suite (v_n) ayant pour valeur $\frac{3}{64}$?
4. Déterminer une expression simplifiée de la somme S définie par :

$$S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{30}$$

Exercice 3 Production de voitures*(6 points)*

Un constructeur automobile décide de réduire sa production de voiture thermique. Actuellement, sa production est de 80 000 voitures par mois et il décide de la réduire de 3 000 voitures chaque mois. On décide de noter u_0 la production actuelle de voiture thermique de cette entreprise et on note u_n sa production au bout de n mois (où $n \in \mathbb{N}$).

1. Préciser la nature de la suite (u_n) ainsi que ces éléments caractéristiques.
2. Donner une formule de récurrence et la forme explicite de la suite (u_n) .
3. Combien faut-il attendre de mois pour que sa production de voitures thermiques passent sous le nombre de 10 000 unités produites par mois ?

Exercice 4 Problème ouvert*(3 points)*

On étudie l'action d'un antibiotique sur une souche de bactéries. Chaque heure, 5% des bactéries sont tuées.

1. Modéliser la situation par une suite en précisant sa nature (arithmétique, géométrique, ni l'une ni l'autre).
2. Quelle est la durée nécessaire pour que la moitié des bactéries initialement présentes soient tuées par cet antibiotique ?