Correction DS 8

⇒ Exercice n°1

8

PARTIE A

3/

1°/ $\exp(7+2) = \exp(7) \times \exp(2)$

$= e^{7} \times e^{2}$ (d)

$= e^{7+2}$

$= e^{9}$ (c)

$= \exp(9)$ (a)

2/

2°/ $\exp(5-3) = \dfrac{\exp(5)}{\exp(3)}$

$= \dfrac{e^{5}}{e^{3}}$ (b)

$= e^{5-3}$

$= e^{2}$ (a)

1/

3°/ $\forall x \in \mathbb{R}$, $\exp(x) \times \exp(-x)$

$= \exp(-x+x)$

$= \exp(0)$

$= 1$ (b)

2/

4°/ $\forall x \in \mathbb{R}$, $(e^{x}+e^{-x})^{2} = (e^{x})^{2} + 2e^{x}e^{-x} + (e^{-x})^{2}$

$= e^{2x} + 2e^{x-x} + e^{-2x}$

$= e^{2x} + 2e^{0} + e^{-2x}$

$= e^{2x} + e^{-2x} + 2$ (c)

Or $\dfrac{e^{4x}+2e^{2x}+1}{e^{2x}} = \dfrac{e^{4x}}{e^{2x}} + \dfrac{2e^{2x}}{e^{2x}} + \dfrac{1}{e^{2x}} = e^{2x} + 2 + e^{-2x}$ (d)

5

PARTIE B

1°/ $f(0) = 8e^{-0,35\times 0}$

$= 8e^{0}$

$= 8$ (a)

$f(1) = 8e^{-0,35} \approx 5,63$ ×

$\forall t \in \mathbb{R}_+ ,\ f'(t) = 8 \times -0,35e^{-0,35t}$

$= -2,8e^{-0,35t}$ ×

$f(2) = 8e^{-0,70} \approx 3,97 \approx \dfrac{f(0)}{2}$ (d)

2/

2°/ $\dfrac{f(t+1)}{f(t)} = \dfrac{8e^{-0,35(t+1)}}{8e^{-0,35t}}$

$= \dfrac{e^{-0,35t-0,35}}{e^{-0,35t}}$

$= e^{-0,35t-0,35} \times \dfrac{1}{e^{-0,35t}}$

$= e^{-0,35t-0,35} \times e^{0,35t}$

$= e^{-0,35t-0,35+0,35t}$

$= e^{-0,35}$ (a)

$\approx 0,7047$ (d)

2/

3°/ $CM = \dfrac{V_a}{V_d} = \dfrac{f(t+1)}{f(t)} \approx 0,7047$

$t = CM - 1 \approx 0,7047 - 1 \approx 0,2953 \rightsquigarrow \swarrow 29,53\%$ (c)

1/

7

PARTIE 3

1°/ $f(0) = (2\times 0 - 3)e^0$

$= -3e^0$

$= -3$ (b)

1

2°/ $f(1) = (2\times 1 - 3)e^1$

$= (2-3)e$

$= -1e$

$= -e$ (a)

1

3°/ $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$ w/ $u(x) = 2x - 3$

$= 2e^x + (2x-3)e^x$ (a) $u'(x) = 2$

$= e^x(2 + 2x - 3)$ $v(x) = e^x$

$= (2x-1)e^x$ (d) $v'(x) = e^x$

2

4°/ $f'(x) \geqslant 0$

$\Leftrightarrow (2x-1)e^x \geqslant 0$

$\Leftrightarrow 2x - 1 \geqslant 0$

$\Leftrightarrow 2x \geqslant 1$

$\Leftrightarrow x \geqslant \frac{1}{2}$

2

Ainsi, on a

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f		$\searrow$		$\nearrow$	

(c)

De plus $\forall x \in \left]-\infty ; \frac{1}{2}\right]$, $2x - 3 \leqslant 0$

Donc $f(x) \leqslant 0$ (d)

5)

$y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$= -1x + -3$

$= -x - 3$

$f'(0) = (2\times 0 - 1)e^0$

$= -1e^0$

$= -1$

5