ایمان اسدی ۴۰۱۱۴۵۰۳ تمرین سری سوم کنترل خطی دکتر محمدرضا نیک‌راد

① از معیار پایداری راث هرویت استفاده می کنیم:

$$\frac{k(s+a)}{(s+b)(s+2)^2(s+4)}$$

$$\longrightarrow \Delta = s^4+(8+b)s^3+(20+8b)s^2+(16+20b+k)s+16b+ka=0$$

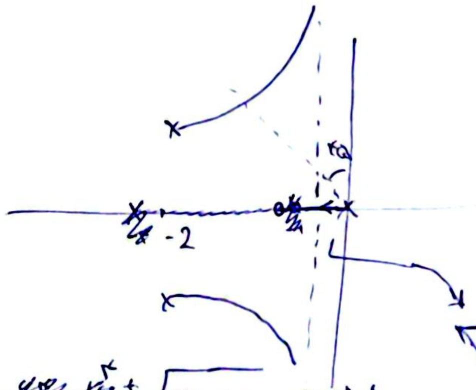
جهت پایداری نباید تغییر علامت داشته باشیم و "مثبت" باشد:

s^4	1	$20+8b$	$16b+ka$	$\longrightarrow 8+b>0$
s^3	$8+b$	$16+20b+k$	0	$\longrightarrow 144+8b(8+b)-k>0$
s^2	$144+8b(8+b)-k$	$16b+ka$	0	$\longrightarrow 16+20b+k-(8+b)(16b+ka)>0$
s^1	$16+20b+k-(8+b)(16b+ka)$		0	$\longrightarrow 16+ka>0$
s^0	$16+ka$			

$$\Longrightarrow b>-8 \quad , \quad ka>-16 \quad , \quad k>\frac{-16-20b+(8+b)16b+\dots}{1-(8+b)a}$$

②

$$G(s)=\frac{k(s+1)}{s(s^2+4s+5)} \longrightarrow \text{۲ صفر بینهایت}$$



$$\frac{d}{ds}\quad s^3+4s^2+5s=0 \longrightarrow 3s^2+8s+5=0 \longrightarrow s=\frac{-4\pm\sqrt{16-15}}{3} \begin{cases} \to -1 \\ \to -5/3 \end{cases}$$

$$\sigma=\frac{\sum P_i-\sum z_i}{2}=\frac{(-2+i)(-2-i)-(-1)}{2}=-\frac{3}{2}$$

$$k>0 \longrightarrow \theta=\frac{(2n+1)\pi}{2}=\frac{\pi}{2} \text{ و } \frac{3\pi}{2}$$

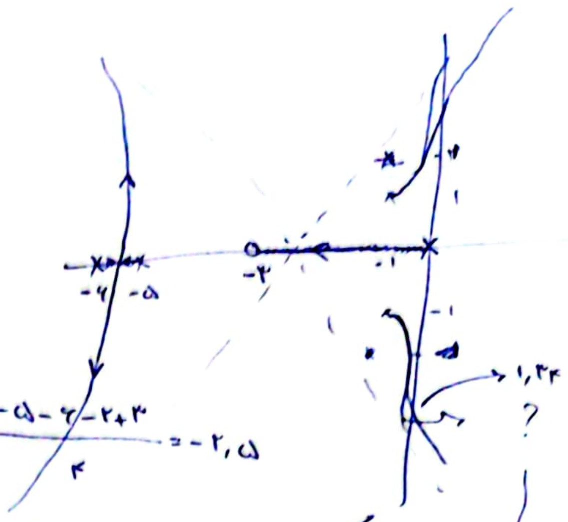
نقاط تقاطع شاخه ها غیرقابل قبول ← تقاطع نداریم ← مجانب ها منفی

سیستم به ازای k=0 یک قطب روی محور jω دارد که یعنی پایدار مرزی است و خوشبختانه به ازای افزایش k سیستم رفتار لغزنده ناپایدار از خود نشان نداده و از OLHP خارج نمی شود پس پایدار است $\zeta=0.707$ پس در تقاطع با زاویه ۴۵° از مبدا قابل دسترسی است.

(۳)

$$1 + k\frac{s+3}{s(s+5)(s+6)(s^2+2s+2)} = 0$$

$G(s)$



۴ صفر بینهایت ← ۴ مجانب

$$k>0 \rightarrow \frac{(2n+1)\pi}{4} = \frac{\pi}{4},\ \frac{3\pi}{4},\ \frac{5\pi}{4},\ \frac{7\pi}{4}$$

$$\sigma = \frac{0-5-6-2+3}{4} = -2.5$$

Roth ← کجا برخورد می کند

$$\frac{d}{ds}G(s) \Rightarrow s^5 + 13.5s^4 + 66s^3 + 142s^2 + 123s + \dots = 0 \longrightarrow s = -5.53$$ تقریبا

(بعدا لازم شد سراغ هرکدوم هم میایم)

برای قطب مرکبی:

$$k>0 \rightarrow 30 - (135 + 90 + 20 + 15 + \theta) = 180$$

$$\rightarrow \theta = 430 = 70$$

s^5	1	54	$60+k$
s^4	3	82	$3k$
s^3	26.7	$0.7449k$	0
s^2	$45.6-0.212k$	$3k$	0
s	$3940-105k-\dots$	0	
1		0	0

$$\rightarrow 45.6 - k\,0.212 > 0 \qquad k < 209$$

$$\rightarrow 3940 - 105k - 0.143k^2 > 0 \rightarrow k < 35$$

$$k > 0$$

$$(45.6 - 0.212k)s^2 + 3k = 0 \longrightarrow s = \pm 1.34j$$

$$k = 35$$

$$\omega = 1.34 \longleftarrow j\omega$$

(۴)

$$p_i = -5, -2, 0, 0 \longrightarrow G(s) = \frac{(s+1)}{s^2(s+5)(s+2)}$$

$$Z = -1$$

$$k_a = \lim_{s\to 0} s^2 \frac{k(s+1)}{s^2(s+5)(s+2)} = \lim_{s\to 0}\frac{k(s+1)}{(s+5)(s+2)} = \frac{k}{10} \rightarrow e_{ss} = \frac{1}{k_a} = \frac{10}{k} \Rightarrow k = 100$$

$$\Delta: s^3 + 7s^2 + (10+k)s + k$$

s^3	1	$10+k$	0
s^2	7	k	0
s	$\frac{70+7k-k}{7}$	0	0
1	k	0	0

$$70 + 7k - k > 0 \rightarrow k > \frac{-70}{6}$$

$$k > 0$$

$\longrightarrow$ پایدار