



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی  
دانشکده مهندسی برق

درس سیستم‌های کنترل خطی

دکتر حمیدرضا تقی‌راد

پاسخ تمرین سری پنجم

ایمان بیدی ۴۰۱۱۶۵۰۳

هفته سوم دی ماه ۱۴۰۳

سوال (۱)

$$L(s) = \frac{ke^{-sT}}{s} \rightarrow s = j\omega$$

$$L(j\omega) = \frac{ke^{-j\omega T}}{j\omega} \rightarrow |G(j\omega)| = \frac{|k|}{|\omega|} = 1 \rightarrow |k| = |\omega|$$

$$\Rightarrow \angle G(j\omega) = -90^\circ - \omega T \rightarrow \angle G(j\omega) = -90^\circ - \omega T$$

$$PM = -90^\circ - kT - 180^\circ \rightarrow -270^\circ - kT \rightarrow -180^\circ$$

$$\hookrightarrow -\omega T - 90^\circ = -180^\circ \rightarrow \omega T = 90^\circ \rightarrow \omega = \frac{90^\circ}{T} = \frac{\pi}{T} \quad |G(j\omega)| = \frac{|k|}{|\omega|} = \frac{|k|}{\pi/T} = \frac{\pi|k|}{\pi}$$

$$GM = -20 \log \left( \frac{\pi|k|}{\pi} \right) \rightarrow \text{مقدار فاز}$$

سوال (۲)

$$G(s) = \frac{k(s+r)}{s^2} \Rightarrow G(j\omega) = \frac{k(j\omega+r)}{-\omega^2} \quad \frac{k\sqrt{\omega^2+r^2}}{-\omega^2} = 1 \Rightarrow \left| \frac{\sqrt{\omega^2+r^2}}{-\omega^2} \right| = \left| \frac{1}{k} \right|$$

$$\angle G(j\omega) = -180^\circ \Rightarrow \angle G(j\omega) = -180^\circ \rightarrow \angle G(j\omega) = -180^\circ \rightarrow \angle G(j\omega) = -180^\circ \rightarrow \omega = \sqrt{r}$$

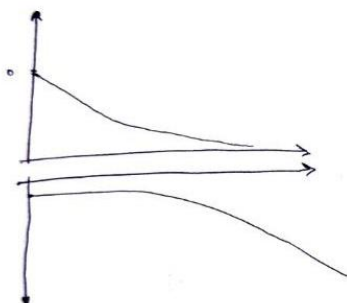
$$\frac{\sqrt{r^2+r^2}}{r} = \frac{1}{k} \rightarrow \frac{1}{k} = \log 2 \rightarrow k = 0.1$$

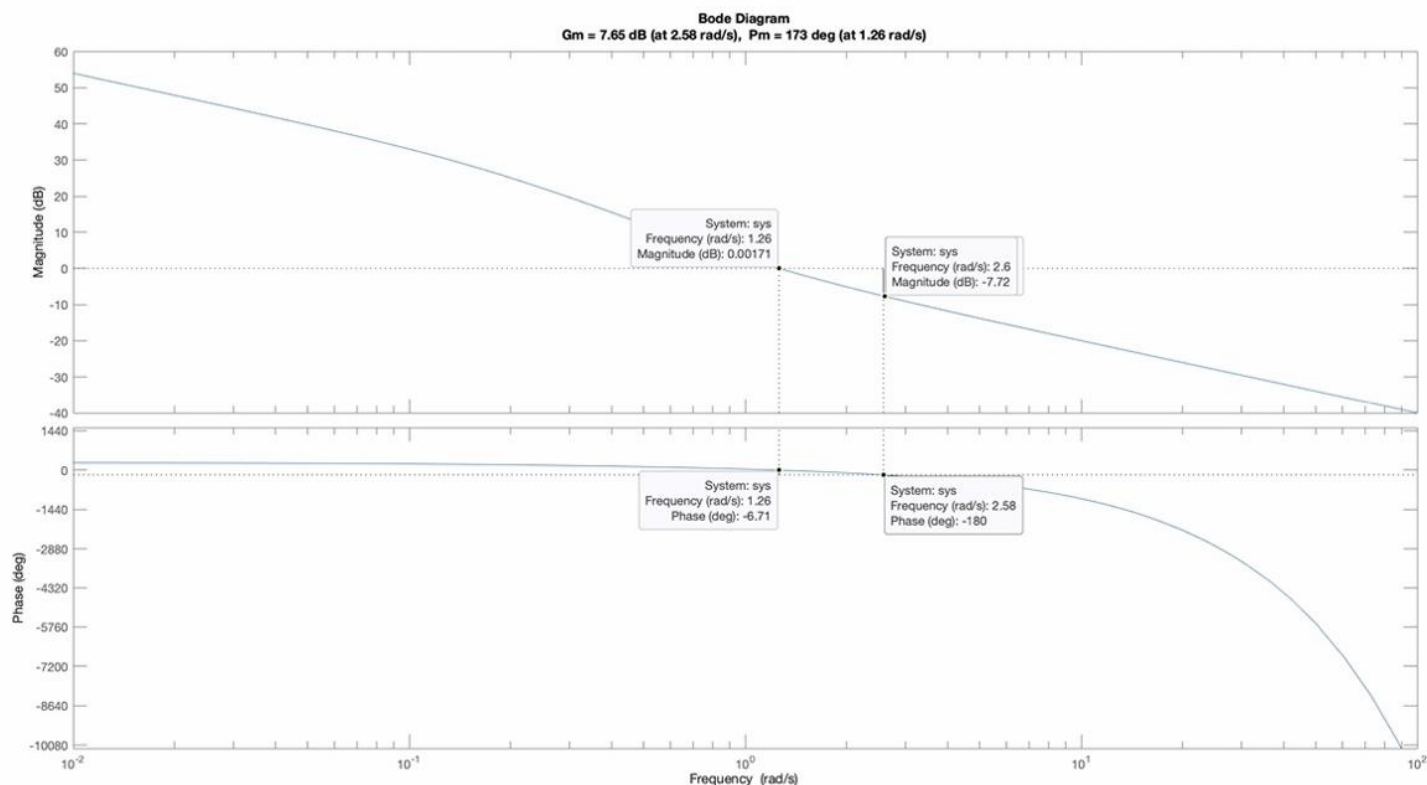
سوال (۳)

$$s \rightarrow j\omega \rightarrow \frac{\omega(j\omega+1)e^{-j\omega T}}{j\omega(\omega j\omega+1)} \quad (G(s)H(s)) = \frac{\omega(s+1)e^{-sT}}{s(\omega s+1)}$$

$$20 \log |G(j\omega)H(j\omega)| = 20 \log \omega + 20 \log \sqrt{\omega^2+1} - 20 \log \omega - 20 \log \sqrt{\omega^2+1}$$

$$\angle G(j\omega)H(j\omega) = -90^\circ - \omega T - \angle G(j\omega)H(j\omega) = -90^\circ - \omega T - \angle G(j\omega)H(j\omega) = -90^\circ - \omega T - \angle G(j\omega)H(j\omega)$$





حاشیه فاز سیستم بالاست که نشاندهنده پایداری خوب سیستم در فرکانس‌های کاری متفاوت است.

حاشیه بهره سیستم ۷.۷۲ دسیبل است که نشاندهنده امکان افزایش گین سیستم تا این مقدار بدون از دست رفتن پایداری است.

حاشیه فاز در فرکانس ۱.۲۶ رادیان و حاشیه بهره در فرکانس ۲.۵۸ رادیان اندازه‌گیری شده است.

در مجموع سیستم تحلیل شده در فاصله مناسبی از ناپایداری بسر می‌برد.

سوال (۴)

$$G(s)H(s) = \frac{ka^2}{(s+a)^2} = \frac{ka^2}{a^2 - \omega^2 + j2\zeta a\omega} \rightarrow |G(j\omega)| = \frac{ka^2}{\sqrt{(a^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta a\omega)^2}} = 1$$

$$\text{if } a > 0 \rightarrow \omega = a\sqrt{2}$$

$$P_M = \tan^{-1}\left(\frac{0}{ka^2}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta a\omega}{a^2 - \omega^2}\right) - 180^\circ$$

$$\sim -20^\circ, 18^\circ = -38^\circ, 18^\circ$$

$$0 - \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta a\omega}{a^2 - \omega^2}\right) = -180^\circ \rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta a\omega}{a^2 - \omega^2}\right) = 180^\circ \quad \omega = 0 \quad a^2 < \omega^2 \rightarrow -\omega < a < \omega$$

$$|G(j\omega)| = 1 \rightarrow -20 \log(k) = -18$$