Информатика. Вычислительная геометрия

И.С. Мокроусов

2022 г.

Определение (Декартова система координат)

Тройка, состоящее из начала отсчета О и двух осей Ох, Оу называется декартовой системой координат, если оси перпендикулярны между собой и единицы измерения каждой оси совпадают.

Утверждение

Для определения положения точки в двухмерном пространстве достаточно двух вещественных переменных.

Определение (Вектор)

- Вектор, как направленный отрезок, определяется парой точек.
- Вектор, класс эквивалентности направленных отрезков, определяется длинной и направлением.

Утверждение

- Для направленного отрезка необходимо хранить 4 вещественные переменные
- Для класса эквивалентности достаточно двух

Определение (Прямая)

Прямая - это ?

Утверждение

Способы задания прямой

- Две точки $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$
- ullet Точка и свободный вектор (направляющий) $M(x_1,y_1), \overrightarrow{p}=(m,n)$
- ullet Уравнение прямой вида Ax + By + C = 0

Определение (Нормаль)

Нормаль - это вектор, который перпендикулярен прямой

Утверждение

Пусть уравнение прямой имеет вид Ax + By + C = 0, тогда координаты нормали, как свободного вектора $\overrightarrow{n} = (A, B)$

Утверждение

Нормаль перпендикулярна направляющему вектору.

- Если $\overrightarrow{n} = (A, B)$, то $\overrightarrow{p} = (-B, A)$
- Если $\overrightarrow{p} = (m, n)$, то $\overrightarrow{n} = (-m, n)$

Утверждение

Прямые могут пересекаться, быть параллельными или совпадать. Пусть даны две прямые

$$I_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0,$$
 $I_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$

- ullet Прямые совпадают $\Leftrightarrow rac{A_1}{A_2} = rac{B_1}{B_2} = rac{\mathcal{C}_1}{\mathcal{C}_2}$
- ullet Прямые параллельны $\Leftrightarrow rac{A_1}{A_2} = rac{B_1}{B_2}
 eq rac{C_1}{C_2}$
- Прямые пересекаются $\Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$

Утверждение

Если прямые пересекаются, то координаты точки пересечения можно найти, решив

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$$