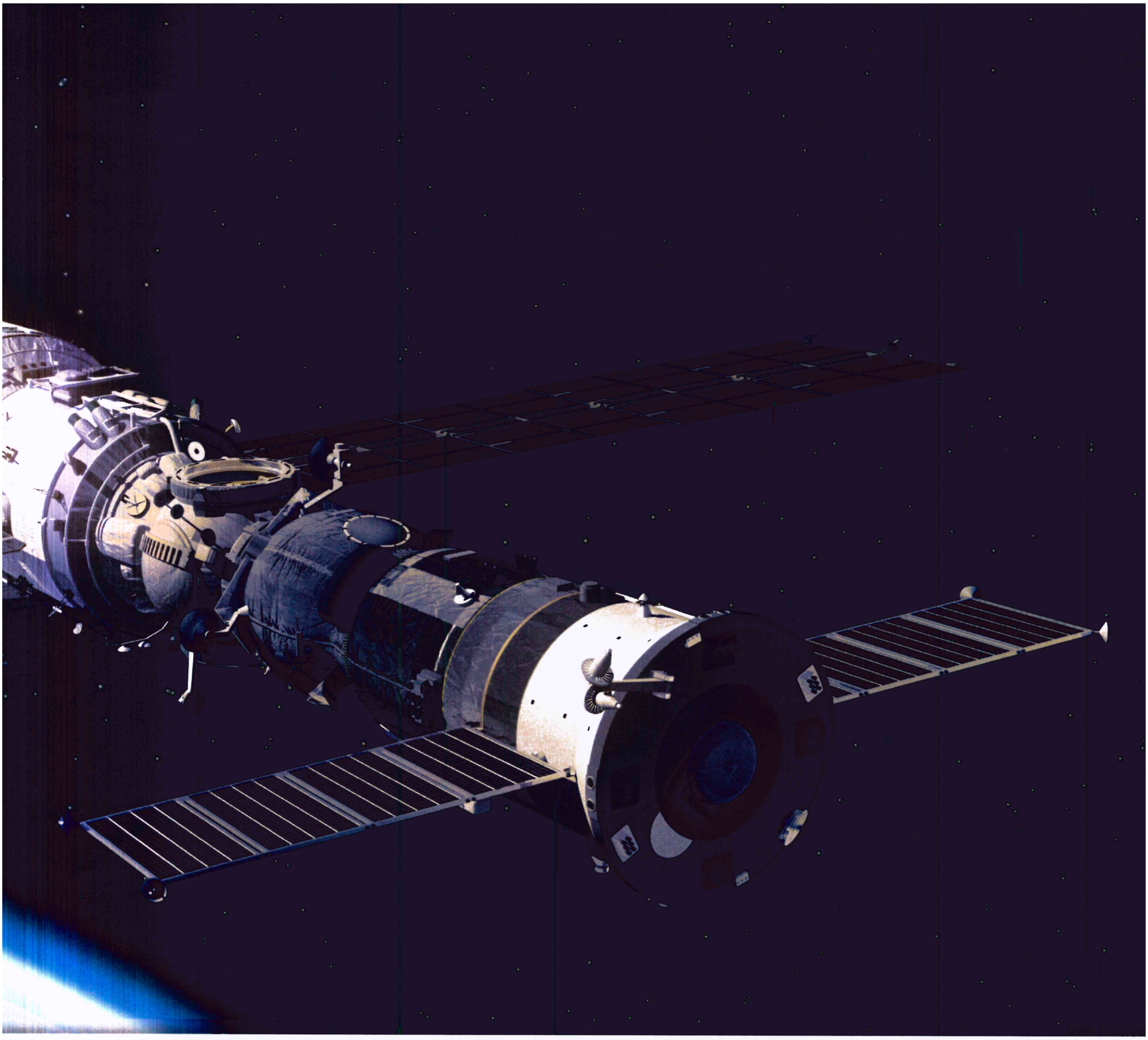
I 역학

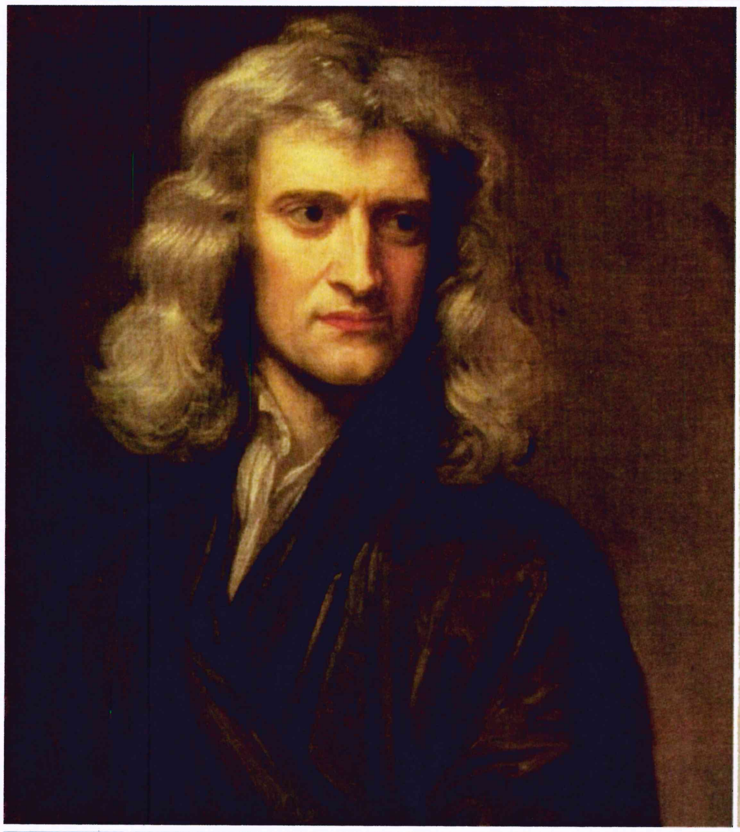
1 힘과 운동 2 일과 에너지 3 입자계의 운동
4 회전 운동과 행성의 운동 5 열에너지 6 복잡한 현상의 물리

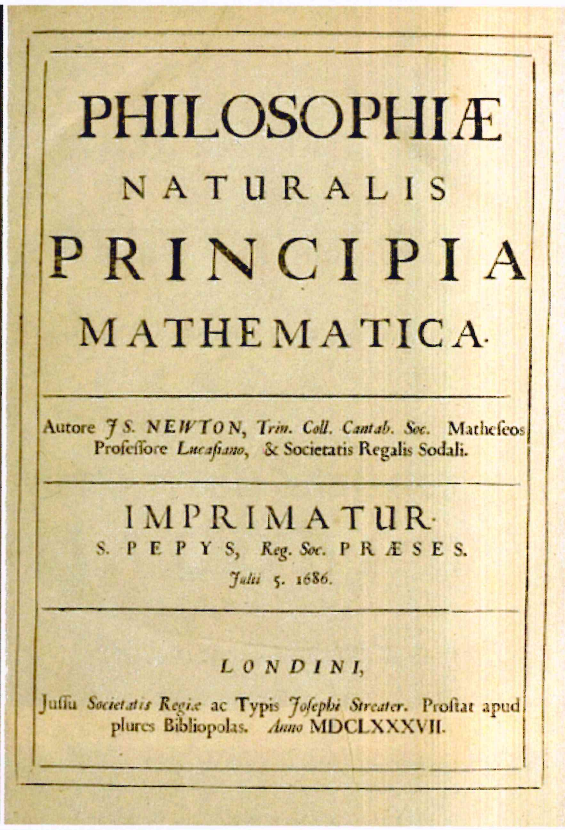


단원 열기

한 계에 있는 입자들의 초기 위치와 속도 그리고 입자들에 작용하는 모든 힘들이 주어진다면 뉴턴의 운동 법칙을 이용하여 그 계에서 앞으로 일어날 일을 예측할 수 있다. 하지만 물체에 작용하는 힘에 대한 정보가 부족한 상황 등에서는 뉴턴의 운동 법칙을 적용하기가 쉽지 않다. 이때 일과 에너지라는 물리량을 도입하여 계의 운동을 설명할 수 있다. 뉴턴의 운동 법칙, 일과 에너지에 대한 이해를 바탕으로 질량 중심이라는 개념을 이해하여 입자계에 대한 운동을 살펴보고 회전 운동에 대해서도 적용하여 본다. 더 나아가 중심력에 의한 운동을 이해하고 케플러의 법칙과 인공위성의 운동 등에 대해서도 알아본다. 마지막으로 복잡한 현상의 물리에서는 통계적인 엔트로피와 복잡계 네트워크에 대하여 알아보자.

1 힘과 운동





PHILOSOPHIÆ NATURALIS PRINCIPIA MATHEMATICA.

Autore *JS. NEWTON*, *Trin. Coll. Cantab. Soc.* Matheseos Professore *Lucasiano*, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR. S. PEPYS, *Reg. Soc.* PRÆSES. *Julii* 5. 1686.

LONDINI, Jussu *Societatis Regiæ* ac Typis *Josephi Streater*. Prostat apud plures Bibliopolas. *Anno* MDCLXXXVII.

생각 열기

뉴턴은 갈릴레이의 관성에 대한 생각을 확장하여 가속도라는 현상을 이해하고 힘이라는 개념을 고안하였으며 최초로 미적분학을 도입하여 힘과 가속도의 관계를 구하였다. 이를 정리한 것이 고전 역학의 바탕을 이루는 뉴턴의 운동 법칙이다. 이 운동 법칙은 행성들의 움직임뿐 아니라 지상 물체들의 운동을 설명하는 자연의 기본 법칙이다. 이 단원에서는 물체의 운동을 벡터를 이용하여 기술해 본 후, 물체에 작용하는 힘과 운동 간의 관계에 대해 살펴볼 것이다. 그리고 힘에는 어떠한 종류가 있는지 살펴보고 더 나아가 근본이 되는 힘에 대해서도 알아보자.

01 운동

학습 목표
- 물리량을 벡터와 스칼라로 구분하고, 벡터의 연산(내적, 외적)을 할 수 있다.
- 가속도의 의미를 이해하고 미분을 이용하여 표현할 수 있으며, 등가속도 운동에서 위치, 속도, 가속도 사이의 관계를 설명할 수 있다.
- 지표면 근처에서 일어나는 포물선 운동과 등속 원운동을 분석할 수 있다.

1.1 벡터

자연 현상 중 특정한 현상을 수로 대표하는 양인 물리량은 숫자와 단위로 표현된다. 이 물리량에는 숫자 하나로만 대표되는 양인 **스칼라**와 n차원 공간에서 n개의 숫자로 대표되는 **벡터**가 있다. 그림 (I. 1-1)의 벡터 $\boldsymbol{A}$는

$$A = (A_x, A_y, A_z) = A_x\hat{\mathrm{i}} + A_y\hat{\mathrm{j}} + A_z\hat{\mathrm{k}} \qquad \text{(I. 1-1)}$$

와 같이 나타낼 수 있다. 벡터의 크기는 $|\boldsymbol{A}| = \sqrt{(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)}$ 이며, 그 방향은 원점에서 좌표 (A_x, A_y, A_z)를 가리키는 방향이다. 벡터는 위치와 상관없이 크기와 방향만 같으면 동일한 벡터이므로 벡터들 사이의 관계는 좌표계의 원점, 위치, 좌표축의 방향과는 무관하다. 따라서 좌표계를 자유롭게 선택할 수 있다. 벡터에 벡터를 곱하는 [illegible] 스칼라인 **스칼라 곱** 혹은 벡터의 내적과 곱한 결과가 벡터인 [illegible] 적이 있다. 그림 (I. 1−2)와 같이 두 벡터 $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$의 스칼[illegible]

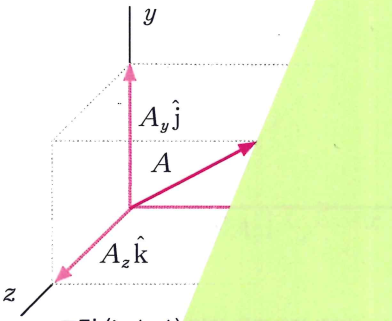


그림 (I. 1-1) [illegible]

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B} = |\boldsymbol{A}|\,|\boldsymbol{B}|\cos\theta \quad (\theta\text{: } \boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}\text{의 사}[illegible]$$

으로 정의되며, 두 벡터의 수직 여부, 벡터의 크기를 구하는 데 [illegible] 그림 (I. 1−3)과 같이 두 벡터 $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$의 벡터 곱은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B} = |\boldsymbol{A}|\,|\boldsymbol{B}|\sin\theta\,\hat{n}$$

(θ: $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$의 사잇각, $\hat{n}$: $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$에 수직이면서 그림 (I. 1−3)처럼 오른손 법칙을 따르는 방향의 단위 벡터) (I. 1−3)

단위 벡터 (unit vector)

크기가 1인 벡터로 공간상의 방향을 가리킨다. $\boldsymbol{a}$의 [illegible] $= \frac{\boldsymbol{a}}{a}$ 이다.

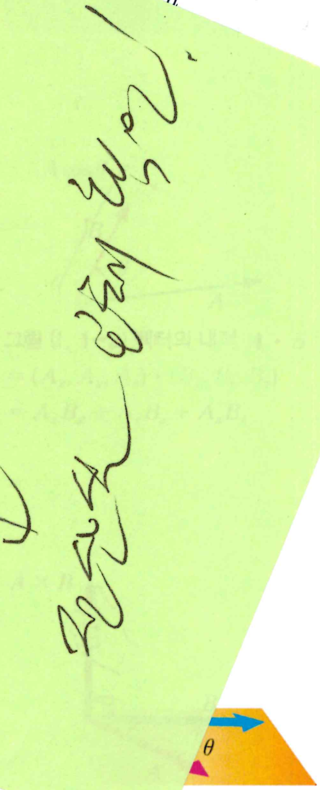


그림 (I. [illegible]의 외적 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$

$$= \begin{vmatrix} \hat{\mathrm{i}} & \hat{\mathrm{j}} & \hat{\mathrm{k}} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_yB_z - A_zB_y)\hat{\mathrm{i}} + (A_zB_x - A_xB_z)\hat{\mathrm{j}} + (A_xB_y - A_yB_x)\hat{\mathrm{k}}$$

1.2 가속도

3차원 공간에 위치한 점 P의 위치 벡터 $\boldsymbol{r}$는 기준점(또는 좌표계의 원점)에서 입자까지의 변위 벡터로서 이를 **단위 벡터**를 이용하여 표기하면 식 (I.1−4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$r = x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}} \qquad (\text{I. } 1-4)$$

이때 x, y, z는 좌표계의 해당 축을 따라서 원점을 기준으로 한 입자의 위치로 입자가 운동하면서 시간에 따라 변한다. 만약 시간 간격 $\Delta t(t_2 - t_1)$ 동안에 위치 벡터가 $\boldsymbol{r}_1$에서 $\boldsymbol{r}_2$로 변한다면 Δt 동안 입자의 변위 벡터 $\Delta\boldsymbol{r}$는

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = (x_2 - x_1)\hat{\mathrm{i}} + (y_2 - y_1)\hat{\mathrm{j}} + (z_2 - z_1)\hat{\mathrm{k}} \qquad (\text{I. } 1-5)$$

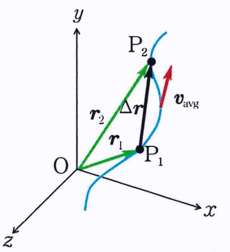


그림 (I. 1-4) 점 P_1과 P_2 사이의 평균 속도

이고, 그림 (I.1-4)와 같이 입자의 평균 속도 $\boldsymbol{v}_{avg}$는

$$\boldsymbol{v}_{avg} = \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{\mathrm{i}} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\hat{\mathrm{j}} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\hat{\mathrm{k}} \qquad (\text{I. } 1-6)$$

이다. 일반적으로 입자의 속도는 어떤 순간의 순간 속도 $\boldsymbol{v}$를 의미한다. 순간 속도 $\boldsymbol{v}$는 어떤 순간에 시간 간격 Δt를 0으로 접근시킬 때 $\boldsymbol{v}_{avg}$가 접근하는 극한값으로

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0}\boldsymbol{v}_{avg} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}}) \qquad (\text{I. } 1-7)$$
$$= v_x\hat{\mathrm{i}} + v_y\hat{\mathrm{j}} + v_z\hat{\mathrm{k}}$$

이다. 즉, 순간 속도는 위치의 시간에 대한 미분이다. 시간 간격 Δt 동안 물체의 속도가 $\Delta\boldsymbol{v}$ 만큼 변할 때, 평균 가속도 $\boldsymbol{a}_{avg}$는 식 (I. 1-8)과 같이 정의한다.

$$\boldsymbol{a}_{avg} = \frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1}{t_2 - t_1} \qquad (\text{I. } 1-8)$$

시간 간격 Δt가 0에 접근할 때의 평균 가속도를 순간 가속도 $\boldsymbol{a}$라고 한다. 순간 가속도 $\boldsymbol{a}$는

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\boldsymbol{a}_{avg} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} \qquad (\text{I. } 1-9)$$
$$= \frac{dv_x}{dt}\hat{\mathrm{i}} + \frac{dv_y}{dt}\hat{\mathrm{j}} + \frac{dv_z}{dt}\hat{\mathrm{k}} = a_x\hat{\mathrm{i}} + a_y\hat{\mathrm{j}} + a_z\hat{\mathrm{k}}$$

이다. 즉, 순간 가속도는 속도의 시간에 대한 미분이므로 위치의 시간에 대한 2차 미분이다. 곡선을 따라 운동하는 입자의 가속도는 각 점에서 속도의 수평 성분(접선 성분) $\boldsymbol{a}_t$와 수직 성분(지름 성분) $\boldsymbol{a}_r$로 나타낼 수 있다. 전체 가속도 벡터 $\boldsymbol{a}$는 그림 (I.1-5)와 식 (I.1-10)과 같이 벡터 합으로 표현할 수 있다.

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_t + \boldsymbol{a}_r \qquad (\text{I. } 1-10)$$

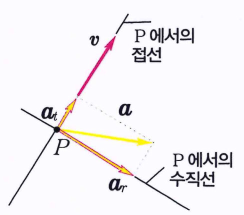


그림 (I. 1-5) 가속도는 경로에 평행한 수평 성분 a_t과 수직 성분 a_r으로 분해

접선 가속도 성분은 입자의 속력 변화를 일으키며, 이 성분은 순간 속도에 평행하다. 지름 가속도 성분은 속도 벡터 방향의 변화로 생긴다. 한 입자가 일정한 속력으로 원운동을 할 경우 가속도는 항상 각 점에서 $\boldsymbol{v}$에 수직하다.

입자의 가속도가 시간에 따라 변하지 않는 운동을 등가속도 운동이라고 한다(그

림 (I.1-6)). 이 운동을 하는 입자에 가속도 정의식을 적용하면 $dv = adt$이다. 양변을 부정적분하면 $\int dv = \int adt = a\int dt$이므로

$$v = v_0 + at \tag{I. 1-11}$$

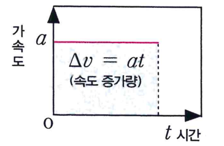
이다. 이때 v_0는 $t = 0$일 때의 속도이다. 속도의 정의식 $dx = vdt$의 양변을 부정적분하면

$$\int dx = \int vdt = \int (v_0 + at)dt = v_0\int dt + a\int tdt \tag{I. 1-12}$$

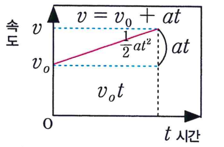
이다. 이를 정리하면 식 (I.1-13)과 같다.

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \tag{I. 1-13}$$

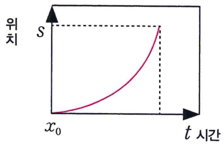
이때 x_0는 $t = 0$일 때의 위치이다.



(가) 가속도-시간 그래프



(나) 속도-시간 그래프



(다) 위치-시간 그래프

그림 (I. 1-6) 가속도가 (+)일 때 등가속도 운동 그래프

1.3 포물선 운동

포물체는 던져진 야구공이나 축구공과 같이 처음 속도가 주어지고 그 이후의 경로는 중력 가속도와 공기 저항의 영향만으로 결정되는 물체이다. 이 물체는 항상 처음 속도 방향에 의해서 결정된 수직 평면 내에서 운동한다. 공기 저항의 영향을 무시할 때 포물선 운동은 일정한 속도를 가진 수평 운동과 일정한 가속도를 가진 수직 운동의 조합으로 생각할 수 있다. 중력이 작용하는 공간에서 어떤 물체를 수평 방향과 이루는 각도가 θ_o인 초기 속도 $\boldsymbol{v}_o$로 발사하면, 이 물체는 그림 (I. 1-7)과 같이 포물선 궤도를 그리면서 운동한다. 출발 시각을 $t = 0$, 출발점을 좌표의 원점, 수평 방향을 x축, 연직 위쪽을 y축으로 정하자. 임의의 시각 t에서 공의 위치를 점 $\mathrm{P}(x, y)$라 할 때 점 P에서의 속도 성분을 v_x, v_y 그리고 변위 성분을 x, y 라 하자.

부정적분과 정적분

$f(x) = \frac{d}{dx}F(x)$일 때

부정적분 :

$\int f(x)dx = F(x) + C$

(C: 임의의 상수)

정적분 :

$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

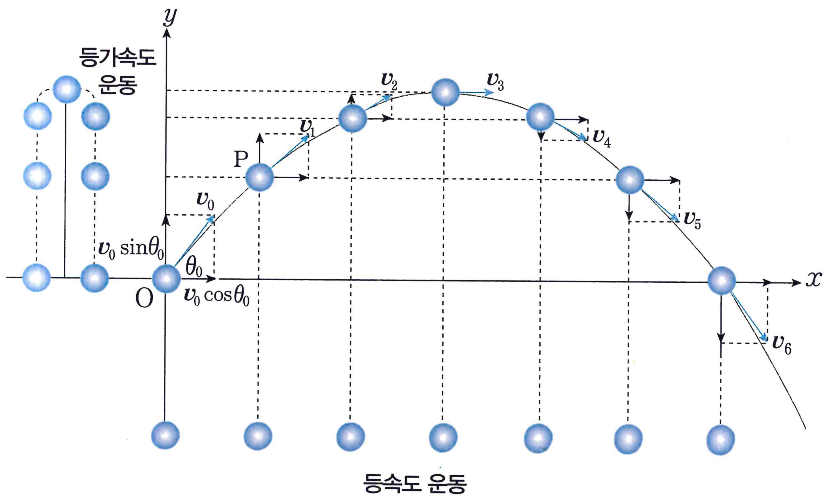


그림 (I. 1-7) 중력장 내 비스듬히 던져진 물체의 운동

물체는 x축 방향으로 가속도 $a_x = 0$, 속도 $v_{ox} = v_0 \cos\theta_o$인 등속도 운동을 한다.

$$v_x = v_{ox} + a_x t = v_o \cos\theta_o + 0 = v_o \cos\theta_o \tag{I. 1-14}$$

$$x = x_o + v_{ox}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = 0 + (v_o \cos\theta_o)t + 0 = (v_o \cos\theta_o)t \tag{I. 1-15}$$

물체는 y축 방향으로는 가속도 $a_y = -g$인 등가속도 운동을 한다.

$$v_y = v_{oy} + a_y t = v_o \sin\theta_o - gt \tag{I. 1-16}$$

$$y = y_o + v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = (v_o \sin\theta_o)t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{I. 1-17}$$

식 (I. 1 −15)를 t에 관해 풀어 식 (I. 1−17)에 대입하면 포물체의 경로(궤적)에 대한 방정식을 구할 수 있다.

$$y = (\tan\theta_o)x - \left(\frac{g}{2v_o^2 \cos^2\theta_o}\right)x^2 \tag{I. 1-18}$$

식 (I. 1−18)은 $y = ax + bx^2$인 포물선 방정식의 형태이다. 따라서 포물체의 경로는 포물선이다. 포물체가 처음의 높이로 되돌아올 때까지 수평방향으로 날아간 거리인 수평 도달 거리 R는

$$R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g} \tag{I. 1-19}$$

이다.

1.4 등속 원운동

원 궤도를 일정한 속력으로 움직이는 물체의 운동을 **등속 원운동**이라고 한다. 그림 (I. 1−8)은 일정한 속력으로 원운동하는 입자의 위치 벡터와 속도 벡터를 나타낸 것이다. 원 궤도상 임의의 점에서 위치 벡터와 속도 벡터가 서로 수직 관계를 유지하려면 동일한 각도를 회전하여야만 하므로 $\boldsymbol{v}(t)$와 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$사이의 각도 $\Delta\theta$는 $\boldsymbol{r}(t)$와 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$사이의 각도와 같다. 두 개의 위치 벡터와 $\Delta\boldsymbol{r}$로 구성된 이등변 삼각형과 두 개의 속도 벡터와 $\Delta\boldsymbol{v}$로 구성된 이등변 삼각형은 닮은 꼴이기에 대응되는 길이는 비례하므로

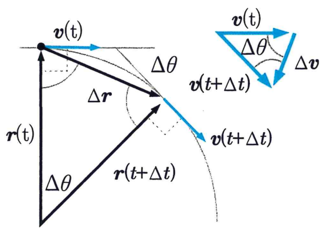


그림 (I. 1−8) 일정한 속력으로 원운동하는 입자의 속도 변화

$$\frac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{v} = \frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{r} \tag{I. 1-20}$$

이다. 시간 간격 Δt동안 평균 가속도의 크기 a_{avg}는

$$a_{\text{avg}} = \frac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{\Delta t} = \frac{v}{r}\frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{\Delta t} \tag{I. 1-21}$$

$\Delta t \to 0$인 극한에서 $|\Delta\boldsymbol{v}|/\Delta t$는 순간 가속도의 크기 a에, $|\Delta\boldsymbol{r}|/\Delta t$은 속력 v에

접근한다. 따라서 $\Delta t \rightarrow 0$ 인 극한에서 식 (I. 1−21)은

$$a = \frac{v^2}{r} \qquad \text{(I. 1−22)}$$

이 된다. 그림 (I. 1−9)와 같이 가속도 벡터는 구심 방향이므로 가속도의 구심 방향 성분을 a_c 라고 하면, $a_c = a$ 이다. 즉, 구심 방향으로의 가속도 성분인 **구심 가속도**(centripetal acceleration)는 식 (I. 1−23)과 같이 나타낼 수 있다.

$$a_c = \frac{v^2}{r} \qquad \text{(I. 1−23)}$$

시간 T 동안에 입자가 원주 $2\pi r$ 을 진행한다면 그 시간을 주기라 하고 그 속력 v 는

$$v = \frac{2\pi r}{T} \qquad \text{(I. 1−24)}$$

이다. 이것을 식 (I. 1−23)에 대입하여 구심 가속도의 크기를 주기 T 로 나타내면

$$a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \qquad \text{(I. 1−25)}$$

이다.

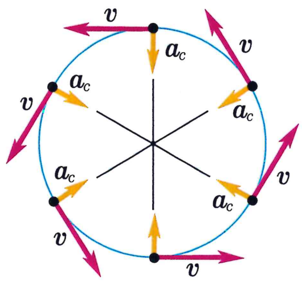


그림 (I. 1−9) 등속 원운동하는 입자의 속도와 가속도

심화확인

평면 위에서 움직이는 입자의 위치가 $x(t) = 4\cos 3t$, $y(t) = 4\sin 3t$ 로 기술된다.
(단, 거리의 단위는 m, 시간의 단위는 s이다.)

(1) 이 입자의 운동 궤도 방정식을 구하시오.

(2) 이 입자가 동일한 운동을 반복하는 주기를 구하시오.

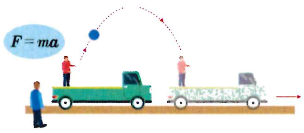
02 운동 법칙

학습 목표

- 힘과 운동의 관계를 다루는 동역학에 대하여 설명할 수 있다.
- 동역학의 핵심 내용인 뉴턴의 운동 법칙들의 의미를 설명할 수 있다.
- 여러 가지 힘이 작용하는 경우의 물리량을 구하는 예에서 미분이 포함된 운동 방정식을 해결할 수 있다.

2.1 뉴턴의 제1법칙

(가) 트럭 위의 관찰자:
공이 연직선 상에서 운동하는 것으로 보인다.



(나) 지면에 있는 관찰자:
공이 포물선 운동을 하는 것으로 보인다.
(가), (나) 모두 식 $F=ma$로 공의 운동을 설명할 수 있다.

그림 (I. 1-10) 정지한 관찰자와 등속도 운동을 하는 관찰자가 바라본 공의 운동 모두 뉴턴의 제2법칙을 이용하여 기술할 수 있다.

뉴턴은 "물체에 작용하는 합력이 0일 때, 물체는 원래의 속도를 바꾸지 않고 일정한 속도로 움직인다."는 운동에 관한 제1법칙을 발표하였다. 이 법칙은 뉴턴 제2법칙의 특별한 경우에 불과하다고 생각할 수 있다. 그럼에도 뉴턴이 프린키피아에서 제1법칙을 따로 떼어 지정한 데는 제1법칙에 대한 공로가 갈릴레이에게 있음을 밝히기 위한 것 이외에도 제1법칙이 뉴턴의 운동 방정식 $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$가 성립하는 기준계를 정의하고 있기 때문이다.

물체의 속도, 가속도와 같은 물체의 운동을 기술하는 물리량은 관찰자에 따라 다르게 측정되므로 그 물체의 운동을 기술한 기준계가 어떤 것인지를 말해 주어야만 의미가 있다. 뉴턴의 운동 법칙은 특별한 관찰자, 즉 특별한 기준계에서만 성립한다. 이처럼 뉴턴의 운동 법칙이 성립하는 기준계를 **관성 기준계** 또는 **관성계**라고 한다. 관성계에서는 아무런 힘도 작용하지 않는 물체는 정지해 있거나 등속도 운동을 한다. 그림 (I. 1-10)과 같이 어떤 관성계가 관성계인줄 미리 알고 있다면, 그 관성계에 대해 상대적으로 등속도 운동하는 기준계는 모두 관성계이다. 만약 어떤 기준계가 가속도 운동을 한다면, 그 기준계 안의 물체는 아무런 힘이 작용하지 않을 때도 가속도의 영향을 받아 뉴턴의 제1법칙에 어긋난다. 이러한 기준계를 **비관성 기준계** 또는 **비관성계**라고 한다. 비관성계에서 뉴턴의 운동 방정식이 성립하도록 하기 위해 추가한 항이 관성력이다.

2.2 뉴턴의 제2법칙

"물체에 외력이 작용하면 그 물체는 힘의 방향과 같은 방향으로 힘의 크기에 비례하는 가속도로 운동한다."는 뉴턴의 제2법칙은 힘과 운동 사이의 관계를 명백히 나타낸 것이다. 힘의 본성을 기술한 뉴턴의 제3법칙과 관성계를 정의한 뉴턴의 제1법칙은 뉴턴의 제2법칙을 분명하게 적용할 수 있도록 해주는 법칙이다. 합력 $\boldsymbol{F}$에 의하여 물체에 $\boldsymbol{F}$에 비례하는 가속도 $\boldsymbol{a}$가 생기므로 $\boldsymbol{F}=k\boldsymbol{a}$가 성립한다. 이때 k는 비례상수이다. k의 값이 클수록 작용하는 힘에 의하여 생기는 가속도가 작아진다. 따라서 k는 물체의 관성의 척도라고 할

수 있다. k가 크면 관성이 크고 k가 작으면 관성이 작다는 것을 뜻한다. 그리고 관성의 척도가 질량 m이므로 뉴턴의 제2법칙을 수식으로 표현하면

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} \quad \text{(I. 1-26)}$$

와 같은 벡터 방정식이 된다. 식 (I. 1-26)에서 유의해야 할 첫 번째는 $\boldsymbol{F}$가 물체에 작용하는 외력의 합력이라는 점이다(그림 (I. 1-11)). 주어진 축 방향 가속도의 성분은 같은 축 방향의 힘 성분으로 결정된다. 두 번째는 식 (I. 1-26)은 질량 m이 상수일 때에만 맞는 식이다. 질량이 변할 때는 뉴턴의 제2법칙을 운동량을 이용해 기술해야 한다. 물체에 작용하는 외력의 합력은 물체의 운동량의 시간적 변화율과 같다. 이를 수식으로 표현하면

$$\boldsymbol{F} = \frac{\Delta \boldsymbol{p}}{\Delta t} = \left(\frac{d\boldsymbol{p}}{dt}\right) = m \cdot \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} + \boldsymbol{v} \cdot \frac{dm}{dt} \quad \text{(I. 1-27)}$$

이다.

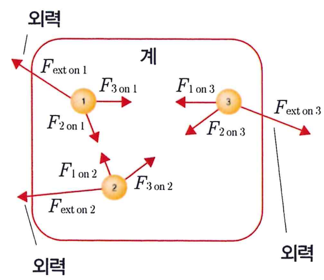


그림 (I. 1-11) 외력(external force): 한 개 이상의 물체로 구성되어 있는 계(system)의 외부에서 계에 작용하는 힘

질량이 일정한 물체가 1차원 직선 운동을 하는 경우 $v = \dfrac{dx}{dt}$와 $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2}$를 이용하여 식 (I. 1-27)을 다시 기술하면

$$F = m\frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{(I. 1-28)}$$

과 같은 미분 방정식이 된다. 식 (I. 1-28)을 이용하여 종속 변수 x를 독립 변수 t의 함수인 $x(t)$를 구할 수 있다. $x(t)$의 t에 값을 대입하면 바로 그 시각에서 물체의 위치를 알 수 있다.

복원력 $\boldsymbol{F} = -k\boldsymbol{x}$만 받고 움직이는 물체의 운동을 살펴보자. 이 식을 식 (I. 1-28)에 대입하면 다음과 같이 표현된다.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad \text{(I. 1-29)}$$

식 (I. 1-29)를 풀면, 식 (I. 1-30)과 같다.

$$x(t) = A\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t + \phi\right) \; (A: \text{진폭}, \phi: \text{위상 상수}) \quad \text{(I. 1-30)}$$

그림 (I. 1-12)의 (나)와 같이 뉴턴의 운동 방정식을 적용하려는 계에 작용하는 힘들을 도식적으로 보여주는 그림을 자유물체도(free-body diagram)라고 한다. 문제에 제시된 조건을 고려하여 물체(또는 계)에 작용하는 모든 힘을 파악하고 문제 상황과 문제 풀이에 적합한 좌표계를 선택하여 자유물체도를 그린다. 그리고 물체의 가속도를 각 좌표축 방향 성분으로 나타낸 후, 각 좌표축 성분마다 뉴턴의 운동 방정식을 세워 푼다.

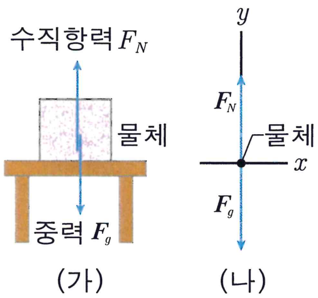


그림 (I. 1-12) 문제 상황 (가)에 적합한 자유물체도 (나)

2.3 뉴턴의 제3법칙

힘은 물체의 운동 상태를 변화시키거나 물체의 형태를 변화시키는 원인이다. 물체의 운동 상태는 그 물체의 속도를 의미하기에 힘이란 물체의 속도를 바꾸는 원인이라고 할 수 있다. 하지만 이 언급만으로는 물체가 힘을 받고 있다

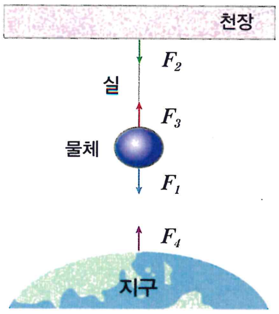


그림 (I. 1-13) 물체와 관련된 힘 (F_1: 지구가 물체에 작용하는 힘, F_2: 실이 천장에 작용하는 힘, F_3: 실이 물체에 작용하는 힘, F_4: 물체가 지구에 작용하는 힘)

는 것만 알 수 있을 뿐 그 힘이 무엇인지는 알 수 없기에 힘을 정의하는 식이라고 말할 수 없다. 이 세상에 오직 단 하나의 물체만 존재한다면 이 물체에는 어떤 외력도 작용하지 않는다. 힘이란 두 물체 사이의 상호 작용에 따라 작용하게 되므로 물체가 하나밖에 존재하지 않는다면 상호 작용할 대상 물체가 없기 때문이다. 따라서 물체 A가 힘을 받는다는 말은 물체 A에 힘을 작용한 원인이 되는 물체 B가 존재한다는 것을 의미하며, 두 물체 A와 B가 상호 작용한 결과가 A에 힘을 작용하는 것으로 나타났다고 말할 수 있다. 그리고 상호 작용이란 일방적으로 하는 것이 아니기 때문에 물체 A가 물체 B에 힘을 작용하면 동시에 물체 B도 물체 A에 크기는 같고 방향이 반대인 힘을 작용한다.

$$\boldsymbol{F}_{BA} = -\boldsymbol{F}_{AB} \qquad (\text{I. } 1\text{-}31)$$

이것이 뉴턴의 제3법칙, 즉 작용 반작용의 법칙이다. 그림 (I. 1-13)에서 물체는 정지 상태이며 물체에 작용하는 합력은 0이다. 이는 물체에 작용하는 힘과 실이 물체에 작용하는 힘의 크기는 같고 방향이 반대이기 때문이다. 이는 정적 평형 상태이다. 만약 입자가 일정한 속도로 운동하고 있으면 동적 평형 상태에 있다고 하며 이때도 입자에 작용하는 합력은 0이다.

2.4 여러 가지 힘

2.4.1 기본 힘

두 물체가 접촉하지 않더라도 두 물체가 지닌 고유한 성질에 따라 작용하는 힘이 기본 힘이다. 현재까지 알려진 자연계를 구성하고 있는 힘은 중력, 전자기력, 약력, 강력의 네 가지가 있다(그림 (I. 1-14)). **중력**은 질량이 있는 두 물체 사이에 작용하는 힘으로 4가지 기본 힘 중 가장 약한 힘이다. 뉴턴이 중력을 만유인력의 법칙으로 정식화했고 아인슈타인은 일반 상대성 이론으로 현대화했다. **전기력**과 **자기력**을 묶어 전자기력이라 한다. 전기력과 자기력이 하나의 힘이라는 사실은 패러데이가 전자기 유도 현상을 발견함으로써 확실해졌다. 전자기력은 맥스웰에 이르러 그의 유명한 방정식으로 총정리가 되었다. 수소 이외의 원자핵은 두 개 이상의 양성자로 구성되어 있다. 양성자는 모두 전기적으로 양성이라 양성자가 여럿 모여 있으면 전기적인 반발력이 대단할 것으로 쉽게 예상된다. 따라서 전자기력보다는 훨씬 강한 힘으로 원자핵을 구성하는 양성자와 중성자를 묶어줄 힘이 필요하다. 이 힘이 **강력**(강한 핵력, 혹은 강한 상호 작용)으로 중간자가 관여하는 힘이다. 중성자가 전자를 방출하면서 양성자로 바뀌는 현상인 베타 붕괴에 의해 **약력**(약한 핵력, 혹은 약한 상호 작용)이 발견되었다. 베타붕괴 전에 중성자가 가졌던 에너지는 붕괴 후 전자와 양성자가 가지는 에너지와 다르다. 이는 질량이 거의 없고 전기적으로 중성인 입자

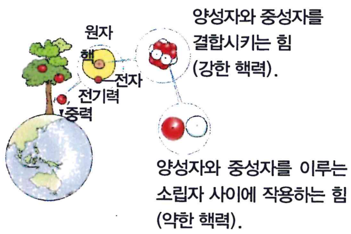


그림 (I. 1-14) 자연계에 존재하는 기본 힘

가 반응에 참가한 것으로 설명된다. 전기적으로 중성이면서 매우 가벼운 이 입자는 중성미자(neutrino)이다. 약력과 전자기력 그리고 강력에 대한 이론을 표준 모형이라고 한다.

2.4.2 특별한 힘

기본 힘이 복합적으로 작용하여 거시적으로 드러난 형태의 힘인 특별한 힘이 있다.

마찰력

마찰력은 어떤 물체가 표면에 접촉해 있을 때, 표면이 물체에 작용하는 힘 가운데 표면에 평행한 성분을 말한다. 실험 결과를 보면 두 물체가 서로 접촉하고 있을 때 힘 $\boldsymbol{F}$를 작용하여 두 물체를 미끄러지게 하면 마찰력은 다음과 같은 세 가지 특성을 가진다(그림 (I. 1-15)).

첫째, 물체가 움직이지 않으면 정지 마찰력 f_s와 표면에 평행인 $\boldsymbol{F}$의 성분이 평형을 이룬다.

둘째, 정지 마찰력 f_s의 최댓값 $f_{s,max}$는 식 (I. 1-32)와 같다.

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \qquad \text{(I. 1-32)}$$

μ_s는 정지 마찰 계수(coefficient of static friction)이고, F_N은 표면이 물체에 작용하는 수직 항력의 크기이다. 표면에 평행한 $\boldsymbol{F}$ 성분의 크기가 $f_{s,max}$를 넘어설 때 물체는 표면을 따라 미끄러지기 시작한다.

셋째, 일단 물체가 움직이기 시작하면 마찰력의 크기는 바로 감소하여 운동마찰력 f_k의 크기는

$$f_k = \mu_k F_N \qquad \text{(I. 1-33)}$$

이다. 여기서 μ_k는 운동 마찰 계수(coefficient of kinetic friction)이다.

첫 번째와 두 번째 특성은 물체에 작용한 힘들의 벡터 합인 합력인 경우에도 성립한다. f_s, f_k는 항상 표면에 평행하게 운동을 방해하며 수직 항력은 항상 표면에 수직하기 때문에 식 (I. 1-32)와 (I. 1-33)은 벡터 방정식이 아니고, 변수들의 크기 사이의 관계를 나타낸 스칼라 방정식이다. 마찰 계수는 차원이 없으며 그 값은 물체와 표면에 따라 실험적으로 결정한다. 따라서 물체와 표면의 특성에 의존하므로 항상 "무엇의 사이"라는 말을 사용하여야 한다.

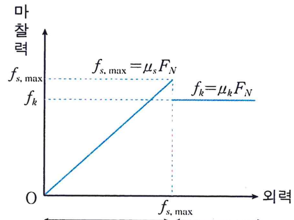


그림 (I. 1-15) 작용한 힘에 따른 마찰력의 변화

탄성력

물체는 변형이 발생했을 때 원래 상태로 되돌아가려는 성질이 있다. 이러한 물체의 성질을 탄성이라 한다. 물체에는 변형된 정도가 클수록 원래 상태

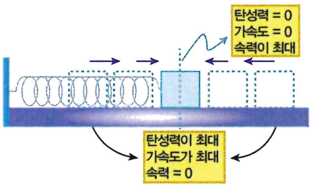


그림 (I. 1-16) 탄성력의 크기는 진동 중심에서 0이며, 양쪽 끝점에서 최대가 된다. 물체의 위치와 힘의 방향은 반대이다. 속력은 진동 중심에서 가장 크며, 양 끝에서 0이다.

로 되돌아가려 하는 힘인 복원력이 더욱 크게 발생하는데 바로 탄성체의 복원력을 탄성력이라 한다(그림 (I. 1-16)). 탄성 한계 내에서 변형된 탄성체에 나타나는 탄성력은 변형된 정도에 비례함을 표현한 식 (I. 1-34)를 훅의 법칙(Hooke's law)이라고 한다.

$$\boldsymbol{F} = -k\boldsymbol{x} \tag{I. 1-34}$$

장력

장력은 외부 조건으로 인해 물체가 운동에 제한을 받아서 작용하는 구속힘으로 양쪽으로 늘어난 가늘고 긴 물체가 팽팽한 상태에서 인접한 부분들을 서로 잡아당기는 힘이다. 그림 (I.1-17-(가))와 같이 물체에 연결된 줄을 팽팽히 잡아당기면 줄에 걸린 장력은 물체에 작용하는 힘의 크기 T와 같다. 물체에 매달린 줄의 질량은 물체의 질량에 비해 무시할 수 있을 정도로 작다고 하고, 늘어나지도 않는다고 가정한다. 줄은 두 물체를 연결하는 매개 역할만 한다. 그림 (I. 1-17-(나), (다))의 경우 도르래의 질량과 마찰이 없다고 가정하면 역시 줄은 물체와 손을 같은 크기의 장력 T로 당긴다.

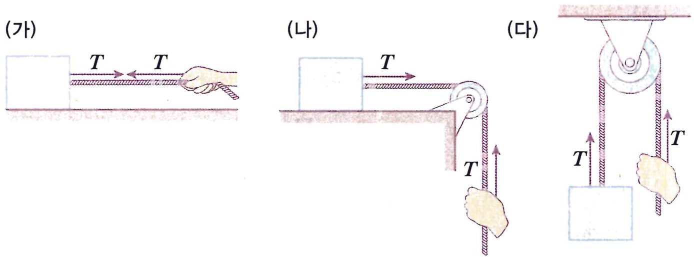
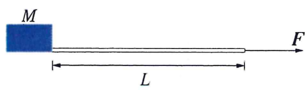


그림 (I. 1-17) 장력

심화확인



그림과 같이 마찰을 무시할 수 있는 수평선 위에 질량이 M인 물체가 놓여 있다. 길이가 L이고 균일하게 질량 m이 분포한 줄을 이 물체 한쪽 끝에 연결해 수평 방향을 향하여 크기가 F인 힘으로 팽팽하게 잡아당겨 물체를 일정하게 가속시키고 있다. 장력의 크기가 줄의 모든 점에서 같을 수 있는 조건을 구하여라.