NOM Prénom : 2025/2026

Correction

Bac Blanc 1

EDS Première

Exercice 1 Automatismes (*X points*)

Exercice 2 Étude du second degré (*X points*)

$f(x) = 3x^3 - 5x^2 + 2$.

1.

On a sur $\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3 \times 3x^2 - 2 \times 5x \\ &= 9x^2 - 10x \\ &= x(9x - 10). \end{aligned}$$

2.

$$M(x\,;\,y) \in T \iff y - f(-1) = f'(-1)(x - (-1))$$

Avec :

$$\begin{aligned} f(-1) &= 3 \times (-1)^3 - 5 \times (-1)^2 + 2 \\ &= -3 - 5 + 2 \\ &= -6, \end{aligned}$$

et :

$$\begin{aligned} f'(-1) &= -1 \times (9 \times (-1) - 10) \\ &= -1 \times (-19) \\ &= 19, \end{aligned}$$

l'équation réduite devient :

$$y = 19(x + 1) - 6 \quad \text{ou} \quad y = 19x + 13.$$

3.

$g(x) = 3x^3 - 4x + 1$.

a. Pour tout réel x :

$$\begin{aligned} f(x) - g(x) &= 3x^3 - 5x^2 + 2 - (3x^3 - 4x + 1) \\ &= 3x^3 - 5x^2 + 2 - 3x^3 + 4x - 1 \\ &= -5x^2 + 4x + 1. \end{aligned}$$

b. Pour le trinôme du second degré $f(x) - g(x)$, on a :

$$\Delta = 4^2 - 4 \times (-5) \times 1 = 16 + 20 = 36 = 6^2 > 0.$$

Il y a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-4 + 6}{2 \times (-5)} = -\frac{2}{-10} = -\frac{1}{5} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-4 - 6}{2 \times (-5)} = \frac{-10}{-10} = 1.$$

c. On sait que le trinôme est négatif sauf entre les racines.
Donc $f(x) - g(x) > 0$ sur l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{5}\,;\,1\right[$.
La courbe $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de la courbe $\mathcal{C}_g$ pour $-\dfrac{1}{5} < x < 1$.

Exercice 3 **Décor en mosaïque** (*X points*)

1. **Premières lignes et définition par récurrence**

   (a) En observant le dessin ou en remarquant que chaque ligne comporte 3 carreaux de plus que la précédente, on obtient :

   $$u_1 = 8, \quad u_2 = 11, \quad u_3 = 14, \quad u_4 = 17, \quad u_5 = 20.$$

   (b) Chaque nouvelle ligne a 3 carreaux de plus que la précédente, donc pour tout entier naturel $n \geq 1$:

   $$u_{n+1} = u_n + 3.$$

2. **Forme explicite et calcul d'un terme**

   (a) On part de $u_1 = 8$ et, à chaque fois que l'on passe à la ligne suivante, on ajoute 3 carreaux.

   $$\begin{aligned} u_1 &= 8, \\ u_2 &= 8 + 3, \\ u_3 &= 8 + 2 \times 3, \\ u_4 &= 8 + 3 \times 3, \\ &\vdots \\ u_n &= 8 + (n-1) \times 3. \end{aligned}$$

   On obtient donc, pour tout entier naturel $n \geq 1$:

   $$u_n = 8 + 3(n-1).$$

   On peut aussi simplifier :

   $$u_n = 8 + 3n - 3 = 3n + 5.$$

   (b) Pour la 10^{e} ligne, on calcule u_{10} :

   $$u_{10} = 3 \times 10 + 5 = 30 + 5 = 35.$$

   La 10^{e} ligne comporte donc $\boxed{35}$ carreaux.

3. **Recherche d'un rang**

   On souhaite savoir à partir de quelle ligne le nombre de carreaux dépasse 100.

   (a) On utilise l'expression explicite :

   $$u_n = 3n + 5.$$

   On résout l'inéquation :

   $$u_n > 100 \quad \Longleftrightarrow \quad 3n + 5 > 100.$$

   On soustrait 5 des deux côtés :

   $$3n > 95.$$

   Puis on divise par 3 :

   $$n > \frac{95}{3}.$$

   Or

   $$\frac{95}{3} = 31 + \frac{2}{3} \approx 31{,}6.$$

   On cherche un *rang*, donc un entier naturel n. Le plus petit entier strictement plus grand que $31{,}6$ est

   $$n = 32.$$

(b) À partir de $n = 32$, le nombre de carreaux dépasse 100.
Dans le contexte, cela signifie que la ligne numéro 32 est la première ligne qui comporte strictement plus de 100 carreaux. On peut résumer :

$$\boxed{\text{À partir de la ligne 32, il y a plus de 100 carreaux par ligne.}}$$

4. **Coût du décor**

(a) La ligne numéro n contient u_n carreaux. Chaque carreau coûte $0{,}80$ €.
Le coût de la ligne numéro n est donc :

$$C_n = 0{,}80 \times u_n.$$

En utilisant l'expression explicite de u_n :

$$C_n = 0{,}80 \times (3n + 5).$$

(b) On réalise les 15 premières lignes du mur.
Le nombre total de carreaux pour ces 15 lignes est :

$$u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_{15}.$$

Donc le coût total est :

$$C_{\text{total}} = 0{,}80 \times (u_1 + u_2 + \cdots + u_{15}).$$

Avec l'expression explicite $u_n = 3n + 5$, on obtient :

$$\begin{aligned}
u_1 &= 3 \times 1 + 5 = 8,\\
u_2 &= 3 \times 2 + 5 = 11,\\
u_3 &= 3 \times 3 + 5 = 14,\\
&\vdots\\
u_{15} &= 3 \times 15 + 5 = 50.
\end{aligned}$$

On regroupe les termes deux à deux de manière symétrique :

$$\begin{aligned}
8 + 50 &= 58,\\
11 + 47 &= 58,\\
14 + 44 &= 58,\\
17 + 41 &= 58,\\
20 + 38 &= 58,\\
23 + 35 &= 58,\\
26 + 32 &= 58.
\end{aligned}$$

On a donc 7 paires qui valent chacune 58, et il reste le terme du milieu : 29.
La somme des 15 termes est donc :

$$7 \times 58 + 29 = 406 + 29 = 435.$$

Le nombre total de carreaux est 435, et le coût total vaut :

$$C_{\text{total}} = 0{,}80 \times 435.$$

On écrit $0{,}80 = \dfrac{4}{5}$:

$$C_{\text{total}} = \frac{4}{5} \times 435.$$

On commence par diviser 435 par 5 :

$$\frac{435}{5} = 87,$$

donc

$$C_{\text{total}} = 4 \times 87 = 348.$$

Le coût total des 15 premières lignes est donc de $\boxed{348 \text{ €}}$.