

## DS 2

⇒ Exercice n° 1

1) Deux plans peuvent être :

- sécants
- parallèles (strictement)
- confondus

$$\begin{aligned} \text{2)} * \vec{IJ} &= \vec{IS} + \vec{SJ} \\ &= \vec{SJ} - \vec{SI} \\ &= \frac{1}{3} \vec{SB} - \frac{1}{3} \vec{SA} \\ &= \frac{1}{3} (\vec{SB} - \vec{SA}) \\ &= \frac{1}{3} (\vec{SB} + \vec{AS}) \\ &= \frac{1}{3} (\vec{AB} + \vec{SB}) \\ &= \frac{1}{3} \vec{AB} \end{aligned}$$

Donc  $\vec{IJ}$  et  $\vec{AB}$  sont colinéaires

$$\begin{aligned} * \vec{IK} &= \vec{IS} + \vec{SK} \\ &= \vec{SK} - \vec{SI} \\ &= \frac{1}{3} \vec{SC} - \frac{1}{3} \vec{SB} \\ &= \frac{1}{3} (\vec{BC} + \vec{SC}) \\ &= \frac{1}{3} \vec{BC} \end{aligned}$$

Donc  $\vec{IK}$  et  $\vec{BC}$  sont colinéaires

3)  $(\vec{IJ}, \vec{IK})$  forme une base de plan (IJK)  
et  $(\vec{AB}, \vec{BC})$  forme une base de plan (ABC)

De plus  $\vec{IJ}$  et  $\vec{AB}$  sont colinéaires et  
 $\vec{IK}$  et  $\vec{BC}$  également

Alors  $(\vec{IJK})$  et  $(\vec{ABC})$  sont égaux

Los planos (IJK) y (ABC) son concordantes.

$\Rightarrow$  Ejercicio n° 2

$$1^{\circ} \quad \forall x \in \mathbb{R}, \quad f''(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) + 1 \text{ con } u(x) = x > \frac{1}{2}$$

$$= 1e^{-x} - (x + \frac{1}{2})e^{-x} + 1 \quad u'(x) = 1$$

$$= (1 - x - \frac{1}{2})e^{-x} + 1 \quad v(x) = e^{-x}$$

$$= (-x + \frac{1}{2})e^{-x} + 1 \quad v'(x) = -e^{-x}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f''(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) \quad \text{con } u(x) = -x + \frac{1}{2}$$

$$= -e^{-x} - (-x + \frac{1}{2})e^{-x} \quad u'(x) = -1$$

$$= (-1 + x - \frac{1}{2})e^{-x} \quad v(x) = e^{-x}$$

$$= (x - \frac{3}{2})e^{-x} \quad v'(x) = -e^{-x}$$

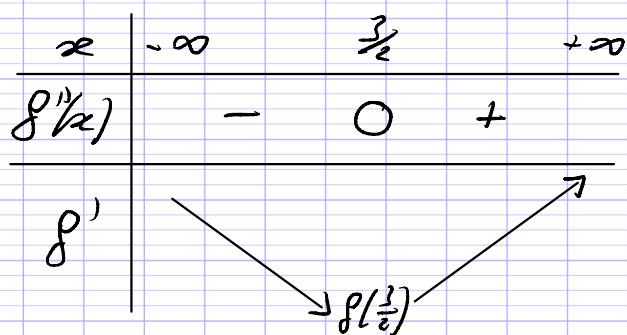
$$2^{\circ} \quad \text{On a } f''(x) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - \frac{3}{2})e^{-x} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{3}{2} \geq 0 \quad (\text{con } e^{-x} \text{ positivo})$$

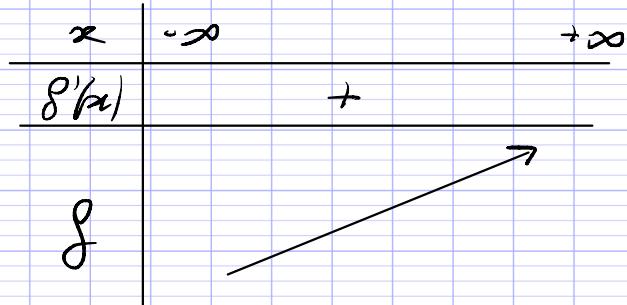
$$\Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$$

Ainsi, on a :



3)  $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) \geq f\left(\frac{3}{2}\right)$  (cf Q2)  
 Or  $f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)e^{-\frac{3}{2}} = 1 - e^{-\frac{3}{2}} \approx 0,77$   
 Donc,  $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) > 0$ .

4) Par conséquent, on a :



$\Rightarrow$  Exercice n°3

On a  $f(x) = x^2 e^{-x}$   
 Alors  $f'(x) = 2xe^{-x} - x^2 e^{-x}$   
 $= (-x^2 + 2x)e^{-x}$

L'équation réduite de la tangente en a est  
 $y = f(a)(x-a) + f(a)$

Si l'axe des abscisses est tangent à G alors  $y=0$ .

Alors  $\begin{cases} f'(a) = 0 \\ f(a) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-a^2 + 2a)e^{-a} = 0 \\ a^2 e^{-a} = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -a^2 + 2a = 0 \quad (\text{car } e^{-a} \neq 0) \\ a^2 = 0 \quad (\text{car } e^{-a} \neq 0) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a(-a+2) = 0 \\ a = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ ou } a = 2 \\ a = 0 \end{cases}$$

Ainsi, la tangente admet pour équation  
 $y=0$  ou  $x=0$ .