

DS3

7

⇒ Exercice n°1

1°/ u_n représente le terme de rang n (terme général)

(u_n) représente la suite dans sa globalité

2°/ (u_n) est définie explicitement
 (u_n) est définie par récurrence

| | | |
|-----|-------------------------------|--|
| (b) | • $v_0 = 4 \times 0 + 5 = 5$ | • $w_0 = 3$ |
| | • $v_1 = 4 \times 1 + 5 = 9$ | • $w_1 = 2 \times w_0 = 2 \times 3 = 6$ |
| | • $v_2 = 4 \times 2 + 5 = 13$ | • $w_2 = 2 \times w_1 = 2 \times 6 = 12$ |

3°/ « Une suite (u_n) est croissante si et seulement si $u_{n+1} \geq u_n$ »
« Une suite (u_n) est strictement décroissante si et seulement si $u_{n+1} < u_n$ »
« Une suite (u_n) est constante si et seulement si $u_{n+1} = u_n$ »

4°/ le premier graphique représente une suite puisque, contrairement aux fonctions, une suite n'est définie que sur \mathbb{N} et non pas \mathbb{R}

3

⇒ Exercice n°2

1°/ $U_1 = 400$
 $U_2 = 0,5 \times 400 + 120 = 320$
 $U_3 = 0,5 \times 320 + 120 = 280$
 $U_4 = 0,5 \times 280 + 120 = 260$

2°/ $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 0,5U_n + 120$

4

 \Rightarrow Exercice n°3

$$1^{\circ}/ \quad U_3 = 4 + 3 \times 3 = 13$$

$$U_4 = 13 + 9 \times 3 = 40$$

$$2^{\circ}/ \quad \text{On a} \quad U_0 = 0$$

$$U_1 = 0 + 1$$

$$U_2 = U_1 + 1 \times 3 = U_0 + 3^1$$

$$U_3 = U_2 + 3 \times 3 = U_1 + 3^2$$

$$U_4 = U_3 + 9 \times 3 = U_2 + 3^3$$

Donc, il semblerait que

$$U_{n+1} = U_n + 3^n$$

$$3^{\circ}/ \quad \text{Avec cette formule,}$$

$$U_6 = U_5 + 3^5$$

$$= 283 + 3^5$$

$$= 283 + 243$$

$$= 526$$

\leadsto Il y aurait 526 triangles blancs à l'étape 6.

6

\Rightarrow Exercice n° 3

$$1^\circ/ U_0 = \frac{3^0}{3} = \frac{1}{3}$$

$$U_1 = \frac{3^1}{3} = \frac{3}{3}$$

$$U_2 = \frac{3^2}{3} = \frac{9}{3}$$

2°/ La suite (U_n) semble croissante.

3°/ $\forall n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{\frac{3^{n+1}}{3}}{\frac{3^n}{3}} = \frac{3^{n+1}}{3} \times \frac{3}{3^n} = \frac{3^{n+1}}{3^n} = 3^{n+1-n} = 3$$

$$\text{Ainsi, } \frac{U_{n+1}}{U_n} > 1 \Leftrightarrow U_{n+1} > U_n$$

Donc (U_n) est bien croissante.