

Notatki z wykładu Pani Sarenki

## **Języki formalne i złożoność obliczeniowa.**

Na podstawie wykładu profesora Macieja Kandulskiego

semestr zimowy 2019/2020

Uniwersytet Adama Mickiewicza wydział Matematyki i Informatyki

# Wykład 12.10.2019

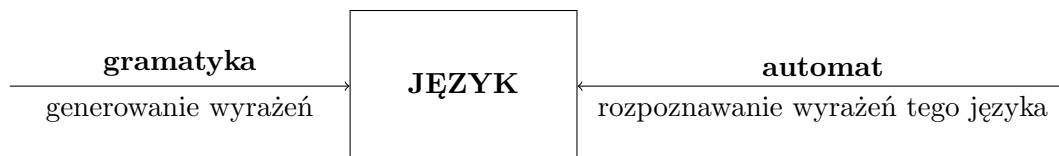
## 1 Złożoność obliczeniowa

Zagadnienia złożoności obliczeniowej - jakie są koszty prowadzenia obliczeń czasowe i pamięciowe:

- Złożoność wykładnicza
- Nierozsądne gospodarowanie czasem
- Nierozsądne gospodarowanie pamięcią ...

## 2 Gramatyka

**Gramatyka.** *Jak poprawnie budować wyrażenia danego języka (zbiór zasad). Gramatyka inaczej jest nazywana syntaktyką albo składnią.*



Między innymi kompilator posiada w sobie element rozpoznający gramatykę.

## 3 Symbol a znaczenie symbolu

### 3.1 Abstrakcyjne pojęcie liczby

Warto odróżnić symbol od jego znaczenia. Np. liczbę dwa można zapisywać w postaci symbolu cyfry arabskiej **2** lub rzymskiej **II**. To samo dotyczy słowa **słoń** - słowo oznacza wielkie kilkutonne zwierze ale nim nie jest (nie jest bytem materialnym).

**Abstrahować.** *Abstrahować znaczy pomijać. Np.: abstrakcyjna liczba dwa powstała z pominięciem takich cech jak wielkość, pochodzenie.*

### 3.2 Przykład powstania liczby

Różne materialne nośniki niosące te same liczby obiektów o różnych cechach. Opisanie wspólnej cechy obiektów - **liczebności**.

- (i) **couple** of people (para ludzi - 2)
- (ii) **pair** of pistols (para pistoletów - 2)
- (iii) **yoke** of oxen (zaprzęg dwa zwierzęta)

Abstrakcyjna liczba **2** powstała abstrahując od pochodzenia (np. zwierzęcia), wielkości (np. broni) czy płci (para ludzi) pozostawiając tylko jedną wspólną cechę, którą jest **liczebność**.

## 4 Języki formalne

### 4.1 Pojęcia

Ciągi i zbiory ciągów traktowane są jako obiekty materialne a **nie** abstrakcyjne.  
**Skończoność** - ważna cecha alfabetu/zbioru ponieważ tylko skończone zbiory danych można przechowywać w **fizycznym urządzeniu**.

**Alfabet V.** *Alfabet V to: dowolny, niepusty, skończony zbiór znaków*  
*np.:  $V = \{I\}$ ,  $V' = \{a, b\}$ .*

**Słowo nad alfabetem V.** *Słowo nad alfabetem V to dowolny, skończony ciąg znaków z V. np.: IIII (słowo nad alfabete  $V = \{I\}$ ) czy abba (słowo nad alfabetem  $V = \{a, b\}$ )*

**Słowo puste  $\epsilon$ .** *Słowo puste  $\epsilon$  - słowo o 0 (zerowym) wystąpieniu symboli. Uwaga! Spacja NIE jest słowem pustym.*

**$V^*$ .** *Zbiór wszystkich słów nad alfabetem V. Łącznie z pustym słowem  $\epsilon$ .*

**$V^* \setminus \{\epsilon\} = V^+$ .** *Zbiór wszystkich niepustych słów. (ŁWylączenie ze zbioru pustego słowa  $\epsilon$ )*

**Oznaczenie słów.** *Słowa oznaczane są wielkimi literami z końca alfabetu łacińskiego, np.: P, Q, R.*

### 4.2 Operacja konkatencji

**Konkatenacja dwóch słów.** *Konkatenacją dwóch słów P i Q nazywamy słowo PQ zdefiniowane w następujący sposób:*

(i) jeżeli  $P = a_1, \dots, a_n$  gdzie  $a = b_1, \dots, b_n$   $n, m \geq 0$  to  $PQ = a_1, \dots, a_n b_1, \dots, b_n$

(ii) Jeżeli  $P = \epsilon$ , to  $PQ = Q$ .

Alternatywnie to  $Q = \epsilon$  i wtedy  $PQ = P$ .

Gdy  $P = Q = \epsilon$  to  $PQ = \epsilon\epsilon = \epsilon$ .

### Własności konkatenacji

- Konkatenacja jest działaniem łącznym w zbiorze słów
- Konkatenacja w ogólności **NIE** jest przemienne (bywa przemienne dla tych samych słów **ab ab** ) lub jeśli alfabet składa się tylko z jednego znaku np  $V = \{a\}$
- $\epsilon$  słowo puste zachowuje się jak element neutralny dla operacji konkatenacji:  
 $\epsilon P \subset P\epsilon = P$ .

### 4.3 Konkatenacja NIE jest grupą algebraiczną ♡

Pomimo abstrakcyjnego znaczenia liczb, ich mentalna reprezentacja jest jednak w urzędzeniu czymś materialnym (stanami wysokich i niskich napięć).

$V^*$  - zbiór wszystkich elementów (słów) nad alfabetem  $V$  (łącznie z elementem pustym  $\epsilon$ )

- o - oznacza działanie w grupie
- e - litera e jest symbolem elementu neutralnego

Przykład łączności: a) dodawanie np. :  $2 + (3 + 5) = (2 + 3) + 5$  b) mnożenie np.:  $2 * (3 * 5) = (2 * 3) * 5$

Konkatenacja jest grupą (z algebry) jeśli spełnia warunki na bycie grupą:

- (i) operacja  $\circ$  jest łączna w grupie;
- (ii)  $\exists e, \forall x$  Istnieje element neutralny dla każdego x, taki że  $x \circ e = e \circ x = x$ ;
- (iii) Dla każdego x  $\forall x$  Istnieje element odwrotny  $\exists x^{-1}$ , taki, że  $x \circ x^{-1} = x^{-1} \circ x = e$ .  
Warunek nie spełniony przez konkatenację - nie istnieje w ogólności takie słowo gdzie: słowo + słowo $^{-1} = \epsilon$  (szczególny przypadek spełnienia to  $\epsilon + \epsilon = \epsilon$ , bo element neutralny jest sam do siebie odwrotny  $\epsilon^{-1} = \epsilon$  )  
 $\Rightarrow$  **WARUNEK NIE JEST W OGÓLNOŚCI SPEŁNIONY - konkatenacja NIE jest grupą!**

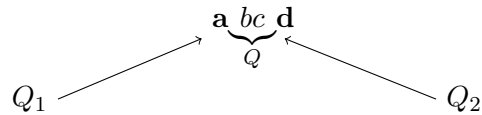
### 4.4 Podśłowo słowa

Zbiór  $A \subset A$  i analogicznie **abca**  $\sqsubset$  **abca** (Znak  $\sqsubset$  to taka kanciasta inkluzja oznaczenie używane przy słowach)

**Podśłowo.** Mówimy, że słowo **Q** jest podśłowem słowa **P** wtedy i tylko wtedy gdy, istnieją słowa  $Q_1$  i  $Q_2$  takie, że:

$$P = Q_1 Q Q_2.$$

Np.: słowo **bc** jest podśłowem słowa **abcd**



Widać, tutaj, że  $Q$  to słowo **ab**,  $Q_1 = a$ ,  $Q_2 = d$

**Prefix słowa.** Słowo  $Q$  jest prefixem słowa  $P$  jeśli  $P = QQ_1$ .

**Suffix słowa.** Słowo  $Q$  jest suffixem słowa  $P$  jeśli  $P = Q_1Q$ .

**Infix słowa.** Słowo  $Q$  jest infixem słowa  $P$  jeśli  $P = Q_1QQ_2$  gdzie  $Q_1 \neq \epsilon$  i gdzie  $Q_2 \neq \epsilon$ .

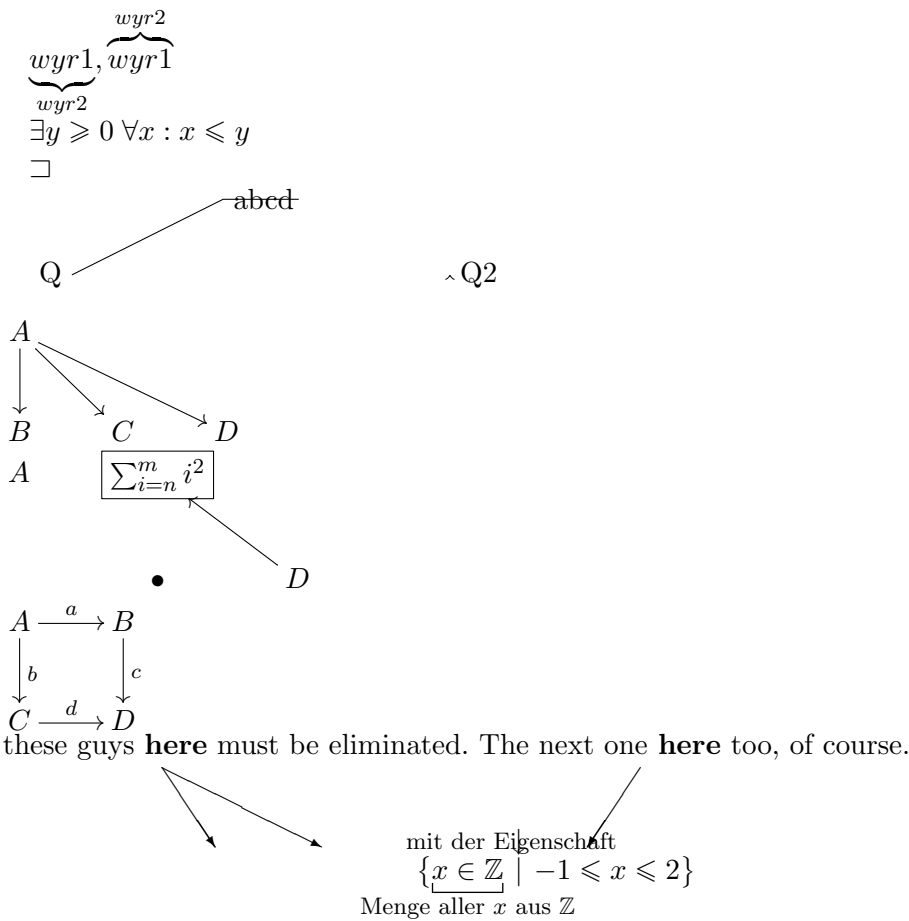
#### 4.5 Długość słowa

**Długość słowa**  $|P|$ . Długością słowa  $P \in V^*$  nazywamy liczbę naturalną  $|P|$  definiujemy w sposób indukcyjny:

(i)  $|\epsilon| = 0$

(ii)  $|Pa| = |P| + 1$ ; gdzie  $P$  to ciąg (słowo) a  $a$  to symbol (dodatkowa litera w słowie).

# Brudnopis



And I want to get it like this:

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x \leq 2\},$$

where the `\overbrace` doesn't wait till the `\underbrace` is going to have the work done.