DS - 21.03.2023

5

⇒ Exercice n°1

1°/ $\vec{AB}\begin{pmatrix}-2-(-3)\\-2-2\end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{AB}\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$ 0,75

$\vec{DC}\begin{pmatrix}2-1\\-1-3\end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{DC}\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$ 0,75

2/

Ainsi $\vec{AB} = \vec{DC}$
Donc, par la propriété du parallélogramme, ABCD est un parallélogramme. 0,5

2°/ $\vec{AD}\begin{pmatrix}1-(-3)\\3-2\end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{AD}\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$ 0,5

On a $\vec{AB}\cdot\vec{AD} = xx' + yy'$ 0,5
$= 1\times 4 + (-4)\times 1$
$= 4 - 4$
$= 0$ 0,5

3/

On a $\vec{AB}\cdot\vec{AD} = 0$
Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AD}$ sont donc orthogonaux 1

Donc ABCD est un rectangle (parallélogramme et un angle droit) 0,5

9

⇒ Exercice n°8

1 — 1°/ $\vec{MA}\cdot\vec{MB} = MI^2 - \frac{1}{4}AB^2$

2°/ $\vec{MA}\cdot\vec{MB} = 0 \iff MI^2 - \frac{1}{4}AB^2 = 0$ 0.5

$\iff MI^2 = \frac{1}{4}AB^2$ 0.5

2 — $\iff MI^2 = \left(\frac{1}{2}AB\right)^2$ 0.5

$\iff MI = \frac{1}{2}AB$ 0.5

3°/ $\vec{MA}\cdot\vec{MB} = 0$ si $MI = \frac{1}{2}AB$

Autrement dit, M peut se trouvait

1 — n'importe où autour du point I, à un distance de $\frac{1}{2}AB$

Donc M appartient au cercle de centre I 0.5 et de rayon $\frac{1}{2}AB$ 0.5

4°/ ⓐ $\vec{MA}\cdot\vec{MB} = 16$

$MI^2 - \frac{1}{4}AB^2 = 16$ 0.5

$MI^2 = 16 + \frac{1}{4}\times 6^2$

$MI^2 = 16 + \frac{1}{4}\times 36$

$MI^2 = 16 + 9$

2.5 — $MI^2 = 25$ 0.5

$MI = \sqrt{25}$

$MI = 5$ 0.5 → M appartient au 0.5 cercle de centre I et de rayon 5 u.l. 0.5

ⓑ $\vec{MA}\cdot\vec{MB} = -10$

$MI^2 - \frac{1}{4}AB^2 = -10$

$MI^2 = -10 + \frac{1}{4}4^2$

2.5/

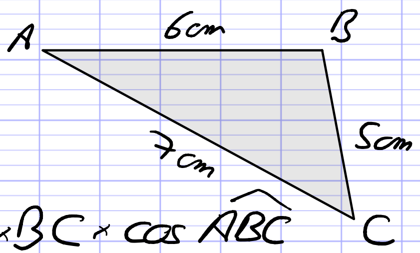
$MI^2 = -10 + \frac{1}{4} 16$

$MI^2 = -10 + 4$

$MI^2 = -6$ ↯ impossible

L'ensemble est donc vide.

⑥ $\Rightarrow$ <u>Exercice n°3</u>



* On a :

1/ $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \times AB \times BC \times \cos \widehat{ABC}$

0.5/ $7^2 = 6^2 + 5^2 - 2 \times 6 \times 5 \times \cos \widehat{ABC}$

0.5/ $\cos \widehat{ABC} = \frac{7^2 - 6^2 - 5^2}{-2 \times 6 \times 5}$

2.5/

0.5/ $\widehat{ABC} \approx 78,5°$

* On a :

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 AC \cdot BC \cdot \cos \widehat{BCA}$

$6^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \times 7 \times 5 \times \cos \widehat{BCA}$

2.5/

$\cos \widehat{BCA} = \frac{6^2 - 7^2 - 5^2}{-2 \times 7 \times 5}$

$\widehat{BCA} \approx 57,1°$

* $180° - 78° - 57° = 44,4°$

1/

Donc $\widehat{BAC} \approx 44,4°$

⓪ $\Rightarrow$ <u>Exercice n°4</u>

* Dans le triangle HGI rectangle en

G, on a :

$$HI^2 = HG^2 + GI^2$$
$$HI^2 = a^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2$$
$$HI^2 = a^2 + \frac{1}{4}a^2$$
$$HI^2 = \frac{5}{4}a^2$$
$$HI = \sqrt{\frac{5}{4}a^2}$$
$$HI = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

* De même $IB = \frac{\sqrt{5}}{2}a$

* Dans le triangle HDB rectangle en D, on a :

$$HB^2 = HD^2 + DB^2$$
$$HB^2 = a^2 + (\sqrt{2}a)^2$$
$$HB^2 = a^2 + 2a^2$$
$$HB^2 = 3a^2$$
$$HB = \sqrt{3}a.$$

→ Dans le triangle DAB, rectangle en A, on a :
$$DB^2 = a^2 + a^2$$
$$DB^2 = 2a^2$$
$$DB = \sqrt{2}a$$

* Ainsi,
  - d'une part $HB^2 = 3a^2$
  - d'autre part : $IB^2 + HI^2 = \frac{5}{4}a^2 + \frac{5}{4}a^2$
    $= \frac{10}{4}a^2$

Donc $HB^2 \neq IB^2 + HI^2$
Donc, par la contraposée de Pythagore, le triangle n'est pas rectangle

⇒ Exercice 5

2 $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = 2 + \frac{3}{4}n$ 0.5

Soit $N \in \mathbb{N}$ tel que :

$$U_N = \frac{53}{5}$$ 0.5

$$2 + \frac{3}{5}N = \frac{53}{5}$$

$$\frac{3}{5}N = \frac{55}{5}$$

$$N = \frac{55}{5} \times \frac{5}{3}$$

$$N = \frac{55}{3}$$ 0.5

$$N = 15$$

Donc $U_{15} = \frac{53}{5}$ 0.5

6

⇒ <u>Exercice n°6</u>

1

1°/ $U_3 = 2000 \times 1{,}008^{3-1} = 2000 \times 1{,}008^2$
$= 2032{,}13$ 0.5

⤳ A partir du 20^e mètres, le forage coutera 2032,13 € 0.5

1.5

2°/ Geometrique, de 1^er terme $V_1 = 2000$ 0.25 0.25
0.5
raison $q = 1{,}008$ 0.5

3°/ $q = 1{,}008 > 1$ 0.75
0.75 Donc (U_n) est croissante 0.5

0.75 4°/ $U_{n+1} = 1{,}008\, U_n$ $\forall n \in \mathbb{N}$ par definition 0.5 0.25

5°/ $1{,}008 = \left(1 + \frac{0{,}8}{100}\right)$

0.5 Donc il s'agit d'une augmentation

de 0,8 %.

1.5

6°/ $U_1 + U_2 + U_3 = 2000 + 2016 + 2032{,}13$ 0.5

$= 6048{,}13$ 0.5

⇝ Le forage des 30 premiers mètres coûtera 6048,13 € 0.5

7 ⇒ Exercice :

0.5/rep

-0.25/mauvaise rep

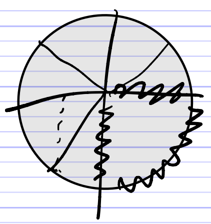
1°/ a

2°/ a $\frac{\pi}{5} - 2\pi$ et c $\frac{\pi}{5} + 2\pi$

3°/ b

4°/ a

5°/ b



6°/ a b

7°/ c

8°/ a b

9°/ b

10°/ b c