DS6 - Correction

90s   **⑤**   ⟹ _Exercice n°1_

0,5/rep

Mesure en degrés	180	60	135	30	210	240	18	10	$\dfrac{180}{\pi}$	70
Mesure en radians	π	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{3\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{7\pi}{6}$	$\dfrac{4\pi}{3}$	$\dfrac{\pi}{10}$	$\dfrac{\pi}{18}$	1	$\dfrac{7\pi}{18}$

270s   **⑥**   ⟹ _Exercice n°2_

1°/ Soit $x \in \mathbb{R}$

$$f(-x) = \frac{\cos(-x)}{3 + (\sin(-x))^2}$$

2/ $$= \frac{\cos(x)}{3 + (-\sin(x))^2} \quad \left(\text{car } \begin{array}{l}\cos \text{ paire}\\ \sin \text{ impaire}\end{array}\right)$$

$$= \frac{\cos(x)}{3 + (\sin(x))^2}$$

$$= f(x)$$

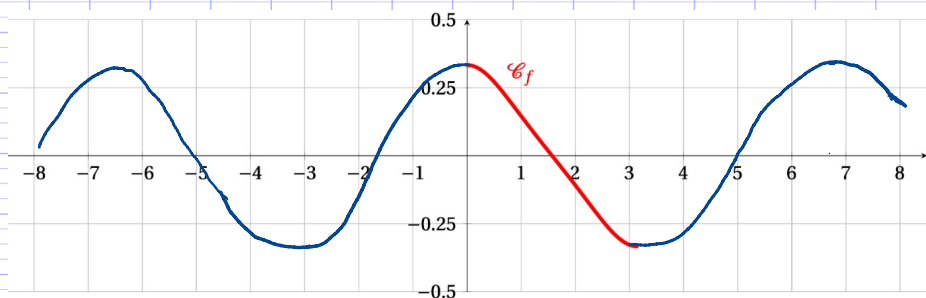Donc f est est paire, $\mathscr{C}_f$ est donc symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

2°/ Soit $x \in \mathbb{R}$

$$f(x + 2\pi) = \frac{\cos(x + 2\pi)}{3 + (\sin(x + 2\pi))}$$

2/ $$= \frac{\cos(x)}{3 + \sin(x)}$$

$$= f(x)$$

Donc f est 2π-périodique. Cela
signifie que $\mathscr{C}_f$ est invariante par
toutes translations de vecteurs $\vec{\epsilon}\begin{pmatrix} 2\pi \\ 0 \end{pmatrix}$

3°/

$\mathscr{C}_f$

2

$2\leftarrow$ ⑥ $\Rightarrow$ Exercice n°3

1°/ ⓐ $\mathscr{C}_f$ semble être symétrique
selon l'axe des
abscisse donc f
est paire

0.5

ⓑ $f(0) = f(\pi)$
$f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right) = f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$
Donc f semble être π-périodique
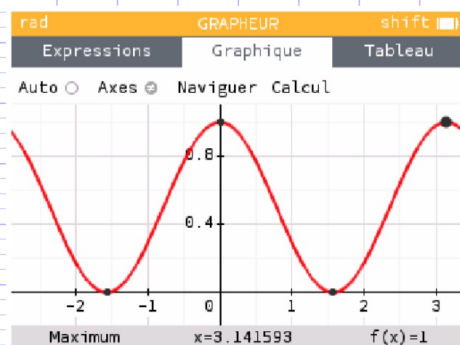
0.5

2°/ • $\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(-x) = (\cos(-x))^2$
$= (\cos(x))^2$
$= f(x)$
$\rightsquigarrow f$ est bien paire

1.25

• $\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x+\pi) = (\cos(x+\pi))^2$
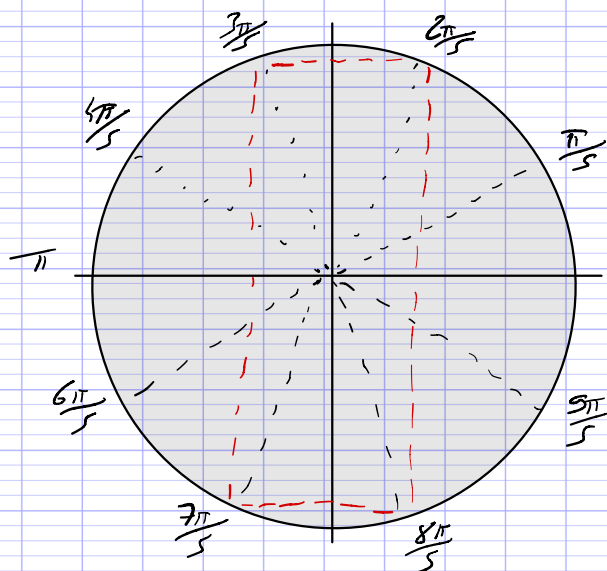$= (-\cos(x))^2$
$= \cos(x)^2$
$= f(x)$

1.25

$\leadsto f$ est bien π-periodique

$3°/ \quad f(x) = \cos^2(x) = \cos(x) \times \cos(x)$

$\forall x \in \mathbb{R}, \; f'(x) = u'(x)\,v(x) + u(x)\,v'(x) \quad$ avec $\quad u(x) = \cos(x)$

$\qquad = -\sin(x)\cos(x) - \sin(x)\cos(x) \qquad u'(x) = -\sin(x)$

$\qquad = -2\sin(x)\cos(x) \qquad\qquad\qquad v(x) = \cos(x)$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad v'(x) = -\sin(x)$

③ $\Rightarrow$ Exercice n°5

ⓐ $\cos\left(\dfrac{3\pi}{5}\right) = -\cos\left(\dfrac{2\pi}{5}\right) = \dfrac{1-\sqrt{5}}{4}$

ⓑ $\sin\left(\dfrac{8\pi}{5}\right) = -\sin\left(\dfrac{2\pi}{5}\right) = -\dfrac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$

ⓒ $\cos\left(\dfrac{8\pi}{5}\right) = \cos\left(\dfrac{2\pi}{5}\right) = \dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$

ⓓ $\sin\left(\dfrac{7\pi}{5}\right) = -\sin\left(\dfrac{2\pi}{5}\right) = -\dfrac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$

ⓔ $\cos\left(\dfrac{13\pi}{10}\right) = \cos\left(\dfrac{7\pi}{5}\right) = -\cos\left(\dfrac{2\pi}{5}\right) = \dfrac{1-\sqrt{5}}{4}$

ⓕ $\sin\left(\dfrac{4\pi}{10}\right) = \sin\left(\dfrac{2\pi}{5}\right) = \dfrac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$