MATHEMATICAL.
OLYMPIAD.CH
MATHEMATIK-OLYMPIADE
OLYMPIADES DE MATHÉMATIQUES
OLIMPIADI DELLA MATEMATICA

Esame 2020

1° turno delle Olimpiadi della matematica

Informazioni

- Domande: 35
- Tempo: 75 minuti
- Sono permessi tutti i mezzi di supporto alla tua disposizione (calcolatrice, internet, etc), ma il test deve essere risolto individualmente senza aiuto da parte di altre persone.

Tipi di domande

- A scelta multipla (MC): ogni domanda ha esattamente una risposta corretta. Per una risposta sbagliata, i punti vengono detratti per scoraggiare indovinare.
- Domande intere (INT): Ogni domanda ha come risposta un numero intero non negativo da 0 a 99999. Non vengono detratti punti per le risposte sbagliate.
- Vero / falso multiplo (T/F): Ogni domanda ha quattro affermazioni, ognuna delle quali può essere vera o falsa. I punti vengono detratti per le risposte sbagliate.

Punti

Ci sono tre livelli diversi di difficoltà. I compiti difficili valgono più punti. Può quindi valere la pena di saltare i compiti se non si va oltre.

MC:	+8 per la risposta corretta,	−2 per la risposta sbagliata,	0 senza risposta
T/F:	+2 per ogni risposta corretta,	−2 per ogni risposta sbagliata,	0 senza risposta
NUM:	+8 per la risposta corretta,	0 per risposta sbagliata o mancate	

Domanda 1 (MC):

La somma di cinque numeri interi consecutivi è uguale alla somma dei tre numeri interi successivi più grandi. Qual è il più grande di questi otto numeri interi?

A: 4

B: 8

C: 9

D: 11

E: 12

Domanda 2 (MC):

Su un cubo, etichettiamo ognuna delle facce e ognuno dei vertici con 1 e ogni bordo con -1. Qual è la somma totale delle etichette?

A: 0

B: 2

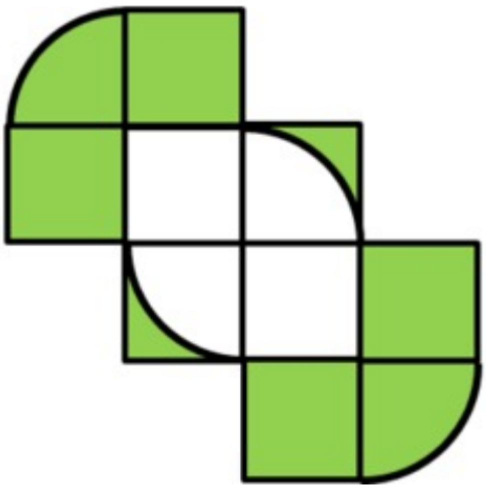
C: 4

D: 6

E: 8

Domanda 3 (MC):

Usando la sua bussola, Rada ha disegnato la figura qui sotto su una carta a griglia. Se la lunghezza laterale di un piccolo quadrato è di 2, qual è l'area in verde?



A: 12

B: 16

C: $16 + 2\pi$

D: 24

E: $24 + 2\pi$

Domanda 4 (MC):

Tim ha dimenticato le ultime cinque lettere della sua password. Si ricorda solo che ogni lettera è una I, M o O. Quante possibilità deve prendere in considerazione?

A: 15

B: 20

C: 120

D: 125

E: 243

Domanda 5 (INT):

Qual è il più piccolo numero intero maggiore di 1 che è sia un numero quadrato che una potenza alla terza?

Domanda 6 (INT):

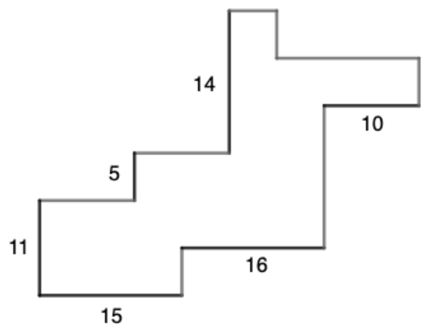
Qual è il più piccolo numero intero positivo dispari che non è un primo e non è un quadrato?

Domanda 7 (INT):

Quanti numeri interi ci sono tra 10 e 1000 che rimangono invariati quando l'ordine delle loro cifre è invertito?

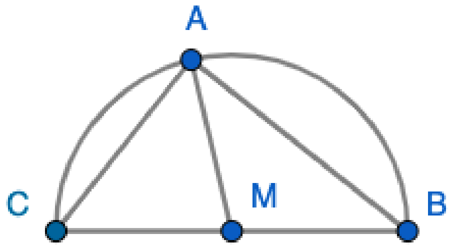
Domanda 8 (INT):

Qual è lo perimetro della figura seguente?



Domanda 9 (MTF):

Quali affermazioni sulla seguente configurazione devono certamente valere, supponendo che M sia il centro del semicerchio?



A: $\angle CAM = \angle ABC$

B: $\angle AMC = 2\angle ABC$

C: $\angle ACB + \angle ABC = 90°$

D: $\text{Area}(\triangle ACM) = \text{Area}(\triangle AMB)$

Domanda 10 (MTF):

Il numero 323 è...

A: un numero primo.

B: un quadrato.

C: la differenza di due numeri primi.

D: la differenza di due quadrati.

Level 2

MC:	+12 per la risposta corretta,	−3 per la risposta sbagliata,	0 senza risposta
T/F:	+3 per ogni risposta corretta,	−3 per ogni risposta sbagliata,	0 senza risposta
NUM:	+12 per la risposta corretta,	0 per risposta sbagliata o mancate	

Domanda 11 (MC):

Qual è il resto di $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^5 \cdot 7^7$ se diviso per 8?

A: 2

B: 3

C: 4

D: 5

E: 7

Domanda 12 (MC):

Dato è un $ABCD$ quadrato su un piano. Quanti sono i quadrati che condividono esattamente due vertici con $ABCD$?

A: 4

B: 6

C: 8

D: 12

E: 16

Domanda 13 (MC):

Julia e Florian pensano indipendentemente a un numero intero compreso tra 1 e 10 (inclusi 1 e 10). Julia dice: " *Non importa quale numero hai scelto: Se calcoliamo il prodotto dei nostri due numeri, non conterrà la cifra* 6". Florian dice: " *Va bene, allora la somma dei nostri numeri deve essere di* 14". Qual è il numero di Florian?

A: 4

B: 5

C: 6

D: 8

E: 9

Domanda 14 (MC):

Qual è il più piccolo numero intero $n > 2$ tale che $(2^2 - 1) \cdot (3^2 - 1) \cdot \ldots\ldots \cdot (n^2 - 1)$ è un numero quadrato?

A: 7

B: 8

C: 9

D: 11

E: 12

Domanda 15 (MC):

Tanish pensa a un numero intero $1 \leq n \leq 100$ e Marco vuole indovinare il numero. Dopo ogni indovinello, Tanish gli dice se la sua ipotesi era corretta, troppo piccola o troppo grande. Qual è il numero più piccolo di tentativi di cui Marco ha bisogno per indovinare il numero di Tanishs, supponendo che abbia una buona strategia?

A: 4

B: 5

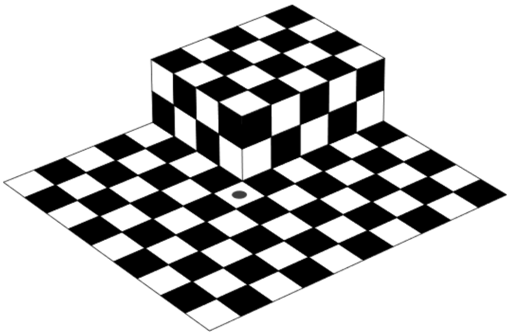
C: 6

D: 7

E: 8

Domanda 16 (MC):

Una formica è inizialmente sul quadrato segnato con il punto nero. La formica si muove attraverso un bordo da un quadrato a un quadrato adiacente per quattro volte e poi si ferma. Quanti dei possibili quadrati di finitura sono neri?



A: 6

B: 8

C: 10

D: 12

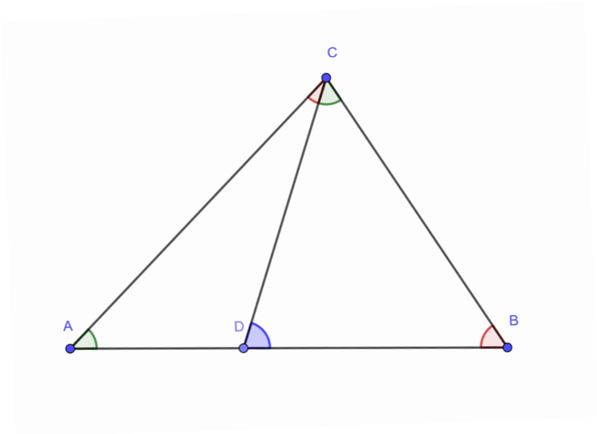
E: 14

Domanda 17 (INT):

Se la diagonale del quadrato A è 16 volte più grande del perimetro del quadrato B, quante volte più grande è l'area del quadrato A rispetto all'area del quadrato B?

Domanda 18 (INT):

Supponiamo che, nel diagramma sottostante, gli angoli $\angle DAC$ e $\angle DCB$ (entrambi evidenziati in verde) siano di 45 gradi e che l'angolo $\angle CBD$ sia il doppio dell'angolo $\angle ACD$ (entrambi evidenziati in rosso). Quanti gradi è l'angolo blu dell'angolo $\angle BDC$?



Domanda 19 (INT):

Viera ha prodotto meno di 200 di biscotti e ora desidera distribuirli in sacchetti di carta, in modo che ogni sacchetto abbia esattamente lo stesso numero di biscotti. Purtroppo, questo non sembra mai funzionare: Se vuole distribuirli in sacchetti da 5 dollari, rimangono quattro biscotti. La stessa cosa succede se vuole distribuirli in sacchetti da 6 dollari. Se vuole distribuirli in sacchetti da 7 dollari, ne rimangono tre. Quanti biscotti ha fatto Viera in totale?

Domanda 20 (INT):

Se un triangolo ad angolo retto ha un lato di lunghezza 15 e un lato di lunghezza 12, qual è la sua area più piccola possibile?

Domanda 21 (INT):

Quale numero intero ha la proprietà che se lo si eleva al quadrato e si sottraggono 49 si ottiene lo stesso numero come se prima si sottraggono 49 e poi si eleva al quadrato?

Domanda 22 (INT):

La gelateria preferita di Nicole offre otto gusti diversi. Nicole vuole acquistare tre palline di gelato che non sono tutte dello stesso gusto. Quante possibilità ha per farlo?
Osservazione: L'ordine dei gusti non ha importanza.

Domanda 23 (MTF):

Se alcuni numeri interi positivi a, b e c soddisfano $a^2 + b^2 = c^2$, ne consegue che

A: $a + b > c$.
B: c è dispari.
C: a e b non sono uguali.
D: c non è divisibile per 7.

Domanda 24 (MTF):

Ci sono 51 interi positivi distinti sulla lavagna, nessuno superiore a 100. Quali affermazioni su questa lavagna devono essere vere?

A: Ci sono due numeri consecutivi.
B: Ci sono due numeri che differiscono di 50.
C: Ci sono due numeri che ammontano a 100.
D: Ci sono sei numeri con la stessa ultima cifra.

Domanda 25 (MTF):

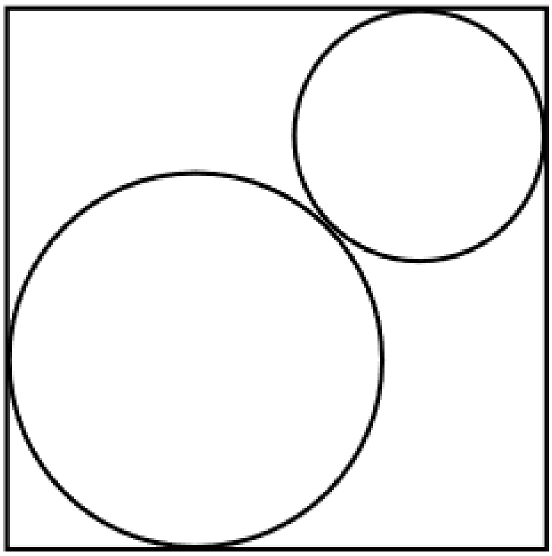
L'espressione $n^2 + n + 41$, per ogni intero positivo n, è sempre...

A: un numero primo.
B: maggiore di $(n + 1)^2$.
C: dispari.
D: un numero quadrato.

MC:	+16 per la risposta corretta,	–4 per la risposta sbagliata,	0 senza risposta
T/F:	+4 per ogni risposta corretta,	–4 per ogni risposta sbagliata,	0 senza risposta
NUM:	+16 per la risposta corretta,	0 per risposta sbagliata o mancate	

Domanda 26 (MC):

Due cerchi sono inscritti in un quadrato di lunghezza laterale 1, come mostrato nella foto qui sotto. Qual è la somma dei due raggi?



A: $\frac{1}{2}$

B: $\frac{1}{\sqrt{2}}$

C: $\sqrt{2} - 1$

D: $2 - \sqrt{2}$

E: Diverse scelte di cerchi porteranno a risposte diverse.

Domanda 27 (MC):

Ci sono monete da 100 in una fila, tutte con la testa verso l'alto. Louis ora gira ogni moneta, poi ogni seconda moneta, poi ogni terza moneta e così via fino a ogni 100. Supponendo che la prima moneta sia stata girata ogni volta, quante monete mostrano la testa alla fine?

A: 50

B: 89

C: 90

D: 91

E: 98

Domanda 28 (MC):

Tutti i numeri da 1 fino a 10 sono scritti sulla lavagna. Viviane ora sostituisce ripetutamente due numeri con la loro differenza (non negativa) fino a quando non ne rimane uno solo. Quale dei seguenti numeri potrebbe mai essere questo numero?

A: 0
B: 1
C: 4
D: 6
E: 11

Domanda 29 (MC):

Per un dato numero intero positivo di $n > 1$, scriviamo tutti i suoi divisori positivi in ordine crescente: $1 < d_1 < \ldots < d_k < n$. Quanti numeri diversi n soddisfano $d_k = 11 \cdot d_1$?

A: 0
B: 2
C: 3
D: 4
E: 5

Domanda 30 (INT):

Quirin ha quattro bastoncini di lunghezza 12. Ne spezza esattamente uno in due bastoncini e dispone tutti e cinque i pezzi in un triangolo ad angolo retto. Qual è l'area di quel triangolo?

Domanda 31 (INT):

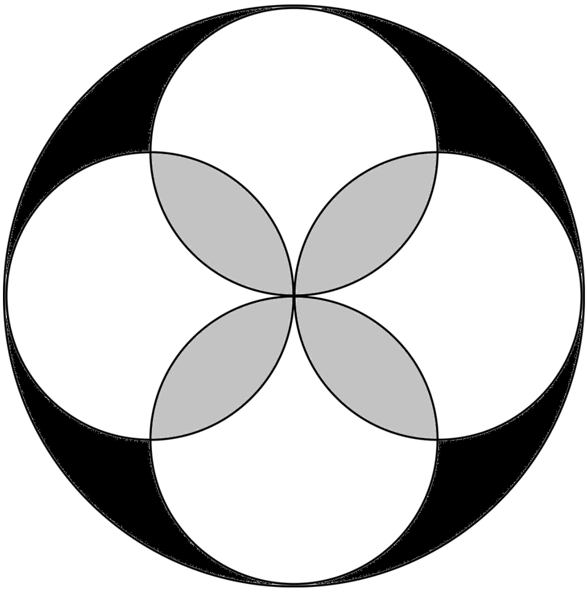
Lasciate che n sia il più piccolo intero positivo in modo che $10n$ sia un numero quadrato e $6n$ un numero cubo. Che cos'è n?

Domanda 32 (INT):

In quanti modi diversi un rettangolo da 2×11 può essere riempito con 11 tasselli di domino indistinguibili di dimensioni 1×2?

Domanda 33 (INT):

Nella figura sopra, ciascuna delle regioni grigie ha un'area di 72. Qual è l'area totale delle regioni nere?



Domanda 34 (MTF):

Esiste un numero a tre cifre $\overline{abc}$, tale che...

A: $\overline{abc}$ è divisibile per c e il numero a due cifre $\overline{ab}$.

B: $\overline{abc}$ è divisibile per b e il numero a due cifre $\overline{ac}$.

C: $a > c > 0$ e $\overline{abc} - \overline{cba}$ è un numero primo.

D: $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 2021$.

Domanda 35 (MTF):

I cinque amici Anaëlle, Bibin, Cyril, David e Ema giocano ad un gioco interattivo di strategia. I buoni devono sempre dire la verità e i cattivi devono sempre mentire. Questa è la loro conversazione:
Anaëlle: "*Cyril e David sono entrambi buoni o entrambi cattivi*".
Bibin: "*Se Ema è buona, Anaëlle dice la verità!*"
Cyril: "*C'è un numero pari di cattivi nel gioco*".
David: "*Almeno uno tra Anaëlle, Bibin e Cyril deve essere cattivo*".
Ema: "*Anaëlle e Cyril non sono entrambi buoni*".
Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

A: È possibile che Anaëlle e Cyril siano entrambi buoni.

B: David è certamente buono.

C: Bibin dev'essere cattivo.

D: E' possibile che ci sia un solo buon giocatore.