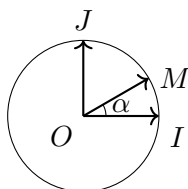


Convertir des angles

Exercice 1

Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère un cercle de centre O et de rayon 1 (ce cercle passe par les points I et J). Un point M du cercle est repéré par la mesure de l'angle \widehat{MOI} .



- Donner la mesure de la circonférence du cercle.
 - Compléter le tableau suivant :

Valeur de α	0	360	180	90
Longueur de l'arc \widehat{IM}				

- Que peut-on dire du tableau ci-dessus ?
- À l'aide de la proportionnalité, compléter le tableau ci-dessous :

Valeur de α	36	45	60	30
Longueur de l'arc \widehat{IM}				

Exercice 2

- Déterminer la mesure exacte en radian des angles suivants :

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| (a) 90° | (c) 45° | (e) 72° |
| (b) 60° | (d) 30° | (f) 1° |

- Déterminer la mesure exacte en degré des angles suivants :

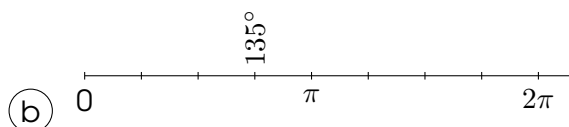
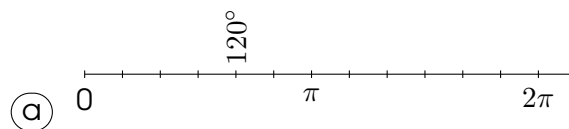
- | | | |
|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| (a) $\frac{\pi}{2}$ rad | (c) $\frac{\pi}{6}$ rad | (e) $\frac{\pi}{12}$ rad |
| (b) $\frac{\pi}{3}$ rad | (d) $\frac{3\pi}{5}$ rad | (f) $\frac{3\pi}{4}$ rad |

- Compléter les pointillés ci-dessous avec les valeurs approchées au millièmè près :

- $66^\circ \approx \dots$ rad
- $137^\circ \approx \dots$ rad
- $2 \text{ rad} \approx \dots^\circ$
- $0,69 \text{ rad} \approx \dots^\circ$

Exercice 3

Ci-dessous sont représentées deux droites graduées représentant les mesures d'un angle en radian sur l'intervalle $[0; 2\pi]$.

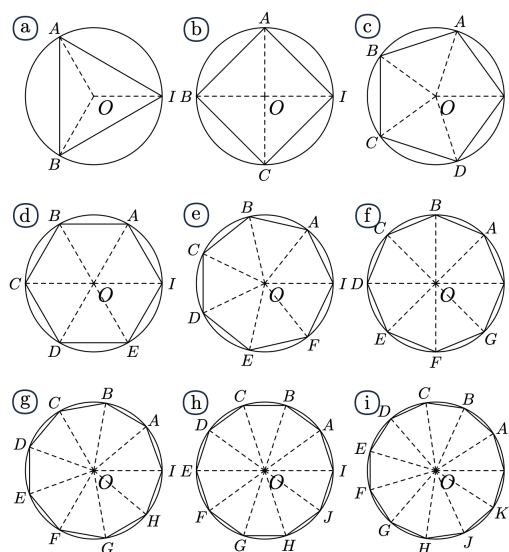


Compléter la graduation du bas (en radian), puis compléter les valeurs du haut (en degré).

Se repérer sur le cercle trigonométrique

Exercice 4

On a représenté ci-dessous les neuf premiers polygones réguliers inscrits dans le cercle trigonométrique.



- Donner la mesure, en radians, de l'angle au centre séparant deux sommets consécutifs de chacun de ces polygones.
- Nommer chacun de ces polygones.

Exercice 5

Tracer un cercle trigonométrique et placer les points suivants repérés par leur mesure principale :

- | | |
|-------------------------------------|------------------------------------|
| (a) $A\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ | (d) $D\left(\frac{\pi}{4}\right)$ |
| (b) $B\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ | (e) $E\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ |
| (c) $C\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ | (f) $F\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ |

Exercice 6

Déterminer la mesure principale de l'angle θ , c'est-à-dire, sa mesure sur $] -\pi; \pi]$.

(a) $\theta = \frac{-37\pi}{9}$

(d) $\theta = \frac{-31\pi}{6}$

(b) $\theta = \frac{20\pi}{3}$

(e) $\theta = \frac{15\pi}{4}$

(c) $\theta = \frac{61\pi}{11}$

Cosinus et sinus d'un réel**Exercice 7**

Sur le cercle trigonométrique, placer les points images par enroulement de chacun des réels suivants, puis comparer les cosinus et sinus de ces réels.

(a) $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$

(b) $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{5\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{7\pi}{4}$

Exercice 8

Reprendre les questions de l'exercice précédent avec les réels suivants.

(a) $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{5\pi}{6}$

(b) $\frac{\pi}{6}$ et $-\frac{\pi}{6}$

(c) $\frac{\pi}{6}$ et $-\frac{5\pi}{6}$

Exercice 9

À l'aide du mode *Radian* de la calculatrice, déterminer dans chaque cas suivant une valeur approchée à 10^{-3} près d'un réel x vérifiant l'équation proposée.

(a) $\cos(x) = \frac{2}{5}$

(d) $\sin(x) = \frac{2}{7}$

(b) $\cos(x) = 0,7$

(e) $\sin(x) = 1$

(c) $\cos(x) = -0,1$

(f) $\sin(x) = -0,3$

Exercice 10

Soit a un nombre réel. On sait que $\cos(a) = 0,3$. Calculer $\sin(a)$ à 0,01 près dans les cas suivants.

(a) $0 < a < \pi$

(b) $\pi < a < 2\pi$

Exercice 11

Soit a un réel de l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. On sait que $\sin(a) = 0,7$.

- (a) Avec la calculatrice, déterminer une valeur approchée de a à 10^{-3} près.

(b) En utilisant le résultat précédent, déterminer une valeur approchée de $\cos(a)$.
- Calculer la valeur exacte de $\cos(a)$.

Exercice 12

Parmi les cinq réels suivants, quatre ont le même cosinus. Quel est l'intrus ?

$\frac{\pi}{5}, \frac{9\pi}{5}, \frac{21\pi}{5}, -\frac{11\pi}{5}, \frac{14\pi}{5}$

Exercice 13

Parmi les cinq réels suivants, quatre ont le même sinus. Quel est l'intrus ?

$\frac{\pi}{7}, -\frac{8\pi}{7}, \frac{20\pi}{7}, \frac{13\pi}{7}, -\frac{13\pi}{7}$

Exercice 14**LOGIQUE**

Proposition : « Si $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, alors $\sin(x) > 0$. »

- Est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
- Écrire la proposition réciproque. Est-elle vraie ?

Exercice 15**LOGIQUE**

Proposition : « Il existe un réel x tel que $\cos(x) < 2$. »

- Est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
- Écrire la négation de cette proposition. Cette nouvelle proposition est-elle vraie ?

Exercice 16

- Tracer le cercle trigonométrique, puis marquer les points associés aux réels x tels que $\cos(x) = 0,25$.
- Colorer en rouge l'ensemble des points du cercle trigonométrique associés aux réels x tels que $\cos(x) \geq 0,25$.

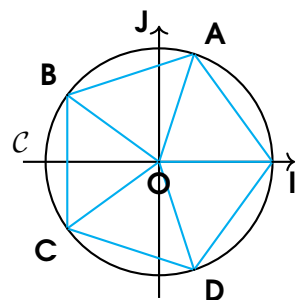
Exercice 17

- Tracer le cercle trigonométrique, puis marquer les points associés aux réels x tels que $\sin(x) = 0,3$.
- Colorer en rouge l'ensemble des points du cercle trigonométrique associés aux réels x tels que $\sin(x) \leq 0,3$.

Exercice 18

A, B, C, D sont quatre points du cercle trigonométrique tels que les angles $\widehat{IOA}, \widehat{AOB}, \widehat{BOC}, \widehat{COD}, \widehat{DOI}$ soient égaux.

- Préciser quels réels de $[0; 2\pi[$ sont associés par enroulement de la droite numérique aux points A, B, C , et D .
- Donner alors le signe du cosinus et du sinus de chacun de ces réels.
- Peut-on établir des égalités entre certains de ces cosinus ?



Angles remarquables

Exercice 19



Rappeler les valeurs des nombres suivants :

- | | | |
|---------------|--------------------------------------|-----------------|
| (a) $\cos(0)$ | (c) $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$ | (e) $\cos(\pi)$ |
| (b) $\sin(0)$ | (d) $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$ | (f) $\sin(\pi)$ |

Exercice 20



- Rappeler la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.
- En déduire $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ et $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

Exercice 21



- Rappeler les valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$.
- En remarquant que $\frac{2\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{3}$, calculer les valeurs de $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ en justifiant à l'aide d'une transformation géométrique.
- En remarquant que $\frac{4\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{3}$, donner les valeurs de $\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ en justifiant à l'aide d'une transformation géométrique.

Exercice 22



- Rappeler les valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$.
- Calculer les valeurs de $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.
- En remarquant que $\frac{5\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{6}$, donner les valeurs de $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ en justifiant à l'aide d'une transformation géométrique.

Exercice 23



Montrer que $\frac{33\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 8\pi$, puis déterminer les valeurs de $\cos\left(\frac{33\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{33\pi}{4}\right)$.

Exercice 24



Montrer que $\frac{121\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 40\pi$, puis déterminer les valeurs de $\cos\left(\frac{121\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{121\pi}{3}\right)$.

Exercice 25



Calculer le cosinus et le sinus de chacun des réels suivants sans calculatrice, en se ramenant à des valeurs remarquables.

- | | | |
|-------------------------|-----------------------|-------------------------|
| (a) $-\frac{\pi}{3}$ | (d) $\frac{13\pi}{3}$ | (g) $\frac{7\pi}{3}$ |
| (b) $\frac{17\pi}{4}$ | (e) $-\frac{5\pi}{4}$ | (h) $\frac{15\pi}{4}$ |
| (c) $-\frac{121\pi}{6}$ | (f) $\frac{13\pi}{6}$ | (i) $\frac{2019\pi}{6}$ |

Exercice 26



- Convertir $\frac{2\pi}{5}$ radians en degrés.
- Dessiner le cercle trigonométrique puis placer les points images par enroulement des réels : $\frac{2\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}$ et $\frac{8\pi}{5}$.
- Calculer alors sans calculatrice l'expression :

$$A = \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{6\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{8\pi}{5}\right)$$

Exercice 27



- Tracer le cercle trigonométrique, puis marquer les points de ce cercle d'abscisse $\frac{1}{2}$.
- Déterminer les réels x de l'intervalle $[0 ; 2\pi]$ tels que $\cos(x) = \frac{1}{2}$.

Exercice 28



- Tracer le cercle trigonométrique, puis marquer les points de ce cercle d'abscisse $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- Déterminer les réels x de l'intervalle $[-\pi ; \pi]$ tels que $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 29



- Convertir $\frac{3\pi}{7}$ radians en degrés.
- Dessiner le cercle trigonométrique puis placer les points images par enroulement des réels : $\frac{3\pi}{7}, \frac{4\pi}{7}, \frac{10\pi}{7}, \frac{11\pi}{7}$.
- Calculer alors sans calculatrice l'expression :

$$B = \cos\left(\frac{3\pi}{7}\right) - \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{10\pi}{7}\right) - \cos\left(\frac{11\pi}{7}\right)$$

Exercice 30



- Tracer le cercle trigonométrique, puis marquer les points de ce cercle d'ordonnée $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Déterminer les réels x de l'intervalle $[-\pi ; \pi]$ tels que $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Exercice 31



Sur le cercle trigonométrique, placer les points A et B images par enroulement des réels $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{5\pi}{4}$.

- Donner les coordonnées de A et B.
- Par quelle transformation géométrique simple passe-t-on de A à B ?
- Plus généralement, si M est le point associé au réel x , où se trouve le point N associé à $x + \pi$?
- Recopier et compléter les propriétés :
 - « Pour tout réel x , $\cos(x + \pi) = \dots$ »
 - « Pour tout réel x , $\sin(x + \pi) = \dots$ »