BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2026

MATHÉMATIQUES

Bac Blanc n°1 - Décembre 2025

Durée de l'épreuve : **4 heures**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.

Sauf mention contraire, toute réponse devra être justifiée.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses seront valorisées.

Exercice 1

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et, pour tout entier naturel n, par :

$$u_{n+1} = 5u_n - 4n - 3.$$

1. (a) Démontrer que $u_1 = 12$.
   (b) Déterminer u_2 en détaillant le calcul.
   (c) À l'aide de la calculatrice, conjecturer le sens de variation ainsi que la limite de la suite (u_n).
2. (a) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a :

$$u_n \geq n + 1.$$

   (b) En déduire la limite de la suite (u_n).
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$v_n = u_n - n - 1.$$

   (a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique.
   Donner sa raison et son premier terme v_0.
   (b) En déduire, pour tout entier naturel n, l'expression de v_n en fonction de n.
   (c) En déduire que pour tout entier naturel n :

$$u_n = 2 \times 5^n + n + 1.$$

   (d) En déduire le sens de variation de la suite (u_n).
4. On considère la fonction ci-contre, écrite de manière incomplète en langage Python et destinée à renvoyer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geq 10^7$.
   Recopier le programme et compléter les deux instructions manquantes.

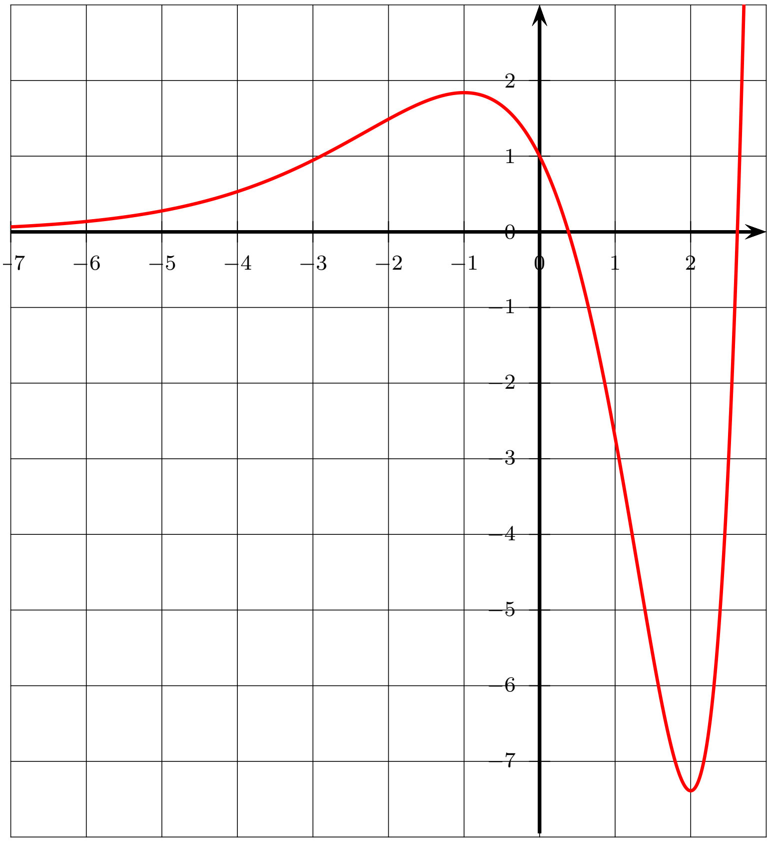
```
def suite() :
    u = 3
    n = 0
    while ... :
        u = ...
        n = n + 1
    return n
```

Exercice 2

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment

Partie A

Le plan est muni d'un repère orthogonal.
On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' sa fonction dérivée. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction dérivée f'.



Dans cette partie, les résultats seront obtenus par lecture graphique de la courbe représentative de la fonction dérivée f'. Aucune justification n'est demandée.

1. Donner le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$. On utilisera des valeurs approchées si besoin.
2. Donner les intervalles sur lesquels la fonction f semble être convexe.

Partie B

On admet que la fonction f de la partie $\mathbf{A}$ est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \left(x^2 - 5x + 6\right) \mathrm{e}^x.$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère.

1. a) Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
   b) Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.
2. Montrer que, pour tout réel x, on a $f'(x) = \left(x^2 - 3x + 1\right) \mathrm{e}^x$.
3. En déduire le sens de variation de la fonction f.
4. Déterminer l'équation réduite de la tangente $(\mathcal{T})$ à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.

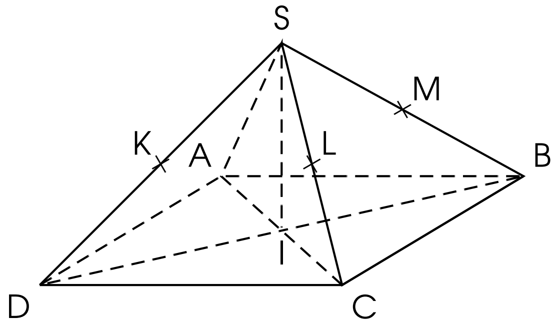
On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f'' la fonction dérivée seconde de la fonction f. On admet que, pour tout réel x, on a $f''(x) = (x+1)(x-2)\mathrm{e}^x$.

5. a) Étudier la convexité de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   b) Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[-1\,;\,2]$, on a $f(x) \leqslant x + 6$.

Exercice 3

Ceci est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations est exacte.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte un point, une réponse multiple, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Partie A



$SABCD$ est une pyramide régulière à base carrée $ABCD$ dont toutes les arêtes ont la même longueur.
Le point I est le centre du carré $ABCD$.
On suppose que : $IC = IB = IS = 1$.
Les points K, L et M sont les milieux respectifs des arêtes $[SD], [SC]$ et $[SB]$.

1. Les droites suivantes ne sont pas coplanaires :

   a. (DK) et (SD) **b.** (AS) et (IC) **c.** (AC) et (SB) **d.** (LM) et (AD)

Pour les questions suivantes, on se place dans le repère orthonormé de l'espace $\left(I\ ;\ \overrightarrow{IC},\ \overrightarrow{IB},\ \overrightarrow{IS}\right)$.
Dans ce repère, on donne les coordonnées des points suivants :

$$I(0\ ;\ 0\ ;\ 0)\ ;\ A(-1\ ;\ 0\ ;\ 0)\ ;\ B(0\ ;\ 1\ ;\ 0)\ ;\ C(1\ ;\ 0\ ;\ 0); D(0\ ;\ -1\ ;\ 0)\ ;\ S(0\ ;\ 0\ ;\ 1).$$

2. Les coordonnées du milieu N de $[KL]$ sont :

   a. $\left(\frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{4}\right)$ **b.** $\left(\frac{1}{4}\ ;\ -\frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{2}\right)$ **c.** $\left(-\frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{2}\right)$ **d.** $\left(-\frac{1}{2}\ ;\ \frac{1}{2}\ ;\ 1\right)$

3. Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AS}$ sont :

   a. $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ **b.** $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ **c.** $\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ **d.** $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

Partie B

4. Une urne contient cinquante boules numérotées de 1 à 50. On tire successivement trois boules dans cette urne, **sans remise**. On appelle « tirage » la liste non ordonnée des numéros des trois boules tirées.
   Quel est le nombre de tirages possibles, **sans tenir compte de l'ordre des numéros** ?

   a. 50^3 **b.** $1 \times 2 \times 3$ **c.** $50 \times 49 \times 48$ **d.** $\dfrac{50 \times 49 \times 48}{1 \times 2 \times 3}$

5. On effectue dix lancers d'une pièce de monnaie. Le résultat d'un lancer est « pile » ou « face ». On note la liste ordonnée des dix résultats.
   Quel est le nombre de listes ordonnées possibles ?

   a. 2×10 **b.** 2^{10}
   c. $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 10$ **d.** $\dfrac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 10}{1 \times 2}$

Exercice 4

Partie A

On définit la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par :

$$f(x) = \frac{0,96x}{0,93x + 0,03}.$$

1. Démontrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ 1]$,

$$f'(x) = \frac{0{,}028\ 8}{(0,93x + 0,03)^2}.$$

2. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$.

Partie B

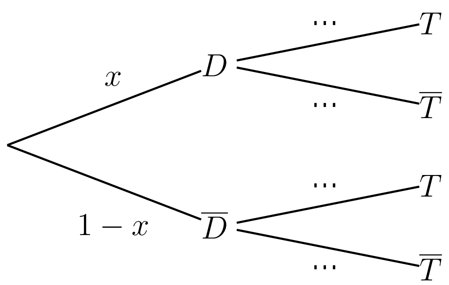
La lutte contre le dopage passe notamment par la réalisation de contrôles antidopage qui visent à déterminer si un sportif a fait usage de substances interdites.
Lors d'une compétition rassemblant 1 000 sportifs, une équipe médicale teste tous les concurrents. On propose d'étudier la fiabilité de ce test.
On appelle x le réel compris entre 0 et 1 qui désigne la proportion de sportifs dopés.
Lors de l'élaboration de ce test, on a pu déterminer que :

- la probabilité qu'un sportif soit déclaré positif sachant qu'il est dopé est égale à 0,96 ;
- la probabilité qu'un sportif soit déclaré positif sachant qu'il n'est pas dopé est égale à 0,03.

On note :

- D l'évènement : « le sportif est dopé ».
- T l'évènement : « le test est positif ».

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



2. Déterminer, en fonction de x, la probabilité qu'un sportif soit dopé et ait un test positif.
3. Démontrer que la probabilité de l'évènement T est égale à $0,93x + 0,03$.
4. Pour cette question uniquement, on suppose qu'il y a 50 sportifs dopés parmi les 1 000 testés.
   La fonction f désigne la fonction définie à la partie A.
   Démontrer que la probabilité qu'un sportif soit dopé sachant que son test est positif est égale à $f(0,05)$. *En donner une valeur arrondie au centième.*
5. On appelle valeur prédictive positive d'un test la probabilité que le sportif soit réellement dopé lorsque le résultat du test est positif.

ⓐ Déterminer à partir de quelle valeur de x la valeur prédictive positive du test étudié sera supérieure ou égale à $0,9$. Arrondir le résultat au centième.

ⓑ Un responsable de la compétition décide de ne plus tester l'ensemble des sportifs, mais de cibler les sportifs les plus performants supposés être plus fréquemment dopés.

Quelle est la conséquence de cette décision sur la valeur prédictive positive du test ?

Argumenter en utilisant un résultat de la partie A.