

Лабораторная работа № 6

Задача об эпидемии

Покрас Илья Михайлович

Содержание

Цель работы	4
Задание	5
Теоретическое введение	6
Код на Julia:	6
Код на OpenModelica	10
Вывод	13
Список Литературы	14

Список иллюстраций

1	Переменные и библиотеки	7
2	ОДУ	7
3	решение ОДУ	8
4	визуализация	8
5	Мат. модель первого случая	9
6	Мат. модель второго случая	10
7	Код ОМЕ - первый случай	11
8	Код ОМЕ - второй случай	11
9	Мат. модель первого случая	12
10	Мат. модель второго случая	12

Цель работы

Целью данной работы является построение модели эпидемии.

Задание

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп S, I, R.
Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:

1. $I(0) \leq I^*$
2. $I(0) > I^*$

Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

Код на Julia:

Подключим библиотеки для дальнейшей работы. Далее создадим переменные количества восприимчивых, инфицированных особей и особей с иммунитетом. Также опишем коэффициенты заболеваемости выздоровления. (@fig:001).

```

using Plots
using DifferentialEquations

N = 18354
I_o = 102
R_o = 100
S_o = N - I_o - R_o
α = 0.01
β = 0.03

```

Рис. 1: Переменные и библиотеки

Создадим с помощью Differential Equations системы (@fig:002).

```

function ode_fn1(du, u, p, t)
    du[1] = 0
    du[2] = -β*u[2]
    du[3] = β*u[2]
end
function ode_fn2(du, u, p, t)
    du[1] = -α*u[1]
    du[2] = α*u[1] - β*u[2]
    du[3] = β*u[2]
end

```

Рис. 2: ОДУ

С помощью solve получим решения ОДУ и сохраним данные решений в отдельные вектора(@fig:004).(@fig:003).

```

tspan = (0.0, 200.0)
prob1 = ODEProblem(ode_fn1, [S0, I0, R0], tspan)
prob2 = ODEProblem(ode_fn2, [S0, I0, R0], tspan)
sol1 = solve(prob1, dtmax=0.01)
sol2 = solve(prob2, dtmax=0.01)

S1 = [u[1] for u in sol1.u]
I1 = [u[2] for u in sol1.u]
R1 = [u[3] for u in sol1.u]
S2 = [u[1] for u in sol2.u]
I2 = [u[2] for u in sol2.u]
R2 = [u[3] for u in sol2.u]
T = [t for t in sol1.t]

```

Рис. 3: решение ОДУ

Визуализируем решение с помощью Plots(@fig:004).

```

plt = plot(dpi=300, legend=:right)
plot!(plt, T, S1, label="Восприимчивые особи", color=:purple)
plot!(plt, T, I1, label="Инфицированные особи", color=:blue)
plot!(plt, T, R1, label="Особи с иммунитетом", color=:green)
savefig(plt, "model1.png")

plt2 = plot(dpi=300, legend=:right)
plot!(plt2, T, S2, label="Восприимчивые особи", color=:purple)
plot!(plt2, T, I2, label="Инфицированные особи", color=:blue)
plot!(plt2, T, R2, label="Особи с иммунитетом", color=:green)
savefig(plt2, "model2.png")

```

Рис. 4: визуализация

Результат(Julia) (@fig:005 - @fig:006)

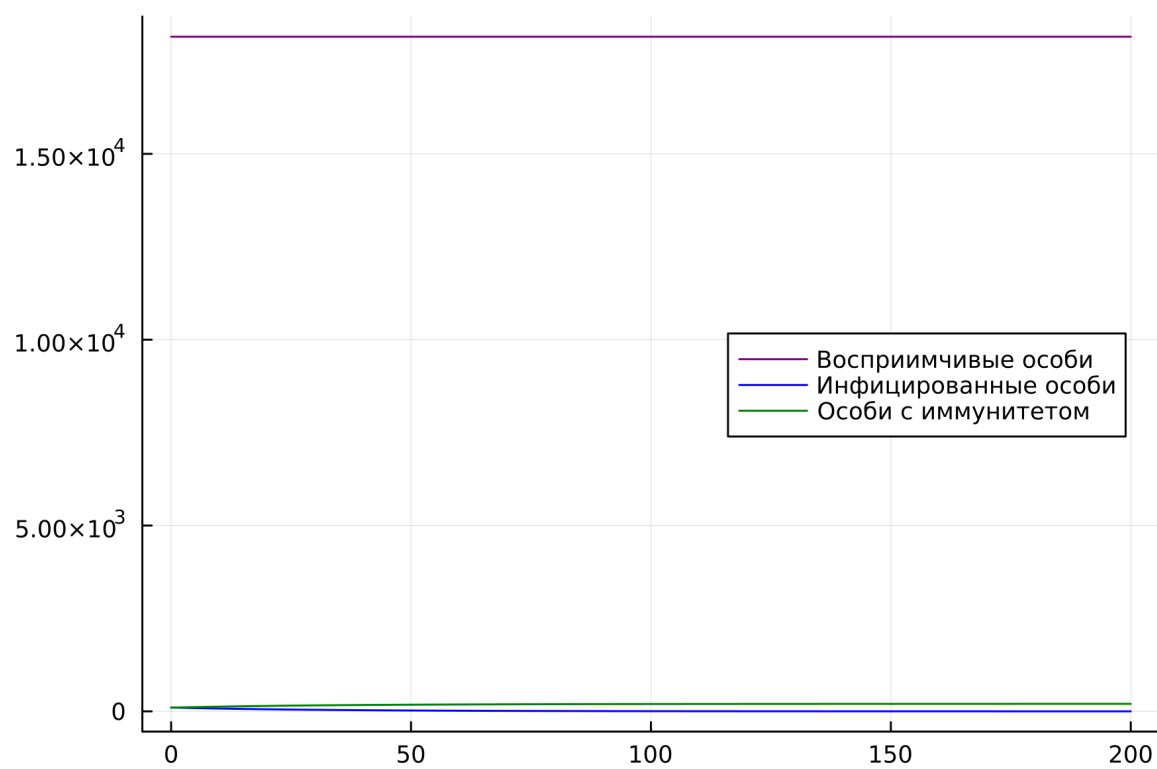


Рис. 5: Мат. модель первого случая

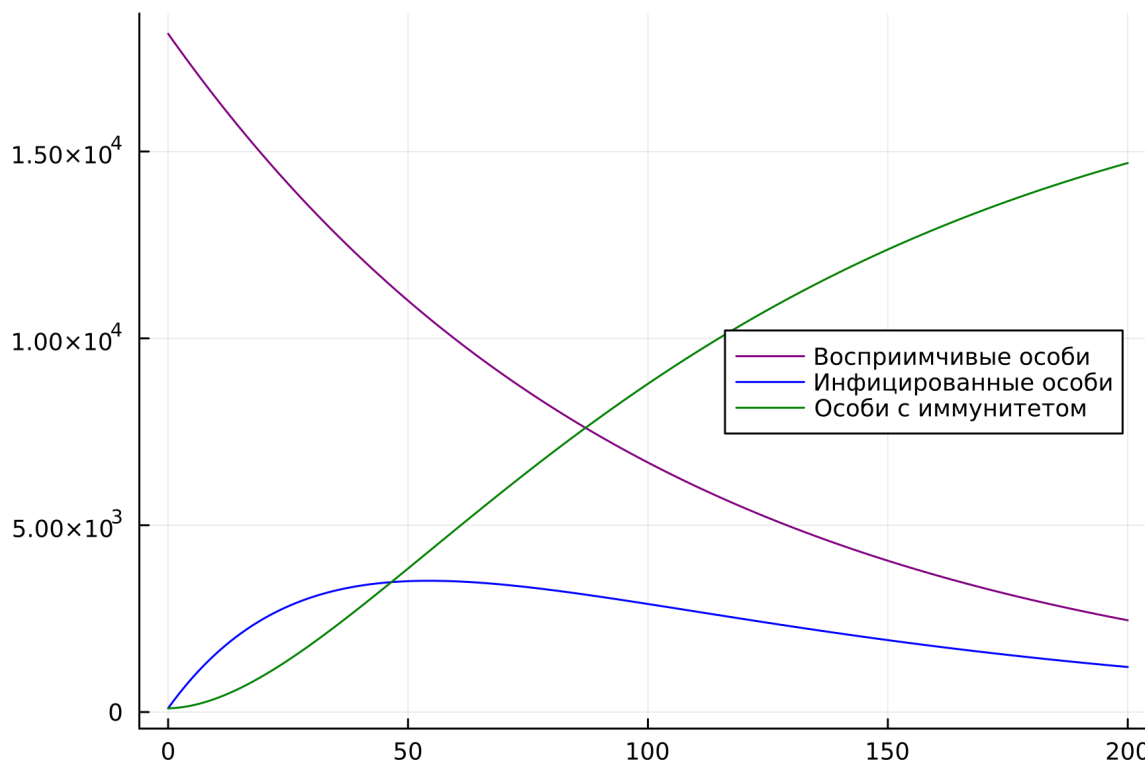


Рис. 6: Мат. модель второго случая

Код на OpenModelica

Для начала создадим переменные количества восприимчивых, инфицированных особей и особей с иммунитетом, а также опишем коэффициенты заболеваемости выздоровления. Далее запишем ОДУ (@fig:007 - @fig:008).

```

model model1
Real N = 18354;
Real I;
Real R;
Real S;
Real alpha = 0.01;
Real beta = 0.03;
initial equation
I = 102;
R = 100;
S = N - I - R;
equation
der(S) = 0;
der(I) = -beta*I;
der(R) = beta*I;
annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=100, Tolerance=1e-6, Interval=0.05));
end model1;

```

Рис. 7: Код OME - первый случай

```

model model2
Real N = 18354;
Real I;
Real R;
Real S;
Real alpha = 0.01;
Real beta = 0.03;
initial equation
I = 102;
R = 100;
S = N - I - R;
equation
der(S) = -alpha*S;
der(I) = alpha*S - beta*I;
der(R) = beta*I;
annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=100, Tolerance=1e-6, Interval=0.05));
end model2;

```

Рис. 8: Код OME - второй случай

Результат(OpenModelica) (@fig:009 - @fig:010)

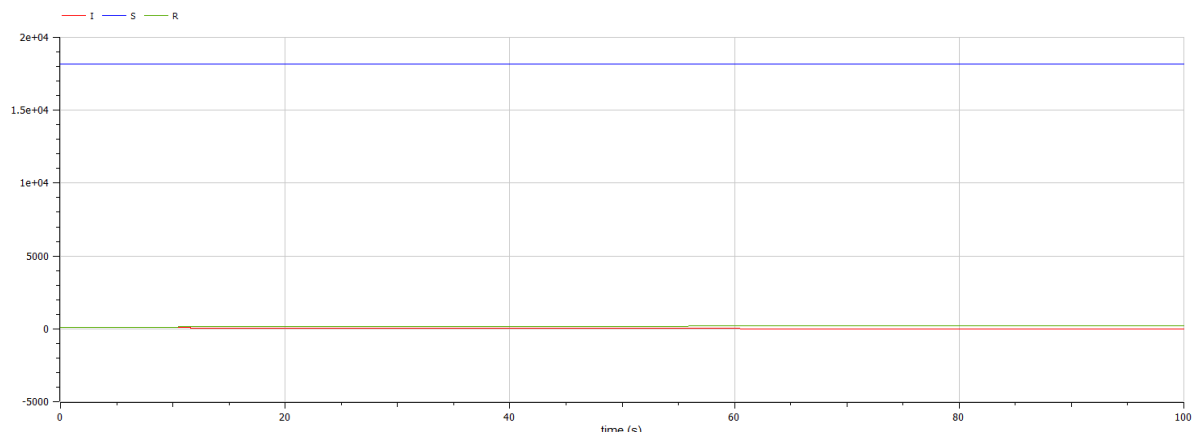


Рис. 9: Мат. модель первого случая

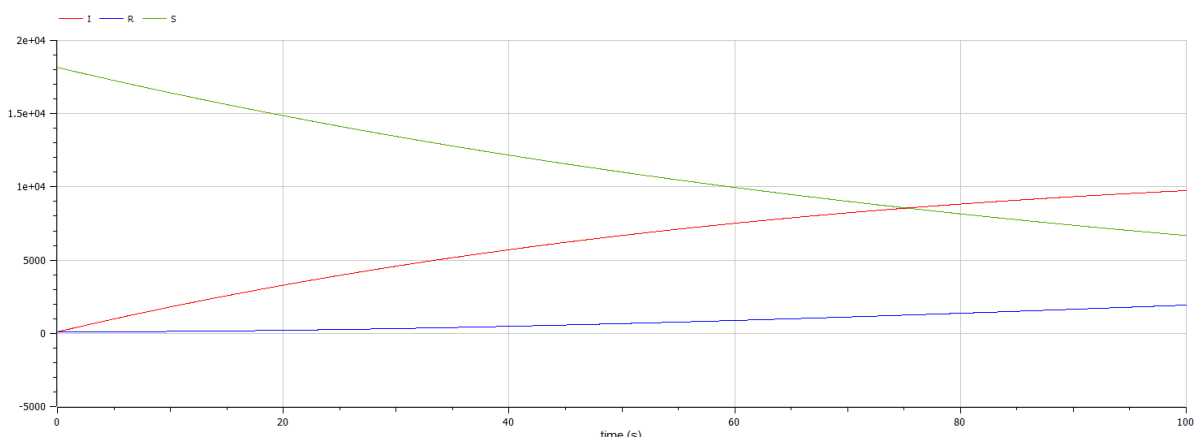


Рис. 10: Мат. модель второго случая

Вывод

В результате проделанной работы был написан код на Julia и OpenModelica и были построены математические модели зависимости численности особей трех групп S, I, R для случаев, когда больные изолированы и когда они могут заражать особей группы S.

Список Литературы

[1] Задания к лабораторной работе №6 (по вариантам) - https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1234567/mod_resource/content/1/Задание%20к%20лабораторной%20работе%20№%207%20%283%29.pdf

[2] Руководство по выполнению лабораторной работы №6 - https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1234567/mod_resource/content/1/Лабораторная%20работа%20№%205.pdf