

Sélection IMO 2010

Quatrième examen - 24 mai 2010

Durée: 4.5 heures

Chaque exercice vaut 7 points.

- 10.** Soit P un polynôme à coefficients réels tel que pour tout x réel l'équation $P(x) = P(1 - x)$ est satisfaite. Montrer qu'il existe un polynôme à coefficients réels Q tel que

$$P(x) = Q(x(1 - x)).$$

- 11.** Trouver tous les nombres entiers n , tels que $2^n + 3^n + 4^n$ est le carré d'un nombre rationnel.
- 12.** Des bananes, des pommes et des oranges sont réparti de manière arbitraire dans 100 boîtes. Montrer que l'on peut choisir 51 boîtes de sorte qu'elles contiennent au moins la moitié des fruits de chaque sorte.