

IMO-Selektion - 3. Prüfung

Zürich - 21. Mai 2016

Zeit: 4.5 Stunden

Jede Aufgabe ist 7 Punkte wert.

7. Finde alle natürlichen Zahlen n , sodass gilt:

$$\sum_{\substack{d|n \\ 1 \leq d < n}} d^2 = 5(n+1).$$

8. Sei ABC ein Dreieck mit $AB \neq AC$ und M der Mittelpunkt von BC . Die Winkelhalbierende von $\angle BAC$ schneide die Gerade BC in Q . Sei H der Höhenfusspunkt von A auf BC . Die Senkrechte zu AQ durch A schneide die Gerade BC in S . Zeige, dass $MH \cdot QS = AB \cdot AC$ gilt.

9. Finde alle Funktionen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, sodass für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt:

$$(f(x) + y)(f(x - y) + 1) = f(f(xf(x + 1)) - yf(y - 1)).$$

Viel Glück!