

Sélection IMO - 4ème examen

Zürich - 17 Mai 2015

Temps : 4.5 heures

Chaque exercice vaut 7 points.

10. Soit $ABCD$ un parallélogramme. Supposons qu'il existe un point P dans l'intérieur du parallélogramme qui se trouve sur la médiatrice de AB et tel que $\angle PBA = \angle ADP$.
Montrer que $\angle CPD = 2\angle BAP$.

11. A Thaï-Land il y a n villes. Chaque paire de villes est reliée par une voie à sens unique qui ne peut être empruntée, selon son type, qu'à vélo ou qu'en voiture. Montrer qu'il existe une ville à partir de laquelle on peut atteindre n'importe quelle autre ville, soit à vélo, soit à voiture.

Remarque: Il n'est pas nécessaire d'utiliser le même moyen de transport pour chaque ville.

12. Soient m et n deux entiers naturels. Montrer qu'il existe un entier naturel c tel que chaque chiffre différent de 0 apparaît aussi souvent dans cm et dans cn .

Bonne chance!