Számítógépes matematika és vizualizáció
Gyakorlófeladatok

1. Legyen adott az

$$\begin{aligned} x(u,v) &= u - \frac{u^3}{3} + uv^2 \\ y(u,v) &= v - \frac{v^3}{3} + vu^2 \\ z(u,v) &= u^2 - v^2 \\ &u \in [-25,25]\,, \quad v \in [-25,25] \end{aligned}$$

paraméteres felület. Ábrázolja a felületet torzításmentesen! Rajzolja meg az $u = 10$ és $v = 15$ paraméterértékekhez tartozó P pontját a felületnek, valamint a felület ezen paraméterértékekhez tartozó paramétervonalait! Rajzolja meg a felületnek a P pontbeli normálvektorát!

2. Tekintsük a

$$z = \sqrt{1 - x^2 - 0.5y^2}$$

felületet. Ábrázolja a felületet torzításmentesen! Jelenítse meg a $(0.5, 0.2)$ ponthoz tartozó felületi pontot!

3. Tekintsük a

$$z = \sin(x) + \frac{\cos(y)}{x}, \qquad x \in [0.1, 5], \quad y \in [-6, 6]$$

felületet. Ábrázolja a felületet torzításmentesen! Határozza meg a felületnek az xy síkkal való metszetét, majd ábrázolja ezt a felületen!

4. Adott három sík az alábbi egyenletekkel:

$$x + y - z = 0, \qquad x - 2y + 3z = 4, \qquad 2x - 0.5y + 4z = -2.$$

Ábrázolja mindhárom síkot különböző színekkel!

5. Legyenek adottak a

$$\begin{aligned} p(u) &= (1-u)\ P_1 + u\ P_2 \\ r(u) &= (1-u)\ R_1 + u\ R_2 \\ &u \in [0,1] \end{aligned}$$

görbék, ahol $P_1 = (0,0,0), P_2 = (0,1,1)$, valamint $R_1 = (1,0,1)$ és $R_2 = (1,1,0)$. Tekintsük továbbá az

$$\begin{aligned} s(u,v) &= (1-v)\ p(u) + v\ r(u) \\ &u \in [0,1]\,, \quad v \in [0,1] \end{aligned}$$

paraméteres felületet. Ábrázolja a két görbét, valamint a felületet is ugyanazon ábrán torzításmentesen!

6. Legyenek adottak a következő pontok: $P_1 = (-2,-2), P_2 = (4,0), P_3 = (6,-2), P_4 = (10,2)$. Jelenítse meg azt az Hermite-ívet, amely átmegy ezen pontokon rendre a $-1, 0, 2, 3$ paraméterértékeknél! Rajzolja meg a görbe érintővektorát a $t = 2$ paraméterértéknél!

7. Legyenek adottak a $P_1 = (-2,-2), P_2 = (6,-2), P_3 = (10,2)$ pontok, valamint a $\mathbf{v} = (6,-4)$ vektor. Jelenítse meg azt az Hermite-ívet, amely átmegy ezen pontokon rendre a $0, 1, 1.5$ paraméterértékeknél, valamint amelynek a 0 paraméterértéknél a $\mathbf{v}$ vektor az érintővektora! Ábrázolja a kontrollpontokat, kontrollpoligont, valamint a 0 paraméterértékhez tartozó görbepontban a $\mathbf{v}$ vektort is!

8. Tekintsük a 7. feladat során előálló görbét! Jelenítsen meg egy olyan 2 ponttal és 2 érintővektorral adott Hermite-ívet, amely a görbéhez C^1 folytonosan csatlakozik!

9. Legyenek adottak a $P_1 = (-2,-2), P_2 = (6,-2)$ pontok, valamint a $\mathbf{v}_1 = (6,-4)$ és $\mathbf{v}_2 = (4,4)$ vektor. Jelenítse meg azt az Hermite-ívet, amely átmegy ezen pontokon rendre a $0, 1$ paraméterértékeknél, valamint amelynek a 0 paraméterértéknél a $\mathbf{v}_1$ vektor, az 1 paraméterértéknél pedig a $\mathbf{v}_2$ vektor az érintővektora!

10. Tekintsük a 9. feladat során előálló görbét! Csatlakoztassunk ehhez C^1 folytonosan egy olyan Hermite-ívet, amelynek kezdőpontja a $(6,-2)$, végpontja a $(14,-4)$ pont, végpontbeli érintővektora pedig a $(3,0)$ vektor! Ezen görbe kezdőpontja a 0, végpontja pedig a 2 paraméterértékhez tartozzon.

11. Tekintsük a 6. feladat során előálló görbét! Csatlakoztassunk ehhez G^1 folytonosan egy olyan Hermite-ívet, amelynek kezdőpontja a $(10,2)$, végpontja a $(14,-4)$ pont, végpontbeli érintővektora pedig a $(3,0)$ vektor! Ezen görbe kezdőpontja a -1, végpontja pedig az 1 paraméterértékhez tartozzon.

12. Tekintsük a 11. feladat során előálló szplájnt! Csatlakoztassunk ehhez C^1 folytonosan egy olyan Hermite-ívet, amelynek a $t = -2$ paraméterértékhez tartozó kezdőpontja a szplájn végpontja, átmegy a $(22,2)$ ponton a $t = 0$ paraméterértéknél, végpontja pedig a $(24,0)$ pont, amely a $t = 3$ értékhez tartozik!

13. Állítson elő egy negyedfokú polinomiális görbét, amely átmegy a $(10,20), (20,40), (40,40), (50,20),$ $(20,10)$ pontokon rendre a $0, 1, 2, 3$ és 4 paraméterértékeknél. Rajzolja meg a görbe érintővektorát a $t = 0.5$ paraméterértéknél!

14. Állítsa elő azt a Bézier-görbét, amelynek kontrollpontjai a $(10,20), (20,40), (40,40), (50,20),$ $(20,10)$ pontok! Jelenítse meg a görbe kezdő- és végpontbeli érintővektorát a derviáltfüggvények közvetlen felhasználása nélkül!

15. Tekintsük a 14. feladatban előálló görbét! Bizonyítsa be, hogy a görbe kezdőpontja a $(10,20)$ koordinátájú pont!

16. Csatlakoztasson a 14. feladatban előálló görbéhez G^1 folytonosan egy 3 ponttal és 1 érintővektorral megadott Hermite-ívet! Módosítsa a szplájnt úgy, hogy C^1 folytonos legyen a csatlakozás!

17. Tekintsük a 14. feladatban előálló görbét! Készítse el azt az Hermite-ívet, amelynek kezdőpontja $(20,10)$, végpontja $(20,-40)$, kezdőpontbeli érintővektora $(-60,-20)$, végpontbeli érintővektora pedig $(60,0)$! A görbe paramétertartománya a $[0,1]$ intervallum legyen. C^0, C^1 vagy G^1 folytonos a két görbe csatlakozása?

18. Adott egy három ponttal és egy érintővektorral meghatározott Hermite-ív a következő adatokkal. Pontok: $P_0 = (3,0)$, $P_1 = (4,2)$, $P_2 = (5,-2)$. Érintővektor a kezdőpontban: $\mathbf{v}_0 = (1,2)$. A geometriai adatokhoz rendelt paraméterek rendre: $t_0 = -1$, $t_1 = 0.2$, $t_2 = 1.3$. Ábrázolja a

görbét torzításmentesen, a pontokkal és az érintővektorral együtt! Az érintővektort abból a pontból kell indítani, amelyikben értelmeztük azt.

19. A 18. feladatban az első kontrollpontot és az abban értelmezett érintővektort cseréljük le úgy, hogy az Hermite-ív a következő kontrollpontokkal megadott Bézier-görbéhez C^1-folytonosan csatlakozzon: $R_0 = (-3, 4)$, $R_1 = (-2, 1)$, $R_2 = (1, 2)$, $R_3 = (2, 0)$. Állítsa elő az említett görbéket és rajzolja meg őket! Látszódjanak a kontrollpontok és az érintővektor is a megfelelő pontból kiindulva, valamint a Bézier-görbe esetén a kontrollpoligon is kerüljön kirajzolásra.

20. Tekintsük a 13. feladatban előálló görbét! Csatlakoztasson ehhez egy negyedfokú Bézier-görbét G^1 folytonosan!

21. Tekintsük a 14. feladatban előálló Bézier-görbét! Csatlakoztasson ehhez egy ötödfokú Bézier-görbét C^1 folytonosan!