

Лабораторная работа № 5

Модель хищник-жертва

Покрас Илья Михайлович

Содержание

Цели работы	4
Задания	5
Теоретическое введение:	6
Выполнение лабораторной работы	8
Код на Julia:	8
Код на OpenModelica	13
Вывод	17
Список литературы	18

Список иллюстраций

1	Система ОДУ	5
1	Система ОДУ по условию	7
1	Переменные и библиотеки	8
2	ОДУ	9
3	ОДУ	9
4	Копирование данных через for	9
5	Визуализация	10
6	График зависимости численности хищников от численности жертв	11
7	График зависимости численности хищников и численности жертв от времени	12
8	График зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе	13
9	Код модели “Хищник-жертва” OpenModelica	14
10	Код OpenModelica для с.с.	14
11	График зависимости численности хищников и численности жертв от времени	15
12	График зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе	16

Цели работы

Целью данной лабораторной работы является построение математической модели хищник-жертва.

Задания

Для модели «хищник-жертва» (@fig:001):

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.27x(t) + 0.068x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.37y(t) - 0.064x(t)y(t) \end{cases}$$

Рис. 1: Система ОДУ

1. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 9$, $y_0 = 29$.
2. Найти стационарное состояние системы.

Теоретическое введение:

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории).
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает.
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными.
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается.
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников (@fig:002).

$$\frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t)$$

Рис. 1: Система ОДУ по условию

В этой модели x – число жертв, y – число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствии хищников, c – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Выполнение лабораторной работы

Код на Julia:

Инициализируем библиотеки для дальнейшей дальнейшей работы. Далее создадим переменные для начальных X и Y и опишем a , b , c , d (@fig:003).

```
using Plots
using DifferentialEquations

a = 0.27
b = 0.068
c = 0.37
d = 0.064
X01 = 9
Y01 = 29
X02 = 5.78 # X02 = c / d
Y02 = 3.97 # Y02 = a / b
```

Рис. 1: Переменные и библиотеки

Создаим с помощью Differential Equations системы (@fig:004).


```

function ode_fn1(du, u, p, t)
    du[1] = -a*u[1] + b * u[1] * u[2]
    du[2] = c * u[2] - d * u[1] * u[2]
end

function ode_fn2(du, u, p, t)
    du[1] = -a*u[1] + b * u[1] * u[2]
    du[2] = c * u[2] - d * u[1] * u[2]
end

```

Рис. 2: ОДУ

С помощью solve получим решения ОДУ(@fig:005).

```

tspan = (0.0, 100.0 )
prob1 = ODEProblem(ode_fn1, [X01, Y01], tspan)
sol1 = solve(prob1, dtmax=0.05)
prob2 = ODEProblem(ode_fn2, [X02, Y02], tspan)
sol2 = solve(prob2, dtmax=0.05)

```

Рис. 3: ОДУ

Сохраним данные решений в отдельные вектора(@fig:006).

```

X1 = [u[1] for u in sol1.u]
Y1 = [u[2] for u in sol1.u]
X2 = [u[1] for u in sol2.u]
Y2 = [u[2] for u in sol2.u]
T = [t for t in sol1.t]

```

Рис. 4: Копирование данных через for

Визуализируем решение с помощью Plots(@fig:007).

```
plt = plot(dpi=300, legend=false)
plot!(plt, X1, Y1, color=:red)
savefig(plt, "model1.png")

plt2 = plot(dpi=300, legend=true)
plot!(plt2, T, X1, label="Численность жертв", color=:blue)
plot!(plt2, T, Y1, label="Численность хищников", color=:purple)
savefig(plt2, "model2.png")

plt3 = plot(dpi=300, legend=true)
plot!(plt3, T, X2, label="Численность жертв", color=:blue)
plot!(plt3, T, Y2, label="Численность хищников", color=:purple)
savefig(plt3, "model3.png")
```

Рис. 5: Визуализация

Результат(Julia) (@fig:008 - @fig:010)

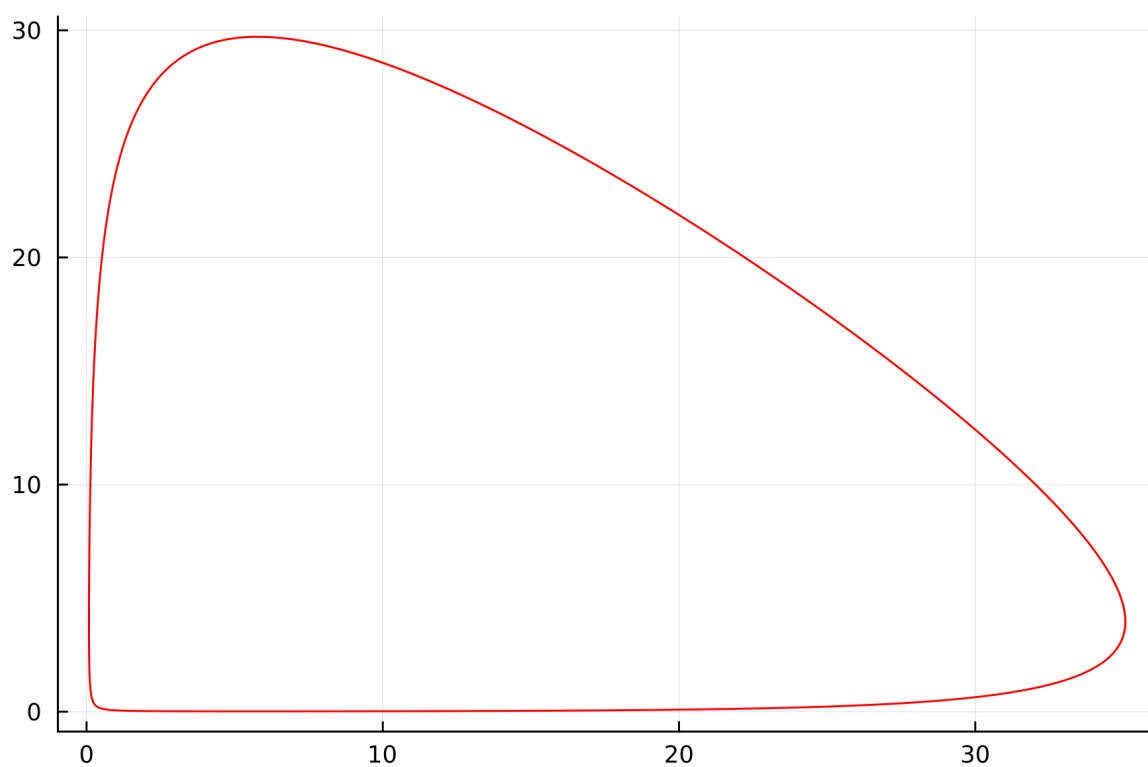


Рис. 6: График зависимости численности хищников от численности жертв

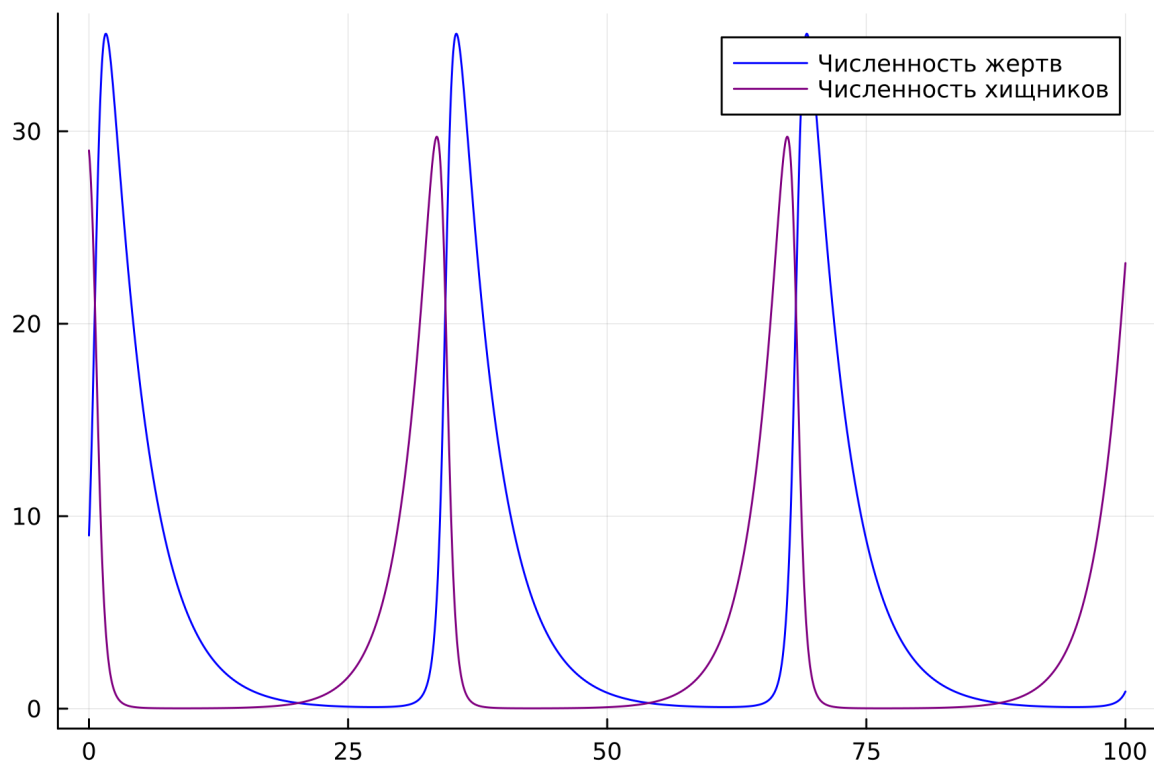


Рис. 7: График зависимости численности хищников и численности жертв от времени

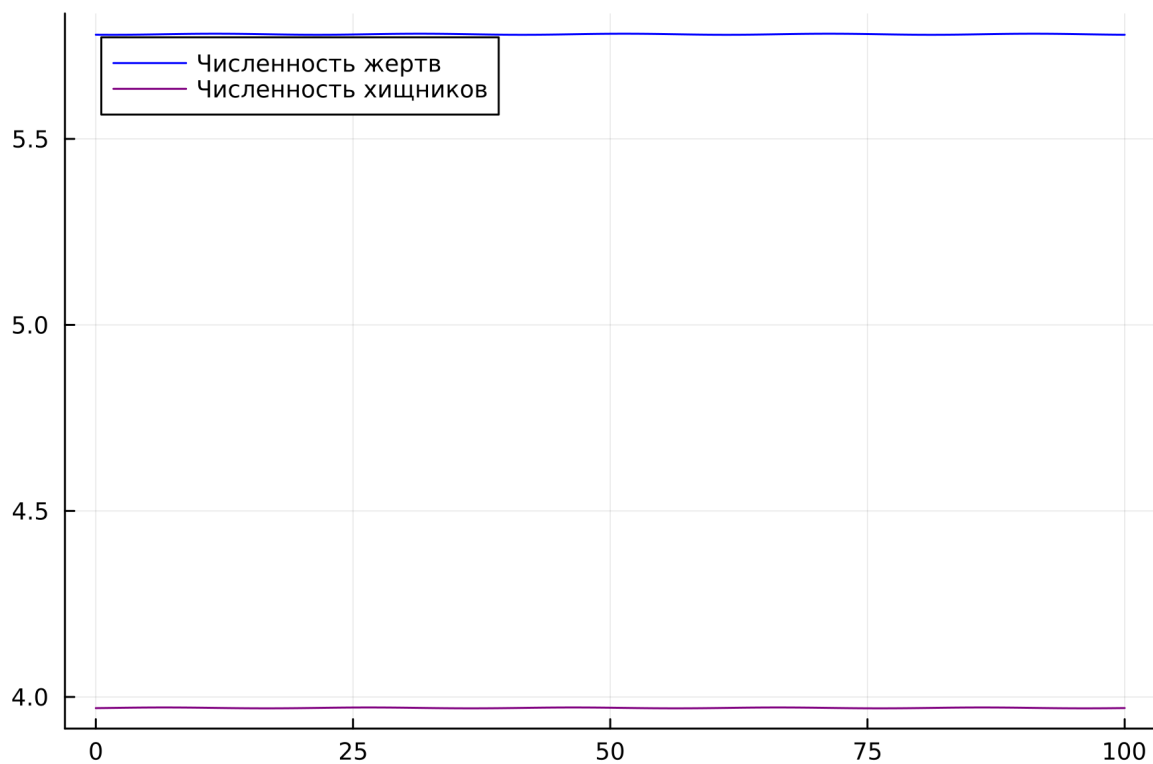


Рис. 8: График зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе

Код на OpenModelica

начала создадим X и Y , указав значений нулевых как стартовые, после чего опишем a , b , c , d . Далее запишем дифференциальное уравнение (@fig:010 - @fig:011).

```

model model1
Real a = 0.19;
Real b = 0.048;
Real c = 0.39;
Real d = 0.036;
Real x (start = 13);
Real y (start = 18);
equation
der(x) = -a*x + b*x*y;
der(y) = c*y - d*x*y;
end model1;

```

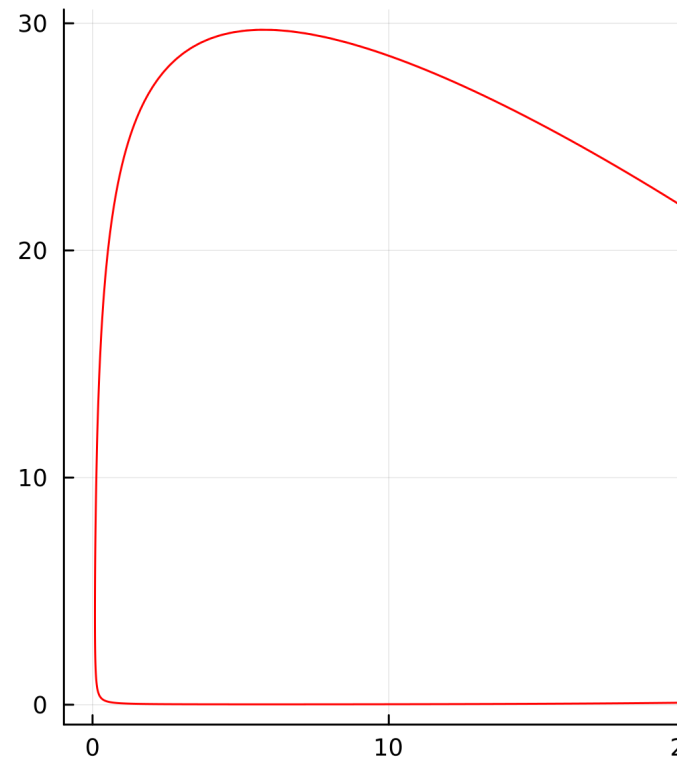
Рис. 9: Код модели “Хищник-жертва” OpenModelica

```

model model2
Real a = 0.19;
Real b = 0.048;
Real c = 0.39;
Real d = 0.036;
Real x (start = c / d);
Real y (start = a / b);
equation
der(x) = -a*x + b*x*y;
der(y) = c*y - d*x*y;
end model2;

```

Рис. 10: Код OpenModelica для с.с.



Результат(OpenModelica) (@fig:010 - @fig:014)

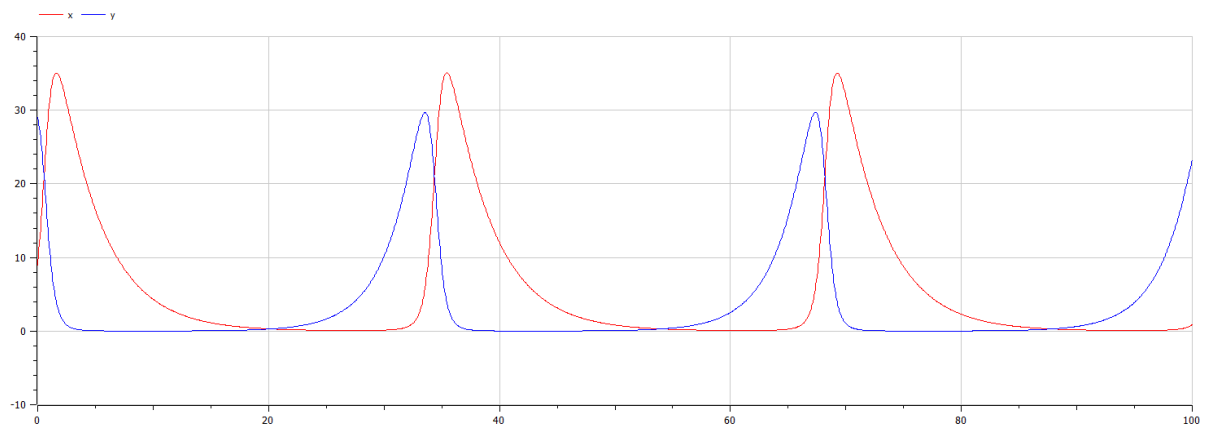


Рис. 11: График зависимости численности хищников и численности жертв от времени

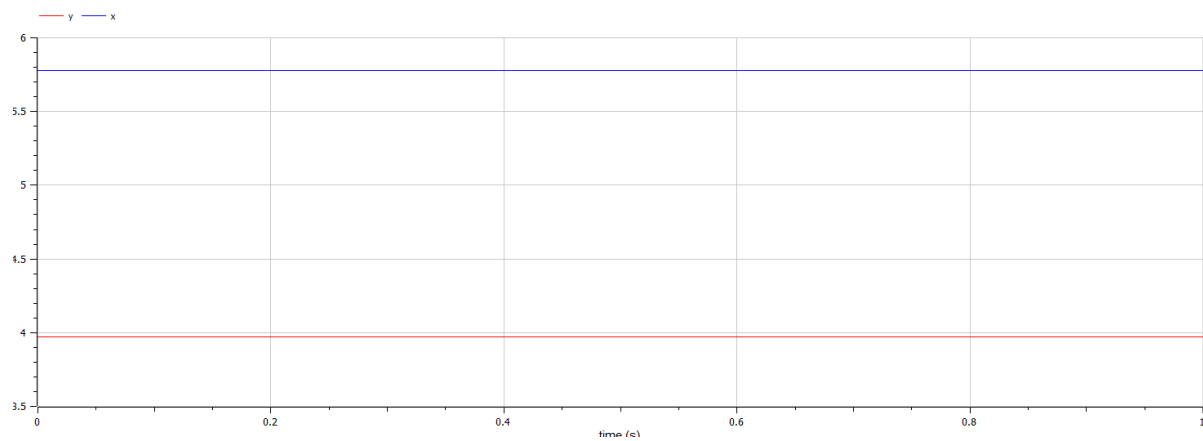


Рис. 12: График зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе

Вывод

В результате проделанной работы был написан код на Julia и OpenModelica и были построены математические модели: график зависимости численности хищников от численности жертв, а также график зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе.

Список литературы

[1] Задания к лабораторной работе №5 (по вариантам) - https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971660/mod_lecture/content/view/full/1971660_5_1
дание%20к%20Лабораторной%20работе%20№%203%20%281%29.pdf

[2] Руководство к лабораторной работе №5 - https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971660/mod_lecture/content/view/full/1971660_5_2
бораторная%20работа%20№%204.pdf