

Sélection OIM - 2ème Examen

Zürich - 3 Mai 2015

Temps : 4.5 heures

Chaque exercice vaut 7 points.

4. Trouver tous les nombres entiers relatifs a, b premiers entre eux tels que

$$a^2 + a = b^3 + b.$$

5. Soit ABC un triangle. Les points K , L et M se trouvent sur les segments BC , CA et AB respectivement, de telle manière que les droites AK , BL et CM se coupent en un point. Prouver qu'il est possible de choisir deux triangles parmi les triangles AML , BKM et CLK dont la somme des rayons des cercles inscrits vaut au moins le rayon du cercle inscrit du triangle ABC .

6. Trouver tous les polynômes P à coefficients réels tels que pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$P(x)P(x+1) = P(x^2+2).$$

Bonne chance!