

Déterminer la nature d'une suite

Exercice 1



On considère la suite (u_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, dont les premiers termes sont :

$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_1 = 5 \quad ; \quad u_2 = 9 \quad ; \quad u_3 = 12$$

Justifier que la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

Exercice 2



On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ et dont les premiers termes sont donnés ci-dessous :

- $u_0 = 3; u_1 = 5; u_2 = 7; u_3 = 10; u_4 = 12; u_5 = 14$
- $v_0 = 6; v_1 = 3,5; v_2 = 1; v_3 = -1,5; v_4 = -4; v_5 = -6,5$

Pour quelle(s) suite(s), peut-on conjecturer que la suite est une suite arithmétique ?

Pour quelle(s) suite(s), peut-on affirmer que la suite n'est pas arithmétique.

Exercice 3



On considère la suite (u_n) définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par :

$$u_n = 2 + 3 \times n$$

1. Soit $n \in \mathbb{N}$, simplifier l'expression $u_{n+1} - u_n$.
2. En déduire la nature de la suite (u_n) , ainsi que ses éléments caractéristiques.

Exercice 4



Pour chaque suite, indiquer si elle est arithmétique (en précisant sa raison) ou non.

- | | |
|--|---|
| (a) $u_n = 4n + 3$ | (d) $w_n = 5 - 3n$ |
| (b) $v_n = n^2 - 3$ | (e) $k_n = (2n + 3)^2 - 4n^2$ |
| (c) $\begin{cases} t_0 = 2 \\ t_{n+1} = t_n + 7 \end{cases}$ | (f) $\begin{cases} z_0 = -2 \\ z_{n+1} = z_n + n \end{cases}$ |

Exercice 5



Pour chaque suite, indiquer si elle est géométrique (en précisant sa raison) ou non.

- | | |
|---|--|
| (a) $u_n = 5n^2$ | (d) $v_n = 3 \times 4^n$ |
| (b) $w_n = \frac{4^n}{3^{n+1}}$ | (e) $k_n = \frac{4 \times (-5)^n}{3}$ |
| (c) $\begin{cases} t_0 = -2 \\ t_{n+1} = t_n + 2^n \end{cases}$ | (f) $\begin{cases} z_0 = 4 \\ z_{n+1} = -3z_n \end{cases}$ |

Exploiter les formules explicites et récurrentes

Exercice 6



On considère la suite (u_n) , définie pour $n \in \mathbb{N}^*$, arithmétique de premier terme 3 et de raison 5. Déterminer les 5 premiers termes de cette suite.

Exercice 7



La suite (v_n) est définie pour tout $n \in \mathbb{N}$: Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) géométrique de premier terme 3 et de raison $-\frac{3}{2}$.

Exercice 8



Soit (u_n) une suite géométrique définie pour $n \in \mathbb{N}$, de raison 2 et dont le premier terme a pour valeur $\frac{3}{8}$. Déterminer les 6 premiers termes.

Exercice 9



Soit (u_n) une suite arithmétique de raison 3. Simplifier les expressions suivantes :

- (a) $u_4 + 3$ | (b) $u_{10} - 3$ | (c) $u_7 + 6$

Exercice 10



Soit (u_n) une suite géométrique de raison 3. Simplifier les expressions suivantes :

- (a) $3 \times u_{10}$ | (b) $\frac{u_{12}}{3}$ | (c) $u_5 \times 3^2$

Exercice 11



On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ dont les premiers termes sont : $u_0 = 3$; $u_1 = 7$; $u_2 = 11$; $u_3 = 15$

Parmi les quatre propositions, citer les deux relations vérifiées par les quatre premiers termes de la suite (u_n) . Lesquelles ?

- | | |
|-----------------------------|---------------------------|
| (a) $u_{n+1} = u_n + 4$ | (c) $u_n = 3 + 3 \cdot n$ |
| (b) $u_{n+1} = 4 \cdot u_n$ | (d) $u_n = 3 + 4 \cdot n$ |

Exercice 12



On considère la suite (u_n) , définie pour $n \in \mathbb{N}$, arithmétique et dont les premiers termes ont pour valeur :

n	0	1	2	3	4
u_n	3	7	11	15	19

1. Donner les éléments caractéristiques de (u_n) .
2. Parmi les relations ci-dessous, lesquelles sont vérifiées par la suite (u_n) :

- | | |
|-------------------------|--------------------|
| (a) $u_{n+1} = u_n + 4$ | (c) $u_n = 4n + 3$ |
| (b) $u_{n+1} = u_n + 3$ | (d) $u_n = 3n + 4$ |

Exercice 13

Soit la suite (u_n) arithmétique de premier terme 5 et de raison -2 . Parmi les expressions suivantes, lesquelles représentent le terme u_{27} :

- | | |
|------------------|------------------------|
| (a) $u_{26} + 2$ | (d) $u_{26} - 5$ |
| (b) $u_{26} - 2$ | (e) $-2 + 5 \times 27$ |
| (c) $u_{26} + 5$ | (f) $5 - 2 \times 27$ |

Exercice 14

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence : $u_0 = 5$; $u_{n+1} = u_n - 2$

- Quelle est la nature de cette suite ?
- Donner la formule explicite donnant la valeur de u_n en fonction de n .

Exercice 15

Soit la suite (u_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, arithmétique de premier terme 3 et de raison $\frac{2}{3}$.

- Donner la formule explicite des termes de la suite (u_n) en fonction de n .
- Déterminer l'expression du terme de rang 112 de la suite (u_n) .

Exercice 16

Soit la suite géométrique, définie sur \mathbb{N} , de premier terme 4 et de raison 3. Parmi les expressions suivantes, lesquelles représentent le terme u_{27} :

- | | |
|-------------------------|----------------------------|
| (a) $u_5 \times 3^{22}$ | (c) $u_{31} \times 3^4$ |
| (b) $u_5 \times 3^{27}$ | (d) $u_{31} \times 3^{-4}$ |

Exercice 17

Soit (v_n) une suite géométrique définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et de raison q . Compléter :

- | | |
|--|--|
| (a) $u_7 = u_3 \times q^{\dots}$ | (c) $u_3 = u_8 \times q^{\dots}$ |
| (b) $u_{25} = u_{11} \times q^{\dots}$ | (d) $u_{15} = u_{23} \times q^{\dots}$ |

Exercice 18

Soit (u_n) une suite arithmétique définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et de raison r . Compléter :

- | | |
|--|--|
| (a) $u_7 = u_4 + \dots \times r$ | (c) $u_3 = u_6 + \dots \times r$ |
| (b) $u_{25} = u_{11} + \dots \times r$ | (d) $u_{15} = u_{23} + \dots \times r$ |

Exercice 19

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r . Compléter les expressions suivantes :

- | | |
|--|--|
| (a) $u_{12} = u_5 + \dots \times r$ | (c) $u_3 = u_6 + \dots \times r$ |
| (b) $u_{27} = u_{38} + \dots \times r$ | (d) $u_{23} = u_{38} + \dots \times r$ |

Déterminer les éléments caractéristiques**Exercice 20**

Dans chacun des cas ci-dessous, u est une suite arithmétique de raison r . Exprimer, pour chaque cas, le terme général u_n , puis calculer u_{100} .

- | | |
|---------------------------------|------------------------------|
| (a) $u_0 = 7, r = 8$ | (c) $u_{25} = 150, r = -2$ |
| (b) $u_0 = 3, r = -\frac{1}{2}$ | (d) $u_8 = 45, u_{20} = 117$ |

Exercice 21

Dans chacun des cas ci-dessous, u est une suite géométrique de raison q . Exprimer, pour chaque cas, le terme général u_n , puis calculer u_{40} .

- | | |
|---------------------------------|-------------------------|
| (a) $u_0 = 2, q = -3$ | (c) $u_1 = 10, q = 0,9$ |
| (b) $u_0 = -5, q = \frac{1}{2}$ | (d) $u_5 = 96, q = 2$ |

Exercice 22

Dans chacun des cas ci-dessous, u est une suite arithmétique de raison r .

- $u_0 = -1, r = 4$. Calculer u_5 puis u_{10} .
- $u_{12} = 9, r = \frac{1}{3}$. Calculer u_0 puis u_6 .
- $u_0 = 1, u_{10} = 31$. Calculer r puis u_{2018} .
- $u_5 = -12, u_{13} = -44$. Calculer r puis u_{50} .

Exercice 23

Dans chacun des cas ci-dessous, u est une suite géométrique de raison $q > 0$. Déterminer la valeur de q , le terme initial u_0 , puis exprimer le terme général u_n .

- $u_2 = 4, u_6 = 64$
- $u_3 = 250, u_8 = 781250$
- $u_4 = \frac{3}{8}, u_{10} = \frac{3}{512}$
- $u_6 = \frac{1}{9}, u_7 = \frac{1}{243}$

Exercice 24

Soit (u_n) une suite arithmétique de terme initial u_0 et de raison r .

- Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = u_0 + n \times r$.
 - Calculer v_0 .
 - Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n .
 - Que peut-on dire des suites (u_n) et (v_n) ? Justifier.
 - En déduire que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 + n \times r$.

Exercice 25

Soit u la suite géométrique de terme initial u_0 et de raison q , et v la suite définie sur \mathbb{N} par $v_n = u_0 \times q^n$. On souhaite prouver que ces suites sont égales.

1. Vérifier que les suites u et v ont le même terme initial et satisfont la même relation de récurrence. Que peut-on en déduire ?
2. Justifier alors que, pour tous entiers $n \geq p$, on a : $u_n = u_p \times q^{n-p}$

Exercice 26

On considère la suite (u_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, arithmétique dont on connaît les valeurs des deux termes suivants :

$$u_{10} = 5 \quad ; \quad u_{16} = 14$$

Déterminer le premier terme u_0 et la raison de cette suite.

Exercice 27

Soit (v_n) une suite géométrique, définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, de raison q et dont on connaît les deux termes :

$$v_{11} = \frac{4}{7} \quad ; \quad v_{14} = \frac{27}{14}$$

1. (a) Compléter la relation ci-dessous : $v_{14} = v_{11} \times \dots$
(b) En déduire la valeur de la raison de la suite (v_n) .
2. Déterminer la valeur du premier terme de la suite (v_n) .

Exercice 28

On considère (w_n) une suite géométrique définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et telle que :

$$w_0 = 5 \quad ; \quad w_3 = 40$$

Déterminer la raison de la suite (w_n) .

Exercice 29

Soit $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite arithmétique telle que :

$$w_0 = 7 \quad ; \quad w_8 = 1$$

Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (w_n) .

Exercice 30

Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que :

$$v_7 = 13 \quad ; \quad v_{15} = 39$$

Déterminer la valeur du premier terme et de la raison de la suite.

Exercice 31

On considère la suite (w_n) géométrique, définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et telle que :

$$w_3 = \frac{3}{8} \quad ; \quad w_6 = \frac{3}{64}$$

Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (w_n) .

Exercice 32

On considère la suite (u_n) géométrique, définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et dont on connaît les termes $u_4 = 2$ et $u_5 = 2$:

$$u_6 = \frac{27}{8}$$

1. Déterminer le premier terme et la raison de cette suite.
2. (a) Donner l'expression explicite du terme u_n en fonction du rang n .
(b) Déterminer le rang du terme valant $\frac{16}{27}$.

Exercice 33

Un constructeur automobile décide de réduire sa production de voiture thermique. Actuellement, sa production est de 80000 voitures par mois et il décide de réduire de 3000 voitures chaque mois. On décide de noter u_n sa production actuelle de voiture thermique de cette entreprise et on note u_n sa production au bout de n mois (où $n \in \mathbb{N}$).

1. Préciser la nature de la suite (u_n) ainsi que ses éléments caractéristiques.
2. Donner une formule de récurrence et la formule explicite de la suite (u_n) .
3. Combien faut-il attendre de mois pour que sa production de voitures thermiques passe sous le nombre de 10000 unités produites par mois ?

Exercice 34

Un site internet propose à ses abonnés des films à télécharger pour un coût de 2 par film. Lors de son ouverture, 500 films sont proposés et chaque mois, le nombre de films proposés aux abonnés augmente de 6%.

On modélise le nombre de films proposés par une suite géométrique (u_n) où n désigne le nombre de mois depuis l'ouverture du site. On a donc $u_0 = 500$.

1. Calculer u_1 et u_2 et donner le résultat arrondi à l'unité.
2. Exprimer u_n en fonction de n .
3. Déterminer la valeur du terme de rang 6 arrondie à l'unité.

Variations des suites

Exercice 35



Donner le sens de variations des suites suivantes.

- (a) $u_n = 4 \times 0,2^n$ avec $w_0 = -2$
 (b) $z_0 = 5$ et $z_{n+1} = 3z_n$
 (c) $v_n = -3 \times 4^n$ | (e) $t_n = \frac{2}{3^{n-1}}$
 (d) $w_{n+1} = \frac{1}{5}w_n$ | (f) $k_n = \frac{(-2)^n}{10}$

Exercice 36



On considère la suite arithmétique u , définie sur \mathbb{N} , de raison $r = 7$ et telle que $u_{10} = 65$.

- Déterminer le terme initial u_0 .
- Exprimer u_n en fonction de n .
- Donner le sens de variation de u .

Exercice 37



On considère la suite arithmétique (u_n) , définie sur \mathbb{N} , telle que $u_{12} = 52$ et $u_{23} = 107$.

- Calculer la raison r de la suite.
- Calculer le terme initial u_0 .
- Calculer u_{55} .
- Déterminer le sens de variation de la suite.

Exercice 38



Soit (u_n) la suite définie sur \mathbb{N} par :

$$u_n = \frac{3n^2 + 16n + 5}{n + 5}$$

- À l'aide de la calculatrice, conjecturer la nature de (u_n) et son sens de variation.
- Développer $(3n + 1)(n + 5)$.
- Démontrer la conjecture de la question 1.

Exercice 39



Dans chacun des cas ci-dessous, u est une suite géométrique dont on donne la raison q et le terme initial u_0 . Déterminer le sens de variation de chaque suite.

- (a) $u_0 = 1, q = 1,5$ | (d) $u_0 = -10, q = -0,8$
 (b) $u_0 = -3, q = 1,5$ | (e) $u_0 = 10, q = -1,2$
 (c) $u_0 = 20, q = 0,8$ | (f) $u_0 = -20, q = 1$

Sommes des termes d'une suites

Exercice 40



Soit la suite arithmétique u de raison $r = 4$ et de premier terme $u_0 = 7$.

- Exprimer le terme général u_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- Justifier l'égalité suivante :

$$u_0 + u_1 + \dots + u_{20} = u_0 \times 21 + r(1 + 2 + \dots + 20)$$

En déduire la valeur de cette somme.

- De la même façon, calculer les sommes suivantes.

- (a) $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{100}$
 (b) $u_{50} + u_{51} + u_{52} + \dots + u_{100}$

Exercice 41



Soit la suite géométrique u de raison $q = 2$ et de premier terme $u_1 = 4$.

- Exprimer le terme général u_n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
- Étudier le sens de variation de u .
- Justifier l'égalité suivante :

$$u_1 + \dots + u_{10} = u_1 \times (1 + q + q^2 + \dots + q^9)$$

En déduire la valeur de cette somme.

- De la même façon, calculer la somme suivante :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$$

Exercice 42



Calculer les sommes suivantes (composées de termes consécutifs de suites arithmétiques).

- (a) $1 + 2 + 3 + \dots + 500$
 (b) $2 + 4 + 6 + \dots + 200$
 (c) $50 + 51 + 52 + \dots + 100$
 (d) $4 + 7 + 10 + \dots + 91$

Exercice 43



Calculer les sommes suivantes composées de termes consécutifs de suites géométriques.

- (a) $S_1 = 32 + 64 + 128 + \dots + 131072$
 (b) $S_2 = 2 - 6 + 18 - 54 + \dots + 118098$
 (c) $S_3 = 3 + 5 + \frac{25}{3} + \frac{125}{9} + \dots + \frac{390625}{2187}$
 (d) $S_4 = \frac{2}{3} + \frac{4}{15} + \frac{8}{75} + \dots + \frac{2^{n+1}}{3 \times 5^n} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$

Exercice 44



On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 2 et de raison 5. Déterminer la somme S des 100 premiers termes de la suite (u_n) .

Exercice 45



On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison 5. Déterminer la somme de ses 33 premiers termes.

Exercice 46



Soit la suite (u_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, arithmétique de premier terme -10 et de raison 3. Déterminer la valeur de la somme S définie par :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{84}$$

Exercice 47

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 2. Déterminer la somme S des 100 premiers termes de la suite (u_n) .

Exercice 48

On considère la suite géométrique de premier terme 12 et de raison 4. Déterminer la somme de 100 premiers termes de cette suite.

Exercice 49

On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ géométrique de premier terme 12 et de raison $\frac{1}{4}$.

1. Donner l'expression du terme v_n en fonction de son rang n .
2. Quel est le rang du terme de la suite (v_n) ayant pour valeur $\frac{3}{64}$?
3. Déterminer une expression simplifiée de la somme S définie par :

$$S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{20}$$

Exercice 50

On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison 2. Déterminer la valeur de la somme :

$$S = u_{12} + u_{13} + \cdots + u_{84}$$

Exercice 51

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n ($n \in \mathbb{N}$) par : $v_n = 2 - 3n$. Déterminer la valeur de la somme :

$$S' = v_4 + v_5 + \cdots + v_{15}$$

Exercice 52

1. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison $\frac{1}{4}$. Déterminer la somme S définie par :

$$S = u_{11} + u_{12} + \cdots + u_{25}$$

2. Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 12 et de raison $-\sqrt{3}$. Déterminer la somme S' définie par :

$$S' = v_5 + v_6 + \cdots + v_{13}$$

Exercice 53

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 4 et de raison 3. Déterminer la valeur de la somme :

$$S = u_{10} + u_{11} + \cdots + u_{18}$$

Exercice 54

On considère la somme S définie par :

$$S = 27 + 9 + 3 + \cdots + \frac{1}{81}$$

On admet que les termes de cette somme sont les termes consécutifs d'une suite (u_n) géométrique.

1. Donner les éléments caractéristiques de la suite (u_n) .
2. Déterminer le rang du terme de la suite (u_n) dont la valeur est $\frac{1}{81}$, puis donner le nombre de termes de la somme S .
3. Déterminer la valeur de S .

Problèmes**Exercice 55**

Pour chacune des situations suivantes, indiquer si elle peut être modélisée par une suite arithmétique, une suite géométrique ou ni l'une ni l'autre. Le cas échéant, on précisera la raison de cette suite, son terme initial et l'expression de son terme général.

Situation 1 : chaque année, un pin âgé de plus de 15 ans a une croissance régulière de 40 cm de hauteur. À 15 ans, sa hauteur atteint 17 m. On note h_n la hauteur de ce pin à l'âge n .

Situation 2 : Samia dépose 1000 sur son compte épargne rémunéré au taux annuel de 2%. Elle ne fait aucun dépôt ni retrait sur ce compte. On note s_n le solde annuel de ce compte après n années.

Situation 3 : P_n est le périmètre et A_n est l'aire d'un disque de rayon n pour $n \in \mathbb{N}^*$.

Exercice 56

Une entreprise propose pour recruter un nouvel employé deux types de rémunération :

Type 1 : salaire initial de 1200 par mois avec augmentation annuelle du salaire mensuel de 100.

Type 2 : salaire initial de 1100 par mois avec augmentation annuelle du salaire mensuel de 8%.

1. On note u_n (resp. v_n) le salaire mensuel dans le cas de la rémunération de type 1 (resp. de type 2) après n années.
Exprimer u_n et v_n en fonction de n .
2. À l'aide de la calculatrice, indiquer, suivant les valeurs de n , la rémunération la plus intéressante.
3. Quel contrat conseiller à un employé qui compte rester dix ans dans cette entreprise ?

Exercice 57

Un téléphérique progresse à vitesse constante : à chaque seconde, son altitude augmente de 0,75 m. La gare de départ se situe à une altitude de 1450 m. Pour tout entier naturel n , on note a_n l'altitude de la cabine après n secondes de trajet, en mètre.

1. Déterminer a_0 , a_1 et a_2 .
2. Montrer que la suite (a_n) est arithmétique.
3. La durée du trajet est de 15 minutes. Quelle est l'altitude de la gare d'arrivée ?

Exercice 58

Modéliser chaque situation par une suite en précisant sa nature (arithmétique, géométrique, ni l'une ni l'autre), puis résoudre le problème posé.

Situation 1 : on étudie l'action d'un antibiotique sur une souche de bactéries. Chaque heure, 5% des bactéries sont tuées.

Quelle est la durée nécessaire pour que la moitié des bactéries initialement présentes soient tuées par cet antibiotique ?

Situation 2 : Léa dispose dès sa naissance d'une tirelire contenant 100 €. À son premier anniversaire, ses grands-parents y déposent 50 €, et chaque année, ils augmentent la somme déposée de 10 €.

En supposant que Léa n'effectue aucun retrait dans sa tirelire, quel sera son montant à sa majorité ?

Exercice 59

On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n , par
$$\begin{cases} u_0 = 65 \\ u_{n+1} = 0,8u_n + 18 \end{cases}$$

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?
3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $v_n = u_n - 90$.
 - (a) Montrer que $v_{n+1} = 0,8v_n$.
 - (b) En déduire la nature de la suite (v_n) .
 - (c) Exprimer v_n , puis u_n en fonction de n .
 - (d) Calculer u_{10} .
4. Étudier le sens de variation de (u_n) .

Exercice 60

On partage un carré de côté 1 en quatre carrés identiques et on colorie le carré inférieur gauche. On répète ce procédé au carré en haut à droite et ainsi de suite. Quelle sera l'aire de la partie verte si on poursuit indéfiniment cette construction ?

