

⚡ Conditions d'évaluation

Calculatrice : autorisée.

Durée : 50min

Compétences évaluées :

- ☐ Déterminer si une fonction est polynomiale de degré 2.
- ☐ Savoir donner la forme canonique.
- ☐ Déterminer l'axe de symétrie et le sommet d'une parabole.
- ☐ Étudier les variations d'une fonction polynôme du second degré.

Exercice 1 (2.5 points)

Parmi les fonctions ci-dessous, indiquer les fonctions qui sont polynomiale de degré 2, en précisant ses coefficients.

1. $f(x) = (x + 3)^2$

2. $g(x) = ax + b$

3. $h(x) = (x+1)^2 - (x-1)^2$

Exercice 2 (3 points)

On considère la fonction polynôme de degré 2 définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 - 12x + 17$.

1. Parmi les expressions ci-dessous, laquelle est la forme canonique de la fonction f ? Justifier.

• $3(x - 2)^2 + 5$

• $3(x + 1)^2 + 7$

• $3(x - 3)^2 - 17$

2. En utilisant cette forme canonique, résoudre l'équation : $3x^2 - 12x + 17 = 8$.

Exercice 3 (4.5 points)

Une personne s'est pesée toutes les semaines pendant un an en 2018. Sa courbe de poids peut être modélisée par une fonction polynôme de degré 2 dont l'expression est $f(x) = 0.008x^2 - 0.4x + 75$ où x correspond au temps en semaines à partir du premier janvier 2018 ($x \in [0; 52]$).

1. Dresser le tableau de variations de la fonction f .
2. En utilisant cette modélisation, répondre aux questions suivantes :
 - (a) Quel était son poids minimal sur l'année ? Quand a-t-il été atteint ?
 - (b) Quel était son poids maximal sur l'année ? Quand a-t-il été atteint ?

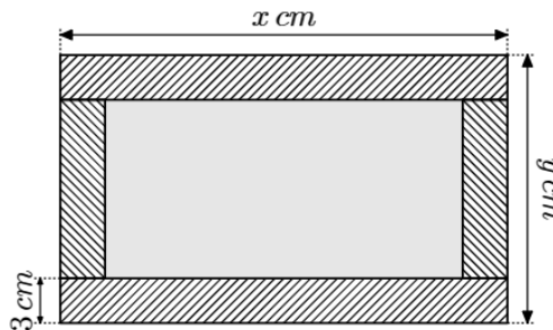
Exercice 4 (3 points)

Soit f une fonction polynôme de degré 2.

1. Rappeler la formule de la forme canonique d'une fonction polynôme de degré 2.
2. Sachant que la courbe représentative de f a pour sommet le point $A(1; 3)$, déterminer la valeur de α et β .
3. De plus, la courbe représentative de f passe par le point $B(0; 5)$, déterminer alors la forme canonique complète de f .

Exercice 5 (7 points)

Un menuisier dispose d'une baguette de bois de 100cm de longueur et 3 centimètres de largeur. Il souhaite utiliser toute la longueur de cette baguette pour la confection d'un cadre en bois à l'image du dessin ci-dessous :



On note $\mathcal{A}(x)$ l'aire de l'intérieur de cadre en fonction de x .

1. Quelle est la longueur du morceau de baguette utilisé de chaque côté du cadre ?
2. Sachant que la longueur totale de la baguette est de 100cm, expliquer pourquoi l'égalité suivante est vraie : $y = 56 - x$.
3. Quelle est la valeur minimale que peut prendre la variable x ? Pourquoi ?
4. Exprimer $\mathcal{A}(x)$, l'aire de l'intérieur du cadre, en fonction de x .
5. Dresser le tableau de variation de $\mathcal{A}(x)$ pour $x \in [6; 50]$. On précisera la valeur de l'extremum et son abscisse.
6. Quelle est l'aire maximale de l'intérieur du cadre ? Quelles seront alors ses dimensions extérieures ?