

Schubfachprinzip - Tipps

Aktualisiert: 18. September 2016
vers. 1.0.0

1 Aufgaben

Einstieg

1.1 Unter 13 Personen gibt es stets zwei, die im selben Monat geboren sind.

Lösung: Schubfächer: Monate, Perlen: Personen \Rightarrow 13 Perlen auf 12 Schubfächer \Rightarrow In einem Schubfach hat es mindestens 2 Perlen bzw. Personen.

1.2 Wir haben eine Gruppe von 30 Personen. Gibt es zwingendermassen drei Personen, die im selben Monat Geburtstag haben?

Tipp: Siehe oben

1.3 Wie viele Personen braucht es mindestens, damit von diesen sicher

- a) zwei
- b) drei
- c) n

am gleichen Tag Geburtstag haben?

Tipp: Was ist äquivalent zu den Monaten in den vorherigen Aufgaben?

1.4 Wir haben einen Sack mit vier Paar Socken in verschiedenen Farben. Wir können jedoch die Farben im Sack nicht erkennen. Wie viele Socken müssen wir rausnehmen, um mindestens ein gleichfarbiges Sockenpaar zu haben?

Lösung: 5

1.5 Wir wählen aus der Menge $\{1, 2, \dots, 10\}$ zufällig 6 Zahlen. Zeige, dass man von diesen zwei Zahlen auswählen kann, deren Summe 11 ist.

Tipp: Finde Schubfächer, sodass verschiedene Zahlen im gleichen Schubfach die Summe 11 haben.

1.6 Zwölf Personen haben jeweils 2 Würfel geworfen. Zeige, dass mindestens zwei Personen die gleiche Augensumme gewürfelt haben.

Lösung: Schubfächer: Mögliche Augensummen, Perlen: Personen \Rightarrow 11 Schubfächer, 12 Perlen \Rightarrow Mindestens 2 Perlen in einem Schubfach

Fortgeschritten

- 1.7 Auf einem 3×3 Quadrat steht auf jedem Feld entweder eine $-1, 0$ oder 1 . Wir berechnen von jeder Zeile, Spalte und Diagonale die Summe. Zeige, dass eine Summe mindestens zweimal auftritt.

Tipp: Schubfächer: Die verschiedenen Summen.

- 1.8 In einem Raum befinden sich n Personen, die sich gerade begrüßen. Zeige, dass zu es jedem Zeitpunkt zwei Personen gibt, die genau gleich viele Personen begrüßt haben.

Tipp: Schubfächer: Mögliche Anzahl, wie oft man schon jemanden begrüßt hat. Es gibt leider gleichviele Schubfächer wie Perlen. Überlege dir, ob sich zwei Schubfächer ausschliessen, d.h. zwei Schubfächer, in welchen nicht gleichzeitig Perlen sein können.

- 1.9 Wir haben 5 Punkte in der Ebene mit ganzzahligen Koordinaten. Von je zwei Punkten bestimmen wir den Mittelpunkt. Zeige, dass mindestens einer dieser Mittelpunkte ganzzahlige Koordinaten hat.

Tipp: Was kann man über die y - bzw. x -Koordinate der beiden Punkte aussagen, falls die y - bzw. x -Koordinate ganz ist?

- 1.10 Wir wählen zufällig elf Zahlen aus $\{1, 2, \dots, 20\}$. Zeige, dass es darunter immer zwei Zahlen gibt, sodass die eine ein Vielfaches der anderen ist.

Tipp: Ähnlich wie 1.5

Olympiade

- 1.11 Gegeben sei ein konvexes Viereck. Wir zeichnen über jeder Seite den entsprechenden Thaleskreis ein. Zeige, dass die vier Kreise das Viereck komplett überdecken.

Tipp: Überlege dir, was im Thaleskreis zu sein für den Winkel beim Punkt bedeutet.

- 1.12 Wir haben ein unendlich grosses Koordinatensystem, in dem jeder Gitterpunkt entweder rot, blau oder grün eingefärbt ist. Zeige, dass es ein Rechteck gibt (Seiten parallel zum Koordinatensystem), dessen Eckpunkte alle dieselbe Farben haben.

Tipp: Schau dir ein $4 \times (3^4 + 1)$ Rechteck an.

- 1.13 Auf einem 11×9 Rechteck sind alle Zahlen von 1 bis 99 eingetragen. Zeige, dass es zwei benachbarte Felder gibt, deren Differenz mindestens 6 beträgt.

Tipp: Betrachte einen kürzesten Weg welcher 1 und 99 verbindet.

- 1.14 Es seien $r + 1$ natürliche Zahlen gegeben mit insgesamt nur r verschiedenen Primteilern. Zeige, dass es eine Teilmenge der Menge dieser Zahlen gibt, so dass deren Produkt eine Quadratzahl ist.

Tipp: Überlege dir, wieso du zwei verschiedene Produkte multiplizieren kannst sodass es eine Quadratzahl gibt. Danach musst du noch überlegen, was du mit den Faktoren, welche in diesem Produkt doppelt vorkommen anstellen kannst.