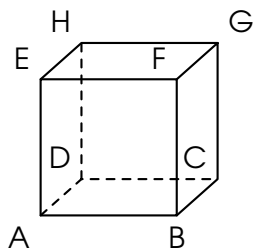


Lorsque cela est nécessaire, on se place dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace.

Lorsque l'exercice désigne le cube $ABCDEFGH$, il se réfère au cube représenté ci-contre.



Premiers repérages

Exercice 1

1. Soit $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base de l'espace. On pose : $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Quelles sont les coordonnées de \vec{u} dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$?

2. Dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, quelles sont les coordonnées du point A tel que $\vec{OA} = -2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$?

Exercice 2

Soit le cube $ABCDEFGH$.

On se place dans le repère $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$.

Dans ce repère, quels sont les coordonnées de A, B, C, F et G ?

Exercice 3

Soit $\vec{u}(2; 4; -3)$ et $\vec{v}(0; -5; 7)$.

Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{w} = 3\vec{u} + 2\vec{v}$.

Exercice 4

Soit $A(9; -4; 1)$ et $B(-1; 4; 3)$.

- Calculer les coordonnées du vecteur \vec{AB} .
- Calculer les coordonnées du milieu I de $[AB]$.

Exercice 5

Soit $A(-1; 2; 3)$, $B(0; -1; 2)$ et $C(2; -7; 0)$.

- Calculer les coordonnées du vecteur \vec{AB} puis celles du vecteur \vec{AC} .
- Justifier que les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} sont colinéaires.
 - Que peut-on en déduire ?

Exercice 6

On considère les points $A(1; 0; 4)$, $B(2; 0; 6)$, $C(3; 4; 0)$ et $D(2; 4; -2)$.

Justifier que ABCD est un parallélogramme.

Exercice 7

Soit $\vec{u}(3; 1; 2)$, $\vec{v}(3; -2; 4)$ et $\vec{w}(-3; 8; -8)$.

- Calculer les coordonnées du vecteur $2\vec{u} - 3\vec{v}$.

- Justifier que les vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} sont coplanaires.

Exercice 8

Soit $\vec{u}(-3; 2; 4)$, $\vec{v}(-1; 2; 1)$ et $\vec{w}(2; 0; -3)$.

- Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$.
- Que peut-on en déduire ?

Bases de plan et de l'espace

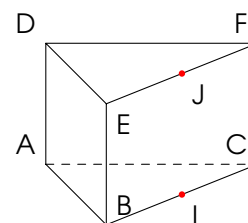
Exercice 9

$ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle.

- Quelle droite passe par D et est dirigée par le vecteur \vec{HF} ?
- Quelle droite passe par F et est dirigée par le vecteur \vec{ED} ?
- De quel plan passant par le point E les vecteurs \vec{AB} et \vec{AD} engendrent-ils la direction ?
- De quel plan passant par le point B les vecteurs \vec{AH} et \vec{CH} engendrent-ils la direction ?

Exercice 10

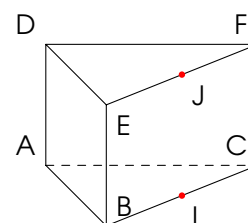
$ABCDEF$ est un prisme à base triangulaire. I est le milieu de $[BC]$ et J est celui de $[EF]$.



- Justifier que les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} forment une base du plan (ABC) .
- Justifier que (\vec{AI}, \vec{BC}) est aussi une base du plan (ABC) .
 - Compléter cette base pour former une base de l'espace.
- $(\vec{AI}, \vec{AE}, \vec{JC})$ est-elle une base de l'espace ?

Exercice 11

$ABCDEF$ est un prisme à base triangulaire. I est le milieu de $[BC]$ et J est celui de $[EF]$.



- Décomposer le vecteur \overrightarrow{AI} dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
 - Décomposer le vecteur \overrightarrow{AB} dans la base $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{BC})$.
- Décomposer le vecteur \overrightarrow{AJ} dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$.
 - Décomposer le vecteur \overrightarrow{DI} dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$.

Exercice 12



ABCD est un tétraèdre. On définit les points E , F et G par les égalités : $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$, $\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{CF} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \vec{0}$.

- Que peut-on dire du point E ?
 - À quels plans appartiennent les points F et G ? Justifier.
- Exprimer \overrightarrow{AE} en fonction de \overrightarrow{AD} .
 - Exprimer \overrightarrow{AF} dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
 - En déduire l'expression du vecteur \overrightarrow{EF} dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$.
- Exprimer \overrightarrow{AG} dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$.
 - En déduire que les points E , F et G sont alignés.

Repérages dans l'espace

Exercice 13



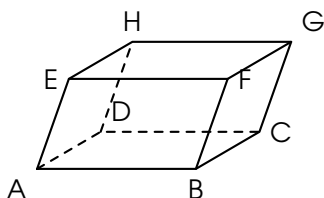
Soit les points $A(3; 0; -1)$, $B(5; 1; -2)$ et $C(-3; 2; 3)$.

Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 14



Soit les points $A(1; -2; 3)$, $B(1; 3; 2)$, $D(-2; -1; 2)$ et $E(3; 0; 6)$.



Déterminer les coordonnées des points C , F , G et H de sorte que $ABCDEFGH$ soit un parallélépipède.

Exercice 15



On considère les vecteurs $\vec{u}(-5; 6; -4)$, $\vec{v}(1; 0; -2)$ et $\vec{w}(0; 3; 5)$.

- Démontrer que \vec{u} et \vec{v} forment une base d'un plan.

- Démontrer que \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} forment une base de l'espace.

Exercice 16



Pour chacun des cas suivants, indiquer si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} forment une base d'un plan, en justifiant.

- $\vec{u}(1; 2; 3)$ et $\vec{v}(4; 5; 6)$
- $\vec{u}(3; 9; -6)$ et $\vec{v}(2; 6; -4)$
- $\vec{u}(4; -2; 1)$ et $\vec{v}(2; -1; 0)$

Exercice 17



Soit t un réel. Déterminer l'unique valeur de t pour laquelle les vecteurs $\vec{u}(t - 5; t; -2)$ et $\vec{v}(3; -2; t)$ sont colinéaires.

Exercice 18



Démontrer que les vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} forment une base de l'espace.

- $\vec{u}(1; 0; 3)$, $\vec{v}(2; 1; 0)$ et $\vec{w}(0; -4; -2)$
- $\vec{u}(3; 3; 3)$, $\vec{v}(6; 0; 9)$ et $\vec{w}(2; -2; 2)$

Exercice 19



Démontrer que les vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} ne forment pas une base de l'espace.

- $\vec{u}(0; 3; 2)$, $\vec{v}(3; 9; 18)$ et $\vec{w}(1; 0; 4)$
- $\vec{u}(1; -1; 0)$, $\vec{v}(0; 2; 1)$ et $\vec{w}(2; 0; 1)$

Exercice 20



Indiquer si les vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} forment une base de l'espace en justifiant.

- $\vec{u}(3; -9; 6)$, $\vec{v}(1; -3; 2)$ et $\vec{w}(-2; 6; -4)$
- $\vec{u}(0; 4; -5)$, $\vec{v}(5; 1; 3)$ et $\vec{w}(2; -6; 0)$

Exercice 21



On admet que les vecteurs $\vec{u}(1; 0; 0)$, $\vec{v}(1; 1; 0)$ et $\vec{w}(1; 1; 1)$ forment une base de l'espace.

Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{t}(3; 1; 2)$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$.

Exercice 22



On admet que les vecteurs $\vec{u}(0; 1; 1)$, $\vec{v}(2; 3; 4)$ et $\vec{w}(1; 1; 0)$ forment une base de l'espace.

Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{t}(4; 2; 1)$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$.

Exercice 23



Soit les vecteurs $\vec{u}(0; 1; 2)$, $\vec{v}(1; 1; 30)$ et $\vec{w}(-1; 3; 1)$.

- Démontrer que $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est une base de l'espace.
- Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{t}(5; -4; 5)$ dans cette base.

Colinéarité et coplanarité dans un repère

Exercice 24



Soit les points $A(-1; 6; -2)$, $B(3; 5; 1)$ et $C(19; 1; 13)$.

Démontrer que les points A , B et C sont alignés.

Exercice 25



Les points $A(2; 3; 4)$, $B(3; 5; 7)$ et $C(1; 2; 3)$ sont-ils alignés? Justifier.

Exercice 26



Soit $A(-3; 2; 1)$, $B(-1; 6; 7)$, $C(8; 6; 4)$ et $D(4; 4; 2)$.

- Déterminer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{CE} = 3\overrightarrow{CD}$.
- En déduire que les points A , B et E sont alignés.

Exercice 27



Logique

La proposition suivante est-elle vraie?

« Si une des coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} est nulle et que la coordonnée correspondante du vecteur \overrightarrow{CD} n'est pas nulle, alors \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ne peuvent pas être colinéaires. »

Exercice 28



Soit $A(-2; -14; -24)$, $B(-2; 8; 4)$, $C(-1; 3; -7)$ et $D(-3; 2; 1)$.

- Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires.
- Démontrer que les points A , B , C et D sont coplanaires.

Exercice 29



Soit $A(1; 0; 1)$, $B(3; 14; 9)$, $C(12; 5; 0)$ et $D(-2; 3; 4)$.

- Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires.
- Démontrer que les points A , B , C et D sont coplanaires.

Exercice 30



Les points $A(2; 3; 4)$, $B(3; 0; 4)$, $C(5; 6; 7)$ et $D(8; 7; 13)$ sont-ils coplanaires? Justifier.

Exercice 31



Soit $A(-3; 0; 1)$, $B(4; 2; 3)$, $C(-5; 2; -3)$ et $D(3; 0; 5)$.

- Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AD} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires.
- Que peut-on en déduire pour les points A , B , C et D ?

Exercice 32



Soit $A(1; 2; 3)$, $B(2; 0; 1)$ et $C(2; -1; 3)$.

- Démontrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires.
- Pour quelle valeur de z le point $D(1; -3; z)$ appartient-il au plan (ABC) ?

Exercice 33



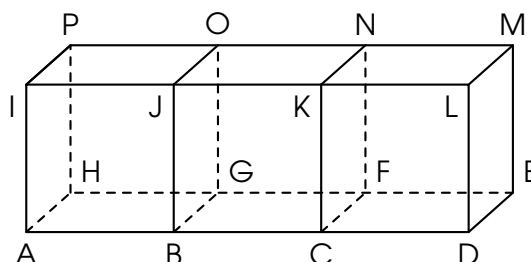
Soit $A(1; 2; 3)$, $B(4; -5; 6)$, $C(0; 0; 3)$ et $D(7; 8; -9)$.

- Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{AD} .
 - Démontrer que ces vecteurs ne sont pas coplanaires. Que peut-on en déduire pour les points A , B , C et D ?
- Calculer les coordonnées de I , milieu de $[AB]$, et de J , milieu de $[CD]$.
- Les points E et F sont tels que $IACE$ et $IBDF$ sont des parallélogrammes. Déterminer les coordonnées de E et F .
- Justifier que J est le milieu du segment $[EF]$.

Exercice 34



La figure ci-dessous est composée de trois cubes identiques.

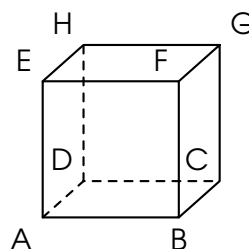


- Sans justifier, donner les coordonnées de chacun des points de cette figure dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AI})$.
- Déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{DN} , \overrightarrow{AM} et \overrightarrow{HC} dans ce repère.
- Ces vecteurs sont-ils coplanaires? Justifier.

Exercice 35



$ABCDEFGH$ est un cube.



- Donner les coordonnées des sommets du cube dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.
- Les points I et J sont tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$.