



大学生计算与信息化素养

进位计数制及相互转换
北京林业大学信息学院

进制及其转换

本次课程 所讲内容

什么是进位计数制？

计算机中为什么使用二进制？

不同进位计数制之间的转换



什么是进位计数制数？



数制也称**计数制**，是指用一组固定的符号和统一的规则来表示数值的方法。按进位的原则进行计数的方法，称为进位计数制。

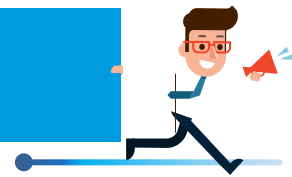
//  如果采用的数制有**R**个基本符号，则称为基**R**数制，**R**称为数制的“**基数**”。

//  进位计数制的编码符合“逢**R**进位”的规则。


不同的数制，它们的共同特点是：每一种数制都有固定的符号集。

- 十进制： **R=10** 可使用： 0,1,9, 逢**十**进一
- 二进制： **R=2** 可使用： 0,1, 逢**二**进一
- 八进制： **R=8** 可使用： 0,1,7, 逢**八**进一
- 十六进制： **R=16** 可使用： 0,1,9, A,B,C,D,E,F, 逢**十六**进一

常用的进位计数制



 日常使用：十进制 (**D**ecimal)

 计算机使用：二进制 (**B**inary)

为了简化二进制的表示方式，使用：

 八进制(**O**ctal)

 十六进制 (**H**exadecimal)



什么是二进制？



//  计算机中是采用二进制来表示数据的。

二进制表示的数据中，每个数位上的数字只能是0或者1。

$(10101011)_2$

逢2进一： $(1)_2 + (1)_2 = (10)_2$

计算机中为什么要采用二进制？

计算机为什么采用二进制数的处理方式？



1 容易实现

二进制只有0和1两个状态，电子器件具有实现的可行性。

2 运算简单

二进制的运算法则少，运算简单，使硬件结构大大简化。

3 有逻辑性

二进制的0和1正好和逻辑代数的假和真相对应。

4 有稳定性

二进制只有1和0两个数，传输和处理时不容易出错。



十六进制



十六进制: 0, 1, 2, ...,9, A, B, C, D, E, F

十进制: 0, 1, 2, ...,9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

Diagram showing the mapping between hexadecimal and decimal digits:

Hexadecimal	Decimal
A	10
B	11
C	12
D	13
E	14
F	15



进位计数制的表示形式



 数字后面加各计数制的英文单词的第一个字母的大写

1011**B** 16**D** 26**O** 6A**H**

 数字加括号再加下标

(1011)₂ (16)₁₀ (26)₈ (6A)₁₆

 每一个数位上的数字不能超出数码的范围

(1010)₂ , (18)₁₀ , (28)₈ , (6AEI)₁₆
(正确) (正确) (错误) (错误)

不同进位计数制之间的转换



非十进制转换为十进制

二进制
八进制
十六进制

} 十进制

十进制转换为非十进制

十进制

{ 二进制
八进制
十六进制

非十进制之间的转换

二进制 \longleftrightarrow 八进制

二进制 \longleftrightarrow 十六进制



非十进制转换为十进制



方法：按权展开计算，即每个数位上的数字乘以各自位权的累加即可。

示例：

二进制

$$\begin{aligned}(1011.101)_2 &= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ &= 8 + 0 + 2 + 1 + 0.5 + 0 + 0.125 \\ &= (11.625)_{10}\end{aligned}$$

位权

八进制

$$\begin{aligned}(143.65)_8 &= 1 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 3 \times 8^0 + 6 \times 8^{-1} + 5 \times 8^{-2} \\ &= 64 + 32 + 3 + 0.75 + 0.78125 \\ &= (99.828125)_{10}\end{aligned}$$

十六进制

$$\begin{aligned}(32CF.4B)_{16} &= 3 \times 16^3 + 2 \times 16^2 + 12 \times 16^1 + 15 \times 16^0 + 4 \times 16^{-1} + 11 \times 16^{-2} \\ &= 12288 + 512 + 192 + 15 + 0.25 + 0.4296875 \\ &= (13007.19196875)_{10}\end{aligned}$$

十进制转换为二进制、八进制、十六进制



为了将一个既有整数部分又有小数部分的十进制数转换成非十进制，可以将其**整数部分**和**小数部分**分别转换，然后再组合。

整数部分的规则：除基（2、8、16）取余

最后所得到的第一个余数是转换后进制整数数列的最低位；所得的最后一个余数是转换后的进制整数数列的最高位。转换规律是：“**先余为低，后余为高**”。

小数部分的规则：乘基（2、8、16）取整

将小数不断乘以基取整数，直到小数部分为0或达到所求的精度为止（小数部分可能永远的不会得到0）；第一个得到的整数为最高位，最后得到的为最低位。转换规律是：“**先整为高，后整为低**”。



整数部分



二进制

把十进制数18转换成二进制数

	十进制数	余数
2	18	0
2	9	1
2	4	0
2	2	0
2	1	1
	0	

$$(18)_{10} = (10010)_2$$

八进制

把207转换为八进制数

	十进制数	余数
8	207	7
8	25	1
8	3	3
	0	

$$(207)_{10} = (317)_8$$

十六进制

把216转换为十六进制数

$$(216)_{10} = (?)_{16}$$



小数部分



把 $(0.6875)_{10}$ 转换成二进制数

$$\begin{array}{rcl} 0.6875 & & \\ \times 2 & & \\ \hline 1.3750 & \dots\dots & \text{整数部分为1} \\ 0.3750 & & \\ \times 2 & & \\ \hline 0.7500 & \dots\dots & \text{整数部分为0} \\ 0.7500 & & \\ \times 2 & & \\ \hline 1.5000 & \dots\dots & \text{整数部分为1} \\ 0.5000 & & \\ \times 2 & & \\ \hline 1.0000 & \dots\dots & \text{整数部分为1} \end{array}$$

高位



低位



注意：

第一个整数为最高位，
最后一个整数为最低位。
刚好与整数部分的相反。

$$(0.6875)_{10} = (0.1011)_2$$

非十进制之间的转换



二进制 \longleftrightarrow 八进制

八进制	二进制
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111


二进制 \longleftrightarrow 十六进制

十六进制	二进制	十六进制	二进制
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111



二进制数转换成八进制数



 **1**位八进制数相当于**3**位二进制数

 从二进制整数的最右端向左分组，每**3**位为一组，最左端不足**3**位补**0**即可

二进制数100101110111转换为八进制数：

(100	101	110	111) ₂
↓	↓	↓	↓
(4	5	6	7) ₈

即 $(100101110111)_2 = (4567)_8$



八进制数转换成二进制数



 1位八进制数相当于3位二进制数

 将每一位八进制数用3位二进制数表示即可得到相应的二进制数。

将八进制数3274转换为二进制数：

$$\begin{array}{cccc} (& 3 & 2 & 7 & 4 &)_8 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ (& 011 & 010 & 111 & 100 &)_2 \end{array}$$


$$\text{即 } (3274)_8 = (011010111100)_2$$



二进制数转换成十六进制数



 1位十六进制数相当于4位二进制数

 从二进制整数的最右端向左分组，每4位为一组，最左端不足4位补0即可

二进制数10111010010011转换为十六进制数：

$$\begin{array}{cccc} (& 0010 & 1110 & 1001 & 0011)_2 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (& 2 & E & 9 & 3 &)_{16} \end{array}$$

$$\text{即 } (0010 \ 1110 \ 1001 \ 0011)_2 = (2E93)_{16}$$

十六进制数转换成二进制数



 1位十六进制数相当于4位二进制数

 将每1位十六进制数用4位二进制数表示即可得到相应的二进制数

例如：将十六进制数4C3F转换成二进制数：

(4	C	3	F) ₁₆
	↓	↓	↓	↓	
(0100	1100	0011	1111) ₂

即 $(4C3F)_{16} = (010011000011111)_2$



数制转换小结



//  从二进制数很容易地直接写成八进制数和十六进制数。

反之亦然。即非十进制数之间的转换较简单。

//  而由十进制数转换成二进制数、八进制数和十六进制数相比较而言要难一些。