

# **PHƯƠNG PHÁP CHIA ĐÔI**

## **GIẢI PT $f(x)=0$**

**Hà Thị Ngọc Yến**  
yen.hathingoc@hust.edu.vn

Hà nội, 3/2020

# Bài toán

- Giải gần đúng phương trình phi tuyến

$$f(x) = 0$$

với sai số cho trước  $\varepsilon$ .

- Một số ứng dụng đơn giản:
  - Tìm số  $e$ ,  $\pi$
  - Tính căn thức
  - Phương trình đa thức

# Khoảng cách li nghiệm

- Định nghĩa:

Khoảng  $(a,b)$  được gọi là khoảng cách li nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$  nếu trong khoảng  $(a,b)$  có đúng một nghiệm của phương trình.

- Định lý: Nếu  $f(x)$  liên tục và đơn điệu trên  $(a,b)$  và  $f(a), f(b)$  trái dấu thì  $(a,b)$  là khoảng cách li nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$ .

# Khoảng cách li nghiệm

- PP khảo sát hàm số:

– Ví dụ:

$$x^5 - 0.2x + 15 = 0$$

- PP vẽ đồ thị hàm số:

– Ví dụ:

$$e^x - \cos 2x = 0$$

# Phương pháp chia đôi

- Ý tưởng: thu hẹp khoảng cách li nghiệm  $(a,b)$  bằng cách chia đôi khoảng.
- Điều kiện thực hiện phương pháp:
  - $(a,b)$  là khoảng cách li nghiệm
  - $f(x)$  liên tục trên  $(a,b)$
  - $f(a)f(b) < 0$

# Phương pháp chia đôi

## Sự hội tụ

Ta có đánh giá sau:

$$|x_n - x^*| \leq |b_n - a_n| = \frac{b - a}{2^n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

# Phương pháp chia đôi

## Thuật toán

Bước 1: Đặt và tính  $c := \frac{a+b}{2}$

Bước 2: Tính  $z = f(c)$ .

Bước 3: Nếu  $z = 0$  thì nghiệm cần tìm là  $x = c$ .  
dừng thuật toán

Bước 4: Nếu  $zf(a) < 0$  thì đặt  $b := c$   
nếu trái lại thì đặt  $a := c$ .

Bước 5: Kiểm tra  $|b - a| < \varepsilon$ . Nếu tm, dừng thuật toán, nghiệm tìm được là  $c$

Bước 6: nếu không thỏa mãn, quay lại bước 1.

# Phương pháp chia đôi

## Khối lượng tính toán

Mỗi vòng lặp cần tính giá trị hàm số tại trung điểm của đoạn rồi so sánh dấu của kết quả tìm được với dấu của  $f(a)$  ban đầu.



# Phương trình đa thức

- Xét phương trình

$$f(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0 = 0.$$

- Định lý: Mọi nghiệm của đa thức đều nằm trong hình tròn tâm  $O(0,0)$  bán kính

$$R = 1 + \frac{\max_{k=0,n} \{|a_k|\}}{|a_n|}$$

# Phương trình đa thức

- Nhận xét:

$$f(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0 = 0 \quad (1)$$

$$f(-x) = (-1)^n a_n x^n + \cdots - a_1 x + a_0 = 0 \quad (2)$$

$c$  là nghiệm âm của phương trình (1) nếu và chỉ nếu  $-c$  là nghiệm dương của phương trình (2).

# Phương trình đa thức

- Định lý 2:
  - Nếu các hệ số của đa thức đều dương thì đa thức không có nghiệm dương
  - Nếu hệ số bậc cao nhất dương  $a_n > 0$  và  $k$  là bậc cao nhất mà hệ số tương ứng với nó là số âm thì mọi nghiệm dương của đa thức đều thỏa mãn

$$0 < x < 1 + \sqrt[n-k]{\frac{\max \{|a_i|, a_i < 0\}}{|a_n|}}$$