

# **PP GAUSS VÀ GAUSS-JORDAN**

## **GIẢI PT $Ax = b$**

Hà Thị Ngọc Yến  
Hà nội, 3/2018

# Bài toán

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

# Phương pháp Gauss

Ý tưởng:

- Quy trình thuận (QTT): Dùng phép khử dần ẩn khỏi các phương trình để đưa ma trận bổ sung về dạng bậc thang.
- Quy trình nghịch (QTN): Dùng phép thế từ hệ bậc thang để tìm dần giá trị các ẩn.

# PP Gauss – QTT

- B1: Khởi tạo  $i = 1; j = 1; ind = [0, 0, \dots, 0]_{1 \times m}$
- B2: Kiểm tra nếu  $a_{ij} \neq 0 \Rightarrow ind[i] = j \Rightarrow$   
B3, trái lại thì sang B6
- B3: Nếu  $i = m$  thì kết thúc QTT

Nếu không, thì sang B4

- B4: Cho  $k$  chạy từ  $i+1$  đến  $m$ , thực hiện biến đổi  
$$L_k - \frac{a_{kj}}{a_{ij}} \times L_i \Rightarrow L_k$$

# PP Gauss - QTT

- B5: Nếu  $j = n$  thì QTT kết thúc, trái lại  $i = i + 1; j = j + 1 \Rightarrow$  B2
- B6: Cho  $t = i + 1$ .
- B7: Kiểm tra nếu  $a_{tj} \neq 0$  thì đổi chỗ 2 hàng  $t$  và  $i$ , và  $ind[i] = j \Rightarrow$  B3, trái lại sang B8
- B8: Nếu  $t = m; j = n$  thì QTT kết thúc  
Nếu  $t = m; j < n$  thì  $j = j + 1 \Rightarrow$  B2,  
Nếu  $t < m$  thì  $t = t + 1 \Rightarrow$  B7

# PP Gauss - QTN

Dành cho các bạn tự viết

# Phương pháp Gauss - Jordan

Ý tưởng:

- Hạn chế sai số tính toán khi gặp các phép chia cho số gần 0 bằng cách chọn phần tử khử thích hợp
- Dùng phép khử ẩn thứ  $k$  (tương ứng với cột có chứa phần tử khử) khỏi tất cả các hàng không chứa phần tử khử

# Chọn phần tử khử

- Ưu tiên 1:  
Chọn  $a_{pq}^{(k)} = 1; 2; 4; 5 \dots$  để các phép chia cho  $a_{pq}^{(k)}$  không có sai số hoặc sai số nhỏ.
- Ưu tiên 2:  
Chọn  $a_{pq}^{(k)}$  sao cho  $\left| a_{pq}^{(k)} \right| = \max_{i,j} \left| a_{ij}^{(k-1)} \right|$
- Chú ý: Phần tử khử thứ k được chọn từ các hàng và cột không chứa các phần tử khử đã chọn trước đó.



# Quá trình khử

Cho  $t$  chạy từ 1 đến  $m$ ,  $t \neq p$ , thực hiện phép biến đổi

$$L_t - \frac{a_{tq}}{a_{pq}} L_p \Rightarrow L_t$$

# Quá trình khử

$$\left[ \begin{array}{cccccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1q} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2q} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pq} & \dots & a_{pn} & b_p \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mq} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{cccccc|c} a_{11}^1 & a_{12}^1 & \dots & 0 & \dots & a_{1n}^1 & b_1^1 \\ a_{21}^1 & a_{22}^1 & \dots & 0 & \dots & a_{2n}^1 & b_2^1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pq} & \dots & a_{pn} & b_p \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1}^1 & a_{m2}^1 & \dots & 0 & \dots & a_{mn}^1 & b_m^1 \end{array} \right]$$