TD Chapitre 3

C.1

(a)
- $u_0 = \dfrac{0+1}{0+2} = \dfrac{1}{2}$
- $u_1 = \dfrac{1+1}{1+2} = \dfrac{2}{3}$
- $u_2 = \dfrac{2+1}{2+2} = \dfrac{3}{4}$
- $u_3 = \dfrac{3+1}{3+2} = \dfrac{4}{5}$

(b)
- $u_0 = \sqrt{0^2+0+1} = \sqrt{1}$
- $u_1 = \sqrt{1^2+1+1} = \sqrt{3}$
- $u_2 = \sqrt{2^2+2+1} = \sqrt{7}$
- $u_3 = \sqrt{3^2+3+1} = \sqrt{13}$

(c)
- $u_0 = \dfrac{0-2}{0+1} = -\dfrac{2}{1} = -2$
- $u_1 = \dfrac{1-2}{1+1} = -\dfrac{1}{2}$
- $u_2 = \dfrac{2-2}{2+1} = 0$
- $u_3 = \dfrac{3-2}{3+1} = \dfrac{1}{4}$

C.2

(a) (a) Les cinq premiers termes de la suite (u_n) ont pour valeur :
- $u_0 = \dfrac{3\times0^2+0+2}{0+2} = \dfrac{0+0+2}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$
- $u_1 = \dfrac{3\times1^2+1+2}{1+2} = \dfrac{6}{3} = \dfrac{3+1+2}{3} = 2$
- $u_2 = \dfrac{3\times2^2+2+2}{2+2} = \dfrac{12+2+2}{4} = \dfrac{16}{4} = 4$
- $u_3 = \dfrac{3\times3^2+3+2}{3+2} = \dfrac{27+3+2}{3+2} = \dfrac{32}{5}$
- $u_4 = \dfrac{3\times4^2+4+2}{4+2} = \dfrac{48+4+2}{6} = \dfrac{54}{6} = 9$

(b) Voici les cinq premiers termes de la suite (v_n) :
- $v_0 = 1$
- $v_1 = \dfrac{-4\times1}{3\times0-4} = \dfrac{-4}{0-4} = \dfrac{-4}{-4} = 1$
- $v_2 = \dfrac{-4\times1}{3\times1-4} = \dfrac{-4}{-1} = 4$
- $v_3 = \dfrac{-4\times4}{3\times2-4} = \dfrac{-16}{2} = -8$
- $v_4 = \dfrac{-4\times(-8)}{3\times3-4} = \dfrac{32}{5}$

(b) On a les quatre premiers termes de la suite (u_n) :
- $u_0 = \dfrac{2\times0^2+0+5}{0+1} = \dfrac{5}{1} = 5$
- $u_1 = \dfrac{2\times1^2+1+5}{1+1} = \dfrac{8}{2} = 4$
- $u_2 = \dfrac{2\times2^2+2+5}{2+1} = \dfrac{15}{3} = 5$
- $u_3 = \dfrac{2\times3^2+3+5}{3+1} = \dfrac{26}{4} = \dfrac{13}{2}$

C.3 Voici les cinq premiers termes de la suite (u_n) :

n	0	1	2	3	4
u_n	5	9	17	33	65

C.4 Voici les premiers termes de la suite (u_n) :
- $u_0 = 2$
- $u_1 = \dfrac{1}{2}\cdot u_0 + 3 = \dfrac{1}{2}\times2+3 = 1+3 = 4$
- $u_2 = \dfrac{1}{2}\cdot u_2 + 3 = \dfrac{1}{2}\times4+3 = 5$
- $u_3 = \dfrac{1}{2}\cdot u_3 + 3 = \dfrac{1}{2}\times5+3 = \dfrac{5}{2}+\dfrac{6}{2} = \dfrac{11}{2}$

C.5

(1) Les cinq premiers termes de la suite ont pour valeur :
- $v_0 = 3$
- $v_1 = \dfrac{1-v_0}{1+v_0} = \dfrac{1-3}{1+3} = \dfrac{-2}{4} = -\dfrac{1}{2}$
- $v_2 = \dfrac{1-v_1}{1+v_1} = \dfrac{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}{1+\left(-\frac{1}{2}\right)} = \dfrac{1+\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}}$
  $= \dfrac{3}{2}\times\dfrac{2}{1} = 3$
- $v_3 = \dfrac{1-v_2}{1+v_2} = \dfrac{1-3}{1+3} = \dfrac{-2}{4} = -\dfrac{1}{2}$
- $v_4 = \dfrac{1-v_3}{1+v_3} = \dfrac{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}{1+\left(-\frac{1}{2}\right)} = \dfrac{1+\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}}$
  $= \dfrac{3}{2}\times\dfrac{2}{1} = 3$

(2) Les termes de la suite ne prennent que deux valeurs successivement ; comme il a été dit dans la question (1), la suite est périodique de période 2.

C.6

(a)
- $u_0 = 3$
- $u_1 = 2\cdot u_0 - 2 = 2\times3-2 = 6-2 = 4$
- $u_2 = 2\cdot u_1 - 2 = 2\times4-2 = 8-2 = 6$
- $u_3 = 2\cdot u_2 - 2 = 2\times6-2 = 12-2 = 10$

(b)
- $u_0 = 1$
- $u_1 = 2\cdot u_0 - 2 = 2\times1-2 = 0$
- $u_2 = 2\cdot u_1 - 2 = 2\times0-2 = -2$
- $u_3 = 2\cdot u_2 - 2 = 2\times(-2)-2 = -6$

(c)
- $u_0 = 2$
- $u_1 = \dfrac{u_0-2}{u_0+1} = \dfrac{2-2}{2+1} = 0$
- $u_2 = \dfrac{u_1-2}{u_1+1} = \dfrac{0-2}{0+1} = -2$
- $u_3 = \dfrac{u_2-2}{u_2+1} = \dfrac{-2-2}{-2+1} = \dfrac{-4}{-1} = 4$

C.7 Voici les cinq premiers termes de la suite (u_n) :
- $u_0 = 3$
- $u_1 = 1$
- $u_2 = 2\cdot u_1 + u_0 = 2\times1+3 = 5$

CC BY-NC

- $u_3 = 2{\cdot}u_2 + u_1 = 2{\times}5 + 1 = 11$
- $u_4 = 2{\cdot}u_3 + u_2 = 2{\times}11 + 5 = 27$

C.8 On a :
- $u_0 = -1$
- $u_1 = u_0 + 0 - 2 = -1 + 0 - 2 = -3$
- $u_2 = u_1 + 1 - 2 = -3 + 1 - 2 = -4$
- $u_3 = u_2 + 2 - 2 = -4 + 2 - 2 = -4$

C.9 Voici les quatre premiers termes de la suite (v_n) :
- $v_0 = -3$
- $v_1 = 0 - 2{\cdot}v_0 = -2{\times}(-3) = 6$
- $v_2 = 1 - 2{\cdot}v_1 = 1 - 2{\times}6 = 1 - 12 = -11$
- $v_3 = 2 - 2{\cdot}v_2 = 2 - 2{\times}(-11) = 2 + 22 = 24$

C.10

1. Les quatre premiers termes de la suite (u_n) sont :
   - $u_1 = 1$
   - $u_2 = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{u_1}} = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1}} = \dfrac{1}{2}$
   - $u_3 = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{u_2}} = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\dfrac{1}{2}}} = \dfrac{1}{1+2} = \dfrac{1}{3}$
   - $u_4 = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{u_3}} = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\dfrac{1}{3}}} = \dfrac{1}{1+3} = \dfrac{1}{4}$

2. a. $v_1 = \dfrac{1}{1} = 1$

   b. $1 + \dfrac{1}{v_n} = 1 + \dfrac{1}{\dfrac{1}{n}} = 1 + 1{\times}\dfrac{n}{1} = 1 + n$

   c. Par définition de la suite (v_n), on a :
   $$v_{n+1} = \frac{1}{n+1} = \frac{1}{1+\dfrac{1}{v_n}}$$

3. Les suites (u_n) et (v_n) sont définies toutes deux sur $\mathbb{N}^*$ et ont la même première valeur :
   $u_1 = 1 \quad ; \quad v_1 = 1$

   Les deux suites (u_n) et (v_n) vérifient la même relation par récurrence.
   $$u_{n+1} = \frac{1}{1+\dfrac{1}{u_n}} \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{1}{1+\dfrac{1}{v_n}}$$
   On en et ont leurs premiers termes égaux u_1 et v_1 : les termes de ces deux suites sont toujours égaux.

C.11

1. Les quatre premiers termes de la suite (u_n) sont :
   - $u_0 = 2$
   - $u_1 = \dfrac{1}{3}{\cdot}u_0 + 1 = \dfrac{1}{3}{\times}2 + 1 = \dfrac{5}{3}$
   - $u_2 = \dfrac{1}{3}{\cdot}u_1 + 1 = \dfrac{1}{3}{\times}\dfrac{5}{3} + 1 = \dfrac{14}{9}$
   - $u_3 = \dfrac{1}{3}{\cdot}u_2 + 1 = \dfrac{1}{3}{\times}\dfrac{14}{9} + 1 = \dfrac{41}{27}$

2. a. Les quatre premiers termes de la suite (v_n) sont :
   - $v_0 = \dfrac{1}{2}{\cdot}\Big(\dfrac{1}{3}\Big)^0 + \dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2} = 2$
   - $v_1 = \dfrac{1}{2}{\cdot}\Big(\dfrac{1}{3}\Big)^1 + \dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{2}{\times}\dfrac{1}{3} + \dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{6} + \dfrac{3}{2} = \dfrac{5}{3}$
   - $v_2 = \dfrac{1}{2}{\cdot}\Big(\dfrac{1}{3}\Big)^2 + \dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{2}{\times}\dfrac{1}{9} + \dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{18} + \dfrac{3}{2} = \dfrac{14}{9}$
   - $v_3 = \dfrac{1}{2}{\cdot}\Big(\dfrac{1}{3}\Big)^3 + \dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{2}{\times}\dfrac{1}{27} + \dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{2}{\times}\dfrac{1}{27} + \dfrac{3}{2} = \dfrac{41}{27}$

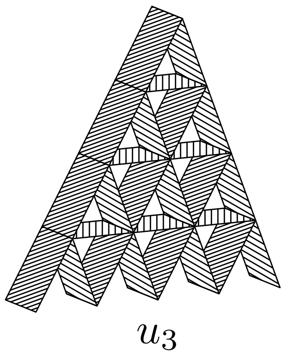
   b. On a :
   $$v_{n+1} - \frac{1}{3}{\cdot}v_n = \Big[\frac{1}{2}{\cdot}\Big(\frac{1}{3}\Big)^{n+1} + \frac{3}{2}\Big] - \frac{1}{3}\Big[\frac{1}{2}{\cdot}\Big(\frac{1}{3}\Big)^n + \frac{3}{2}\Big]$$
   $$= \Big[\frac{1}{2}{\cdot}\Big(\frac{1}{3}\Big)^{n+1} + \frac{3}{2}\Big] - \Big[\frac{1}{2}{\cdot}\Big(\frac{1}{3}\Big)^{n+1} + \frac{1}{2}\Big]$$
   $$= \frac{1}{2}{\cdot}\Big(\frac{1}{3}\Big)^{n+1} + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}{\cdot}\Big(\frac{1}{3}\Big)^{n+1} - \frac{1}{2}$$
   $$= \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

3. Les deux suites (u_n) et (v_n) sont définies pour tout entier naturel n et on le même premier terme :
   $u_0 = 2 \quad ; \quad v_0 = 2$

   Les deux suites (u_n) et (v_n) vérifient la même relation de récurrence pour tout entier naturel n :
   $$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{1}{3}{\cdot}u_n + 1 \\ v_{n+1} = \dfrac{1}{3}{\cdot}v_n + 1 \end{cases}$$
   Ces deux suites sont égales.

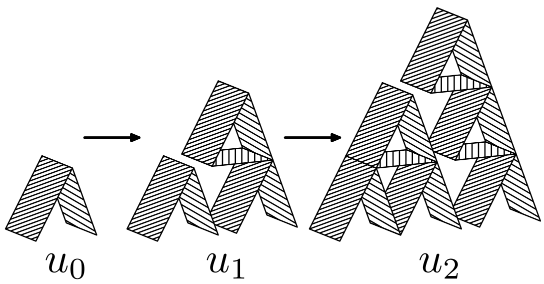
C.12

1. Le dessin ci-dessous représente le château de cartes lié au quatrième terme de la suite :



   Ainsi : $u_3 = 26$

2. Pour obtenir la relation de récurrence, nous utilisons le schéma ci-dessous représentant le passage d'un château de cartes à celui de niveau supérieur :



   On remarque que pour passer du château de rang n à celui de rang $(n{+}1)$, on rajoute :
   - $2{\cdot}(n{+}2)$ cartes obliques ;
   - $n{+}1$ cartes horizontales.

   On obtient ainsi, la relation de récurrence suivante :
   $$u_{n+1} = u_n + 2(n+2) + (n+1) = u_n + 3n + 5$$

 CC BY-NC

3 La relation de récurrence précédente permet d'obtenir :

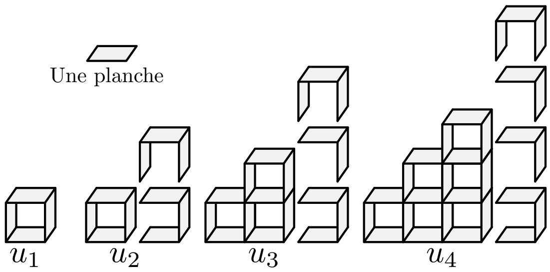
- $u_1 = u_0 + 3\times 0 + 5 = 2 + 0 + 5 = 7$
- $u_2 = u_1 + 3\times 1 + 5 = 7 + 3 + 5 = 15$
- $u_3 = u_2 + 3\times 2 + 5 = 15 + 6 + 5 = 26$

En prolongeant les calculs, on obtient le tableau suivant des valeurs des termes de la suite (u_n) :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n	2	7	15	26	40	57	77	100	126	155

Avec 144 cartes au total, on peut atteindre le terme u_8 correspondant à château de cartes à 9 étages.

C.13



La première figure nécessite 4 planches.

A l'aide de la figure ci-dessous, on peut faire les remarques suivantes :

- Pour passer de la première étape à la seconde étape : Il faut rajouter 2 fois trois planches.
- Pour passer de la seconde à la troisième étape : Il faut rajouter 2 fois trois planches et 1 fois deux planches.
- Pour passer de la troisième à la quatrième étape : Il faut rajouter 2 fois trois planches et 2 fois deux planches.

En notant u_n le nombre de planches nécessaire à la $n^{\text{ième}}$ étapes, on a :

$u_{n+1} = u_n + 2\times 3 + (n-1)\times 2$

qui se simplifie par :

$u_{n+1} = u_n + 2\cdot n + 4$

C.14

1 Le point de la courbe $\mathscr{C}_f$ ayant pour abscisse 4 a pour coordonnée $\left(4\,;\dfrac{3}{2}\right)$. Ainsi, l'image de 4 par la fonction f a pour valeur $\dfrac{3}{2}$. On en déduit la valeur du terme u_4 de la suite : $u_4 = f(4) = \dfrac{3}{2}$

2 a Voici les termes de la suite (u_n) :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
u_n	1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{4}$

b
- L'affirmation est exacte puisque : $u_0 \geqslant u_1 \geqslant u_2$
- L'affirmation est exacte puisque : $u_3 \leqslant u_4 \leqslant u_5$

C.15

1
- Pour la suite (u_n) définie par : $u_n = 2\cdot n^2 - n + 1$

n	0	1	2	3	4
u_n	1	2	7	16	29

- Pour la suite (v_n) définie par : $v_n = \dfrac{4-n}{1+n}$

n	0	1	2	3	4
v_n	4	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	0

2
- On peut conjecturer que la suite (u_n) est croissante sur $\mathbb{N}$.
- On peut conjecturer que la suite (v_n) est décroissante sur $\mathbb{N}$.

C.16

1

n	0	1	2	3	4	5
u_n	3	2	0	-1	-1	-1

2
- La suite (u_n) n'est pas strictement décroissante puisque : $u_3 = u_4$
- L'affirmation est correcte puisque $u_3 = -1$ et que $f(-1) = -1$. Ainsi, une fois la valeur -1 atteinte, la suite (u_n) ne prendra que cette valeur.

C.17

1 a Déterminons les quatre premiers termes de la suite (u_n) :

- $u_0 = 2$
- $u_1 = \dfrac{1}{2}\cdot u_0 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{2}\times 2 - \dfrac{1}{4} = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$
- $u_2 = \dfrac{1}{2}\cdot u_1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{8} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{8}$
- $u_3 = \dfrac{1}{2}\cdot u_2 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{8} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{16} - \dfrac{1}{4} = -\dfrac{3}{16}$

b On remarque les comparaisons :

$u_0 > u_1 > u_2 > u_3$

On conjecture que la suite (u_n) est une suite décroissante.

2 a Déterminons les quatre premiers termes de la suite (v_n) :

- $v_0 = -1$
- $v_1 = \dfrac{1}{2}\cdot v_0 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{2}\times(-1) - \dfrac{1}{4} = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{4} = -\dfrac{3}{4}$
- $v_2 = \dfrac{1}{2}\cdot v_1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{3}{4}\right) - \dfrac{1}{4} = -\dfrac{3}{8} - \dfrac{1}{4} = -\dfrac{5}{8}$
- $v_3 = \dfrac{1}{2}\cdot v_2 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{5}{8}\right) - \dfrac{1}{4} = -\dfrac{5}{16} - \dfrac{1}{4} = -\dfrac{9}{16}$

On remarque les comparaisons :

$v_0 < v_1 < v_2 < v_3$

b De la comparaison précédente, on conjecture que la suite (v_n) est une suite croissante.

C.18

1 Voici le tableau complété :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
u_n	1	-5	-9	-11	-11	-9	-5	1	9	19	31

2 La fonction f dont l'image de x est définie par la relation :

$f(x) = x^2 - 7\cdot x + 1$

 BY-NC

est un polynôme du second degré dont le coefficient du terme du second degré est positif. Ainsi, la parabole représentative de la fonction f admet un minimum dont l'abscisse a pour valeur :

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{-7}{2\times 1} = \frac{7}{2}$$

On obtient le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	$\frac{7}{2}$	$+\infty$
Variation de f	$\searrow$		$\nearrow$

La fonction f est croissante sur $\left[\frac{7}{2}\,;+\infty\right[$.

On en déduit que la suite $\left(u_n\right)$ est croissante à partir du rang 4.

C.19 Pour étudier les variations de la suite $\left(u_n\right)$, considérons la différence de deux termes consécutifs de cette suite :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{5+(n+1)}{n+1} - \frac{5+n}{n}$$

$$= \frac{\left[5+(n+1)\right]\cdot n}{n(n+1)} - \frac{(5+n)(n+1)}{n(n+1)} = \frac{n^2+6n-\left(5+6n+n^2\right)}{n(n+1)}$$

$$= \frac{-5}{n(n+1)} < 0$$

La différence de deux termes consécutifs étant toujours négative, on en déduit que la suite est décroissante sur $\mathbb{N}$.

C.20 Etudions la différence $w_{n+1} - w_n$:

$$w_{n+1} - w_n = \left[2(n+1) - \frac{25}{n+1}\right] - \left(2n - \frac{25}{n}\right)$$

$$= 2n+2-\frac{25}{n+1} - 2n + \frac{25}{n} = 2 + \frac{25}{n} - \frac{25}{n+1}$$

$$= 2 + \frac{25(n+1)}{n(n+1)} - \frac{25n}{n(n+1)} = 2 + \frac{25(n+1)-25n}{n(n+1)}$$

$$= 2 + \frac{25}{n(n+1)} \ > \ 0$$

La différence de deux termes de la suite $\left(w_n\right)$ étant positive sur $\mathbb{N}^*$, on en déduit la suite $\left(w_n\right)$ est croissante sur $\mathbb{N}^*$.

C.21

1. On a les manipulations algébriques suivantes :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1-(n+1)}{1+(n+1)} - \frac{1-n}{1+n}$$

$$= \frac{1-n-1}{n+2} - \frac{1-n}{1+n} = \frac{-n}{n+2} - \frac{1-n}{1+n}$$

$$= \frac{-n(1+n)}{(n+2)(1+n)} - \frac{(1-n)(n+2)}{(1+n)(n+2)}$$

$$= \frac{-n-n^2}{(n+2)(1+n)} - \frac{n+2-n^2-2n}{(1+n)(n+2)}$$

$$= \frac{-n-n^2}{(n+2)(1+n)} - \frac{2-n^2-n}{(1+n)(n+2)}$$

$$= \frac{-n-n^2-2+n^2+n}{(1+n)(n+2)} = \frac{-2}{(1+n)(n+2)}$$

2. Pour tout entier naturel n, pour le quotient exprimant la différence de deux termes consécutifs $u_{n+1} - u_n$:
   - le numérateur est strictement négatif ;
   - le dénominateur du quotient est strictement positif pour tout $n \in \mathbb{N}$.

   On en déduit le signe du quotient :

$$\frac{-2}{(1+n)(n+2)} < 0$$

$$u_{n+1} - u_n < 0$$

$$u_{n+1} < u_n$$

   Ainsi, la suite $\left(u_n\right)$ est strictement décroissante.

C.22 Tous les termes de la suite $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ sont positifs.

Pour étudier la monotonie de la suite, étudions le quotient de deux termes consécutifs de la suite $\left(u_n\right)$:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\dfrac{3^{n+1}}{4}}{\dfrac{3^n}{4}} = \frac{3^{n+1}}{4}\times\frac{4}{3^n} = \frac{3^{n+1}}{3^n} = 3 > 1$$

Le quotient étant strictement supérieur à 1 pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on en déduit que la suite $\left(u_n\right)$ est strictement croissante sur $\mathbb{N}$.

C.23 Chaque terme de cette suite est strictement positif ; étudions le quotient de deux termes consécutifs :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\dfrac{5^{n+1}}{(n+1)+2}}{\dfrac{5^n}{n+2}} = \frac{5^{n+1}}{n+3}\times\frac{n+2}{5^n} = 5\cdot\frac{n+2}{n+3}$$

$$= \frac{5\cdot\left(n+2\right)}{n+3} = \frac{5n+10}{n+3} = \frac{\left(n+3\right)+\left(4n+7\right)}{n+3}$$

$$= \frac{n+3}{n+3} + \frac{4n+7}{n+3} = 1 + \frac{4n+7}{n+3}$$

L'entier n étant un entier naturel, on en déduit que :

$$\frac{4n+7}{n+3} \geqslant 0$$

$$1 + \frac{4n+7}{n+3} \geqslant 1$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} \quad 1$$

On en déduit que la suite $\left(u_n\right)$ est croissante sur $\mathbb{N}$.

C.24

- Pour tout entier naturel n, le terme u_n est défini et non-nul.

  On a les manipulations algébriques suivantes :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\dfrac{3^{n+1}}{2(n+1)+1}}{\dfrac{3^n}{2n+1}} = \frac{3^{n+1}}{2n+2+1}\times\frac{2n+1}{3^n}$$

$$= \frac{3}{2n+3}\times\frac{2n+1}{1} = \frac{3(2n+1)}{2n+3} = \frac{6n+3}{2n+3}$$

$$= \frac{\left(2n+3\right)+4n}{2n+3} = \frac{2n+3}{2n+3} + \frac{4n}{2n+3} = 1 + \frac{4n}{2n+3}$$

- Pour tout entier naturel n, on a :

$$\frac{4n}{2n+3} \geqslant 0$$

$$1 + \frac{4n}{2n+3} \geqslant 1$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} \geqslant 1$$

  On en déduit que la suite $\left(u_n\right)$ est une suite croissante sur $\mathbb{N}$.

 BY-NC