

实验 0 数据误差处理



1 数据处理

1.1 测量钢筒含钢体积

用游标卡尺 (量程 125 mm, 分度值 0.02mm, 允差请查教材表 7-1) 测量钢筒含钢体积并计算其结果的不确定度, 即 $V \pm \sigma_V$. 直接测量结果见下表, 每个量在不同位置测 6 次, 其中字母含义: 外径 D , 内径 d , 高 H .

表 1: 测量钢筒含钢体积的数据表

项目	D/cm	d/cm	H/cm
零点读数	$D_0 = 0.000$	$d_0 = 0.000$	$H_0 = 0.000$
1	2.514	1.680	4.210
2	2.518	1.682	4.216
3	2.512	1.678	4.214
4	2.516	1.680	4.212
5	2.514	1.680	4.210
6	2.515	1.680	4.212
平均值	2.5060	1.6895	4.2023
平均值的标准差	1×10^{-3}	1×10^{-3}	1×10^{-3}
考虑仪器允差后平均值的标准差	1×10^{-3}	1×10^{-3}	2×10^{-3}
修正零点后的平均值	2.515	1.680	4.212

测量结果:

$$\bar{D} \pm \sigma_D = (2.515 \pm 0.001) \text{ cm}, \quad \bar{d} \pm \sigma_d = (1.680 \pm 0.001) \text{ cm}, \quad \bar{H} \pm \sigma_H = (4.212 \pm 0.002) \text{ cm}.$$

计算结果:

$$V = \frac{\pi}{4}(\bar{D}^2 - \bar{d}^2)\bar{H} = 11.59 \text{ cm}^3,$$

$$\sigma_V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial D}\sigma_D\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial d}\sigma_d\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial H}\sigma_H\right)^2} = \frac{\pi}{4} \sqrt{(2\bar{D}\bar{H}\sigma_D)^2 + (2\bar{d}\bar{H}\sigma_d)^2 + [(\bar{D}^2 - \bar{d}^2)\sigma_H]^2} = 0.03 \text{ cm}^3,$$

$$V + \sigma_V = (11.59 \pm 0.03) \text{ cm}^3.$$

1.2 测量钢球的直径和体积

用螺旋测微器（千分尺）（允差请查教材表 7-1）测量钢球体积并计算结果的不确定度，即 $V \pm \sigma_V$. 在不同位置测 6 次直径 d , 测量结果如下所示.

表 2: 测量钢球直径所得数据

n	1	2	3	4	5	6	零点值	平均值	平均值的标准差	考虑仪器允差后的标准差	修正零点后的平均值
d/cm	1.4690	1.4691	1.4693	1.4690	1.4694	1.4693	-0.0003	1.4692	0.00001	0.0002	1.4695

测量结果:

$$\bar{d} \pm \sigma_d = (1.4695 \pm 0.0002) \text{ cm.}$$

计算结果:

$$V = \frac{\pi}{6} \bar{d}^3 = 1.6615 \text{ cm}^3,$$

$$\sigma_V = \frac{\pi}{2} \bar{d}^2 \sigma_d = 0.0008 \text{ cm}^3,$$

$$V \pm \sigma_V = (1.6615 \pm 0.00008) \text{ cm}^3.$$

2 习题

1 (1) 1 位; (2) 4 位; (3) 2 位; (4) 6 位.

2 (1) 因为

$$c = \frac{ab}{b-a} = 10.0 \text{ cm},$$

所以

$$\sigma_c = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial a} \sigma_a\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial b} \sigma_b\right)^2} = \sqrt{\left[\frac{b^2}{(b-a)^2} \sigma_a\right]^2 + \left[\frac{-a^2}{(b-a)^2} \sigma_b\right]^2} = 0.1 \text{ cm},$$

故测量结果为

$$c \pm \sigma_c = (10.0 \pm 0.1) \text{ cm.}$$

(2) 因为

$$y = e^{-x^2} = 8.3 \times 10^{-38},$$

所以

$$\sigma_y = \left| \frac{\partial y}{\partial x} \sigma_x \right| = 2x e^{-x^2} \sigma_x = 1.5 \times 10^{-38},$$

故测量结果为

$$y \pm \sigma_y = (8.3 \pm 1.5) \times 10^{-38}.$$

(3) 因为

$$y = \ln x = 4.0378,$$

所以

$$\sigma_y = \left| \frac{\partial y}{\partial x} \sigma_x \right| = \frac{\sigma_x}{x} = 1.8 \times 10^{-3},$$

故测量结果为

$$y \pm \sigma_y = 4.0378 \pm 0.0018.$$

(4) 因为

$$y = \cos \frac{\pi x}{10800} = 0.98657,$$

其中 x 以分为单位. 所以

$$\sigma_y = \left| \frac{\partial y}{\partial x} \sigma_x \right| = \frac{\pi}{10800} \sin \frac{\pi x}{10800} \sigma_x = 4 \times 10^{-5},$$

故测量结果为

$$y \pm \sigma_y = 0.98657 \pm 0.00004.$$

3 (b)

$$\begin{aligned} \sigma_\rho &= \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m_1} \sigma_{m_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial m_2} \sigma_{m_2} \right)^2} = \rho_0 \sqrt{\left[\frac{m_2}{(m_2 - m_1)^2} \sigma_{m_1} \right]^2 + \left[\frac{m_1}{(m_2 - m_1)^2} \sigma_{m_2} \right]^2} \\ &= \frac{\rho_0}{(m_2 - m_1)^2} \sqrt{(m_2 \sigma_{m_1})^2 + (m_1 \sigma_{m_2})^2} \end{aligned}$$

(c)

$$\sigma_y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial a} \sigma_a \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial b} \sigma_b \right)^2} = \sqrt{\left[\frac{a}{a(a+b)} \sigma_a \right]^2 + \left[\frac{a}{b(a+b)} \sigma_b \right]^2} = \frac{1}{a+b} \sqrt{\left(\frac{b}{a} \sigma_a \right)^2 + \left(\frac{a}{b} \sigma_b \right)^2}$$

4 L 有三种计算方式:

(1) $L = L_1 + d_1/2 + d_2/2$, 对应的不确定度

$$\sigma_L = \sqrt{\sigma_{L_1}^2 + \frac{1}{4}\sigma_{d_1}^2 + \frac{1}{4}\sigma_{d_2}^2} = 0.9 \mu\text{m},$$

(2) $L = L_2 - d_1/2 - d_2/2$, 对应的不确定度

$$\sigma_L = \sqrt{\sigma_{L_2}^2 + \frac{1}{4}\sigma_{d_1}^2 + \frac{1}{4}\sigma_{d_2}^2} = 1.1 \mu\text{m},$$

(3) $L = L_1/2 + L_2/2$, 对应的不确定度

$$\sigma_L = \sqrt{\sigma_{L_1}^2 + \sigma_{L_2}^2} = 0.6 \mu\text{m},$$

所以应根据第三种计算公式测量 L_1 和 L_2 .

5 由于

$$S = L_1 L_2 - \frac{\pi}{4} (d_1^2 + d_2^2) = 62.84 \text{ cm}^2$$

所以 S 的相对不确定度可以根据如下公式计算:

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_S}{S} &= \frac{1}{S} \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial L_1} \sigma_{L_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial L_2} \sigma_{L_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial d_1} \sigma_{d_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial d_2} \sigma_{d_2}\right)^2} \\ &= \frac{1}{S} \sqrt{(L_2 \sigma_{L_1})^2 + (L_1 \sigma_{L_2})^2 + \left(\frac{\pi}{2} d_1 \sigma_{d_1}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2} d_2 \sigma_{d_2}\right)^2}\end{aligned}$$

将题目中的数据代入, 可得欲使 $\sigma_S/S \leq 0.5\%$, $\sigma_{d_2} \leq 1.2 \text{ cm}$, 而这个数据远大于 d_2 的估计值, 所以可以直接将 d_2 忽略不计.

6 (1) 用 \hat{O} 代表观测量 O 的测量值, 这时有

$$\begin{aligned}\frac{\hat{h}}{h} &= \frac{1 + 293.15 \text{ K} \times \alpha}{1 + 303.15 \text{ K} \times \alpha} = 0.9999 \\ \frac{\hat{t}}{t} &= 0.9999\end{aligned}$$

所以

$$\hat{g} = \frac{0.9999}{0.9999^2} g = 980.1 \text{ cm/s}^2$$

(2) 题中所给方程 4 次及以上的项绝对值非常小, 对 T 的结果的影响可以忽略不计. 所以此时相对误差

$$E_r = \frac{\frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

分别令 $E_{r,1} \leq 0.5\%$ 和 $E_{r,2} \leq 0.05\%$ 可得摆角的范围分别为 $\theta_1 \leq 16.3^\circ$ 和 $\theta_2 \leq 5.1^\circ$.

7 根据题目中的数据, 有:

$$\begin{aligned}\bar{i} &= 5.5, \quad \bar{y} = 66.8571 \text{ mm} \\ \sum_{k=1}^{10} (i_k - \bar{i})^2 &= 82.5, \quad \sum_{k=1}^{10} (y_k - \bar{y})^2 = 6320.90 \text{ mm}^2 \\ \sum_{k=1}^{10} (i_k - \bar{i})(y_k - \bar{y}) &= 722.1095 \text{ mm}\end{aligned}$$

由此可以计算出斜率 λ :

$$\lambda = \frac{\sum_{k=1}^{10} (i_k - \bar{i})(y_k - \bar{y})}{\sum_{k=1}^{10} (i_k - \bar{i})^2} = 8.7528 \text{ mm}$$

相关系数 r :

$$r = \frac{\sum_{k=1}^{10} (i_k - \bar{i})(y_k - \bar{y})}{\sum_{k=1}^{10} (i_k - \bar{i})^2 \cdot \sum_{k=1}^{10} (y_k - \bar{y})^2} = 0.99996898$$

所以声速 $c = f\lambda = 346.4 \text{ m/s}$.

我们来估计 c 的不确定度:

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n-2} \cdot \lambda^2 + \frac{e_{y_i}^2}{3} + \frac{e^2}{3}} = 0.025 \text{ mm.}$$

那么

$$\sigma_c = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial f}\sigma_f\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial \lambda}\sigma_\lambda\right)^2} = \sqrt{\left(\lambda \frac{e_f}{\sqrt{3}}\right)^2 + (f\sigma_\lambda)^2} = 1 \text{ m/s}$$

所以 c 的测量值为 $c \pm \sigma_c = (3.46 \pm 0.01) \times 10^2 \text{ m/s}$.

8 (1) 用 Origin 作图得到如下的图像: 则观察图像可以得到这是一个线性关系. (2) 令 T 表示 $(1/t^2/(10^{-2} \text{ s}^{-2}))$,

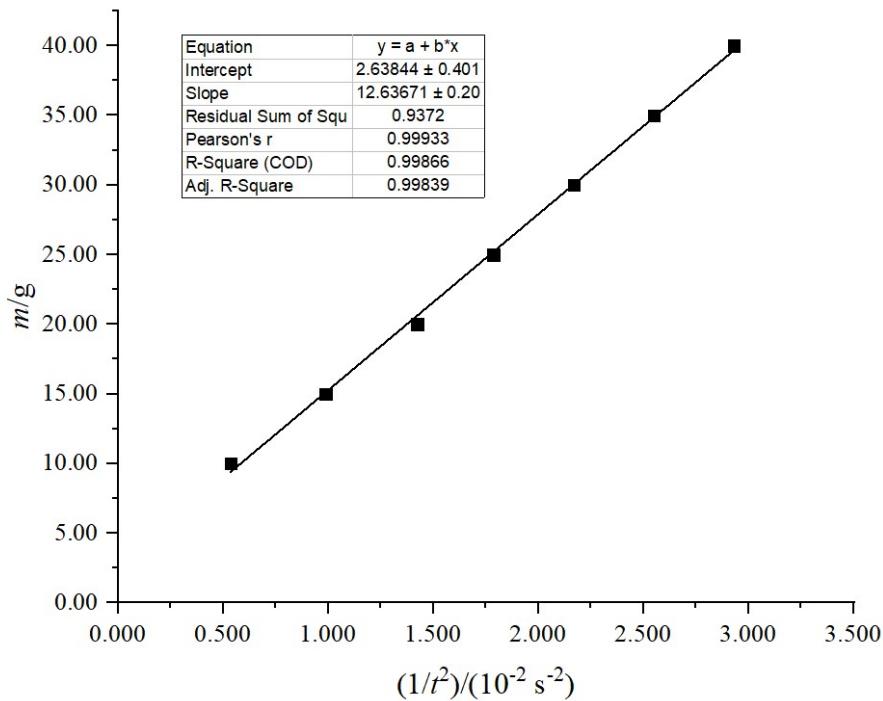


图 1: m 与 $1/t^2$ 的关系

m 表示 m/g , 则有

$$\bar{T} = 1.770, \quad \bar{m} = 25.00$$

$$\sum_{k=1}^7 (T_k - \bar{T})^2 = 4.378, \quad \sum_{k=1}^7 (m_k - \bar{m})^2 = 700.00$$

$$\sum_{k=1}^7 (T_k - \bar{T})(m_k - \bar{m}) = 55.32$$

由此可以计算出斜率 k_2 和截距 b_2 :

$$k_2 = \frac{\sum_{k=1}^7 (T_k - \bar{T})(m_k - \bar{m})}{\sum_{k=1}^7 (m_k - \bar{m})^2} = 0.07903$$

$$b_2 = \bar{T} - k_2 \bar{m} = -0.2061$$

相关系数

$$r_2 = \frac{\sum_{k=1}^7 (T_k - \bar{T})(m_k - \bar{m})}{\sum_{k=1}^7 (m_k - \bar{m})^2 \cdot \sum_{k=1}^7 (T_k - \bar{T})^2} = 0.9993.$$

(3) 原理同 (2), 可以计算出斜率 k_2 和截距 b_2 :

$$k_1 = \frac{\sum_{k=1}^7 (T_k - \bar{T})(m_k - \bar{m})}{\sum_{k=1}^7 (T_k - \bar{T})^2} = 12.64$$

$$b_1 = \bar{m} - k_1 \bar{T} = 2.638$$

相关系数

$$r_1 = \frac{\sum_{k=1}^7 (T_k - \bar{T})(m_k - \bar{m})}{\sum_{k=1}^7 (m_k - \bar{m})^2 \cdot \sum_{k=1}^7 (T_k - \bar{T})^2} = 0.9993.$$

两组数据的 r 相同, 都是 $r = \sqrt{k_1 k_2}$, 因为 r 只反映了两组数据的相关性 (关于两组数据形式上是对称的), 所以与自变量的选取没有关系.

3 分析与讨论

3.1 系统误差和随机误差对于钢筒体积不确定度的贡献

对于钢筒误差的测量, 根据计算的结果来看, 仪器允差带来的未定系统误差较测量的随机误差稍大, 所以对于不确定度的贡献主要来自于仪器允差带来的系统误差.

3.2 系统误差和随机误差对于测量小钢球体积不确定度的贡献

对于小钢球直径的测量, 由于可定系统误差对于不确定度没有贡献, 而随机误差和仪器允差带来的贡献相比, 仪器允差也要稍大于随机误差, 所以仪器允差所带来的未定系统误差对小钢球体积不确定度的贡献较大, 这是因为游标卡尺的允差太大, 如果采用螺旋测微器来测量, 这时仪器的允差变小, 而造成随机误差的主要原因是小钢球在螺旋测微器上卡的位置不一定对应小钢球的直径, 可以预见此时随机误差对于不确定度的贡献应该更大.

实验 18 Franck-Hertz 实验



1 数据处理

注：所有的数据均见附录.

1.1 Hg 管和Ar 管的 Franck-Hertz 实验所得图像

在Hg 管的实验中，笔者使用的是 5# 仪器。首先调节 $T = 176^\circ\text{C}$, $U_1 = 1.60\text{V}$, $U_3 = 1.97\text{V}$, 并以每次 1V 的扫描跨度进行粗测，粗测后发现在测量范围内能出现六个峰，故开始测量。测量数据见附录表 1。根据表 1 中的数据作图如图 1 所示（笔者在作图过程中连接各数据点时使用了 Bezier 曲线的拟合方式）：

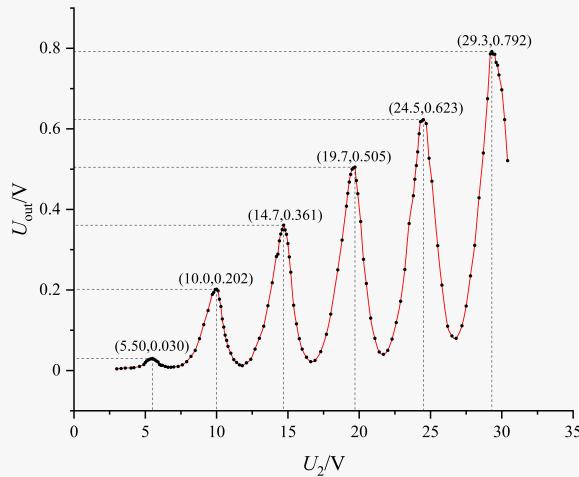


图 1: Hg 管的 $U_{\text{out}}-U_2$ 曲线

截取其中每一段曲线的极值点，并以此按照自变量 U_2 的大小从小到大排序，并将排序的序号对对应的 U_2 进行线性回归，得到的结果如下图所示：

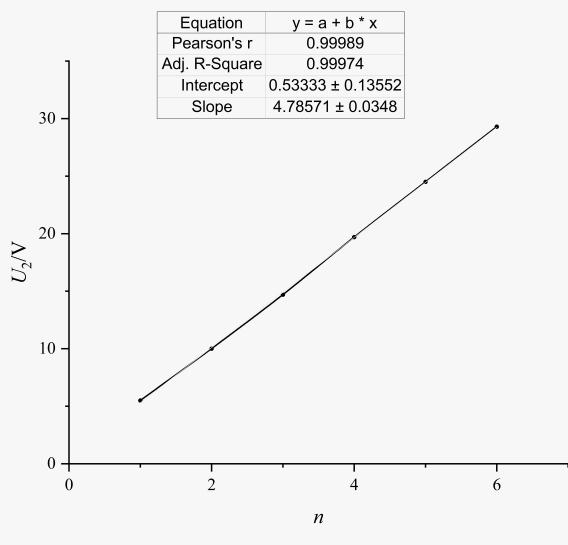
可以明显观察到 U_2 和 n 呈明显的线性关系, $r = 0.99989$, 并满足以下公式:

$$U_2 / \text{V} = 0.533 + 4.79n \quad (1)$$

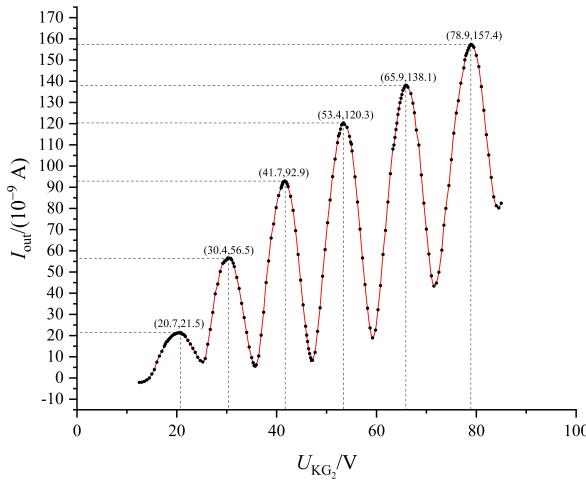
由此, 可以算得Hg 的第一激发电位 $U_1=dU_2/dn=4.79$ (eV), 而这一结果的不确定度可以通过线性回归中的不确定度公式推得:

$$\sigma_{U_1} = U_1 \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{6 - 2}} = 0.04(\text{V}) \quad (2)$$

因此本次实验的对于Hg 的第一激发电位的测量结果为 $4.79 \pm 0.04\text{eV}$. 在网上查阅相关数据, 得知Hg 的第一激发电位为 4.9eV, 和测量结果差距较小, 仍在可接受范围内 (对于误差的讨论可以参考下一部分).

图 2: U_2 对 n 的线性回归结果

对于使用Ar管所进行的实验,笔者使用的是4#仪器。首先调节 $U_{\text{HH}} = 2.8\text{V}$, $U_{\text{GA}} = 6.0\text{V}$, $U_{\text{G1K}} = 2.0\text{V}$,并以每次 0.3V 的扫描跨度进行粗侧,粗测后发现在测量范围内能出现六个峰,但发现在最后一个峰的测量过程中出现了电流数值超过了量程的情况,因此笔者又重新调节相关系数 $U_{\text{HH}} = 2.8\text{V}$, $U_{\text{GA}} = 9.7\text{V}$, $U_{\text{G1K}} = 2.0\text{V}$,此时在实验过程中不会出现超过量程的电流,故开始测量。测量数据见附录表2,表3。根据表2,表3中的数据作图如图3所示:

图 3: Ar 管的 I_g - U_{G2K} 曲线

截取其中每一段曲线的极值点,并以此按照自变量 U_{G2K} 的大小从小到大排序,并将排序的序号对对应的 U_{G2K} 进行线性回归,得到的结果如图4所示。

和上一次实验类似地,可以明显观察到 U_{G2K} 和 n 呈明显的线性关系,但线性关系显然不如Hg管得到的

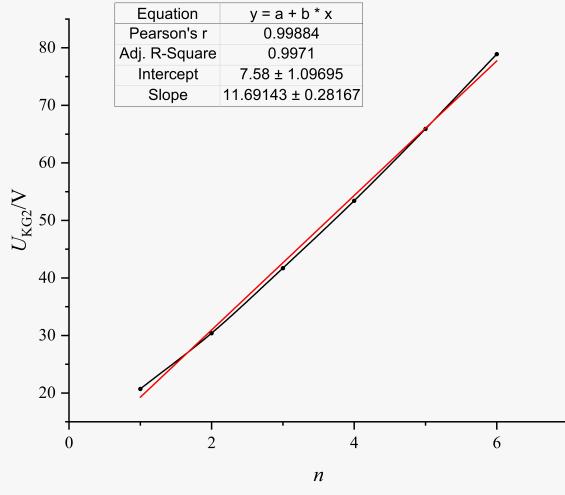


图 4: U_{G2K} 对 n 的线性回归结果, 其中红色图形为线性拟合结果

数据符合得好, 此次实验中 $r = 0.9984$, 并满足以下公式:

$$U_{G2K}/V = 7.58 + 11.69n \quad (3)$$

由此, 可以算得 Ar 的第一激发电位 $U'_1 = dU_{G2K}/dn = 11.7$ (eV), 而这一结果的不确定度可以通过线性回归中的不确定度公式推得:

$$\sigma_{U'_1} = U'_1 \sqrt{\frac{1/r'^2 - 1}{6 - 2}} = 0.17\text{V} \quad (4)$$

因此本次实验的对于 Ar 的第一激发电位的测量结果为 $11.69 \pm 0.17\text{eV}$. 笔者在网上查阅相关数据, 得知 Ar 的第一激发电位为 13.06eV , 相对误差较为明显.

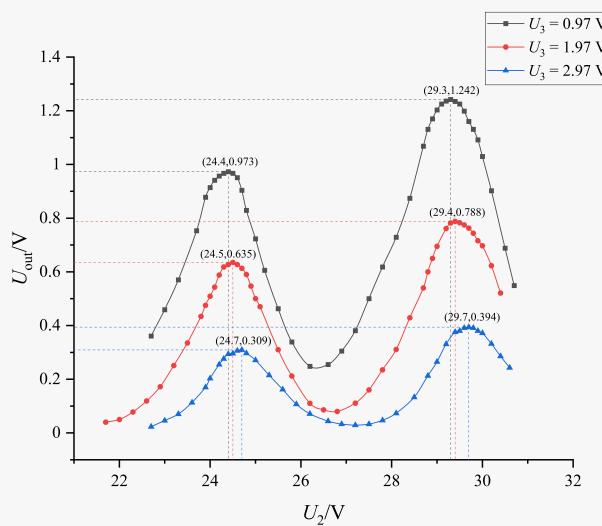
从两幅图中均可以看出, 随着阴极到第二栅极电压的增大, Hg 管的输出电压和 Ar 管测得的电流呈现先增大后减小的趋势. 且各个峰值之间的距离大致相等. 这和实验原理中提到的电子在一定能量下激发原子发生非弹性碰撞, 而后重新加速到这一能量的过程相符. 但本实验中峰的宽度较大, 这是因为并不是单个电子碰撞单个原子的过程, 在这一过程中电子的速度满足一定的分布律 (在高温时近似于 Maxwell 分布律), 而不是一个恒定的数值, 而电子与原子碰撞的方向也是随机的.

另外, 也可以看出峰值是随着加速电压增大而增大的, 这也很好理解. 加速电压越大, 能够克服减速电压而到达极板 p 的电子相应增多, 所以最后测得的微电流会随着加速电压增大而增大.

1.2 减速电压改变对曲线的影响

笔者还探究了 U_{g_2p} 变化之下, Hg 管的 Franck 实验得到曲线所发生的变化. 本次实验中在 $U_{g_2p} = 0.97\text{V}$, 1.97V 和 2.97V 的条件之下 Hg 管所形成的曲线 (只测量最后两个峰). 相关数据如表 6, 表 7 所示, 根据表 6, 表 7 得到的曲线图如图 5 所示.

从图 5 可以看出, 增大减速电压会导致所产生的输出电压 U_{out} 减小, 且峰的位置呈现稍向右移动的现象.

图 5: Hg 管的 U_{out} - U_2 曲线随 U_3 的变化

这是因为增大减速电压会使得电子克服减速电压到达接收极板 p 所需要的能量更大, 因而最终到达极板的电子数目会变少, 电流变小, 对应的输出电压也就会变小.

至于为何峰会右移, 笔者认为, 这是因为: 电子的速率满足一定的分布律 (假设可以近似为 Maxwell 分布), 假设满足 $v \geq v_0$ 的电子能够到达极板 p, 则电流的峰值对应于速率分布曲线下方 $v \geq v_0$ 的部分的面积的最大值. 由于增加反向电压会使得满足能到达极板 p 条件的电子变少, 则速率的下限 v_0 增大, 对应于速率分布中满足 $v \geq v'_0$ 速率区间变窄, 此时需要速率分布曲线右移才能达到相应的最大值, 所以需要的加速电压更大, 即峰值右移. 此外, 二次发射的电子和少量速度极大的电子贡献了本底电流, 也会对峰值造成一定的偏移.

2 分析与讨论

2.1 为什么使用Ar 管进行 Franck-Hertz 实验时误差更为明显?

笔者注意到, 相比于Hg 管的实验数据, 采用Ar 管进行 Franck-Hertz 实验的线性拟合程度明显更差, 笔者在查阅相关资料后, 认为可以用电子碰撞过程中产生的的韧致辐射解释这一现象. 韧致辐射主要是自由电子与Ar 原子碰撞的过程. 因为碰撞可看作是弹性的, 则单个电子从阴极到达加速极栅的韧致辐射的能量为:

$$W(\nu) = \frac{2}{3} \frac{e^2 \bar{v}^2}{\pi c^3 b} \cdot n \quad (5)$$

其中 e 为电子电量, \bar{v} 为碰撞速度, b 是散射截面半径, c 为光速, n 为碰撞次数, 倘若要计算韧致辐射能量, 则需确定以上各具体数值.

考虑到Ar 的第一激发电位为 13.06eV, 因此电子在其动能小于 13.06eV 之前与Ar 院子的碰撞是弹性的, 因此我们可以知道:

$$mv_{max}^2/2 = 13.06(eV) \quad (6)$$

由此可以解得电子的最大速度 $v_{max} = 2.02 \times 10^6 \text{m/s}$, 而因此电子的平均速度 $\bar{v} = \frac{1}{2}v_{max} = 1.01 \times 10^6 \text{m/s}$.

由随机游走理论, 电子在阴极相聚 l 的Ar 管道中与Ar 原子碰撞的次数为 $n = l^2/\lambda^2$, 根据平均自由程公式:

$$\lambda = \frac{KT}{\sqrt{2} \cdot \pi(d/2)^2 P} \quad (7)$$

在此次实验环境下, 可以取温度 $T=298.15\text{K}$, Ar 原子直径 $d=3.8 \times 10^{-10}\text{m}$, $l = 0.6\text{cm}$ (此数据为个人估计结果), 以及瓶内气压 $P = 19\text{mmHg}$ (笔者并没有在实验室中直接记录这一结果, 该数据系网上查阅相关资料得到), K 为 Boltzmann 常数, 算得 $\lambda = 6.29 \times 10^{-4}\text{cm}$, 带入可得碰撞次数 $n = 1.0 \times 10^6$.

由于电子的屏蔽效应, 因此在散射过程中, 最大散射截面必定限定在原子半径以内, 而Ar 对电子的散射截面半径小于 1.81×10^{-10} , 由于笔者并没有查询到相关数据, 因此直接将Ar 的原子半径带入以对最终结果进行大致估算.

将上述数据带入到韧致辐射能量的计算公式中, 可以算的第一峰值出现时电子的韧致辐射的能量 $W_1=0.15\text{eV}$, 与上文中通过线性相关系数 r 所求得的误差范围较为接近, 说明以后在使用稀有气体代替Hg 进行 Franck-Hertz 实验时, 主要误差很可能来自于韧致辐射. 此外考虑到Hg 的半径较大, 第一激发电位比较低, 因此在实验过程中电子的韧致辐射现象相对没有那么明显, 因此同样可以解释为什么在使用Hg 进行 Franck-Hertz 实验结果的线性拟合度较好.

此外, 笔者通过查阅相关资料还了解到由于Ar 原子在第一激发态和基态之间还存在着两个亚稳态 (11.55eV 和 11.72eV), Ar 原子外层电子在这两个亚稳态的停留时间为 10^{-3}s , 比第一激发态的停留时间 (10^{-8} s) 要长许多. 因此从能级理论角度上讲, 所测量的结果应该要进行修正, 考虑两个亚原子能级. 当慢电子从热阴极产生, 经过加速与Ar 原子发生碰撞, 有可能存在到这两个寿命更长的Ar 原子能级上. Ar 原子不仅以一定的概率跃迁到了 13.06eV 这个理论值的能级上, 还以一定的比率跃迁到了能量差值为 11.55eV 和 11.72eV 这两个亚稳态上. 该实验测量得到的激发电位本质上应为第一激发电势和两个亚稳态激发电位的一定概率比, 但考虑到这一概率比与其内部原子结构的关系较为复杂, 为此此处笔者难以给出较为准确地估计结果.

2.2 测量第一激发电位时误差的主要来源

笔者认为, 该实验中误差的来源主要有以下几点:

1. 仪器测量的误差, 这主要来源于仪器内部的噪声, 可能混有少量杂原子或其他粒子, 或者是内部温度的变化以及气体密度的变化. 不管是Ar 管还是Hg 管, U_{out} 和 I_g 的示数跳动很明显, 有时会逐渐增加, 有时会逐渐减小, 导致读数不准确, 造成误差.
2. 测量Hg 的实验中. 加热温度不能完全恒定, 会偶尔存在波动, 导致阴极发射电子的性质产生改变, 引起电流的变化.
3. 实验过程中由于加速电压每次调节的变化很小, 容易调过, 此时若再调回来测量时容易引起一定的误差, 即回程差.

4. 测量数据不够多, 每个峰在表格中的最大值不一定是实际 U_{out} 变化的峰值, 这会导致峰值的位置难以确定. 可以在峰值附近的 ΔU_{KG2} 取小一些, 多测几个数据, 使曲线更光滑.

3 收获与感想

本次实验是我第一次亲身参与的量子物理实验, 不仅通过自己动手操作在实践中了对量子物理知识有了更加深刻的理解, 还额外了解了若干种实验操作技巧, 如实验仪器参数的微调方法以及取点的技巧等, 在理论和实践两个角度都收获颇丰. 相比于前几次实验, 本次实验更加倾向于对实验技巧的考察, 实验数据记录的选择性有着较高的要求, 既不能取点过于频繁而导致实验速度较慢, 也不能取点过于随意从而有可能遗漏不少关键数据点. 在实验过后我对量子物理了解以及实验都有了一定的提升, 是一次收货很满的实验课. 本次实验让我对于原子能级的量子化有了直观的体会, 加深了我对于原子能级概念的理解. Franck-Hertz 实验所使用到的装置非常简单, 测量方法的伏安电路也很简单, 但是 Franck 和 Hertz 通过此实验获得了诺贝尔物理奖, 可见比实验装置更加重要的是其背后的物理思想.

4 附录

表 1~6 均见附录.

表 1: Hg 管的 Franck-Hertz 实验数据, $\theta = 176^\circ \text{ C}$, $U_1 = 1.60 \text{ V}$, $U_3 = 1.97 \text{ V}$

U_2/V	3.0	3.3	3.6	4.0	4.2	4.6	4.9	5.0	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5
U_{out}/V	0.004	0.005	0.006	0.006	0.007	0.010	0.015	0.020	0.024	0.026	0.028	0.029	0.030
U_2/V	5.6	5.7	5.8	5.9	6.0	6.1	6.2	6.4	6.6	6.8	7.0	7.3	7.6
U_{out}/V	0.028	0.026	0.023	0.021	0.015	0.013	0.013	0.010	0.008	0.008	0.009	0.010	0.014
U_2/V	7.9	8.2	8.5	8.8	9.1	9.4	9.7	9.8	9.9	10.0	10.1	10.2	10.3
U_{out}/V	0.022	0.035	0.050	0.079	0.114	0.149	0.189	0.194	0.201	0.202	0.198	0.177	0.159
U_2/V	10.4	10.5	10.6	10.7	10.8	11.0	11.2	11.4	11.6	11.8	12.1	12.4	12.7
U_{out}/V	0.128	0.108	0.088	0.075	0.060	0.043	0.027	0.020	0.014	0.012	0.019	0.028	0.053
U_2/V	13.0	13.3	13.6	13.9	14.2	14.3	14.4	14.5	14.6	14.7	14.8	14.9	15.0
U_{out}/V	0.080	0.110	0.161	0.218	0.283	0.289	0.322	0.339	0.350	0.361	0.349	0.338	0.315
U_2/V	15.1	15.2	15.4	15.6	15.8	16.0	16.3	16.6	16.9	17.3	17.7	18.0	18.5
U_{out}/V	0.282	0.244	0.162	0.116	0.079	0.053	0.033	0.022	0.025	0.047	0.090	0.140	0.250
U_2/V	18.8	19.1	19.2	19.3	19.4	19.5	19.6	19.7	19.8	19.9	20.1	20.3	20.5
U_{out}/V	0.324	0.408	0.440	0.468	0.487	0.500	0.503	0.505	0.472	0.439	0.370	0.276	0.216
U_2/V	20.8	21.1	21.4	21.7	22.0	22.3	22.6	22.9	23.2	23.5	23.8	23.9	24.0
U_{out}/V	0.130	0.080	0.046	0.040	0.050	0.078	0.119	0.172	0.251	0.365	0.434	0.475	0.509
U_2/V	24.1	24.2	24.3	24.4	24.5	24.7	24.9	25.1	25.5	25.8	26.2	26.5	26.8
U_{out}/V	0.543	0.588	0.618	0.620	0.623	0.613	0.527	0.470	0.310	0.212	0.110	0.086	0.080
U_2/V	27.2	27.5	27.8	28.1	28.4	28.7	29.0	29.2	29.4	29.5	29.6	29.7	29.8
U_{out}/V	0.111	0.160	0.235	0.311	0.429	0.540	0.675	0.751	0.786	0.785	0.765	0.758	0.734
U_2/V	29.9	30.0	30.2	30.4									
U_{out}/V	0.716	0.697	0.623	0.521									

表 2: Ar 管的 Franck-Hertz 实验数据, $\theta = 25^\circ \text{ C}$, $U_{\text{HH}} = 2.8 \text{ V}$, $U_{\text{GA}} = 9.7 \text{ V}$, $U_{\text{G1K}} = 2.0 \text{ V}$

U_{KG_2}/V	12.5	13.0	13.5	14.0	14.5	15.0	15.5	16.0	16.5	17.0	17.5	17.7
$I_g/10^{-9}$	-2.1	-0.2	-1.6	-0.9	0.0	1.9	4.0	7.5	10.3	12.6	15.0	16.0
U_{KG_2}/V	17.9	18.1	18.3	18.5	18.7	19.0	19.2	19.4	19.6	19.8	20.1	20.3
$I_g/10^{-9}$	17.0	17.3	18.0	18.5	19.0	19.8	20.2	20.5	20.7	20.9	21.2	21.3
U_{KG_2}/V	20.5	20.5	20.7	20.9	21.1	21.3	21.5	21.7	22.2	22.7	23.2	23.7
$I_g/10^{-9}$	21.3	21.3	21.5	21.2	20.7	20.6	20.3	19.6	17.8	16.0	14.0	12.1
U_{KG_2}/V	24.2	24.7	25.2	25.7	26.2	26.7	27.2	27.7	28.2	28.7	29.2	29.4
$I_g/10^{-9}$	9.8	8.2	7.6	9.2	15.9	22.9	30.9	39.7	44.3	50.2	54.1	54.4
U_{KG_2}/V	29.6	29.8	30.0	30.2	30.4	30.6	30.8	31.0	31.3	31.5	32.0	32.5
$I_g/10^{-9}$	55.2	55.4	55.9	56.6	56.5	56.5	56.4	55.7	54.2	52.6	47.4	42.2
U_{KG_2}/V	33.0	33.5	34.0	34.5	35.0	35.3	35.5	35.7	35.9	36.4	36.9	37.4
$I_g/10^{-9}$	35.2	28.5	21.5	14.6	9.6	7.2	5.8	5.6	6.2	10.4	20.2	31.0
U_{KG_2}/V	37.9	38.4	38.9	39.4	39.9	40.4	40.9	41.0	41.1	41.2	41.3	41.4
$I_g/10^{-9}$	45.0	55.2	66.0	72.7	80.4	86.1	89.6	90.3	91.2	91.7	92.5	92.7
U_{KG_2}/V	41.5	41.6	41.7	41.8	41.9	42.1	42.3	42.8	43.3	43.8	44.3	44.8
$I_g/10^{-9}$	92.8	92.8	92.9	92.6	92.5	91.5	90.3	85.7	79.1	69.5	58.3	46.2
U_{KG_2}/V	45.3	45.8	46.0	46.2	46.4	46.6	46.8	47.0	47.2	47.7	48.2	48.7
$I_g/10^{-9}$	34.5	24.4	20.2	17.2	13.8	11.5	9.5	8.3	8.4	12.1	22.0	33.1
U_{KG_2}/V	49.2	49.7	50.2	50.7	51.2	51.7	52.2	52.4	52.6	52.8	53.0	53.2
$I_g/10^{-9}$	48.0	60.6	73.2	84.0	95.0	103.3	111.0	114.2	115.3	117.4	119.4	119.8
U_{KG_2}/V	53.3	53.4	53.6	54.1	54.6	54.8	55.0	55.1	55.7	56.2	56.7	57.2
$I_g/10^{-9}$	120.2	120.3	119.6	118.3	114.0	111.3	110.3	107.1	94.9	83.0	70.2	56.6
U_{KG_2}/V	57.7	58.2	58.7	59.2	59.8	60.3	60.8	61.3	61.8	62.3	62.8	63.3

表 3: Ar 管的 Franck-Hertz 实验数据, $\theta = 25^\circ \text{ C}$, $U_{\text{HH}} = 2.8 \text{ V}$, $U_{\text{GA}} = 9.7 \text{ V}$, $U_{\text{G1K}} = 2.0 \text{ V}$ (续表)

$I_g/10^{-9}$	44.1	32.9	23.6	18.9	22.6	32.2	43.6	58.3	69.6	83.0	96.4	108.0
U_{KG_2}/V	63.5	63.7	63.9	64.1	64.3	64.5	64.7	64.9	65.1	65.3	65.5	65.7
$I_g/10^{-9}$	109.9	113.5	117.2	120.2	124.3	127.0	129.9	132.0	133.7	135.7	136.7	137.8
U_{KG_2}/V	65.9	66.1	66.3	66.9	67.3	67.6	68.0	68.5	69.0	69.5	70.0	70.5
$I_g/10^{-9}$	138.1	137.9	137.2	134.2	129.6	125.1	117.0	109.9	95.8	82.5	70.2	58.5
U_{KG_2}/V	71.0	71.5	72.0	72.5	73.1	73.5	73.9	74.5	75.0	75.5	76.0	76.4
$I_g/10^{-9}$	48.2	43.4	44.8	49.9	60.3	72.1	80.0	90.8	103.0	115.5	127.2	130.8
U_{KG_2}/V	76.9	77.5	77.7	77.9	78.1	78.3	78.5	78.7	78.9	79.1	79.3	79.5
$I_g/10^{-9}$	139.1	146.3	150.1	152.2	153.3	154.6	155.8	156.9	157.4	157.2	156.8	156.0
U_{KG_2}/V	80.0	80.5	81.0	81.5	82.0	82.5	83.0	83.5	84.0	84.5	85.0	
$I_g/10^{-9}$	152.2	146.9	137.5	126.3	114.8	105.2	94.6	85.5	81.3	80.2	82.5	

表 4: Hg 管的 Franck-Hertz 实验峰值数据

U_2/V	5.50	10.0	14.7	19.7	24.5	29.3
n	1	2	3	4	5	6

表 5: Ar 管的 Franck-Hertz 实验峰值数据

U_{KG_2}/V	20.7	30.4	41.7	53.4	65.9	78.9
n	1	2	3	4	5	6

表 6: Hg 管的 Franck-Hertz 实验数据, $\theta = 176^\circ \text{ C}$, $U_1 = 1.60 \text{ V}$, $U_3 = 0.97 \text{ V}$

U_2/V	22.7	23.0	23.3	23.7	23.9	24.2	24.3	24.4
U_{out}/V	0.361	0.459	0.600	0.753	0.878	0.957	0.967	0.980
U_2/V	24.5	24.6	24.7	24.8	25.0	25.2	25.5	25.8
U_{out}/V	0.955	0.931	0.904	0.829	0.723	0.606	0.463	0.339
U_2/V	26.2	26.6	26.9	27.2	27.5	27.8	28.1	28.4
U_{out}/V	0.248	0.255	0.305	0.381	0.500	0.618	0.729	0.874
U_2/V	28.7	29.0	29.2	29.3	29.4	29.5	29.6	29.7
U_{out}/V	1.068	1.173	1.236	1.242	1.235	1.225	1.199	1.190
U_2/V	29.8	29.9	30.0	30.2	30.5	30.7		
U_{out}/V	1.101	1.072	1.030	0.862	0.688	0.549		

表 7: Hg 管的 Franck-Hertz 实验数据, $\theta = 176^\circ \text{ C}$, $U_1 = 1.60 \text{ V}$, $U_3 = 2.97 \text{ V}$

U_2/V	22.7	23.0	23.3	23.6	23.9	24.0	24.2	24.3
U_{out}/V	0.023	0.046	0.062	0.113	0.170	0.203	0.255	0.276
U_2/V	24.4	24.5	24.6	24.7	24.8	25.0	25.3	25.6
U_{out}/V	0.294	0.296	0.306	0.309	0.297	0.271	0.215	0.162
U_2/V	25.9	26.2	26.6	26.9	27.2	27.5	27.8	28.1
U_{out}/V	0.107	0.071	0.044	0.033	0.029	0.033	0.047	0.073
U_2/V	28.5	28.8	29.0	29.2	29.4	29.5	29.6	29.7
U_{out}/V	0.133	0.233	0.265	0.331	0.376	0.384	0.387	0.391
U_2/V	29.8	29.9	30.0	30.2	30.4	30.6		
U_{out}/V	0.385	0.380	0.372	0.332	0.306	0.243		

实验 23 高温超导材料特性测试和低温温度计



1 数据处理

1.1 室温下Pt 电阻温度计电阻, Si 二极管温度计, 以及温差热偶温度计的校准

在室温下分别打开Pt 电阻温度计 (型号为 BW2004), Si 二极管温度计, 以及温差热偶温度计的电源开关, 对恒流源进行校准后分别根据读出的电压计算这些器件对应的电阻, 结果如下表所示 (由于低温恒温器此时整体置于室温下, 所以不存在温差, 温差电偶的电压 $U = -0.003V$, 接近于 0):

元件	标准电压 U_{ref}	标准电阻 R_{ref}	校准电流 I_s	测得电压 U_o	对应电阻 R/Ω
Pt 电阻温度计	100.00mV	100.00Ω	1.0000mA	109.92mV	109.92
Si 二极管电阻温度计	1.0000V	$1.0000 \times 10^4\Omega$	100.00μA	0.5101V	5101
高温超导材料	100.194mV	10.00Ω	10.0194mA	0.108mV	0.0108

表 1: 室温下测量结果

查表可知, 当Pt 电阻温度计电阻为 109.92Ω 时, 对应的温度为 $298.56K$, 这与一般情况下北京室内温度较为符合, 说明Pt 电阻温度计运行正常.

1.2 低温下的数据测量

将探头深入杜瓦瓶内, 同时测量Pt 电阻温度计, Si 二极管温度计, 温差电偶温度计以及高温超导样品两端的电压, 并根据不同温度下Pt 电阻温度计电阻确定后三者的温度-电阻关系. 当Pt 电阻温度计两端电压大于 $42.00mV$ 时所有数字电压表的示数如下表所示 (下表中分别用 U_1 , U_2 , U_3 和 U_4 表示Pt 电阻温度计, Si 二极管温度计, 温差电偶温度计以及高温超导样品两端的电压, 并在对应的电压后给出其对应的电阻值, 对应的温度由查询Pt 电阻温度计电阻所对应的温度得到):

将Si 二极管温度计电阻, 温差电偶温度计两端电压以及高温超导材料的电阻对温度作图, 并利用线性回归观察两者的关系, 绘制的图像如下 (图像中坐标的有效位数系系统自动控制的结果, 并非笔者所保留有效数字的本意, 在下文中若不进行特殊说明, 有效数字皆以表格内数据为主):

U_1/mV	R_1/Ω	T/K	U_2/V	R_2/Ω	U_3/mV	U_4/mV	R_4/Ω
98.72	98.72	269.11	0.588	5881	4.958	0.096	0.0096
95.40	95.40	261.47	0.600	6003	4.724	0.093	0.0093
92.30	92.30	253.85	0.620	6202	4.327	0.089	0.0089
89.85	89.85	247.51	0.635	6354	4.111	0.085	0.0085
85.98	85.98	237.40	0.659	6593	3.736	0.080	0.0080
82.26	82.26	227.95	0.682	6816	3.392	0.075	0.0075
80.85	80.85	223.95	0.690	6901	3.236	0.074	0.0074
78.53	78.53	218.54	0.704	7038	3.128	0.071	0.0071
74.56	74.56	206.53	0.730	7302	2.726	0.067	0.0067
71.97	71.97	202.30	0.742	7424	2.572	0.065	0.0065
69.81	69.81	196.42	0.752	7524	2.432	0.064	0.0064
67.81	67.81	191.51	0.771	7708	2.312	0.062	0.0062
64.57	64.57	183.68	0.792	7917	2.075	0.060	0.0060
60.96	60.96	175.04	0.813	8127	1.822	0.058	0.0058
58.43	58.43	168.88	0.827	8268	1.681	0.057	0.0057
53.55	53.55	156.62	0.855	8548	1.411	0.054	0.0054
49.28	49.28	146.06	0.873	8734	1.185	0.053	0.0053
47.42	47.42	142.02	0.886	8861	1.083	0.052	0.0052
45.72	45.72	137.58	0.895	8954	0.979	0.052	0.0052
42.67	42.67	129.95	0.911	9107	0.911	0.051	0.0051

表 2: 降温过程中的测量结果

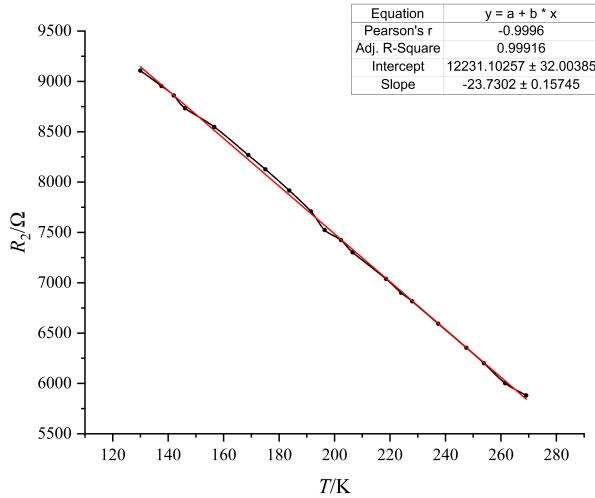


图 1: Si 二极管温度计电阻与温度的关系 (红色为线性拟合结果)

可以明显观察到的是Si 二极管温度计电阻与温度呈一次函数关系,且线性拟合结果较好,并且考虑到Si 二极管温度计电阻较大,测量的灵敏度较高,因此可以合理推测在条件合适的情况下Si 二极管温度计可以用于制作更为精准的低温温度计.

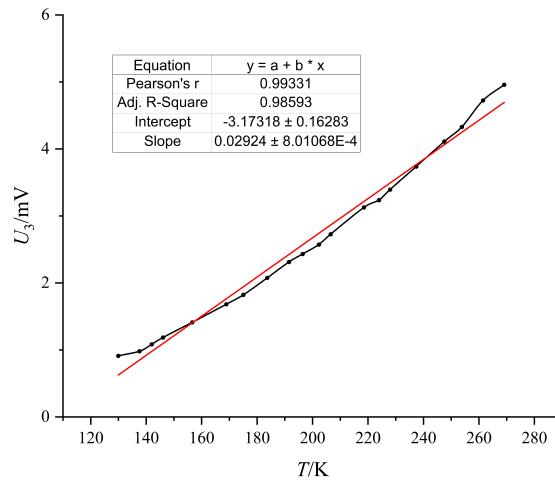


图 2: 温差电偶温度计两端电压与温度的关系 (红色为线性拟合结果)

根据线性拟合结果我们得知温差电偶温度计两端电压与温度的关系并不是简单的线性关系,为此笔者尝试用二次函数进行拟合,拟合结果如下图所示:

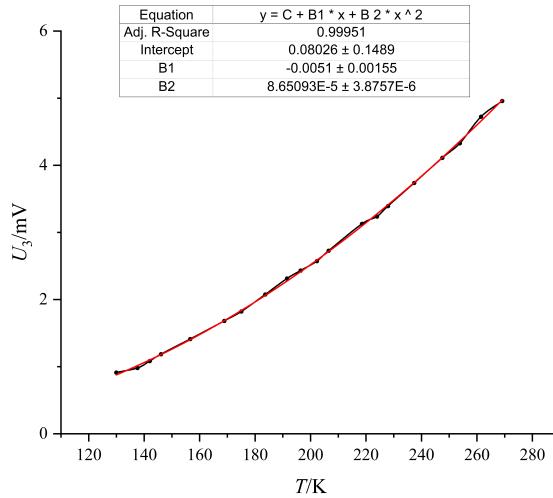


图 3: 温差电偶温度计两端电压与温度的关系 (红色为二次函数拟合结果)

对两个拟合结果的相关系数进行比较,发现二次函数对于温差电偶温度计两端电压以及温度的关系拟合地较好,说明对于温差电偶温度计而言,两端所产生的电压差与两端的温度差呈二次函数关系.

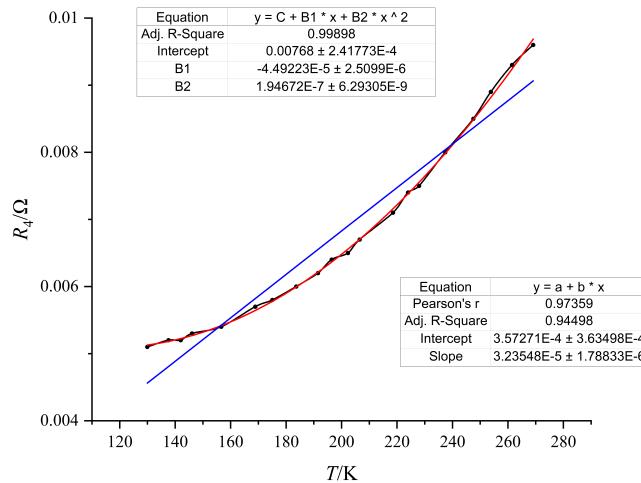


图 4: 高温超导材料的电阻与温度的关系 (红色为线性拟合结果, 蓝色为二次函数拟合结果)

与温差电偶温度计的情况相似,高温超导材料的电阻与温度在常温与液氮沸点之间的关系同样呈二次函数状.综合以上几幅图像所呈现的规律,说明温度和电学器件的关系较为复杂,在特定的温度下使用电学器件作为指示器前应该先对其进行校准,然后再进行使用.

1.3 接近超导时的数据记录

将探头继续向杜瓦瓶内深入，使探头的温度接近于高温超导材料的的转变温度，此时记录Pt 电阻温度计两端电压 U_1 以及高温超导材料两端的电压 U_4 ，得到的结果如下表所示（考虑到在转变点附近高温超导材料电阻变化较为明显，因此在下表中对于部分高温超导电阻的数据多保留了一位有效数字以方便之后的观察以及作图）：

U_1/mV	41.18	40.50	39.06	38.83	37.41	36.49	35.01	34.01	33.03	32.00
T/K	126.70	125.09	121.69	121.14	117.79	115.61	112.11	109.75	107.43	105.00
U_4/mV	0.049	0.048	0.047	0.047	0.046	0.046	0.046	0.045	0.044	0.042
R_4/Ω	0.00494	0.00487	0.00473	0.00469	0.00459	0.00459	0.00441	0.00439	0.00429	0.00419
U_1/mV	31.00	30.00	29.00	28.00	27.01	26.90	26.85	26.80	26.76	26.70
T/K	102.63	100.27	97.90	95.54	93.20	92.94	92.82	92.70	92.61	92.47
U_4/mV	0.041	0.040	0.039	0.037	0.036	0.036	0.036	0.036	0.035	0.035
R_4/Ω	0.00409	0.00399	0.00389	0.00379	0.00369	0.00359	0.00359	0.00359	0.00349	0.00349
U_1/mV	26.65	26.60	26.52	26.49	26.48	26.46	26.43	26.42	26.39	26.30
T/K	92.35	92.23	92.04	91.97	91.95	91.90	91.83	91.80	91.73	91.52
U_4/mV	0.035	0.034	0.033	0.027	0.019	0.008	0.002	0.001	0.000	0.000
R_4/Ω	0.00349	0.00339	0.00329	0.00269	0.00190	0.00080	0.00020	0.00010	0.00000	0.00000
U_1/mV	26.25	26.19	26.11	20.36	20.36					
T/K	91.40	91.26	91.07	90.93	90.79					
U_4/mV	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000					
R_4/Ω	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000					

表 3: 接近转变温度的测量结果

显然，可以观察到在温度接近于 92.5K 的时候，超导材料的电阻突然发生较大的幅度变化，将至 0 左右，此时调整电流方向，发现电压表示数仍然为 0，说明此时高温超导材料的电阻已经为零，也可以排除乱真电动势对于测量结果的干扰。在转变点附近高温超导材料的电阻变化如下图所示：

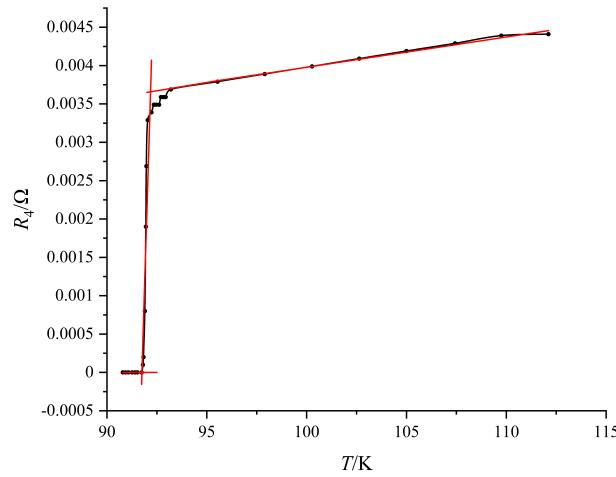


图 5: 高温超导材料的转变过程

根据 Origin 作图结果所示, 三条线性拟合线的相交点的坐标分别为 (92.17, 0.0036) 和 (91.75, 0.0000), 因此可以求得其实转变温度 $T_{c,onset} = 92.17\text{K}$, 零电阻温度 $T_{c0} = 91.75\text{K}$, 而超导转变温度 $T_{cm} = 91.46\text{K}$.

1.4 液氮沸点的测定

考虑到在上一步测定过程中, 最后会将探头浸没至液氮液面以下, 因此最后一组数据即对应着液氮的沸点, 查表可知, 此时温度为 77.19K, 与标准数据 (77.15K) 相比差别不大, 说明在此温度下 Pt 电阻温度计仍然可以正常工作. 分别根据读出的电压计算 Pt 电阻温度计以及 Si 二极管温度计对应的电阻, 结果如下表所示:

元件	标准电压 U_{ref}	标准电阻 R_{ref}	校准电流 I_s	测得电压 U_o	对应电阻 R/Ω
Pt 电阻温度计	100.03mV	100.00Ω	1.0003mA	20.36mV	20.36
Si 二极管电阻温度计	1.0000V	$1.0000 \times 10^4\Omega$	100.00μA	1.0243V	10243
高温超导材料	100.194mV	10.00Ω	10.0204mA	0.000mV	0.00

表 4: 液氮沸点下测量结果

由于此时温度已经低于高温超导材料的转换温度, 因此高温超导材料两端的电压为 0, 又由于此时探头完全浸没在液氮内部, 因此热电偶两端所处的环境一致, 没有热致电压产生, 热电偶温度计的示数为 0.0000, 同样符合预测. 此外, 可以明显观察到对于 Pt 电阻温度计, Si 二极管温度计的校准电流与常温下的差别分别为 0.03% 和 0.00%, 这一误差范围与本次实验所测得温度与液氮的标准沸点之间差别在同一个数量级上, 因此可以知道测量系统的精确度和稳定性都比较好.

2 分析与讨论

2.1 实验操作过程中的注意事项

1. 将探头放入到杜瓦瓶内的过程中, 要先用卷尺量出液氮液面和杜瓦瓶口的距离, 然后调整探头和塑料挡板的位置, 固定住探头, 使其在重力作用下不下滑, 然后再将探头放入 (但考虑到当体系温度较低的过程中, 大气中会有较多的水分在控制杆上凝结, 会使控制杆变得较为湿滑, 因此还需要实验者手动控制控制杆的高度). 如果探头落入液氮中, 则需要取出, 用热风烘至室温, 非常浪费时间, 影响试验进度.
2. 一般在冷却过程中以有机玻璃的开口处有少量冷气流出较为适宜, 若有肉眼可见的白雾从有机玻璃开口逸出则说明探头与液氮表面的距离过于接近, 可能会导致因为温度下降速度过快而无法即使记录实验数据.
3. 当Pt 电阻温度计示数在 42mV 以下时, 特别是在电阻骤降区域, 由于高温超导样品两端电压变化速度较快, 记录数据较为困难, 因此可以在最后阶段适当提高探头的位置, 或者采用录像的方式对实验数据进行记录.
4. 在预习过程中, 我们了解到可以通过使电流反向, 可以得知乱真电动势并在后续的计算处理过程中排除其干扰, 但在实验过程中发现该电路的乱真电动势恰好为 0.000mV, 说明乱真电动势相比于仪器的灵敏度可以忽略.

2.2 收获与感想

本次实验是我第一次在液氮温度下进行的低温试验, 也是我第一次对于超导体的性质进行探究的过程, 不仅通过自己动手操作了解了半导体的相关性质, 还额外了解了若干种低温测温的原理, 在理论和实践两个角度都收获颇丰. 相比于前几次实验, 本次实验更加倾向于对实验技巧的考察, 特别是对于时间规划以及小组成员之间的配合都有着较高的要求. 在实验过后我对高温超导体的性质的了解以及实验都有了一定的提升, 是一次收货很满的实验课.

实验 22 Michelason 干涉仪



1 实验现象描述与解释

1.1 Michelason 的调节步骤

首先将 M_2 的微动螺丝拧到中间位置, 且平面镜 M_1 , M_2 背后的螺丝拧到使平面镜受力情况差不多的情形. 如图 1 来设置光路, 首先把激光束调至水平, 并令水平的激光束垂直于导轨且射到 M_2 的中央位置, 然后在光源前面放一小孔光阑 P , 使光束通过小孔照到 M_2 上. 此时在光阑 P 上可以看见两排光点, 上面一排有 1 个较亮点与 2 个较暗点, 下面一排有 4 个点, 其中有一个光点明显较亮. 调节 M_2 后面的三个螺丝, 即调整 M_2 的角度, 使得上面一排光点和小孔重合, 再调节 M_1 , 使得下面一排光点中最亮的一个和小孔重合. 这时候 M_1 和 M'_2 几乎平行.

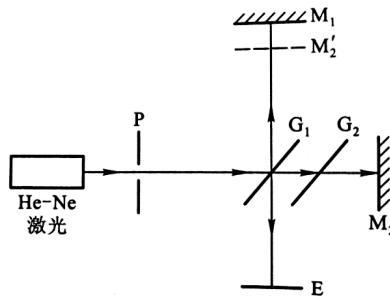


图 1: 准直光路示意图

1.2 非定域干涉圆条纹和椭圆条纹的调节

在光阑和分束板 G_1 之间加一个焦距短的扩束透镜 L , 使得光线在较前的位置会聚之后, 均匀地照亮 M_2 , 此时在光屏上出现的是如图 3(a) 的双曲条纹. 如图 2 所示, 条纹的形状取决于 S_1 和 S'_2 连线的中垂面和光屏 E 的二面角: 若刚好平行, 得到的应该是圆条纹; 若形成一个接近 0° 的锐角, 则得到椭圆条纹; 若二面角更大一点, 则形成双曲条纹, 在双曲线两支之间为直线条纹.

此时屏幕上出现双曲条纹说明 M_1 和 M'_2 夹角较大, 调整微动螺丝 U'_2 使得光屏中出现圆心, 此时为圆条纹, 如图 3(b) 所示. 逆时针转动粗调手轮, 发现圆环中心吐出条纹, 并且圆环逐渐变得细而密, 相反, 顺时针转动粗调手轮会发现圆环中心吞入条纹, 圆环逐渐变得粗而疏. 而且顺时针转到一定程度时圆环又开始吐出条纹, 变化趋势和之前相反.

从理论上分析, 圆条纹的粗细和吞吐可以由下面的公式表征:

$$2d \left(1 - \frac{r^2}{2z^2} \right) = k\lambda, \quad k \in \mathbb{N}^* \quad (1)$$

其中, z 为 S'_2 和光屏 E 的距离, d 为 M_1 和 M'_2 的距离, r 为在光屏上的干涉条纹半径, λ 为波长. 由此可得, 相邻两条纹的距离 (圆环粗细) 的大小可以计算如下:

$$\Delta r \approx \frac{\lambda z^2}{2r_k d} \quad (2)$$

本实验条件下 z 几乎不变, 上述两式说明:

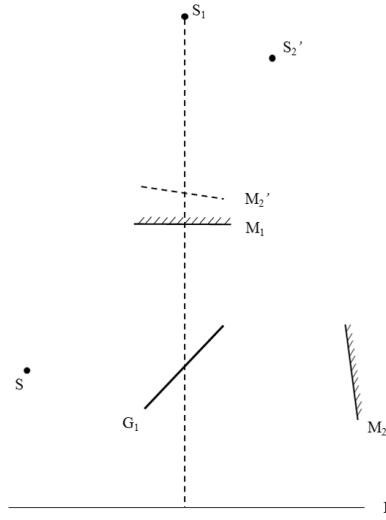


图 2: 点光源照明时的等效光源示意图

- 式 (1) 说明: 对于某个次级的干涉 r_{k_1} , 移动 M_1 镜, 若 d 减小, 则 r_{k_1} 减小, 出现条纹“吞”的现象, 若 d 增大, 则 r_{k_1} 增大, 出现条纹“吐”的现象.
- 式 (2) 说明: 1. 越靠中心的干涉圆环越稀疏, 2. d 越小, Δr 越大, 说明 d 越小, 条纹越稀疏, d 越大, 条纹越密集.

一开始逆时针转动粗调手轮, 圆环中心向外吐出条纹, 圆环变的细而密, 说明 d 在增大, 顺时针转动发现圆环吞入条纹, 圆环变的粗而疏, 说明 d 在减小. 而顺时针转到一定程度时 d 减小到 0 又逐渐增大, 出现和之前相反的变化趋势.

此时直接转动光屏使得光屏和 S_1 和 S_2' 的连线成一定夹角, 则观察到椭圆条纹, 如图 3(c) 所示.

1.3 非定域干涉双曲条纹和直条纹的调节

将光屏转回到之前的位置, 调节微动螺丝 U'_2 , 使得圆心移出光屏外. 此时又出现类似图 3(a) 的双曲线条纹, 转动粗调手轮使得视野中的条纹变的非常粗而稀疏时, 说明 d 已近似为 0, 继续转动 U'_2 使得弯曲条纹向曲率圆的圆心移动, (实际上是在调节 M_1 和 M'_2 的夹角, 使得 M_1 和 M'_2 几乎重合) 则观察到曲线慢慢变直, 最后出现如图 3(d) 的直线条纹.

1.4 定域干涉等倾条纹的调节

此时再调回到 1.2 中的非定域干涉圆条纹, 并使圆条纹稀而粗 (即 d 很小的情形). 然后把毛玻璃散射屏放在扩束透镜 L 与 G_1 之间, 使光束散射成为扩散光源. 撤去光屏, 用聚焦到无穷远的眼睛代替光屏 E 作接收器, 这时视野中可看到圆条纹. 微微转动微调螺丝 U'_2 , 使得无论眼睛上下左右如何移动, 视野中的条纹也不出现吞或吐的现象, 此时即为严格的等倾条纹. 这可能是由于等倾条纹定域于无穷远处, 光程差只与光源到接收处的距离和倾角无关, 只与光的入射角有关, 因此肉眼移动不会导致条纹吞吐的出现.

此时逆时针转动粗调手轮, 会发现圆心正吐出条纹, 条纹逐渐变得密集, 顺时针转动则发现圆心吞入条纹, 条纹逐渐变得稀疏, 笔者这可以用下述公式解释:

$$2d \cos \theta = k\lambda. \quad k \in \mathbb{Z}_{\geq 0} \quad (3)$$

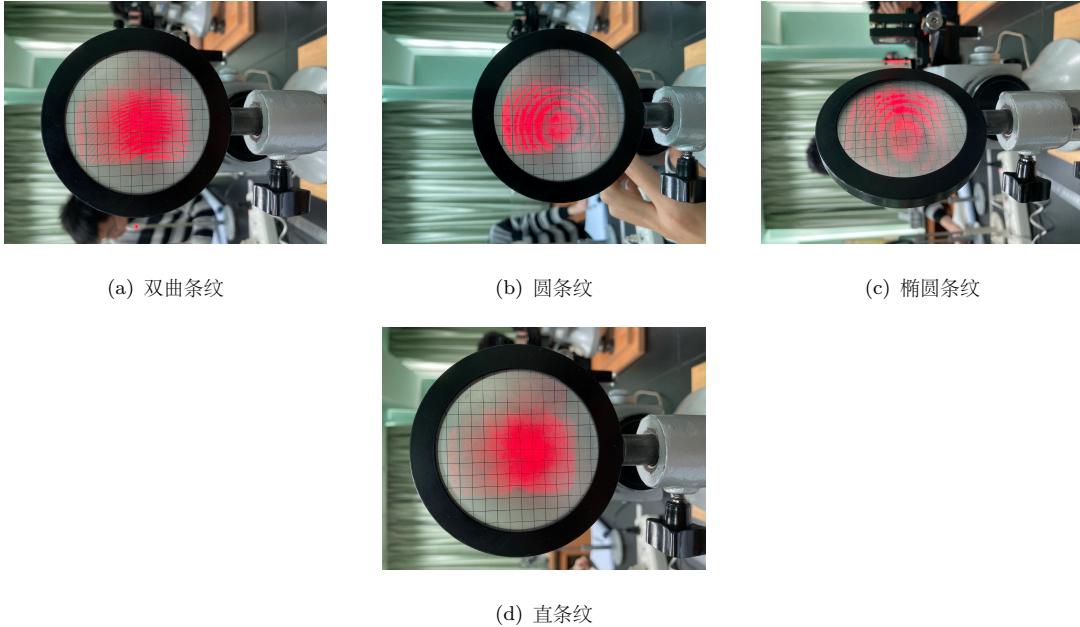


图 3: 各种衍射条纹

所以在 θ 很小时, 可以推出

$$\Delta\theta_k \approx \frac{\lambda}{2d\theta_k} \quad (4)$$

其中 $\Delta\theta_k$ 表示相邻两条纹的角距离.

式(3)说明圆心处的光程差为 $2d$, 所以当 d 增加时, 圆心处条纹的干涉次级越来越高, 条纹从中心吐出, d 减小时, 圆心处的干涉次级越来越低, 条纹从中心吞入.

式(4)说明 θ_k 一定时, d 越小, $\Delta\theta_k$ 越大, 条纹越稀疏, 相反 d 越大, $\Delta\theta_k$ 越小, 条纹越密集.

笔者还通过凸透镜成像法验证了等倾条纹定域于无穷远(考虑到此次实验并没有和先前的光学实验一样使用测量较为准确的光具座,因此在设计使用凸透镜的部分测量数据有效数字较低,仅能供作半定量测量).笔者先利用自准直法测定了凸透镜的焦距为 $f = 15 \text{ cm}$,再通过凸透镜在光屏上成一清晰实像,测得像距 $p'_1 = 15 \text{ cm}$,说明物距 p_1 近似为无穷远,即等倾条纹定域于无穷远.

1.5 定域干涉等厚条纹的调节

在 1.4 基础上调节粗调手轮, 当圆条纹稀而粗时 (M_1 和 M'_2 大致重合), 调节 U'_2 使 M_1 和 M'_2 有一个较小的倾角, 转动粗调手轮让弯曲条纹向圆心方向移动, 此时将看到直线条纹, 此即定域干涉等厚条纹.

调节粗调手轮时,能够观察到条纹先从弯曲变直再变弯曲的过程,这是因为随着 M_1 上反射角 θ 的变大,在远离 M_1 和 M'_2 交棱的地方,光程差 $\Delta L = 2d \cos \theta \approx 2d(1 - \theta^2/2)$ 中的 θ 所造成的影响已经和波长的大小可比,不能再忽略,为了补偿由于 θ 的增大而引起的光程差的减小,干涉条纹就必须要向 d 增大的方向移动,这样就造成干涉条纹逐渐变成弧形,且条纹弯曲的方向是凸向两镜交棱的方向.

1.6 自光干涉条纹的调节

在 1.5 的基础上微调 U'_2 将干涉条纹调至接近直条纹的情形, 加上白光光源, 使 M_1 往 d 减小的方向缓缓移动, 直到视场中出现彩色条纹, 此时 M_1 镜的位置 d_0 为 50.17120 mm. 此即为白光干涉条纹, 呈直条纹状,

大致呈红、黄、绿、蓝、紫相间周期性分布, 如下图所示 (由于手机感光器对于紫色光平不敏感, 因此在图片中几乎无法看出紫色条纹):

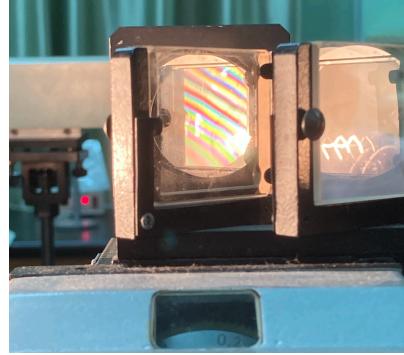


图 4: 白光干涉条纹

笔者又利用凸透镜成像也可以确定白光干涉条纹定域位置: 先撤去激光光源, 在原光屏位置放一凸透镜, 手拿光屏使得白光干涉条纹在光屏上成一清晰像, 测得像距 $p'_2 = 23 \text{ cm}$. 根据透镜成像公式:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \quad (5)$$

通过计算得物距 $p_2 = 43 \text{ cm}$, 而镜面 M_1 和凸透镜之间的距离 $p_2^r = 40 \text{ cm}$, 两者较为接近, 因此可以大致认为白光干涉条纹定域于镜面附近.

2 空气折射率的测量

实验所使用的的激光波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, 小气室厚度 $D = 4.00 \text{ cm}$, 大气压 $p = 101.325 \text{ kPa}$. 测得数据如表 1 所示:

表 1: 空气折射率测量

条纹吐出圈数 N	$\Delta p/\text{kPa}$	n
0	30.5	N.A.
2	23.9	1.00025
4	17.4	1.00024
6	10.8	1.00025

表中 n 由如下的公式计算:

$$n = 1 + \frac{\delta N \lambda p}{2D|\delta(\Delta p)|} \quad (6)$$

因此, 可以用逐差法算得 $\bar{n} = 1.00025$.

实验 21 观察光的偏振现象



1 实验现象以及解释

1.1 用偏振光镜验证 Brewster 定律

偏振光镜的构造如图 1 所示. 其中玻璃片 P 可以绕水平轴 y' 转动, 玻璃片堆 A 可以分别绕水平轴 y 以及竖直轴 z 旋转, 相应的转角可以由刻度盘 (尚未画出) 读出. 平台 T 上可以放置待观察样品. Q 是一环形平台.

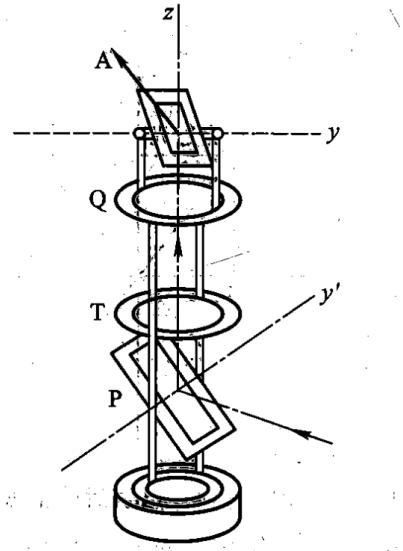


图 1: 偏振光镜构造图

调节 P 使之与 z 轴呈 33° 角, 改变激光管 S 的仰角, 使光通过 T 和 Q 的中心, 沿 z 轴投射于 A(如图 2 所示), 使光以 Brewster 角 57° 入射于 P. 其反射光为线偏振光, 在此基础上进行后续实验.

调节 A 与 P 平行, 绕 z 轴旋转 A, 若以起始位置的旋转角 φ 为 0° , 则可以观察经过 A 的透射光 I_t 以及折射光 I_r 的定性变化规律如表 1 所示:

表 1: 绕 z 轴旋转 A 时光强定性变化规律

$\varphi/^\circ$	0	$0 \rightarrow 90$	90	$90 \rightarrow 180$	180	$180 \rightarrow 270$	270	$270 \rightarrow 360$
I_t	极小	增大	极大	减小	极小	增大	极大	减小
I_r	极大	减小	极小	增大	极大	减小	极小	增大

将 A 绕 z 轴旋转至反射光消光区域 (即表 1 中 I_r 极小值的位置), 设为原位, 再使 A 绕 y 轴旋转, 可以观察到反射光在原位消光, 透射光强度在原位有极大值, 而当 A 的旋转程度偏离原位时减弱, 在 A 与入射光平

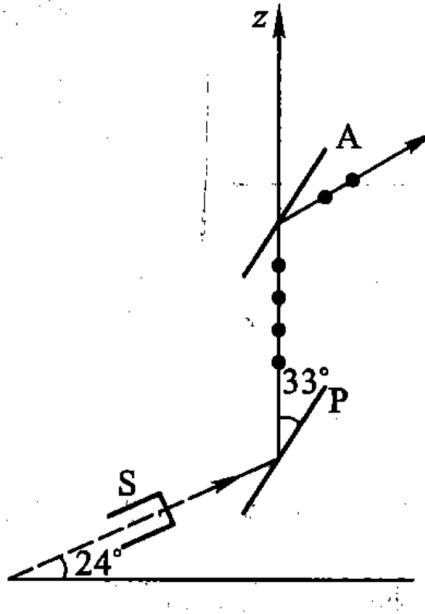


图 2: Brewster 角入射光路图

行时消光. 若将放置一未知方向的偏振片于平台 T, 旋转至发生消光, 则偏振片的透振方向与 y' 轴方向垂直.

为了解释上述现象, 先按照图 3 建立坐标系描述光经过两相界面的情形:

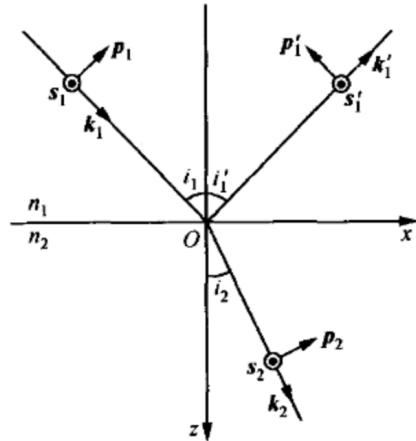


图 3: 描述光经过两相截面情形的正交坐标系

可以通过 Maxwell 方程组以及对应边界条件证明 Fresnel 定律:

$$\begin{aligned}
 \tilde{E}'_{1s} &= \frac{n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} \tilde{E}_{1s} = -\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)} \tilde{E}_{1s} \\
 \tilde{E}'_{1p} &= \frac{n_2 \cos i_1 - n_1 \cos i_2}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} \tilde{E}_{1p} = \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)} \tilde{E}_{1p} \\
 \tilde{E}_{2s} &= \frac{2n_1 \cos i_1}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} \tilde{E}_{1s} = \frac{2 \cos i_1 \sin i_2}{\sin(i_1 + i_2)} \tilde{E}_{1s} \\
 \tilde{E}_{2p} &= \frac{2n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} \tilde{E}_{1p}
 \end{aligned} \tag{1}$$

而对于反射光 p 而言, 当 $i_1 + i_2 = \pi/2$ 时, 则 $\tilde{E}'_{1p} = 0$, 也就是说, 当折射角和入射角互余, 反射光为仅有 s 分量的线偏振光, 即偏振方向垂直于入射面, 于是可以利用反射光判断偏振片透振方向. 将此关系代入折射角度关系, 可得:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i_1}{\cos i_1} = \tan i_1 \quad (2)$$

当两相分别为玻璃和空气时, 代入 $n_2/n_1 = 1.515$, 可以根据上式求得入射角, 即 Brewster 角:

$$i_1 = \arctan \frac{n_2}{n_1} = \arctan 1.515 = 55.6^\circ$$

再将 Brewster 角的关系代入 Fresnel 定律, 可以算得光以 Brewster 角入射情形的 Fresnel 定律形式:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{1s} &= \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \tilde{E}_{1s} \\ \tilde{E}'_{1p} &= 0 \\ \tilde{E}_{2s} &= \frac{2n_1^2}{n_1^2 + n_2^2} \tilde{E}_{1s} \\ \tilde{E}_{2p} &= \frac{n_1}{n_2} \tilde{E}_{1p} \end{aligned} \quad (3)$$

下面考虑该反射光作为入射光以 Brewster 角入射玻璃片堆 A 的情形. 设有 N 层玻璃片堆, 每过一层玻璃片会发生两次折射, 且两次折射的入射角和折射角互换. 若考虑一次反射 (光强损失最少) 和 N 层玻璃片堆透射, 则利用 Fresnel 定律可以直接写出反射光和透射光的 p 分量和 s 分量为:

$$\begin{aligned} \tilde{E}'_{1s} &= \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \tilde{E}_{1s} \\ \tilde{E}'_{1p} &= 0 \\ \tilde{E}_{Ns} &= \frac{4^N n_1^{2N} n_2^{2N}}{(n_1^2 + n_2^2)^{2N}} \tilde{E}_{1s} \\ \tilde{E}_{Np} &= \tilde{E}_{1p} \end{aligned} \quad (4)$$

因此当旋转 z 轴时, 虽然不会改变光从 Brewster 角入射这一客观事实, 但却改变了入射光 s 分量和 p 分量. 我们假定旋转的角度为 φ , 并同时规定在旋转前偏振光的电矢量为 E , 则透射光和反射光的 s 分量和 p 分量可以写作:

$$\begin{aligned} \tilde{E}'_{1s} &= \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \tilde{E} \cos \varphi \\ \tilde{E}'_{1p} &= 0 \\ \tilde{E}_{Ns} &= \frac{4^N n_1^{2N} n_2^{2N}}{(n_1^2 + n_2^2)^{2N}} \tilde{E} \cos \varphi \\ \tilde{E}_{Np} &= \tilde{E} \sin \varphi \end{aligned} \quad (5)$$

据此, 我们可以进一步写出反射光和透射光的光强:

$$\begin{aligned} I_r &= I'_1 \propto n_1 \left| \tilde{E}'_{1s} \right|^2 + n_1 \left| \tilde{E}'_{1p} \right|^2 = n_1 \frac{(n_1^2 - n_2^2)^2}{(n_1^2 + n_2^2)^2} |\tilde{E}|^2 \cos^2 \varphi \\ I_t &= I_N \propto n_1 \left| \tilde{E}_{Ns} \right|^2 + n_1 \left| \tilde{E}_{Np} \right|^2 = n_1 \frac{16^N n_1^{4N}}{(n_1^2 + n_2^2)^{4N}} |\tilde{E}|^2 \cos^2 \varphi + n_1 |\tilde{E}|^2 \sin^2 \varphi \end{aligned} \quad (6)$$

这一公式符合先前观察到的现象, 即当旋转角 φ 为 90° 和 270° 时, 入射线偏振光的偏振方向恰好在入射面上, 因此反射光会发生消光.

当我们代入 $N = 5$, 可以算得

$$\frac{16^N n_1^{4N} n_2^{4N}}{(n_1^2 + n_2^2)^{4N}} \approx 0.19$$

因此不难发现对于透射光而言, 第一项要远小于第二项, 故当 N 很大, 即穿过的玻璃层数较多时透射光接近于线性偏振光.

置玻璃片堆在反射光消光位置, 绕 y 轴旋转某一角度, 此时反射光和透射光各分量与旋转角度的数学关系比较复杂. 但由于此时线偏振光入射的 p 分量不变, 仅入射角改变. 我们可以研究已知的光强反射率与入射角关系曲线, 这一曲线与已经由课本给出, 如图 4 所示:

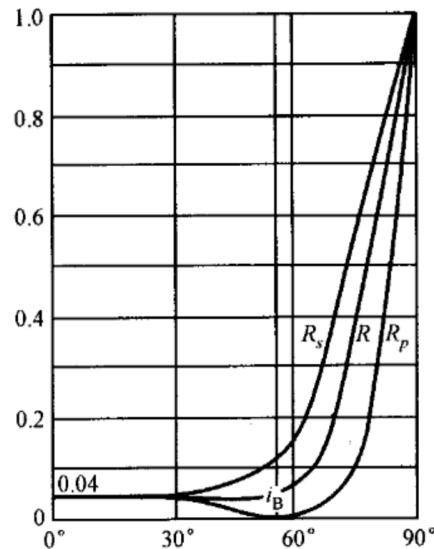


图 4: 光强反射率随入射角度变化关系

不难发现, 当入射光偏离 Brewster 角的程度越大, R_p 越高, 反射光强越强, 这一现象符合实验规律. 再由能量守恒定律, 透射光强会相应地减弱.

1.2 观察双折射现象

将光学仪器以及两块方解石按照图 5 的位置进行放置, 其中 1 表示方解石块 I, 2 表示带圆孔的铝板, 3 表示小灯, 4 表示方解石块 II, 5 表示垂直于光轴的二磨面:

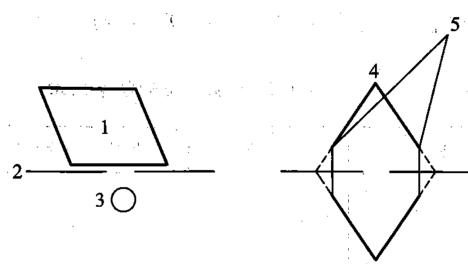


图 5: 观察双折射现象仪器摆放位置

用小灯照射铝板上的小孔, 同时在孔上放置方解石块 I, 通过方解石块 I 观看小孔可以看到两个光斑. 若此时旋转方解石, 则其中一个光斑的位置不变, 而两个光斑的相对位置矢量转动相同的角度. 若透过偏振片观

看光斑，则当偏振片旋转 360° 时，两个光斑轮流消光各两次，一共消光四次，其中相邻消光位置之间旋转角为 90° . 若在孔上放置方解石块 II，并用磨面压住小孔，可以观察到磨面中心有一光斑，三个侧面上均有两个光斑，且旋转方解石时，可以观察到与上文相同的现象.

双折射晶体能够产生双折射现象，即一束光在晶体内传播时被分解成两束折射程度不同的光束. 一束光束符合折射定律，称为寻常光 (o 光)；另一束不符合折射定律，故称为非寻常光 (e 光). 实验中观察到的两个光斑，其一不随晶体旋转而旋转，即为 o 光，其二随晶体旋转而旋转，即为 e 光.

实验发现沿磨面入射时仅能观察到一束光出射，该入射方向称作晶体的光轴. 方解石只有一条光轴，故又称为单轴晶体.

单轴晶体的双折射所产生的 o 光和 e 光都是线偏振光，且偏振方向互相垂直. 由此解释了实验观察到的两个光斑轮流消光现象.

1.3 观察先偏振光通过 $\lambda/2$ 片后的现象

实验装置如图 6 所示，其中 P 为起偏器（偏振片），A 为检偏器（偏振片），C 为波晶片，其上均有提供读数的刻度盘.

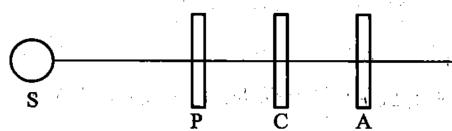


图 6: 波晶片实验装置

在观察者和光源间仅置起偏器 P，旋转 P，透射光强度无变化；放入检偏器 A，旋转 A，能够在 A 示数为 22° 和 202° 处观察到消光现象；从 22° 旋转至 202° ，及从 202° 旋转至 22° ，透射光强度均先增大后减小.

转动 A 至消光，在 P 和 A 间加入 $\lambda/2$ 片，旋转之，能够在 $\lambda/2$ 片示数为 18° , 108° , 198° 和 288° 四处观察到消光现象.

任意转动 $\lambda/2$ 片一个角度，破坏消光，转动 A，能够在 A 示数为 0° 和 180° 处观察到消光现象.

重新调至 P 和 A 正交，插入 $\lambda/2$ 片，转至消光，读出 A 的示数 θ'_0 . 保持 $\lambda/2$ 片不动，使 P 依次相对初位置旋转角度 $\Delta\theta$ 破坏消光，再使 A 沿反方向旋转至消光，记录此时 A 的示数，与初值作差求旋转角度 $\Delta\theta'$ （规定沿刻度值增大方向旋转角度为正）. 注意若沿刻度值减小方向旋转转过 360° 刻度，应从 $\Delta\theta'$ 中扣除 360° ，如以下公式所示：

$$\Delta\theta' = \theta' - \theta'_0 - 360^\circ \quad (7)$$

将得到的数据整理如下表所示：

表 2: 绕 z 轴旋转 A 时光强定性变化规律

$\Delta\theta/^\circ$	$\theta'/^\circ$	$\Delta\theta'/^\circ$	线偏振光经 $\lambda/2$ 片后振动方向偏转的角度 $/^\circ$
0	187	N.A.	N.A.
15	172	-15	30
30	157	-30	60
45	142	-45	90
60	127	-60	120
75	112	-75	150
90	97	-90	180

其中线偏振光经 $\lambda/2$ 片后振动方向偏转的角度系 $\Delta\theta$ 与 $\Delta\theta'$ 作差得到.

使起偏器 A 远离光源, 光源发出的光可近似为平行自然光.

在人眼和光源间置起偏器, 由于自然光包含了全部偏振方向的光, 起偏器无论转至什么角度, 都有均匀强度的线偏振光产生. 放置检偏器, 若以起偏器的透振方向为 y 轴建立参考系, 则起偏器产生的线偏振光可用下式描述:

$$\begin{cases} \tilde{E}_x = 0 \\ \tilde{E}_y = \tilde{A}e^{-i\omega t} \end{cases} \quad (8)$$

设若检偏器与起偏器透振方向夹角为 θ , 并以检偏器的透振方向为 y 轴建立参考系, 则检偏器的出射线偏振光可用下式描述:

$$\begin{cases} \tilde{E}_x = 0 \\ \tilde{E}_y = \tilde{A} \cos \theta e^{-i\omega t} \end{cases} \quad (9)$$

则检偏器的出射线偏振光光强为:

$$I \propto n_{\text{air}} |\tilde{E}|^2 = n_{\text{air}} |\tilde{A}|^2 \cos^2 \theta \quad (10)$$

由此式可以直接读出两个消光角度和两个光强极大角度, 符合实验结果.

使起偏器和检偏器竖直, 也即 θ 角为 90° , 插入 $\lambda/2$ 片, 记其 o 轴与起偏器透振方向夹角为 ψ , 以 $\lambda/2$ 片的 o 轴为 y 轴建立参考系, 在 $\lambda/2$ 片的前表面上, 线偏振光分解为:

$$\begin{cases} \tilde{E}_x = \tilde{A} \sin \psi e^{-i\omega t} \\ \tilde{E}_y = \tilde{A} \cos \psi e^{-i\omega t} \end{cases} \quad (11)$$

两束光通过晶面后, o 轴出射光会比 e 轴出射光提前相位差 δ . 对 $\lambda/2$ 片, δ 取值为 π , 于是在 $\lambda/2$ 片的后表面上就会有:

$$\begin{cases} \tilde{E}_x = \tilde{A} \sin \psi e^{-i\omega t} = \tilde{A} \sin(\pi - \psi) e^{-i\omega t} \\ \tilde{E}_y = \tilde{A} \cos \psi e^{i\delta} e^{-i\omega t} = -\tilde{A} \cos \psi e^{-i\omega t} = \tilde{A} \cos(\pi - \psi) e^{-i\omega t} \end{cases} \quad (12)$$

也即当 o 轴与起偏器透振方向夹角为 ψ 时, $\lambda/2$ 片出射线偏振光偏振方向与起偏器夹角为 $\pi - \psi$, 换算为锐角即为 $-\psi$ 角, 那么 $\lambda/2$ 片使线偏振光偏转了 2ψ 角. 起偏器和检偏器透振方向的夹角 θ 为 90° , 那么 $\lambda/2$

片. 轴和检偏器透振方向的夹角应为 , 以检偏器透振方向为 y 轴建立坐标系, 则出射线偏振光可以写作:

$$\begin{cases} \tilde{E}_x = 0 \\ \tilde{E}_y = \tilde{A} \sin(\pi - \psi) \sin(\psi - \theta) e^{-i\omega t} + \tilde{A} \cos(\pi - \psi) \cos(\psi - \theta) e^{-i\omega t} = -\tilde{A} \sin 2\psi e^{-i\omega t} \end{cases} \quad (13)$$

由表达式可知, 转动 $\lambda/2$ 片使得中走过 360° , 当 ψ 取到 $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 时, 均应可以观察到明显的消光.

任意转动 $\lambda/2$ 片到某一位置 ψ , 转动检偏器, 改变起偏器和检偏器透振方向的夹角 θ , 则出射线偏振光可以写作:

$$\begin{cases} \tilde{E}_x = 0 \\ \tilde{E}_y = \tilde{A} \sin(\pi - \psi) \sin(\psi - \theta) e^{-i\omega t} + \tilde{A} \cos(\pi - \psi) \cos(\psi - \theta) e^{-i\omega t} = -\tilde{A} \cos(\theta - 2\psi) e^{-i\omega t} \end{cases} \quad (14)$$

于是 θ 走过 360° , 当 $\theta - 2\psi$ 取到 90° 和 270° 时, 均应可以观察到明显的消光.

以起偏器和检偏器竖直, 旋转 $\lambda/2$ 片消光为初始状态, 转动起偏器角度 ϕ , 则此时上式中 θ 和 ψ 分别变为 $\theta - \phi$ 和 $\psi - \phi$. 再转动检偏器角度 $-\Delta\theta$ (反向转动 $\Delta\theta$), 使重新恢复消光, 那么应满足下式:

$$\theta - 2\psi = \theta - \phi - \Delta\theta - 2(\psi - \phi) \quad (15)$$

而这一方程的通解为: $\Delta\theta = \phi$, 同样符合实验现象.

1.4 通过 $\lambda/4$ 片产生椭圆偏振光

取下 $\lambda/2$ 片, 重新调至 P 和 A 正交, 插入 $\lambda/4$ 片, 转至消光. 保持 $\lambda/4$ 片不动, 将 P 依次相对初位置旋转角度 $\Delta\theta$, 将 A 旋转 360° , 观察光强的变化, 记录如表 3 所示, 绘图取初位置 P 的透振方向为 y 轴:

表 3: 绕 z 轴旋转 A 时光强定性变化规律

$\Delta\theta/^\circ$	A 转动 360° 观察到的现象	光的偏振态
0	亮 \rightarrow 消光 \rightarrow 亮 \rightarrow 消光	
15	亮 \rightarrow 暗 \rightarrow 亮 \rightarrow 暗	
30	亮 \rightarrow 暗 \rightarrow 亮 \rightarrow 暗 (变化程度不如上一组明显)	
45	无明显光强差异	
60	暗 \rightarrow 亮 \rightarrow 暗 \rightarrow 亮	
75	暗 \rightarrow 亮 \rightarrow 暗 \rightarrow 亮 (变化程度比上一组明显)	
90	消光 \rightarrow 亮 \rightarrow 消光 \rightarrow 亮	

$\lambda/4$ 片导致的相位差 δ 取值为 $\pi/2$. 将 δ 值代入前述式子, θ 和 ψ 的物理意义不变, 于是在 $\lambda/4$ 片的

后表面上, 以 o 轴为 y 轴建立坐标系, 出射光为:

$$\begin{cases} \tilde{E}_x = \tilde{A} \sin \psi e^{-i\omega t} \\ \tilde{E}_y = \tilde{A} \cos \psi e^{i\delta} e^{-i\omega t} = i\tilde{A} \cos \psi e^{-i\omega t} \end{cases} \quad (16)$$

则其电矢量的实部为:

$$\begin{cases} E_x = A \sin \psi \cos \omega t \\ E_y = A \cos \psi \cos(\omega t - \delta) \end{cases} \quad (17)$$

不难看出实际上这描述的是正是椭圆偏振光. 利用软件作图得到出射光偏振态示意图 (如表格中的图像所示), 同检偏器检偏的实验结果吻合很好.

1.5 部分偏振光和椭圆偏振光的检出

使用起偏器和 $\lambda/4$ 片产生椭圆偏振光, 加入检偏器, 旋转检偏器找到透射光强极小值处; 换上另一个 $\lambda/4$ 片, 旋转之找到透射光强极小值处, 再将第一块 $\lambda/4$ 片加装回来此时两块 $\lambda/4$ 片的光轴平行, 旋转检偏器应能出现消光.

使用玻璃片堆产生部分偏振光, 无论使用检偏器或是 $\lambda/4$ 片 + 检偏器, 均不能使之消光.

2 分析与讨论

2.1 实验中误差来源的分析

全部实验现象与理论预测的趋势均吻合很好, 但在定量上有所偏离, 理论预测的完全消光在实验中常常很难实现. 笔者分析主要有以下可能因素:

1. Brewster 角实验中, 激光器的仰角调节不准确;
2. 波晶片实验中, 由于光源同起偏器之间的距离有限, 平行光近似不能完全成立;
3. 波晶片实验中, 光具未精确对齐;
4. 实验室使用的偏振片上有大量污渍, 可能会造成散射干扰.

实验 17 RLC 电路的谐振现象



1 数据处理

1.1 谐振状态下的测量结果

按照实验要求连接如下图所示的电路图:

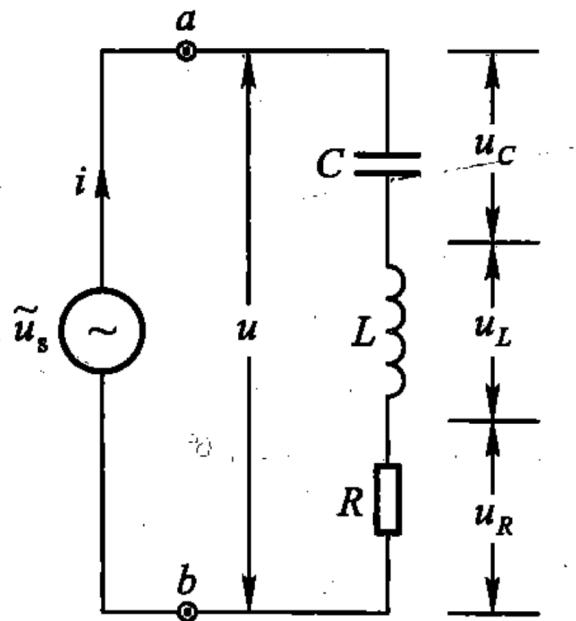


图 1: RLC 串联电路图

串联 $L = 0.1 \text{ H}$ 的电感, $C = 0.05 \mu\text{F}$ 的电容和 $R = 100 \Omega$ 的电阻, 交流电源通过变压器供电. 示波器的频道 CH₁ 和频道 CH₂ 分别连在整个回路的两端和电阻的两端. 调节信号源幅度 $U_{pp} = 3.0 \text{ Vpp}$, 将示波器调到 A 挡, 显示到两列稳定的正弦波后调到 X-Y 挡, 关闭显示之后看到椭圆的李萨如图形. 调节信号源的频率使得李萨如图形变成一条直线, 此时总电压和 R 两端的电压相位相同, 达到谐振. 记录得到此时 $f_0 = 2.2480 \text{ kHz}$. 利用数字万用表测得电容两端的电压 $u_C = 9.945 \text{ V}$, 电路两端总电压为 $u = 0.9196 \text{ V}$, 电阻两端电压为 $u_R = 0.7132 \text{ V}$. 由此可以计算 Q_1 和 Q_2 :

$$Q_1 = \frac{1}{\omega_0 R' C} = \frac{u_R}{2\pi f_0 u R C} = 10.98 \quad (1)$$

$$Q_2 = \frac{u_C}{u} = 10.82 \quad (2)$$

下面我们来分析上述测量 Q 的过程中的不确定度 (在以下的计算中, 为了保证对于允差最终结果的精确度, 因此在计算过程中没有按照正常修约规则修约, 相对更多地保留了有效数字). 由不确定度计算公式, 有:

$$\sigma_{Q_1} = Q_1 \sqrt{\left(\frac{1}{f_0} \sigma_{f_0}\right)^2 + \left(\frac{1}{u_R} \sigma_{u_R}\right)^2 + \left(\frac{1}{u} \sigma_u\right)^2 + \left(\frac{1}{R} \sigma_R\right)^2 + \left(\frac{1}{C} \sigma_C\right)^2} \quad (3)$$

考虑到示波器示数的允差为 ± 0.0001 kHz, 因此有:

$$\sigma_{f_0} = \frac{0.0001 \text{ kHz}}{\sqrt{3}} = 6 \times 10^{-5} \text{ kHz}$$

对于电路两端总电压 u , 考虑到电压表读数的允差为 ± 0.0001 V, 因此有:

$$\sigma_u = \frac{1}{\sqrt{3}}(0.2\% \times 0.9196 \text{ V} + 10 \times 0.0001 \text{ V}) = 0.002 \text{ V}$$

对于电阻两端的电压, 处理方法同上:

$$\sigma_{u_R} = \frac{1}{\sqrt{3}}(0.2\% \times 0.7132 \text{ V} + 10 \times 0.0001 \text{ V}) = 0.001 \text{ V}$$

考虑到 R 的包装的标注上已经标注了 R 阻值的误差为 $\pm 0.1\Omega$, 因此有:

$$\sigma_R = \frac{0.01 \Omega}{\sqrt{3}} = 0.006 \Omega$$

$$\frac{\sigma_C}{C} = \frac{0.65\%}{\sqrt{3}} = 0.004$$

代入以上各式得到:

$$\sigma_{Q_1} = 0.05$$

再由不确定度计算公式, 有:

$$\sigma_{Q_2} = Q_2 \sqrt{\left(\frac{1}{u} \sigma_u\right)^2 + \left(\frac{1}{u_C} \sigma_{u_C}\right)^2} \quad (4)$$

根据 C 包装外壳上所标注的 C 电容的不确定度, 有:

$$\sigma_{u_C} = \frac{1}{\sqrt{3}}(0.2\% \times 9.945 \text{ V} + 10 \times 0.0001 \text{ V}) = 0.012 \text{ V}$$

代入以上各式得到:

$$\sigma_{Q_2} = 0.019$$

因此, 所得的测量结果为:

$$Q_1 \pm \sigma_{Q_1} = 10.98 \pm 0.05$$

$$Q_2 \pm \sigma_{Q_2} = 10.82 \pm 0.02$$

1.2 相频曲线的测量

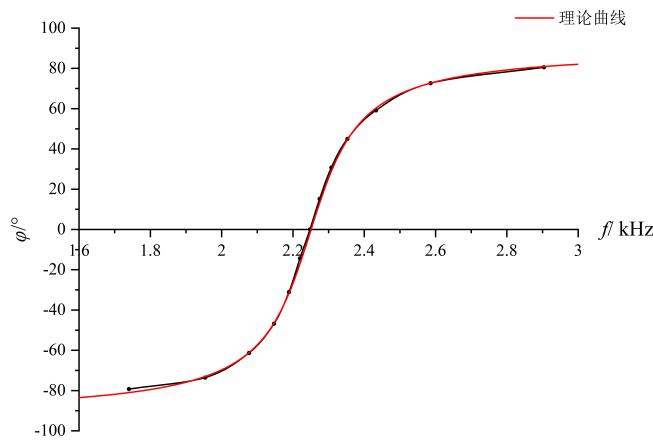
调整频率从 1.4000 kHz 到 3.4000 kHz, 通过示波器上测量的 $1/\Delta t$ 和 f 计算相位差:

$$\varphi = \frac{f}{1/\Delta t} \times 360^\circ \quad (5)$$

测得的数据如表 1 所示, 根据上表数据, 作图如图 2 所示

表 1: 电流和电压相位差 (φ) 和信号源频率 f 的关系

f/kHz	1.7400	1.9540	2.0770	2.1470	2.1890	2.2200	2.2480
$(1/\Delta t)/\text{kHz}$	-7.90	-9.56	-12.19	-16.52	-25.31	-55.55	∞
$\varphi/^\circ$	-79.29	-73.58	-61.34	-46.79	-31.14	-14.39	0.00
f/kHz	2.2750	2.3080	2.3530	2.4330	2.5860	2.9040	
$(1/\Delta t)/\text{kHz}$	54.05	27.02	18.86	14.81	12.82	12.98	
$\varphi/^\circ$	15.15	30.75	44.91	59.14	72.62	80.54	

图 2: RLC 串联电路的相频曲线

根据 φ 的计算公式

$$\varphi = \arctan \frac{2\pi f L - 1/2\pi f C}{R'} \quad (6)$$

所作的曲线也画在同一图中. 由图可见, 实验结果和理论计算的结果符合的相当好.

1.3 幅频曲线的测量

固定电路两端总电压 $u_0 = 1.0000$ V, 测量电阻 R 两端的电压 U_R , 进而计算出电流 i_R , 得到电流和频率的关系如表 2 所示. 根据表 2 可以作出对应图像, 如图 3 所示.

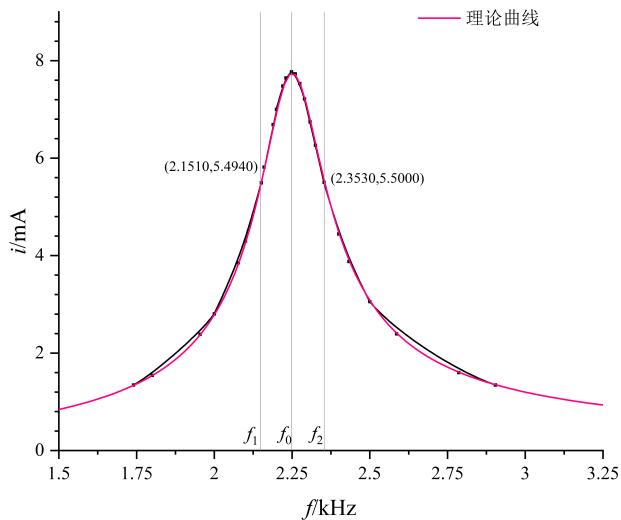
另外, 由此测量结果, 峰值 $i_m = 7.7730$ mA, 对应的频率 $f_m = 2.2481$ kHz, 所以 $i_m/\sqrt{2} = 5.4963$ mA, 对应的频率分别为 $f_1 = 2.1510$ kHz 和 $f_2 = 2.3530$ kHz. 由此算出

$$Q_3 = \frac{f}{\Delta f} = 11.02 \quad (7)$$

此处测得的电流极大值对应的谐振频率 f_m , 与之前测得的 $f_0 = 2.2481$ kHz 基本保持一致.

表 2: R 中的电流和信号源频率的关系

U_R/mV	668.71	581.63	549.40	429.53	385.40	280.34	238.51	154.22	134.39
i_R/mA	6.6871	5.8163	5.4940	4.2953	3.8540	2.8034	2.3851	1.5422	1.3439
f/kHz	2.1890	2.1600	2.1510	2.1000	2.0770	2.0000	1.9540	1.8000	1.7400
U_R/mV	626.48	674.42	721.50	753.32	772.81	777.30	764.61	747.92	700.29
i_R/mA	6.2648	6.7442	7.2150	7.5332	7.7281	7.7730	7.6461	7.4792	7.0029
f/kHz	2.3250	2.3086	2.2900	2.2750	2.2600	2.2480	2.2300	2.2200	2.2000
U_R/mV	134.36	159.91	239.43	305.73	387.85	444.43	550.00		
i_R/mA	1.3436	1.5991	2.3943	3.0573	3.8785	4.4443	5.5000		
f/kHz	2.9040	2.7860	2.5860	2.5000	2.4330	2.4000	2.3530		

图 3: RLC 串联电路的幅频曲线

根据理论公式算出的电流和频率的关系:

$$i_R = \frac{u}{\sqrt{R'^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (8)$$

作出的曲线在图中也一并示出. 由图可见, 实验结果和理论计算的结果符合的相当好.

2 分析与讨论

2.1 相频曲线和幅频曲线的特征

对于相频曲线来说, 这是一个反正切函数, 容易看出, 这个函数对于 f 是递增的. 而且当 $f \rightarrow 0$ 或者 $f \rightarrow \infty$ 的时候, $\varphi \rightarrow \pi/2$. 这和实验所得的曲线非常吻合. 而且由于这是一个反正切函数, 函数在中间的变化较快, 在两边的变化较小, 也和实验结果相吻合.

至于相位, 当频率小于谐振频率的时候, 电压相位落后于电流相位, 整个电路呈电容性; 谐振频率处电流和电压相位相等, 整个电路呈电阻性; 当频率大于谐振频率的时候, 电压相位领先于电流相位, 整个电路呈电感性. 这也和理论计算出来的结果一致.

对于幅频曲线, 由于分母有极小值, 即 $\omega L - 1/\omega C$ 的极小值, 所以电流 i_R 有极大值, 而且极大值出现在 $f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$, 即谐振频率处. 进一步, 当 $f \rightarrow 0$ 或者 $f \rightarrow \infty$ 的时候, $i \rightarrow 0$, 说明该电路由于电容和电感串联, 在频率极高或者极低的时候阻抗也非常大.

2.2 Q_1, Q_2, Q_3 的比较

兹将 Q 值得测量结果罗列如下:

$$Q_1 \pm \sigma_{Q_1} = 10.98 \pm 0.05$$

$$Q_2 \pm \sigma_{Q_2} = 10.82 \pm 0.02$$

$$Q_3 = 11.02$$

需要注意的是, 考虑到 Q_3 所用的频率是从曲线上直接读取的, 因此不确定度相对较大, 因此很难系统地进行估计.

对理想系统来说, 三个 Q 值应该相等, 但从实际测量的数据来看, 三个 Q 值在 10.9 上下浮动, 由于实验所涉及的系统相对较为复杂, 因此笔者在后续的讨论中进行了部分的简化, 并着重从定性角度来考虑误差.

首先, 各个电学元件的标准值都有一定的允差, 导致计算 Q_1 时产生累积的不确定度, 此外, 根据指导老师所描述, 一般电感元件都会有一定的直流电阻, 会对电感的分压产生影响, 这也是我们不适用电感分压 u_L 计算 Q 的主要原因. 同时, 数字表和电容并联时, 也会减小该回路的阻抗, 引入一定的不确定度.

其次, 电路中的各个接线柱上均存在接触电容和接触电阻, 尤其是鳄鱼夹 (笔者所使用的一个鳄鱼夹表面的橡胶保护套基本已经完全脱落), 对实验的干扰极其明显. 接触不良还会造成示波器波形的剧烈波动, 给读数造成困难. 根据理论计算, 本次实验的谐振频率应该在 2.24 kHz 左右, 而品质因数应该在 10 左右, 笔者测量的品质因数有明显的偏离, 但三种方法测得的 Q 值之间相对偏差较小, 因此偏离很有可能是系统本身的性质偏离理想情形所导致的.

最后, 示波器的读数误差同样不可小觑. 在预科实验中的“模拟示波器的使用”这一章节中, 笔者学习到示波器有两种测量方法, 通过网格线读数原则上要比示波器自带的标尺更加精准. 但本次实验由于时间原因, 笔者选择了后者作为测量方式. 正如前文所提及的, 受接触不良等因素的影响, 示波器的波形常发生较为剧烈的晃动, 会显著干扰测量结果. 此外, 笔者使用的示波器中网格线和标尺之间并不平行, 也会带来一定的误差.

从实验结果上来看, Q_1 和 Q_3 比较接近, 而 Q_2 较小. 这可能是由于在测量 u_C 的时候, 由于交流电压表

内阻的存在, 导致电容和电阻并联, 电容的分压减小, 故测得的电压有效值相比于真实的电压有效值偏小. 所以 Q_2 偏小. 而对于 Q_1 和 Q_3 的测量, 因为不用测量电容两端的电压, 所以没有影响, 故 Q_1 和 Q_3 的值比较接近.

2.3 黑盒子元件的测量方案

由于时间原因, 笔者并没有对黑盒子元件的具体阻抗进行测量, 故在此简述对其的测量方案.

2.3.1

将原件与标准电阻串接入电路中, 用双踪示波器 CH_1, CH_2 分别观测黑盒子元件两端电压和电阻两端电压, 使 CH_2 波形反相, 通过判断电流-电位相位差, 以及相位差随输入电压频率变化的规律, 推断元件显电容性/电感性/电容性或者是电容-电感串联.

2.3.2

对纯电阻性元件而言, 可以用数字表测量黑盒子元件两端的电压和电阻两端电压, 并通过以下公式计算电阻:

$$R_x = \frac{u_x}{u_R} R \quad (9)$$

2.3.3

纯电容性和纯电感性元件的测量方法较为接近, 故于此以纯电感元件为例进行统一说明, 不再赘述纯电感性元件的情况. 对纯电容性元件而言, 可将电路中的标准电阻拆去, 串接 0.1 mH 的电感, 并通过李萨如图像法调至谐振, 记录谐振频率 f_0 , 再根据以下公式计算电容:

$$C_x = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L} \quad (10)$$

同样的, 在上述谐振的情形下, 可以测量电路的总电压 u 以及电感的分压 u_L , 再利用品质因数作为间接量, 可以用以下公式测定元件中串接的电阻:

$$Q = \frac{u_L}{u} = \frac{\omega_0 L}{R_x} = \frac{2\pi f_0 L}{R_x} \quad (11)$$

故有:

$$R_x = \frac{2\pi f_0 L}{Q} \quad (12)$$

2.3.4

对于电容-电感串联串联元件, 情况较为复杂, 难以用较为简单的方法进行测量. 笔者认为可以利用本次实验中串联 RLC 偏振的相位-频率关系, 测量出元件的共振频率以及相频曲线, 从而拟合出 L_x/R_x 以及 $R_x C_x$ 的值:

$$\varphi = \arctan \frac{2\pi f L - 1/2\pi f C}{R'} = \arctan \frac{2\pi f L_x - \frac{1}{2\pi f C_x}}{R_x} \quad (13)$$

再将元件和另一个标准电阻 R 串联, 改变信号输入电压的频率, 使电路中的电流达到最大值, 此时测定电路的总电压 u , 可以通过以下公式求得 R_x 的值:

$$\frac{u_R}{R} = \frac{u}{R + R_x} \quad (14)$$

再根据 R_x 求得 L_x 和 C_x .

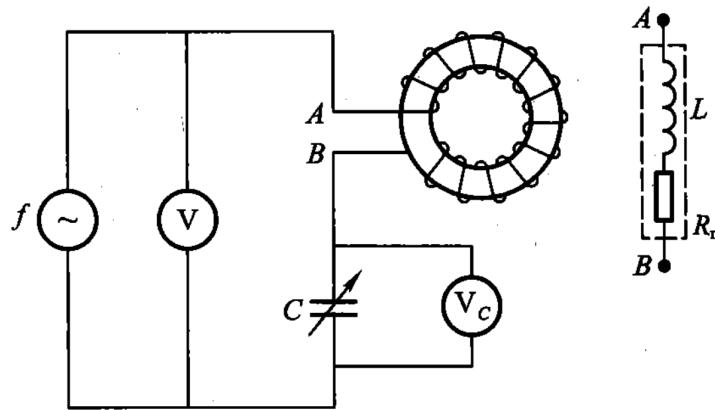


图 4: 测量品质因数电路图

2.4 思考题

2.4.1

利用电压表 V 控制总电压不变, 改变信号输入电压频率 f . 当电路达到谐振状态, 谐振频率为 f_0 时, 毫伏表 V_C 的示数达到极大值, 此时可以用以下公式计算 Q 值:

$$Q = \frac{u_C}{u} = \frac{2\pi f_0 L}{C} = \frac{1}{R_r} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (15)$$

并可以求出电抗元件的各参数. 公式中符号的意义如前.

2.4.2

- 根据图 4 连接电路;
- 调节输入电压的频率, 使电路达到谐振状态, 此时电压表示数达到最大值;
- 测出 u 和 u_C , 并利用公式 (15) 计算 Q 值.

2.4.3

根据公式 (15) 推导品质因数:

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = 2.13 \times 10^{-4} \text{ (H)} \quad (16)$$

当已知 Q 值, 可以继续用公式 (15) 推导 L :

$$Q = \frac{u_C}{u} = 1.0 \times 10^2 \quad (17)$$

并能求出损耗电阻 R_r :

$$R_r = \frac{1}{2\pi f_0 Q C} = 8.0 \text{ (\Omega)} \quad (18)$$

实验 19 分光计的调节和掠入射法测折射率



1 数据处理

1.1 测量三棱柱的顶角

按照书中的步骤调节好分光计，使得望远镜筒垂直于分光计转轴，并使得望远镜垂直于三棱镜的两个光学面，如下图所示：

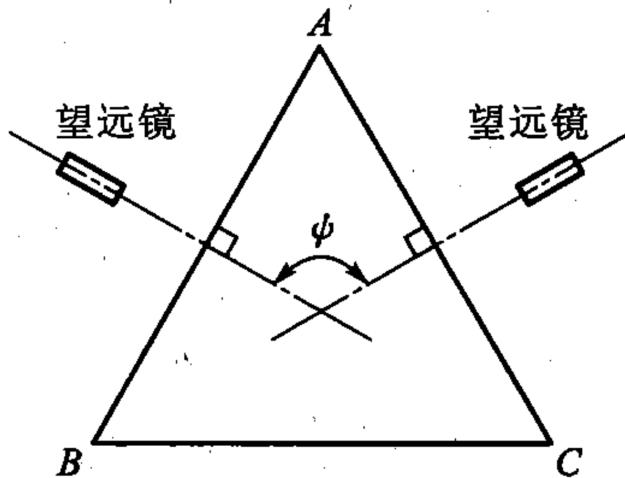


图 1：测三棱镜顶角光路图

转动游标盘，使得望远镜筒移至与 AB 面近似垂直的位置，此时通过自准直法（观察反射回来的清晰十字像是否成在与竖直刻线重合的位置上）判断望远镜是否与 AB 面垂直。记下此时的读数 θ'_1, θ''_1 ，然后再转动游标盘，记下此时的读数 θ'_2, θ''_2 ，通过

$$\psi = \frac{1}{2}[(\theta'_2 - \theta'_1) + (\theta''_2 - \theta''_1)] \quad (1)$$

计算 A 的补角 ψ 。进而计算出 A 的值。测量及计算的结果见表 1，表中若某个 $\theta_i - \theta_j < 0$ ，应该按照 $(\theta_i + 360^\circ) - \theta_j$ 来理解。

对测量结果进行误差分析如下。首先可以算得玻璃三棱镜顶角 A 的平均值 \bar{A} ：

$$\bar{A} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 A_i = 60^\circ 00' 50'' \quad (2)$$

并求其平均值的标准差视作平均偏差，算得

$$\sigma_{\bar{A}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (A_i - \bar{A})^2}{2 \times 3}} = 26'' = 1.3 \times 10^{-4} \quad (3)$$

表 1: 测量三棱柱的顶角

次数	1	2	3
θ'_1	140°30'	140°28'	140°29'
θ''_1	320°30'	320°28'	320°29'
θ'_2	20°30'	20°27'	20°28'
θ''_2	200°30'	200°27'	200°29'
A	60°00'00"	60°01'00"	60°00'30"

考虑到公式 (1) 中, 求取 A 的值实际上对应了四次等权重的测量, 假定每次测量的允差为 $1'$, 则顶角 A 的合成标准差可以写作:

$$\begin{aligned}\sigma_A &= \sqrt{\sigma_A^2 + 4 \times \left(\frac{\partial A}{\partial \theta} \sigma_\theta \right)^2} \\ &= \sqrt{\sigma_A^2 + 4 \times \left(\frac{e_\theta}{2\sqrt{3}} \right)^2} \\ &= \sqrt{\sigma_A^2 + \frac{e_\theta^2}{3}} = 44'' = 2.1 \times 10^{-4}\end{aligned}\quad (4)$$

因此, 对于顶角 A 的测量结果为 $A = 60^\circ 00' 50'' \pm 44''$.

1.2 掠入射法测量三棱镜的折射率

移动分光计, 使得钠光灯大体位于 AC 光学面的延长线上, 并垂直放上一片毛玻璃作为扩展光源. 用望远镜找到出射光出的明暗分界线, 对准镜筒中的竖直刻线, 记下此时两游标盘读数 θ'_3, θ''_3 , 再移动望远镜使得镜筒垂直于 AC 光学面, 记下两个游标盘的读数 θ'_4, θ''_4 . 通过

$$\varphi = \frac{1}{2}[(\theta'_4 - \theta'_3) + (\theta''_4 - \theta''_3)] \quad (5)$$

计算出最小的出射角, 即极限角 φ . 再通过公式

$$n = \sqrt{1 + \left(\frac{\cos A + \sin \varphi}{\sin A} \right)^2} \quad (6)$$

计算三棱镜的折射率. 测量和计算结果如表 2 所示. 表中若某个 $\theta_i - \theta_j < 0$, 应该按照 $(\theta_i + 360^\circ) - \theta_j$ 来理解.

由表中的数据可以计算得到 φ 的平均值:

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \varphi_i = 41^\circ 26' 40'' \quad (7)$$

并求其平均值的标准差视作随机误差, 为:

$$\sigma_{\bar{\varphi}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (\varphi_i - \bar{\varphi})^2}{2 \times 3}} = 26'' = 1.3 \times 10^{-4} \quad (8)$$

表 2: 出射极限角的测量

次数	1	2	3
θ'_3	159°01'	159°01'	159°03'
θ''_3	339°01'	339°01'	339°03'
θ'_4	20°27'	20°27'	20°28'
θ''_4	200°27'	200°27'	200°28'
φ	41°26'	41°26'	41°25'

同理, 所求取得每一个 φ 值都对应了四次等权重的测量, 假定每一次测量的允差都为 $1'$, 则出射极限角 φ 的合成标准差可以写作:

$$\begin{aligned}\sigma_\varphi &= \sqrt{\sigma_\varphi^2 + 4 \times \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \sigma_\theta\right)^2} \\ &= \sqrt{\sigma_\varphi^2 + 4 \times \left(\frac{e_\theta}{2\sqrt{3}}\right)^2} \\ &= \sqrt{\sigma_\varphi^2 + \frac{e_\theta^2}{3}} = 44'' = 2.1 \times 10^{-4}\end{aligned}\quad (9)$$

因此出射极限角 φ 的测量结果为 $\varphi = 41^\circ 26' 40'' \pm 44''$.

掠入射法可以根据出射极限角 φ 以及顶角 A 按以下公式求算三棱镜的折射率:

$$n = \sqrt{1 + \left(\frac{\cos A + \sin \varphi}{\sin A}\right)^2} = 1.6736 \quad (10)$$

根据上述公式推导的折射率的标准差合成公式, 可以算得折射率的合成标准差为:

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial A} \sigma_A\right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial \varphi} \sigma_\varphi\right)^2} \\ &= \frac{1}{n} \sqrt{\left[\frac{(\sin \varphi \cos A + 1)(\cos A + \sin \varphi)}{\sin^3 A} \sigma_A\right] + \left[\frac{\cos \varphi (\cos A + \sin \varphi)}{\sin^2 A} \sigma_\varphi\right]} = 0.0003\end{aligned}\quad (11)$$

因此, 对于折射率 n 的测量结果为 $n = 1.6736 \pm 0.0003$.

1.3 最小偏转角法测量各波长下的折射率

调好分光计和三棱镜的位置, 用水银灯照亮平行光管狭缝, 按照图 2 所示仪器之间的位置关系调整好游标盘(游标盘和载物台之间完全锁死), 目视能够在棱镜出射光方向找到棱镜折射后的狭缝像.

用 Hg 灯照亮狭缝, 在和 AC 面法线约夹 50° 角处可以发现几条光谱线, 分别为黄色 ($\lambda_1 = 579.07 \text{ nm}$), 绿色 ($\lambda_2 = 546.07 \text{ nm}$), 暗绿 ($\lambda_3 = 491.60 \text{ nm}$), 紫色 ($\lambda_4 = 435.84 \text{ nm}$), 暗紫 ($\lambda_5 = 404.66 \text{ nm}$). 转动游标盘使得某条谱线在转动一定角度后向相反方向移动, 找到这条谱线反方向移动的转折位置, 此时为最小偏向角.

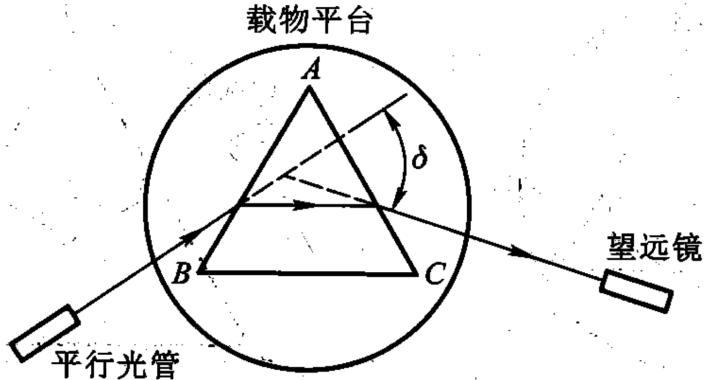


图 2: 测最小偏向角光路图

拧紧螺钉, 将望远镜的竖直刻线对准这条谱线, 记下此时两游标盘读数 θ'_5, θ''_5 , 再移动望远镜使得镜筒正对平行光管, 此时视野中有一狭缝的白色像, 记下两个游标盘的读数 θ'_6, θ''_6 . 通过

$$\delta_m = \frac{1}{2}[(\theta'_5 - \theta'_6) + (\theta''_5 - \theta''_6)] \quad (12)$$

来计算最小偏向角 δ_m .

将绿色光的最小偏向角测量的原始数据记录如表 3 所示, 表中若某个 $\theta_i - \theta_j < 0$, 应该按照 $(\theta_i + 360^\circ) - \theta_j$ 来理解. 由表中的数据可以计算得到 δ_m 的平均值:

表 3: 绿色谱线对应的最小偏向角测量

λ	1	2	3
θ'_5	191°30'	192°06'	189°20'
θ''_5	11°30'	12°09'	9°20'
θ'_6	137°25'	138°03'	135°15'
θ''_6	317°25'	318°04'	315.14°14'
δ_m	54°05'00"	54°04'30"	54°05'30"

$$\overline{\delta_m} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \delta_{m_i} = 54^\circ 05'00'' \quad (13)$$

并求其平均值的标准差视作随机误差, 为:

$$\sigma_{\overline{\delta_m}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (\delta_{m_i} - \overline{\delta_m})^2}{2 \times 3}} = 1'01'' = 3.0 \times 10^{-4} \quad (14)$$

同理, 所求取得每一个 δ_m 值都对应了四次等权重的测量, 假定每一次测量的允差都为 $1'$, 则出射极限角 δ_m 的合成标准差可以写作:

$$\begin{aligned}\sigma_{\delta_m} &= \sqrt{\sigma_{\delta_m}^2 + 4 \times \left(\frac{\partial \delta_m}{\partial \theta} \sigma_\theta \right)^2} \\ &= \sqrt{\sigma_{\delta_m}^2 + 4 \times \left(\frac{e_\theta}{2\sqrt{3}} \right)^2} \\ &= \sqrt{\sigma_{\delta_m}^2 + \frac{e_\theta^2}{3}} = 1'08'' = 3.3 \times 10^{-4}\end{aligned}\quad (15)$$

因此出射极限角 δ_m 的测量结果为 $\delta_m = 54^\circ 05' 00'' \pm 1'08''$.

三棱镜对于绿色光的折射率可以根据以下公式算得:

$$n = \frac{\sin \left(\frac{A + \delta_m}{2} \right)}{\sin(A/2)} = 1.6780 \quad (16)$$

在根据上述公式推导的折射率的标准差合成公式, 可以算得折射率的合成标准差为:

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial A} \sigma_A \right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial \delta_m} \sigma_{\delta_m} \right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\sin \frac{\delta_m}{2}}{2 \sin^2 \frac{A}{2}} \sigma_A \right)^2 + \left(\frac{\cos \frac{A+\delta_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \sigma_{\delta_m} \right)^2} = 0.0004\end{aligned}\quad (17)$$

因此, 对于折射率 n 的测量结果为 $n = 1.6780 \pm 0.0004$.

2 分析与讨论

2.1 实验中误差来源的分析

分光计是一个准确度较高的测量角度的工具, 仪器的允差应该近似于 $1'$. 然而在实际测量过程中, 发现数据之间的偏差有时不止 $1'$. 故必然有其他影响测量误差的因素.

- 首先考虑分光计的调节问题, 有可能在调节的时候没有保证分光计的望远镜筒严格与仪器转轴垂直, 即转动平面镜后两次反射像没有严格落在上水平刻线上. 或者是三棱镜的光学表面没有与望远镜筒垂直. 但笔者在实验过程中保证了无论怎么转动, 反射回来的绿色十字刻线总能准确落在上水平刻线上, 所以这部分的误差可以忽略不计.
- 在分光计的读数过程中也可能产生一些误差. 由于游标的特性, 在对的最准的刻线周围总会有 $3 \sim 4$ 根对齐得差不多准的刻线, 即使使用放大镜, 在读数的时候以人眼也较难判断对的最准的一根刻线, 在实验过程中笔者是将对得较准的几根刻线取平均值, 得出最后刻度, 这样可能会带来一些误差.
- 在转动望远镜的过程中, 可能在转动游标盘的过程中, 相应的其他螺钉没有锁死, 导致他们之间的相对运动角度小于实际的绝对运动的角度, 也可能是分划板或十字窗没有完全清晰, 引入误差.

4. 在用最小偏转角法测量三棱镜折射率的实验中, 可能有第一步狭缝没有调平的影响因素, 导致狭缝的像并不是完全竖直, 引入误差. 或是狭缝宽度调的太粗, 导致测量的误差较大. 由于笔者调节的较好, 也没有出现这样的现象.
5. 在最小偏转角法测量中, 最容易引入误差的点应该是在寻找最小偏转角的过程中, 在一定角度范围内游标盘的转动并不能引起肉眼可见的谱线的移动, 这会给最小偏转角的测定带来一定的误差.

其中, 最后两条因素是导致最小偏向角法误差略大于掠入射法的主要原因. 笔者认为, 通过刻度圆盘进行读数, 游标上读出重合刻度线的过程会产生一定的误差, 这一点可以通过多次测量取平均值以消除之.

2.2 波长-折射率的定性关系验证

笔者发现, 掠入射法和最小偏向角法测得的折射率并不相同, 其中掠入射法的光源为钠光灯, 实际上是测量了钠黄线 ($\lambda=589.30 \text{ nm}$) 与玻璃介质作用时的介质折射率, 而最小偏向角法的光源为水银灯实际上是测量了汞绿线 ($\lambda=546.07 \text{ nm}$) 与玻璃介质作用时的介质折射率. 不难发现介质对波长不同的光有不同的折射率, 且波长较短的光折射率较大, 符合波长-折射率的定性关系.

2.3 收货与感想

这是笔者第一次在基础物理实验中感受到精密仪器的魅力, 虽然调节原理较为简单, 但是单独从测量结果来说精确度远超笔者之前所进行的大多数实验. 尽管分光计的调节非常耗时耗力, 但只要凭借足够的耐心慢慢操作, 最终测量结果还是相当令人满意的. 另一方面, 课本从仪器设计角度出发作的原理介绍, 也给了笔者很大启发, 让笔者对于“精度放大”在实验中一些应用有了一些新的思考.

实验 12 测定介质中的声速



1 数据处理 (必做部分)

1.1 共振频率的测量

按照课本上的实验装置接线图连接各装置. 将示波器的显示模式调节为“ $Y - t$ ”显示模式, 调节信号发生器的频率, 并调节换能器之间的间距以及输出电压的幅度以保证在示波器上可以观察到噪声较小的正弦函数图像, 并同时使示波器上的正弦信号峰达到最大值, 此时根据信号发生器的读数, 共振频率 $f_0 = 40.0\text{kHz}$.

1.2 极值法测定空气中的声速

将两换能器的间距 l 从大约一两个半波长起, 缓慢地增加, 记录下荧光屏上依次出现正弦波振幅极大值时标尺上的示数 $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ 以及对应的峰值电压 $U_1, U_2, \dots, U_n, \dots$ (一共十组数据), 然后缓慢地减小间距 l , 记录下依次出现正弦波振幅极大值时标尺上的示数 $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ 以及对应的峰值电压 $U_1, U_2, \dots, U_n, \dots$ (一共十组数据), 如表 1 所示:

正向测量结果										
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i/mm	8.620	13.200	17.562	22.246	26.734	31.221	35.182	39.75	44.322	48.821
U_i/V	122.0	97.0	81.6	68.8	59.6	51.6	47.6	43.2	40.2	38.2

反向测量结果										
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i/mm	48.830	44.420	39.833	35.259	31.305	26.799	22.323	17.664	13.291	8.701
U_i/V	36.4	40.2	43.4	47.6	51.8	60.0	68.8	81.6	98.2	124

表 1: 正向测量数据以及反向测量数据

笔者在此处并没有如书上的要求那般通过逐差法处理数据, 而是通过以试验次数与标尺读数作为两个变量并通过线性回归的方式计算 $\bar{\lambda}/2$ (此时待求的 $\bar{\lambda}/2$ 即为图像的斜率的绝对值). 对正向测量的结果以及反向测量的结果进行线性回归的结果如图 1 和图 2 所示:

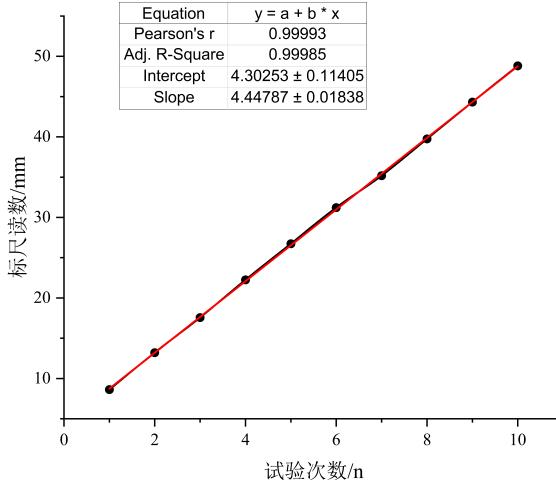


图 1: 正向测量回归结果 (红线为线性回归拟合线)

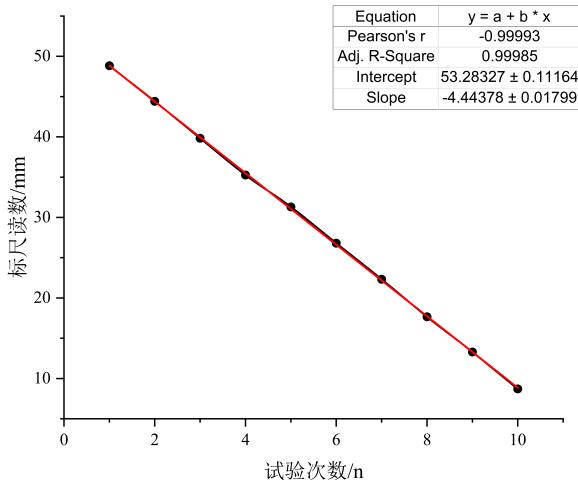


图 2: 反向测量回归结果 (红线为线性回归拟合线)

由线性回归可知:

$$x / \text{mm} = 4.4479n + 4.3025 \quad k_1 = 4.4479 \quad (1)$$

$$x / \text{mm} = -4.4439n + 53.2834 \quad k_2 = 4.4439 \quad (2)$$

故可以算得 $\bar{\lambda}/2 = \frac{k_1 - k_2}{2} = 4.446 \text{ mm}$, 再根据 $v = f\lambda$ 求出 $v = 40.000 \times 10^3 \times 4.4460 \times 10^{-3} \times 2 = 357.32 \text{ m/s}$.

为计算方便, 我们将 k 改写为以下形式 (m 为测量次数):

$$k = \sum_{j=1}^m \frac{(n_k - \bar{n})x_i}{\sum_{j=1}^m (n_i - \bar{n})^2} \quad (3)$$

假定 x_i 的标准差为 σ 则根据标准差的方和根合成方法可得:

$$\sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial k}{\partial x_i} \right)^2} = \frac{\sigma}{\sqrt{\sum_{j=1}^m (n_i - \bar{n})^2}} \quad (4)$$

若此时带入相关系数 r 的表达式:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^m (n_i - \bar{n})(x_i - \bar{x})}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (n_i - \bar{n}) \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2}} \quad (5)$$

则可以推得:

$$\frac{\sigma_k}{k} = \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n - 2}} \quad (6)$$

考虑到测定标尺的允差为 $e = 0.005$ mm, 因此带入数据后可得:

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n - 2} \cdot \lambda^2 + \frac{e^2}{3}} = 0.037 \text{ mm} \quad (7)$$

再考虑到信号源的极限误差为 $e = 0.05$ kHz 那么:

$$\sigma_v = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial f} \sigma_f \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \lambda} \sigma_\lambda \right)^2} = \sqrt{\left(\lambda \frac{e_f}{\sqrt{3}} \right)^2 + (f \sigma_\lambda)^2} = 2 \text{ m/s} \quad (8)$$

所以 v 的测量值为 $v \pm \sigma_v = (3.57 \pm 0.02) \times 10^2 \text{ m/s}$.

1.3 相位法测定空气中的声速

将两换能器的间距 l 缓慢地增加, 记录李萨如图形呈现相同斜率线段时标尺上的示数 $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ (一共十组数据), 然后缓慢地减小间距 l , 记录李萨如图形呈现相同斜率线段时标尺上的示数 $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ (一共十组数据) 如表 2 所示 (由于初始位置选择不当, 在此处仅记录了九组数据):

反向测量结果									
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i/mm	84.340	75.767	67.516	58.133	49.168	41.268	31.229	23.432	14.569

正向测量结果									
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i/mm	14.589	23.440	31.238	41.279	49.177	58.144	67.526	75.773	84.351

表 2: 反向测量数据以及正向测量数据

以试验次数与标尺读数作为两个变量并通过线性回归的方式计算 $\bar{\lambda}$ (此时待求的 $\bar{\lambda}$ 即为图像的斜率的绝对值). 对反向测量的结果进行线性回归的结果如图 3 所示:

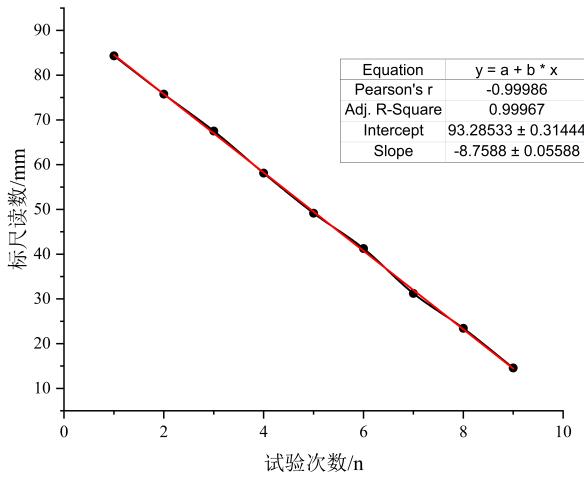


图 3: 反向测量回归结果 (红线为线性回归拟合线)

由线性回归可知:

$$x / \text{mm} = 8.7581n + 5.7112 \quad k_1 = 8.7581 \quad (9)$$

$$x / \text{mm} = -8.7588n + 93.2853 \quad k_2 = -8.7588 \quad (10)$$

故可以算得 $\bar{\lambda} = \frac{k_1 - k_2}{2} = 8.7585 \text{ mm}$, 再根据 $v = f\lambda$ 求出 $v = 40.000 \times 10^3 \times 8.7585 \times 10^{-3} \times 2 = 350.38 \text{ m/s}$.

根据等式:

$$\frac{\sigma_k}{k} = \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n - 2}} \quad (11)$$

考虑到测定标尺的允差为 $e = 0.005 \text{ mm}$, 因此带入数据后可以计算 λ 的不确定度为:

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n - 2} \cdot \lambda^2 + \frac{e^2}{3}} = 0.014 \text{ mm} \quad (12)$$

再考虑到信号源的极限误差为 $e = 0.05 \text{ kHz}$ 那么:

$$\sigma_v = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial f}\sigma_f\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \lambda}\sigma_\lambda\right)^2} = \sqrt{\left(\lambda \frac{e_f}{\sqrt{3}}\right)^2 + (f\sigma_\lambda)^2} = 1 \text{ m/s} \quad (13)$$

所以 v 的测量值为 $v \pm \sigma_v = (3.50 \pm 0.01) \times 10^2 \text{ m/s}$.

1.4 用气体参量测定空气中的声速

根据实验室仪器测得室温 $\theta = 23.0^\circ\text{C}$, 相对湿度 $H = 55\%$, 以及大气压 $p_1 = 768.05 \text{ mmHg} = 1.0177 \times 10^5 \text{ Pa}$, 查表易知在此温度下水的饱和蒸气压 $p_s = 1742 \text{ Pa}$. 由公式:

$$v = 331.45 \text{ m/s} \times \sqrt{\left(1 + \frac{\theta}{T_0}\right) \left(1 + \frac{0.3193 p_s H}{p}\right)} \quad (14)$$

其中 θ 为三位有效数字, 而 $\frac{\theta}{T_0} = 0.0842$ 亦为三位有效数字, $1 + \frac{\theta}{T_0} = 1.0842$ 为五位有效数字, $1 + \frac{0.3193p_s H}{p} = 1.0030$ 同样为五位有效数字, 考虑到开根号并不会改变有效数字的位数, 因此最终结果为五位有效数字. 根据大气压修正公式:

$$p = p_1 - (0.0001820\beta)p_1 t \quad (15)$$

以及重力修正公式:

$$p' = p \cdot \frac{g}{g_0} \quad (16)$$

将各常数以及测量数据带入公式 (14) 中, 测得 $v = 3.4562 \times 10^2 \text{ m/s}$.

2 数据处理 (选做部分)

2.1 极值法测定水中的声速

按照课本上的实验装置接线图连接各装置. 将示波器的显示模式调节为“ $Y - t$ ”显示模式, 调节信号发生器的频率, 并调节换能器之间的间距以及输出电压的幅度以保证在示波器上可以观察到噪声相对较小的正弦函数图像 (由于水介质密度较大, 因此任何微扰都会对波形产生较大噪音, 导致大多数时候所显示的正弦波宽度较宽), 并同时使示波器上的正弦信号峰达到最大值, 此时根据信号发生器的读数, 共振频率 $f_0 = 200.0 \text{ kHz}$. 将两换能器的间距 l 从大约一两个半波长起, 缓慢地增加, 记录下荧光屏上依次出现正弦波振幅极大值时标尺上的示数 $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ 以及对应的峰值电压 $U_1, U_2, \dots, U_n, \dots$ (一共五组数据), 如表 3 所示 以试验次数与标

测量结果					
i	1	2	3	4	5
x_i/mm	0.1720	0.6139	1.0238	1.3882	1.7932
U_i/mV	50.8	30.0	18.6	14.8	11.5

表 3: 水中测量数据

尺读数作为两个变量并通过线性回归的方式计算 $\bar{\lambda}/2$ (此时待求的 $\bar{\lambda}/2$ 即为图像的斜率的绝对值). 对正向测量的结果以及反向测量的结果进行线性回归的结果如图 4 所示:

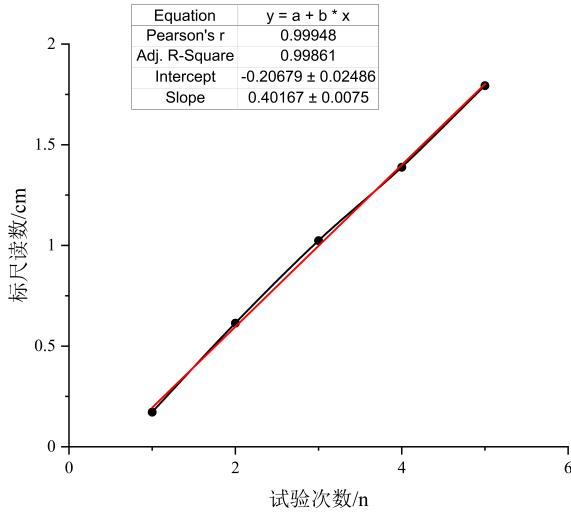


图 4: 测量值的回归结果 (红线为线性回归拟合线)

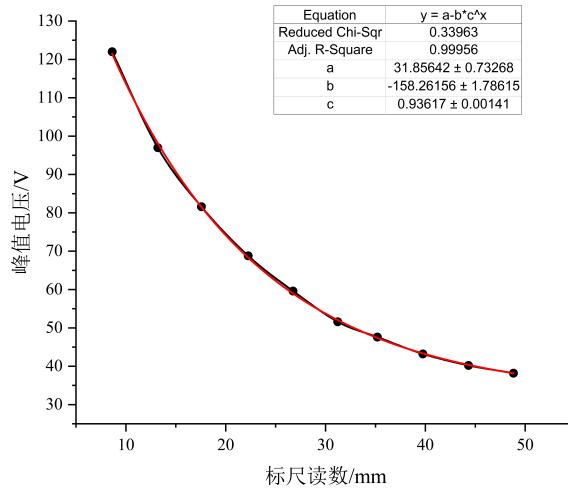
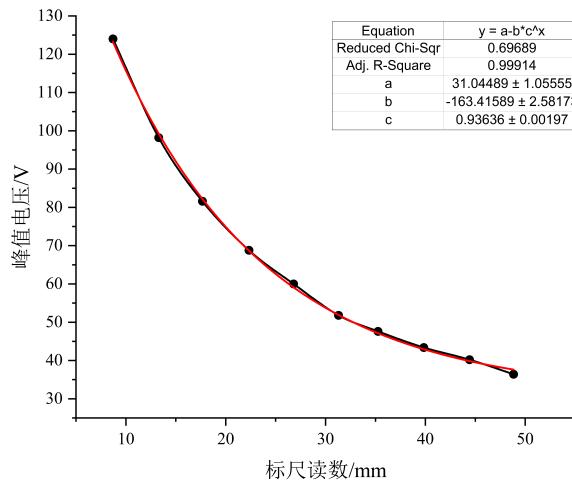
由线性回归可知:

$$x / \text{mm} = 0.40171n - 0.2068 \quad k = 0.40171 \quad (17)$$

故可以算得 $\lambda/2 == 0.4017\text{cm}$, 再根据 $v = f\lambda$ 求出 $v = 200.000 \times 10^3 \times 0.4017 \times 10^{-2} \times 2 = 1606.8\text{m/s}$. 不难发现, 再此测量结果中, 数据的线性回归性明显较差 (回归指数 r 较小), 这一点和测定环境相较于空气中测定声速的环境相差不少有关, 我们观察到该测量值相较于真值而言明显大不少, 结合水介质的特点, 为此我们初步猜测可能与在水溶液中声波的散射更加明显有关.

2.2 声波能量随传播距离衰减规律

对表 1 中的数据对 x 和 U 两个变量进行线性回归, 对正向测量时的结果以及反向测量时的结果进行线性回归的结果如图 5 和图 6 所示:

图 5: 正向测量时 $x - U$ 关系的回归结果 (红线为线性回归拟合线)图 6: 反向测量时 $x - U$ 关系的回归结果 (红线为线性回归拟合线)

由图 5 和图 6 可以明显观察到振幅随着传播距离的增大而减小, 而且呈较好的指数关系. 在网上查阅相关资料可得声波在某种介质中传播时的衰减系数 α 的计算公式为:

$$\alpha = \frac{1}{x} 20 \lg \frac{A}{A_0} \quad (18)$$

其中 x 为距离声源的距离, A_0 为生源处的声压, A 为所测处的声压, 和测量结果吻合得较好. 前几个数据点可以近似拟合成直线, 之后的数据点比较不规则, 可能距离较长时是受到噪声及其他因素干扰更为明显有关. 笔者此外还对表 3 中的数据对 x 和 U 两个变量进行线性回归, 结果如图 7 所示:

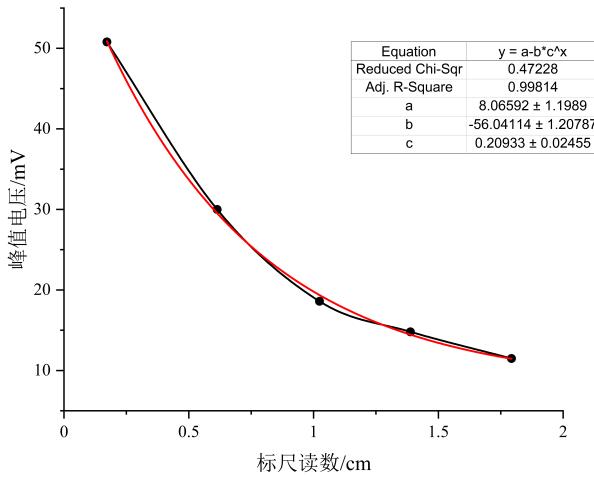


图 7: 在以水为介质测量时 $x - U$ 关系的回归结果 (红线为线性回归拟合线)

明显可以观察到在水溶液中声波随距离衰减的速率更快, 不难从水作为介质比空气作为介质密度更高, 并且等体积比热容更高这两种物理性质来理解, 为此可以更好地验证上述对数衰减关系.

2.3 光声光栅法测水中声速

超声波在水中传递时将会由于容器壁的反射产生驻波, 形成疏密相间的水波分布. 当激光通过时, 由于折射率的周期变化, 条件适宜时将产生 Raman-Nath 衍射, 此时光栅参数 d 等于声波波长 λ . 调整光路, 使得墙上产生清晰的涉射条纹, 实验中因为二级及以上衍射光点不清晰, 所以只采取两个一级衍射光点, 测量相邻衍射光点中心的距离并取平均值, 测得衍射条纹之间的平均距离 $l = 1.97\text{cm}$, 光源到条纹的水平距离 L 为 467.48cm , 已知 He-Ne 极光的波长 $\lambda_1 = 633\text{nm}$, 由公式:

$$v = f \cdot \lambda_s = \lambda_1 \frac{s}{\sin \theta} = \lambda_1 \frac{fL}{\delta x} \quad (19)$$

带入相关数据可得 $v = 1.50 \times 10^3 \text{m/s}$.

3 分析与讨论

3.1 实验误差的来源

1. 极值法测量: 在极大值附近, 以现有示波器的分辨率, 附近很多点都可以视作极大值, 而且在极大值附近正弦波随两换能器之间的距离变化的改变量较少, 难以判断极大值点, 在实验中取的是靠近中间的点, 此处也会引入误差. 此外在水介质中受到周围环境的影响较大 (例如在实验过程中笔者与合作者说了几句, 示波器上很快就参杂入了很多噪音).

2. 相位法测量: 由于噪声较大, 一般来说示波器上的李萨如图形边线宽度较宽, 很多距离数值都可以使得两条曲线重合 (至少在现有分辨率下看起来是重合的), 此外示波器有时不稳定, 相距短时间内不调整距离李萨如图形也会从直线变为椭圆, 这些因素都会引入误差.
3. 光声光栅法: 这种方法必须保证各光学元件等高共轴, 经透镜出射光线为平行光, 水槽, 坐标纸与光路垂直, 测量时卷尺与光路平行不弯曲等 (笔者在做实验的时候不小心碰到了另一组的光源, 导致另一组重新调整了很久, 所以深有体会), 但是实际操作中很难做到严格保证这些要素. 此外水槽中的水可能不严格遵守理想光栅公式.
4. 本实验中计算法的结果是相对最准确的, 其引入误差的机会较少, 且每次测量引入的误差也小. 相位法测量的结果比极值法更接近计算法的结果, 可以认为相位法比极值法更准确. 其原因是人眼对于李萨如图形呈现相同斜率的线段状态判断比正弦波振幅呈现极大值的判断更加敏锐, 故使得每次测量的结果更准确.

3.2 收获与感想

这次实验过程中, 我的操作相对较慢, 可能是因为对于读数的选取上比较“纠结”以及对于实验原理认识的不彻底, 但是其实读数误差位的选取对结果的影响并不大. 在未来的实验中, 应当在每一步中都保持头脑清醒, 知道什么数据需要非常准确, 什么数据的测量可以快一些, 从而提高实验的准确度和效率. 在数据处理部分, 通过和同学交流, 我也体会了逐差法和拟合直线法两种不同处理数据方法的特点. 另外, 实验中涉及的很多操作的目的和方法都是需要我们经过思考才能较好理解的, 所以实验中一定要保持头脑清醒, 做到想清楚每一步的目的和应该的操作方式. 总而言之, 本次实验算是对于误差分析和实验技巧运用的最全面的一次, 对于物理学学习和实验操作的提高都是巨大的.

实验 29 虚拟仪器在物理实验中的应用



1 数据处理

1.1 用虚拟仪器测量电阻的伏安特性

正确编写 LabVIEW 程序, 按照下图的连接方式连接采集卡以及外部电路, 其中取阻值为 100Ω 的电阻为标准电阻.

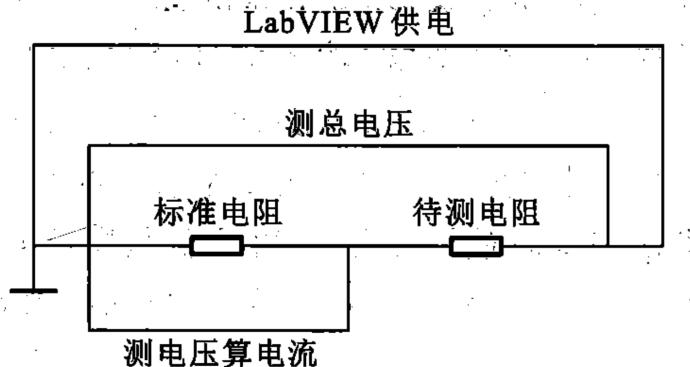


图 1: 用于测量电阻伏安特性的电路

本实验中对两个阻值分别约为 $R_1 \approx 50 \Omega$ 和 $R_2 \approx 1000 \Omega$ 的电阻进行了伏安法的测量. 确保无误之后按照提供的电路图进行连接, 每次测量使总电压增加 0.25 V . 循环 20 次, 在前面板上会显示 $U - I$ 图像及回归结果, 即待测电阻值. 两个电阻分别测量三次, 对结果分别进行最小二乘法拟合 (LabVIEW 自带程序), 记录数据如下表所示 (此处尚未知道每次测定的有效数字位数, 因此取 6 位有效数字以保证有效数字位数足够, 此处有效数字并不代表最终结果):

表 1: 测得电阻 R_1 和 R_2 的阻值

	1	2	3	\bar{R}	$\sigma_{\bar{R}}/\Omega$
R_1/Ω	50.8443	50.8290	50.8389	50.8374	0.006
R_2/Ω	1012.93	1012.86	1012.80	1012.86	0.05

此处的平均值的标准差用下式计算:

$$\sigma_{\bar{R}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (R_i - \bar{R})^2}{6}} \quad (1)$$

综上, 测量结果可以表述为: $\hat{R}_1 = (50.837 \pm 0.006) \Omega$, $\hat{R}_2 = (1012.86 \pm 0.05) \Omega$.

笔者注意到, 在对 R_1 的测量过程中, 最后若干个取样点会发生一定程度上的重合, 并且这些最后得到的

取样点会逐渐偏离先前得到取样点的线性关系, 为此笔者尝试调试步长参数为 0.05 V, 此时所有的取样点都会落在线性范围内, 且不会发生取样点重合的情况, 得到的数据如下表所示:

表 2: 修改参数后测得电阻 R_1 的阻值

	1	2	3	\bar{R}	$\sigma_{\bar{R}}/\Omega$
R_1/Ω	50.7622	50.7513	50.7425	50.7520	0.008

测量结果可以表述为: $\hat{R}'_1 = (50.752 \pm 0.008) \Omega$, 笔者注意到两种测定方法得到的置信区间并没有如预料中的重合, 为此笔者认为可以从以下角度来解释: 当电压的步长参数为 0.25 V 时, 由于电阻两端电压提升较快, 通过电阻的电流也较大, 导体所产生 Joule 热也较大, 从而导致导体温度升高速度较快, 最后测得的导体电阻也因此偏大. 至此, 笔者认为在后续设计实验的过程中应该注意电压的步长参数的设置, 避免 Joule 热对导体电阻产生较大的影响, 因此笔者认为修改电压的步长参数后得到的结果更为合理, 因此最终结果为 $\hat{R}_1 = (50.752 \pm 0.008) \Omega$, $\hat{R}_2 = (1012.86 \pm 0.05) \Omega$.

1.2 用虚拟仪器测量二极管的伏安特性

将二极管代替待测电阻接入电路, 并对原先的程序进行以下修改:

1. 将比较器 (**Greater?**) 的 **x** 端的常数由 20 改为 30, 以此保证可以记录完整的伏安特性曲线;
2. 增加一个减法器 (**Subtract**), 将循环变量 **i** 与减法器的 **x** 输入端相连, **y** 端连接一个常数 C(笔者在此处选择的是 30), 将减法器的输出端与乘法器的 **x** 输入端相连;
3. 在除法器 (**Divide**) 的输出端引出一导线, 与一个位于 **While Loop** 内的绝对值器输入端相连, 将绝对值器的输出端与比较器 **y** 端相连, 并将比较器的 **x** 连接一个常数 0.008(电路最高承载电流);
4. 适当更改电压的步长参数, 使伏安曲线可以在 $I = 4\text{mA}$ 处以及 $I = -4\text{mA}$ 附近可以取点. 得到的结果如下表所示:

表 3: 二极管静态电阻测定结果

I/mA	U/V	R/Ω
3.96601	0.804096	2.0275×10^2
-4.09509	5.18749	1.2667×10^3

2 思考题

2.1 虚拟仪器系统和传统仪器的区别

- 从测量对象来讲, 虚拟仪器以计算机为中心, 因此大多测量的是电学信号, 输入以及输出均需要转化为计算机可以处理的电信号. 而如果要测量其他的信号, 基本上是通过传感器等转化为电学信号进行间接的

测量. 而传统仪器的响应一般会转化为可供视觉读取的信号 (例如指针, 示数等), 根据仪器种类的不同可以测量各种物理量, 但考虑到大多数情况需要实验操作人员对信号进行读取, 很有可能会引入一定的主观误差.

- 虚拟仪器可以根据实验内容进行自行改装, 并且改装所花费的经济成本和时间成本相对较小, 仅需改变所编写的程序即可完成对实验内容的修改, 可以实现灵活多变的功能, 但传统仪器大多较为笨重, 且功能上受到的限制较多, 难以进行自由改装.
- 虚拟仪器的集成度很高, 以 LabVIEW 为例, 修改程序可以快捷地同时实现温度计, 计时器, 示波器, 波形发生器等功能, 虚拟仪器的信号控制, 处理, 显示过程以及线路设计过程均在计算机系统中进行, 高度自动化. 但传统仪器大多为独立仪器, 即每一个仪器的用处较为有限, 需要实验操作人员进行组合, 并且在实际操作仪器的时候需要实验人员手动操控 (例如按按钮, 调整螺杆等工作), 自动化程度较低, 进而导致实验效率较低.
- 虚拟仪器的处理能力较好, 通过已经设定好的参数可以实现对多组数据的快速处理, 以 LabVIEW 为例, 程序内内置了单位换算, 逻辑运算, Bool 运算, 数学运算等多种功能, 实验操作人员可以通过直接调用程序内已有的功能高效, 准确地完成数据处理的工作. 而传统仪器的数据处理过程, 如线性回归, 允差计算等过程, 往往需要实验操作人员在记录数据后通过其他途径完成, 这一过程很容易造成实验数据精度损失, 此外由于人工操作具有较多的偶然性, 因此也会有很大的概率引入主观误差.
- 虚拟仪器对软件硬件以及实验操作人员都有一定的要求, 以 LabVIEW 为例, 每一款软件的研发周期较长, 且开发费用较高, 此外根据笔者此次实验的经验, 若要熟练地使用 LabVIEW 进行一些物理实验, 不仅需要对软件使用有一定的了解, 还需要通过大量的操作增加自己对于软件的熟练度, 否则虚拟仪器的高效率很难体现出来 (本次实验中的测定伏安曲线, 若使用传统仪器, 估计应该在 1 个小时之内就可以完成, 但笔者在编程这一步骤上就花费了不止 1 个小时). 传统仪器对于软件的要求相对较低, 且大多情况下原理和操作相对较为简单, 实验操作人员仅需要较少的培训即可开始动手进行实验.

2.2 你对虚拟仪器系统在物理实验中的应用有何设想? 能否结合具体的实验给出一个简单的设计思路.

具体案例: 在我身边很多同学都比较畏惧 Franck-Hertz 实验, 究其原因时因为在进行 Franck-Hertz 实验时需要实验操作人员手动以 0.1 V 为间隔扫描得到电路的 $U_{\text{in}} - U_{\text{out}}$ 图像, 这一过程中不仅要求实验操作人员以相当高的精度调整输入电压 (输入电压的旋钮较为灵敏, 很容易一不小心跨过关键的测定电压), 而且由于实验本身的特点, 输出电压 U_{out} 的示数非常不稳定, 此外, 将得到的数据录入到电脑上也是一项不小的挑战. 如果能采用虚拟仪器技术, 既可以免去以人力进行扫描的过程, 节省实验操作人员的时间和精力, 还可以直接将得到的图像在电脑上进行分析, 免去其中的“重复性工作”, 让实验人员相比于实验操作更加注意实验原理以及实验思想. 其实原理上相似的实验有很多 (比如冰的熔化热的测定, 介质中光速的测定等), 我们可以直接为这些实验设置一个固定的模板化程序, 只需要在程序内输入扫描步长, 扫描范围, 就可以进行一系列的测量, 省去了很多时间和人力成本.

实际上, 在笔者所学习的化学专业中, 虚拟仪器也得到的很多的应用, 最为简单的一个案例就是水溶液中

离子平衡的计算。一般很难通过光谱仪器直接观测到水溶液中某种特定粒子的浓度，但是如果采用电化学方法，可以通过离子淌度等电学性质的测定溶液中某种粒子的浓度。但考虑到这些方法往往涉及到对于体系电流或者工作电极电位的调控，实验中往往需要通过积分器，微分器或者放大器反馈电路来实现，但很多情况下化学工作者对于电路的了解相对薄弱，因此使用高度集成化的电子电路可以协助化学工作者克服这些问题，以较为简单的方式进行一些化学量的测定。

2.3 本实验中为什么不同时用采集卡两个通道直接测量待测电阻上的电压和标准电阻上的电压？

因为实验中接口卡的各个输入通道都是共地的，因此实际测量的电压都是对地的电位。但是如果将共地点放在待测电阻和标准电阻之间，虽然能分别测得待测电阻和标准电阻的电压，但会使得标准电阻和待测电阻并联，测得的电压没有意义，无法直接测量待测电阻两端的电压。因此只能分别测出待测电阻和标准电阻对地的电位，然后再间接算出待测电阻和铂电阻两端的电压。

2.4 利用虚拟仪器系统测量电阻伏安特性并计算阻值时，结果的误差可能来自哪些方面？

- 标准电阻 R 不准确，本身阻值有一定的允差，此外，在连接电路时会存在一定的接触电阻，导线也会具有一定的电阻，这些电阻都会或多或少地产生影响；
- DAQ 本身采集电压信号时存在有一定的误差，且电路中的噪声也会引起误差；
- 就如对于 R_1 的测量时所观察到的，如果电阻周围电压过高/电流过大，Joule 热也会导致测量的电阻发生一定的变化。

2.5 实验内容 3 中测量并绘制二极管伏安特性曲线时要注意什么？

- 二极管测量涉及到反向和正向的伏安曲线测量，所以绘制程序框图时要注意起始电压应为负值，再逐渐变为零乃至正值；
- 注意流过二极管的电流不能超过 0.008 A，否则会引起二极管的击穿，为此需要在程序中设置控制电流的模块；
- 在测量前需要对步长和电压初值进行多次调整，防止电流激增，扫描步长不宜过大，否则在测量正向击穿电压附近的伏安特性时结果会非常的不准确。同样也不宜过小，否则测量时间太长，而且中间的稳压区域很长，测如此多的点没有意义；
- 绘图时要调整横纵坐标，使伏安曲线可以以较为完整的形式呈现（可以使用自动标尺的功能）。

实验 26 真空镀膜



1 数据处理

1.1 估计本实验条件下蒸镀铜膜所需压强的上限

在本实验中, 为了保证沉积的质量, 因此除了考虑气体分子的平均自由程外, 还需要使得蒸发源蒸发的分子在残余气体中飞行的平均自由程远远大于蒸发源到衬底的距离. 为此, 我们同样考虑在飞行过程中和其他分子碰撞的百分数.

根据分子按照自由程的分布律, 自由程为 l 的分子的碰撞百分数为

$$f = 1 - \exp\left(-\frac{l}{\bar{\lambda}}\right) \quad (1)$$

其中 $\bar{\lambda}$ 为分子的平均自由程, 由 (2) 给出.

$$\bar{\lambda} = \frac{k_B T}{\sqrt{2\pi} d^2 p} \quad (2)$$

我们期望这一碰撞百分数 f 低于 1%, 考虑到真空导热性交较差, 因此我们可以认为在发生镀膜的过程中体系内大部分位置的温度仍然和铜的沸点差距较远, 根据相关文献报道, 在计算时可以代入 $T = 800$ K, 根据观察, 估计铜丝到盖玻片的距离大约为 $l = 10$ cm, 在网上搜集资料, 查得铜原子的直径 $d = 290$ pm, 代入上述数据, 我们可以得到得到

$$p \leq 1.3 \times 10^{-2} \text{ Pa} \quad (3)$$

这一结果与和书上的要求相差不大, 并且在实际实验操作过程中我们同样观察到有的同学因为分子泵性能不佳, 体系内真空中无法达到 1.3×10^{-2} Pa 以下, 但同样可以顺利进行后续的镀膜操作, 说明理论预期与实际操作基本吻合.

1.2 分子泵开始工作后系统压强随时间的变化关系

调整好设备之后, 先打开机械泵, 运行 3 min 之后打开分子泵, 开始记录体系的压强随着时间的变化关系, 在前 10 min 内每 30 s 记录一次体系压强, 其后由于压强变化明显放缓, 因此改为每间隔 60 s (在 35 min 后改为每间隔 120 s) 记录一次体系压强, 得到的数据如表 1 所示. 根据表 1 中的数据, 作图如图 1 所示.

一开始气压的下降有一平台期 (), 此时气压下降速度缓慢, 随后气压迅速下降, 而再过一段时间后气压下降的速率明显变缓. 一开始的平台期可能是因为分子泵的转速未达到峰值所导致的. 同样地, 最后一段时间内压强的变化速率减缓可以理解为当体系内分子密度较小时, 体系内的分子碰撞分子泵风扇的概率更低, 因此导致其更不易被排出, 从而使体系内压强下降的速率放缓. 由于实验中使用的真空泵降压较慢, 所以没有等到真空泵的压强达到极限压强, 而是低于镀膜允许的最大压强 13×10^{-3} Pa.

表 1: 分子泵开始工作后系统压强随时间的变化关系

t/s	0	30	60	90	120	180	210	240	270	300
$p/10^{-3}\text{Pa}$	175.9	170.9	123.6	102.8	92.8	79.9	70.8	65.0	59.3	54.9
t/s	330	360	390	420	450	480	510	540	570	600
$p/10^{-3}\text{Pa}$	51.5	48.2	45.6	43.4	41.1	39.1	37.3	35.6	34.1	32.9
t/s	660	720	780	840	900	960	1020	1080	1140	1200
$p/10^{-3}\text{Pa}$	29.4	27.5	25.9	24.5	23.4	22.4	21.5	20.8	20.0	19.2
t/s	1260	1320	1380	1440	1500	1560	1620	1680	1740	1800
$p/10^{-3}\text{Pa}$	18.7	18.0	17.3	16.8	16.2	15.8	15.5	15.0	14.7	14.4
t/s	1860	1920	1980	2040	2100	2220	2340	2460	2580	2700
$p/10^{-3}\text{Pa}$	14.0	13.7	13.5	13.2	12.9	12.7	12.3	11.8	11.6	11.4
t/s	2820	2940	3060	3180	3300	3420				
$p/10^{-3}\text{Pa}$	11.1	10.7	10.5	10.2	10.2	10.2				

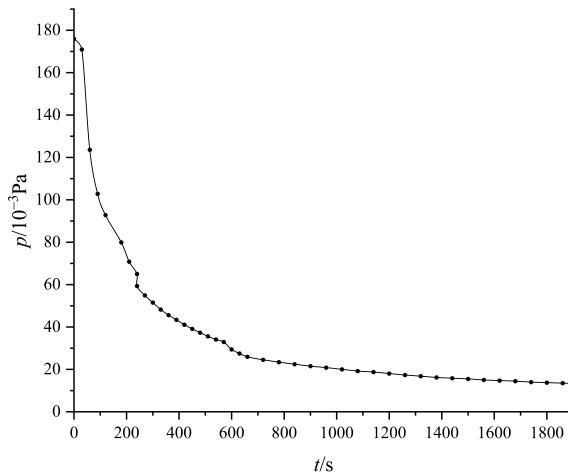


图 1: 分子泵开始工作后系统压强随时间的变化关系

1.3 预蒸发时电流变化情况

在预蒸发过程中, 我们先将电流调节至 5 A, 在蒸发的开始阶段, 电流会随着导体的逐渐加热逐渐变小。考虑到导体的电阻与温度呈正相关关系, 因此在整个实验过程中需要不断增大通入电路的电压以维持电流的相

对稳定。随后电流会逐渐趋向于稳定，这可能与导体温度逐渐稳定有关。实验中为了保证预蒸物质的彻底，需要保持预蒸电流近似不变，最好要做到随时调控，稍有变化就立即反馈操作，达到一个手动的“恒流源”的效果。随后使用 15 A 电流进行预蒸发以及使用 30 A 电流进行正式镀膜过程中电流均出现了此类变化，因此在后文中不再赘述。

1.4 预蒸发时压强的变化情况

维持电流为 5 A 不变，每 3 s 记录一次压强数据，所得数据如表 2 所示。根据表 2 中的数据，作图如图 2 所示。

表 2：预蒸发时系统压强随时间的变化关系

t/s	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
$p/10^{-3}\text{Pa}$	10.1	10.1	10.3	10.4	10.5	10.8	11.2	11.5	11.8	12.0
t/s	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
$p/10^{-3}\text{Pa}$	11.8	11.6	11.4	11.2	11.2	11.1	11.1	10.9	10.8	10.7
t/s	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90
$p/10^{-3}\text{Pa}$	11.1	11.1	11.2	11.2	11.5	11.5	11.5	11.3	11.3	11.5
t/s	93	96	99	102	105	108	111	114	117	120
$p/10^{-3}\text{Pa}$	11.9	13.6	14.8	15.7	16.8	17.4	20.2	21.2	22.6	24.8
t/s	123	126	129	132	135					
$p/10^{-3}\text{Pa}$	24.1	23.1	21.1	20.5	19.8					

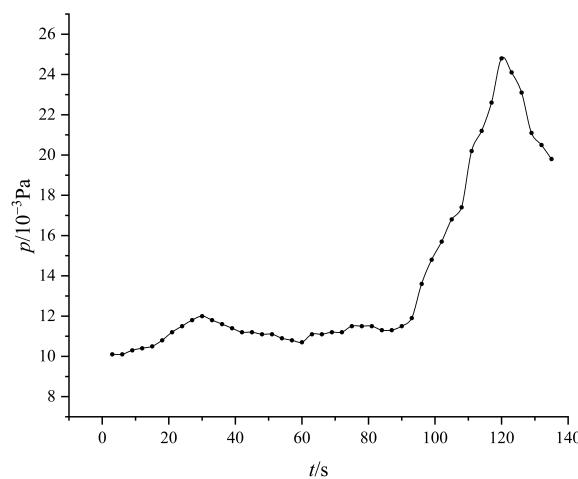


图 2: 预蒸发时系统压强随时间的变化关系 (电流为 5 A)

维持电流为 15 A 不变, 每 3 s 记录一次压强数据, 所得数据如表 3 所示. 根据表 3 中的数据, 作图如图 3 所示.

表 3: 预蒸发时系统压强随时间的变化关系

t/s	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
$p/10^{-3}$ Pa	10.0	10.1	10.3	11.3	14.4	12.2	14.7	18.2	17.9	17.7
t/s	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
$p/10^{-3}$ Pa	16.2	15.1	14.2	13.9	13.8	13.9	14.0	14.2	14.4	14.5
t/s	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90
$p/10^{-3}$ Pa	14.7	14.9	15.3	15.6	16.1	16.4	16.6	17.0	17.6	18.2
t/s	93	96	99	102	105	108	111	114	117	120
$p/10^{-3}$ Pa	18.6	19.0	19.4	19.9	20.2	20.7	21.3	22.6	23.3	22.2

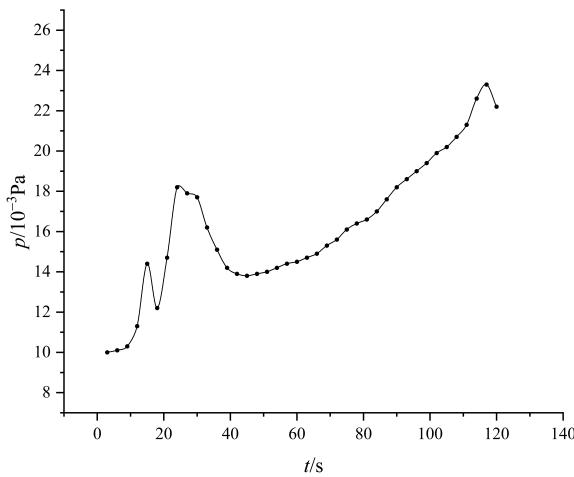


图 3: 预蒸发时系统压强随时间的变化关系 (电流为 15 A)

可以看出, 在预蒸发的过程中, 压强出现一个很尖的峰值, 这是因为体系中的杂质由于沸点较低在预蒸发过程中可以被蒸出体系. 在这一杂质被蒸发除去后, 后面又有一个较扁的峰值, 这可能是另外一个杂质蒸发的过程 (鉴于第一个峰值的极大值较小, 说明该杂质在体系中的量较小, 为此我们可以判断这一杂质可能是铜表面所吸附的一些气体分子或者是铜表面的漆因为加热而挥发, 而第二个峰的极大值较大, 说明在体系中的含量较大, 考虑到不同分子被分子泵抽出的速率不同, 可以初步猜测是体系中的水分子或有机分子). 最后蒸出速率与真空泵的抽气速率达到平衡, 说明这些物质已经被完全蒸出, 压强恢复到预蒸之前的数值.

1.5 成膜过程以及成膜过程中系统最大压强值

在上一步完成后, 重新等待体系的压强再度降至 10.2×10^{-3} Pa 以下, 缓慢调节蒸发电流至 30 A 左右, 钨丝发出耀眼黄光. 蒸发电流有自动下降的趋势, 需要人为控制输入电流以保持输入电流近似不变, 在调节过程中可以明显观察到光亮度随电流增大而增强, 大约 1 min 左右后, 观察口的玻璃纸上呈现出金属铜独有的的紫红色, 同时观察到窗颜色发暗, 再在约 2 min 后关掉蒸发电流, 此时观察窗被铜膜完全覆盖. 取出盖玻片, 上表面均匀地镀上了一层光亮的铜膜, 可以明显地观察到玻璃片正面显然不如后面有光泽, 这可能系体系中杂质飘落到铜膜表面上所致. 记录体系的最大压强为 $p_{\max} = 0.1370$ Pa.

1.6 镀膜效果

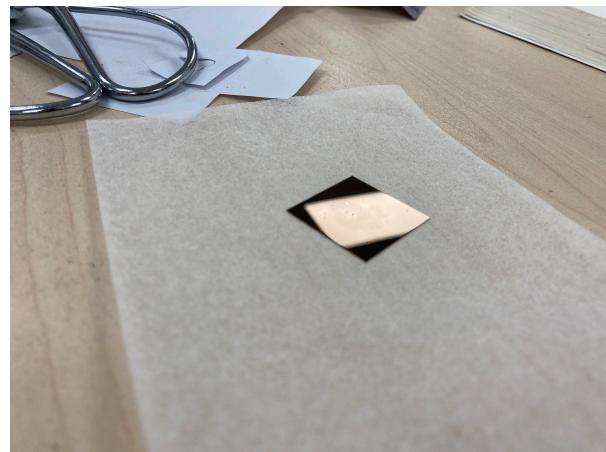
镀膜效果如图 4 所示. 两次镀膜的结果如上图所示. 其中带有三角符号的为第二次镀膜的结果.

1.7 热蒸发法经验

- 绕制电热丝时, 圈数不宜太多或太少, 太少则产生的热量不足, 且不易容纳熔融后的液态金属; 太多则电阻过大, 产热过多, 使电热丝容易烧断.



(a) 1



(b) 2

图 4: 镀膜效果图

2. 绕制电热丝时尽可能一步成形, 防止因金属疲劳而在金属丝上产生易断的脆弱点. 绕制加热丝时应尽可能使其线圈部分与底面平行, 以免熔融金属流出.
3. 移动玻璃钟罩时, 不可湿手操作, 以尽可能避免沾湿其内壁, 否则会由于玻璃表面对水分子的强吸附而使下一次抽真空进度减慢.
4. 在加蒸发电流时, 电流一开始不宜加的过大, 由于每台仪器的电表量程不同, 导致示数和实际电流有差异, 所以最好是根据亮度和观察窗中观察的情况来调整电流值.
5. 加热蒸发的时间不宜过长, 由于在真空中仪器的导热效果较差, 如果加热时间较长会导致在仪器与大气连通后仍然有较高的温度, 不利于之后的操作, 此外, 加热时间过长还会导致铜膜厚度过大, 从而容易导致从表面剥落.

2 总结与收获

本次实验让我对于真空的概念以及应用通过物理的角度有了全新的了解, 以前我对镀膜的理解大多仅局限于 CVD 或者是化学镀层方法, 本次的实验扩宽了我对于镀膜技术的视野. 此外, 此次实验相比于以往的实验更加注重操作的规范, 与化学实验更加接近. 这次实验的原理不难, 但是操作时的注意事项很多, 关于仪器和各个时间的操作都有讲究, 可以说是一个在多方面都有锻炼的实验. 实验中为了得到一个形状较好的铜膜, 需要注意每一个细节和每一步操作的规范性与严谨性, 这和化学实验中的严格的控温和每一步的操作规范是很

接近的，这也让人感叹各大实验的要求都是相通的。总之，这一次实验极大地锻炼了我在实验过程中的观察能力以及专注思考能力，使我收获颇丰。