

IMO-Selektion - 2. Prüfung

Zürich - 3. Mai 2015

Zeit: 4.5 Stunden

Jede Aufgabe ist 7 Punkte wert.

4. Finde alle Paare (a, b) teilerfremder ganzer Zahlen, sodass gilt:

$$a^2 + a = b^3 + b.$$

5. Sei ABC ein Dreieck. Die Punkte K, L und M liegen auf den Seiten BC, CA und AB , sodass sich die Geraden AK, BL und CM in einem Punkt schneiden. Zeige, dass man von den Dreiecken AML, BKM und CLK zwei wählen kann, sodass die Summe ihrer Inkreisradien mindestens so gross ist wie der Inkreisradius des Dreiecks ABC .

6. Finde alle Polynome P mit reellen Koeffizienten, sodass folgende Gleichung für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$P(x)P(x+1) = P(x^2+2).$$

Viel Glück!