정렬

Sorting

컴퓨터과학의 고전적인 문제 중의 하나인 **정렬**sorting은 순서를 매길 수 있는 데이터를 일정한 순서로 나열하는 문제이다. 정렬 문제가 초기에서 부터 주목을 받은 이유는 정렬된 데이터의 처리가 그렇지 않은 데이터의 처리보다 훨씬 더 쉽기 때문이다. 그래서 오래전부터 다양한 정렬문제를 푸는 알고리즘이 고안되어 사용되고 있다.

이 장에서는 복수의 데이터를 나란히 모아서 보존할 수 있는 구조인 순서열의 표현방식과 연산, 의미를 먼저 공부한다. 정렬할 데이터는 순서열의 일종인 리스트로 모아 쓰지만, 이 기회에 다른 종류의 순서열인 튜플 및 문자열과 비교하면서 차이점도 함께 익힌다. 그리고 몇 가지 널리 알려진 정렬 알고리즘을 공부하고, 임의 원소의 리스트(예: `[3,5,4,2]`)를 인수로 받아서 오름차순으로 정렬한 리스트(예: `[2,3,4,5]`)를 결과로 내주는 함수를 알고리즘 별로 작성한다.

1. 순서열

순서열sequence은 여러 개의 데이터를 순서있게 나열해 모아놓은 데이터 구조를 통칭한다. Python 언어에서 기본적으로 제공하는 순서열은 리스트list, 튜플tuple, 정수범위range 가 있는데, The Python Standard Library의 4.6. Sequence Types에 문법과 의미가 자세히 설명되어 있다. 이미 배운 문자열string도 순서열의 일종으로 문자를 차례로 나열한 문자순서열이다. 순서열은 문자열과 같은 방식으로 **위치번호**index가 지정되어 있다. 순서열은 크게 **수정가능**mutable 순서열과 **수정불가능**immutable 순서열로 나눌 수 있다. 리스트는 수정가능 순서열이고, 튜플과 정수범위는 수정불가능 순서열이다. (문자열은 수정불가능하다고 이미 공부했다.) 이 절에서는 이 중에서 리스트와 튜플, 문자열의 표현방식과 공통점, 차이점을 알아보고, 공통으로 사용하는 순서열 연산을 공부한다.

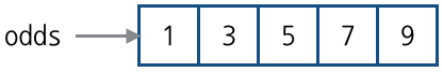
리스트

리스트list는 유일하게 수정가능한 순서열이다. 주로 같은 타입의 원소를 나열하는데 많이 쓰지만, 굳이 원소가 모두 같을 필요는 없다. 그러면 리스트의 표현방식과 연산을 공부해보자.

리스트는 다음과 같이 **대괄호**로 둘러쌓아 표현한다. 리스트가 만들어지면 오른쪽 아래 그림과 같은 형식의 메모리셀에 원소가 차례대로 저장된 리스트가 메모리에 생긴다고 상상하면 된다.

```
>>> odds = [1,3,5,7,9]
```

위와 같이 이름을 지정하면 다음과 같이 이름을 불러 참조할 수 있다.




```
>>> odds
[1, 3, 5, 7, 9]
```

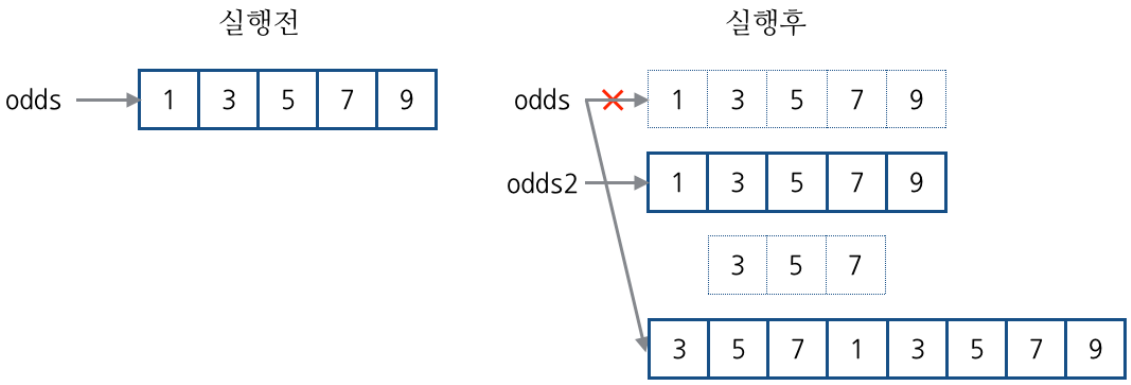
문자열과 마찬가지로 0으로 시작하는 위치번호가 지정되어 있으며 다음과 같이 위치번호로 해당 원소를 볼 수 있다.

```
>>> odds[1]
3
>>> odds[-2]
7
>>> odds[5]
traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
IndexError: list index out of range
```

위치번호가 범위를 벗어나면 IndexError 오류가 발생하므로 참조 범위를 벗어나면 참조하지 못하도록 사전에 막을 수 있어야 한다.

위치번호 범위를 지정하여 리스트의 일부를 복사하여 새로 만들 수 있다. 즉, 다음 두 지정문의 실행 전과 후의 메모리의 상태는 아래 그림과 같다.

```
>>> odds2 = odds[:]
>>> odds = odds[1:4] + odds
```

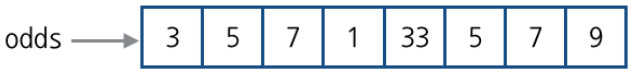


실행전 odds 가 가리키던 리스트는 이제 더 이상 접근할 수 없을 뿐 지워진 것은 아니다. (사실상 더 이상 접근할 수 없는데 메모리 공간만 차지하고 있는 데이터를 **쓰레기**garbage라고 한다. Python 실행기는 적당한 시기에 이와 같은 쓰레기를 수거하여 **메모리를 재활용**하고 있음을 알아두자.)

리스트는 수정가능하므로 다음과 같이 지정문으로 특정 위치의 원소를 수정할 수 있다.

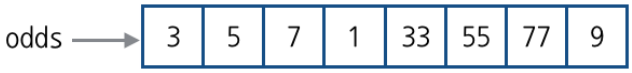
```
>>> odds[4] = 33
```

실행 결과 메모리의 상태는 오른쪽과 같다.
3은 지워지고 그 자리에 33이 저장되었다.



범위를 지정하여 수정할 수도 있다. 다음 지정문의 실행 결과 메모리의 상태는 아래와 같다.

```
>>> odds[5:7] = [55,77]
```



수정하는 범위의 길이가 같은 필요는 없다. 다음 지정문의 실행 결과 메모리의 상태는 아래와 같다.

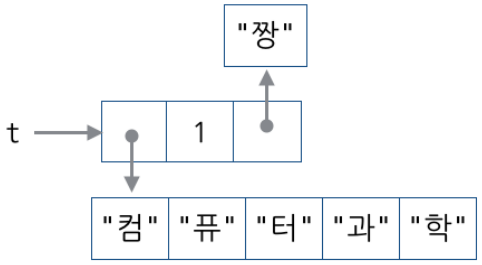
```
>>> odds[1:3] = [57]
```

odds의 내용은 변화가 없다.

튜플

이미 공부한 적인 있는 순서열인 **튜플**tuple은 다음과 같이 **괄호**로 둘러쌓아 표현한다. 튜플은 일단 만들어 놓으면 내부의 내용을 **수정불가능**immutable한 점이 리스트와 다르다.

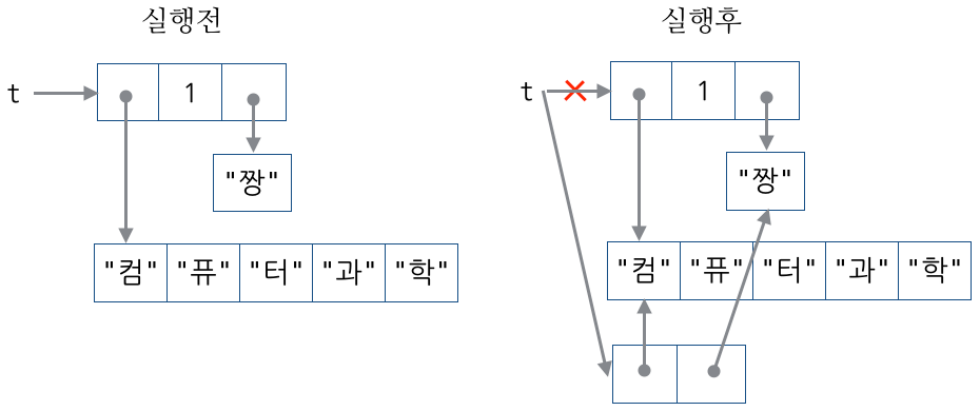
```
>>> t = ('컴퓨터과학', 1, '짱')
>>> t[2]
'짱'
>>> t[:2]
('컴퓨터과학', 1)
>>> t[2] = '꽝'
traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```



튜플은 수정불가능하므로 지정문을 써서 수정하려 하면 오류가 발생한다.

다음과 같이 하면 수정한 것 같아 보이지만, 사실은 수정한 것이 아니라 아래 그림에서 볼 수 있듯이 원래 튜플의 일부를 참조하여 새 튜플을 만들고 같은 이름을 붙인 것 뿐이다.

```
>>> t = t[:1] + t[2:]
>>> t
('컴퓨터과학', '짱')
```

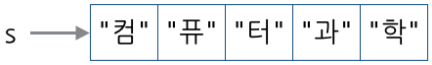


이전에 t가 가리키던 튜플은 지워진 것이 아니고, 위의 지정문이 실행된 이후 변수 t는 새로 만든 튜플을 가리키므로 더 이상 접근할 수 없을 뿐이다. 이와 같은 성질때문에 수정이 잦은 데이터는 리스트에 보관하는 것이 효율적일 수 있다.

문자열

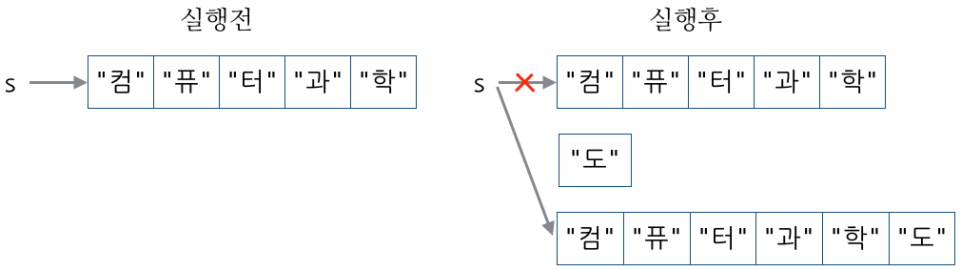
앞에서 공부한 문자열string도 튜플과 마찬가지로 일단 만들면 수정불가능immutable하다.

```
>>> s = "컴퓨터과학"
>>> s
'컴퓨터과학'
>>> s[3] = '공'
traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: 'str' object does not support item assignment
```



다음과 같이 하면 수정한 것 같아 보이지만, 사실은 수정한 것이 아니라 내부적으로는 아래 그림과 같이 새로 문자열을 만들고 같은 이름을 붙인 것 뿐임을 명심하자.

```
>>> s = s + '도'
>>> s
'컴퓨터과학도'
```



다시말하면, 여기서도 이전에 s가 가리키던 문자열은 지워진 것이 아니다. 위의 지정문이 실행된 이후 변수 s는 새로 만든 문자열을 가리킨다.

순서열 연산 (공용)

다음은 모든 순서열에 **공통**으로 사용하는 연산자를 모아놓은 것이다. 하나씩 의미를 이해해보자. 여기서 s는 순서열, x는 원소, i, j, k는 위치번호, n은 정수를 나타낸다.

연산	의미	예외
`x in s`	x가 s에 있으면 True, 없으면 False	
`x not in s`	x가 s에 없으면 True, 있으면 False	
`s[i]`	s의 i 위치에 있는 원소	
`s[i:j]`	i 위치에서 j 위치까지의 순서열 조각 (i 위치의 원소 포함, j 위치의 원소 제외)	
`s[i:j:k]`	i 위치에서 j 위치까지의 k간격으로 띄운 순서열 조각 (i 위치의 원소 포함, j 위치의 원소 제외)	
`len(s)`	s의 길이	
`min(s)`	s에서 가장 작은 원소	
`max(s)`	s에서 가장 큰 원소	
`s.index(x)`	s에서 가장 앞에 나오는 원소 x의 위치번호	
`s.index(x,i)`	s의 i 위치에서 시작하여 가장 앞에 나오는 원소 x의 위치번호	
`s.index(x,i,j)`	s의 i 위치로부터 j 위치 전까지에서 가장 앞에 나오는 원소 x의 위치번호	

연산	의미	예외
`s.count(x)`	s에서 원소 x의 빈도수	
`s + t`	s와 t 나란히 붙이기	정수범위[1] 순서열에서는 적용 불가
`s * n`	s를 n번 반복하여 나란히 붙이기	
`n * s`	s를 n번 반복하여 나란히 붙이기	

1. 정수범위 순서열은 이 장의 뒤에서 공부한다.

리스트의 정의

리스트도 앞에서 공부한 자연수와 비슷하게 귀납법으로 다음과 같이 정의할 수 있다.

(1)	**기초** basis	빈리스트 []은 리스트이다.
(2)	**귀납** induction	x가 임의의 원소이고 L이 임의의 리스트이면, [x] + L 도 리스트이다. 여기서, x는 선두원소head, L은 후미리스트tail라고 한다.
(3)	그 외에 다른 리스트는 없다.	

자연수와 유사한 방식으로, 리스트를 귀납 구조에 맞추어 빈리스트(기초)와 그렇지 않은 리스트(귀납)와 같이 둘로 나누어 사고할 수 있다. 빈 리스트는 종료조건과 관련이 있고, 비어 있지 않은 리스트는 반복조건과 관련이 있다. 비어 있지 않은 리스트는 선두원소와 후미리스트로 쪼개서 사고한다. 앞으로 리스트를 다루는 재귀 함수는 모두 이 구조를 이용하니 이 귀납구조를 확실히 숙지하고 넘어가자.

2. 선택정렬 Selection Sort

알고리즘

정수 리스트 **s를 정렬**하려면

- (반복조건) `s != []`,
  - s에서 가장 작은 수를 찾아서 `smallest`라고 하고, 이를 s에서 제거
  - **s를 정렬**
  - `smallest`와 s를 차례로 나란히 붙여서 내줌
- (종료조건) `s == []`, 정렬할 필요가 없으므로 []를 그대로 내줌

구현

리스트 s에서 가장 작은 수를 찾기 위해서 순서열 연산 `min(s)`를 사용한다. 그리고 리스트 s에서 원소 x를 하나 찾아 제거하려면 표준 라이브러리에서 제공하는 리스트의 메소드 `remove`를 사용한다.

연산	의미	비고
`s.remove(x)`	s에서 가장 앞에 나오는 원소 x를 제거한다.	x가 s에 없으면 ValueError가 발생한다.

이 알고리즘은 다음과 같이 재귀함수로 정의할 수 있다.

```
1  def ssort0(s):
2      if s != []:
3          smallest = min(s)
4          s.remove(smallest)
5          return [smallest] + ssort0(s)
6      else:
7          return []
```

예제를 가지고 실행추적하여 정렬이 어떻게 하는지 살펴보자.

```
ssort0([3,5,4,2])
=> [2] + ssort0([3,5,4])
=> [2] + [3] + ssort0([5,4])
=> [2] + [3] + [4] + ssort0([5])
=> [2] + [3] + [4] + [5] + ssort0([])
=> [2] + [3] + [4] + [5] +[]
== [2,3,4,5]
```

주의

`s.remove(x)`를 호출하면, 가장 앞에 나오는 원소 `x`가 제거된 새로운 리스트를 만들고 이를 변수 `s`가 가리킨다. 그런데 호출 결과로 제거된 리스트를 리턴해주는 건 아님을 주의하자. 즉 다음과 같이 코딩하면 오류이다.

```
1  def ssort0err(s):
2      if s != []:
3          smallest = min(s)
4          return [smallest] + ssort0err(s.remove(smallest))
5      else:
6          return []
```

위에서 짠 재귀 함수를 다음 틀에 맞춰 꼬리재귀 형태로 변환해보자.

```
1  def ssort1(s):
2      def loop(s,ss):
3          if s != []:
4              smallest = min(s)
5              s.remove(smallest)
6              return loop(s,ss+[smallest])
7          else:
8              return ss
9      return loop(s,[])
```

여기서도 `ss`는 가장 작은 정수부터 지금까지 정렬이 완료된 리스트를 가지고 다니는 추가 파라미터이다. `loop` 재귀호출을 할 때마다 `s`에서 가장 작은 수는 제거되고, 그 수는 `ss`의 맨 뒤에 추가된다. 리스트의 맨 뒤에 원소를 추가하는 기능은 리스트의 메소드 `append`로 다음 표와 같이 표준 라이브러리에 이미 준비되어 있어 그냥 사용하면 된다.

연산	의미	비고
s.append(x)	s의 맨 뒤에 x를 붙인다.	

append를 써서 위 꼬리재귀 함수를 다시 짜면 다음과 같다.

```
1   def ssort2(s):
2       def loop(s,ss):
3           if s != []:
4               smallest = min(s)
5               s.remove(smallest)
6               ss.append(smallest)
7               return loop(s,ss)
8           else:
9               return ss
10      return loop(s,[])
```

while 반복문으로 정리하면 최종 코드는 다음과 같다.

```
1   def ssort3(s):
2       ss = []
3       while s != []:
4           smallest = min(s)
5           s.remove(smallest)
6           ss.append(smallest)
7       return ss
```

반복문 : for

지금까지 공부한 프로그램에서 반복 계산이 필요한 경우 모두 while 문을 사용했다. 길이가 고정된 문자열을 구성하는 문자를 하나씩 차례로 반복 계산하는 경우 for 문을 사용하면 간편하다.

for 문의 문법과 의미는 다음과 같다.

문법	for 〈변수이름〉 in 〈순서열〉 : 〈몸체〉
의미	〈변수이름〉을 x라고 하고, 〈순서열〉을 s라고 하면, 다음을 차례로 실행한다. s[0]를 변수 x로 지정하고 〈몸체〉를 실행한다. s[1]를 변수 x로 지정하고 〈몸체〉를 실행한다. s[2]를 변수 x로 지정하고 〈몸체〉를 실행한다. … s[len(s)-1]를 변수 x로 지정하고 〈몸체〉를 실행한다.

반복하는 동안 매번 x 변수의 값으로 순서열의 원소가 앞에서부터 하나씩 차례로 지정된다. 이와 같은 형태의 for 반복문에서 〈몸체〉는 정확하게 〈순서열〉의 길이의 횟수만큼 기본적으로 반복한다. 그렇지만 도중에 return 문을 만나거나 break 문을 만나 도중에 반복을 중단하고 빠져나갈 수도 있다.

꼬리 재귀함수 ssort3을 for 반복문 버전으로 짜보면 다음과 같다.

```
1 def ssort4(s) :
2     ss = []
3     for _ in s:
4         smallest = min(s)
5         s.remove(smallest)
6         ss.append(smallest)
7     return ss
```

여기에서 for 뒤에 변수 대신 _를 썼다. _는 와일드카드wild card라고 하는데, 이름을 굳이 지정할 필요가 없는 경우 변수 대신 쓴다. 위의 코드에서 for 반복문 몸체에서 매번 s의 제일 작은 원소를 찾아서 쓰지 s의 원소를 차례로 하나씩 보지는 않는다. 쓰지 않을 것이니 굳이 이름을 지을 필요도 없다.

for 반복문과 while 반복문을 비교해보자. 차이점은 반복조건이 다른 것 뿐이다. while 반복문에서는 리스트에 원소가 있는 한 반복하라고 하고, for 반복문에서는 리스트의 길이만큼 반복하라고 한다. 길이가 미리 정해져있는 리스트와 같은 순서열의 원소를 대상으로 원소마다 한번씩 반복하는 경우 for 반복문이 더 가독성이 좋다. 하지만 어떤 반복문을 사용하는게 좋은지에 대한 평가는 반복의 성격이나 작가의 취향에 따라 달라질 수 있다.

3. 삽입정렬 Insertion Sort

알고리즘

정수 리스트 s를 정렬하려면

- (반복조건) s != [],
  - s의 후미리스트인 s[1:]를 정렬하여 ss라고 함
  - 정렬된 리스트 ss의 적당한 위치에 s의 선두원소인 s[0]를 끼워서 내줌
- (종료조건) s == [], 정렬할 필요가 없으므로 그대로 내줌

구현

정렬된 리스트 ss의 적절한 위치에 정수 x를 끼워서 정렬된 리스트를 내주는 함수 insert(x,ss)가 있다고 가정하면, 이 알고리즘은 다음과 같이 재귀함수로 정의할 수 있다.

```
1 def isort0(s):
2     if s != []:
3         return insert(s[0],isort0(s[1:])
4     else:
5         return []
```

insert 함수가 잘 작동한다고 가정하고, 위의 예제를 가지고 실행추적해보면 다음과 같다.

```
isort0([3,5,4,2])
=> insert(3,isort0([5,4,2]))
=> insert(3,insert(5,isort0([4,2])))
=> insert(3,insert(5,insert(4,isort0([2]))))
=> insert(3,insert(5,insert(4,insert(2,isort0([])))))
=> insert(3,insert(5,insert(4,insert(2,[]))))
=> insert(3,insert(5,insert(4,[2])))
=> insert(3,insert(5,[2,4]))
=> insert(3,[2,4,5])
=> [2,3,4,5]
```

그러면 이제 `insert` 함수를 구현해보자.

정렬된 리스트에 임의의 원소 제자리에 끼워넣기

정수 x와 정렬된 정수 리스트 ss를 인수로 받아 x를 ss의 제 위치에 끼워넣어 정렬된 리스트를 내주는 함수 insert는 다음과 같이 실행되어야 한다.

```
insert(1,[2,4,5,7,8]) => [1, 2, 4, 5, 7, 8]
insert(6,[2,4,5,7,8]) => [2, 4, 5, 6, 7, 8]
insert(9,[2,4,5,7,8]) => [2, 4, 5, 7, 8, 9]
```

재귀 함수 `insert0` 부터 짜보자.

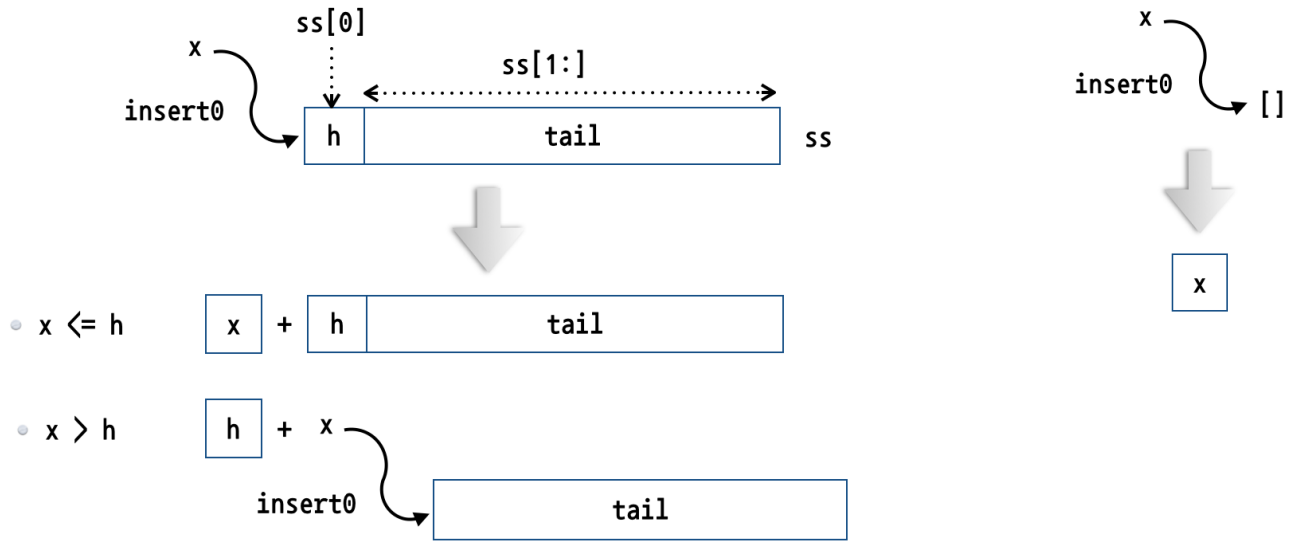
재귀 함수 설계 전략 (사례를 통한 구상)

• 정렬된 리스트 ss의 선두원소보다 작은 수 끼워넣기	`insert0(1,[2,4,5]) => [1] + [2,4,5]`
• ss의 선두원소보다 큰 수 끼워넣기	`insert0(3,[2,4,5]) => [2] + insert0(3,[4,5])`
• 빈 리스트에 끼워넣기	`insert0(1,[]) => [1]`

`insert0(x,ss)` 알고리즘

정수 x를 정렬된 리스트 ss의 제 위치에 끼워넣으려면 다음과 같이 2가지 경우로 나누어 처리한다.

- ss가 빈 리스트가 아닌 경우
  - ss를 선두원소 ss[0]와 후미리스트 ss[1:]로 나눈다.
  - x가 선두원소 ss[0]보다 작거나 같으면, x를 ss의 앞에 붙인다.
  - x가 선두원소 ss[0]보다 크면, **x를 후미리스트 ss[1:]의 제 위치에 끼워넣고** 그 앞에 선두원소 ss[0]를 붙인다.
- ss가 빈 리스트인 경우, 그냥 x 만 가지고 리스트를 만든다.



다음 insert0 함수 호출의 실행추적을 각각 따라가면서 알고리즘을 이해하자.

```
insert0(1,[2,4,5,7,8])
=> [1, 2, 4, 5, 7, 8]

insert0(6,[2,4,5,7,8])
=> [2] + insert0(6,[4,5,7,8])
=> [2] + [4] + insert0(6,[5,7,8])
=> [2] + [4] + [5] + insert0(6,[7,8])
=> [2] + [4] + [5] + [6] + [7,8]
=> …
=> [2,4,5,6,7,8]

insert0(9,[])
=> [9]
```

실습 1

이제 알고리즘을 완전히 이해했으면 insert0 재귀 함수를 다음 틀에 맞추어 구현해보자.

```
1  def insert0(x,ss):
2      if ss != []:
3          if x <= ss[0]:
4              return
5          else:
6              return
7      else:
8          return
```

실습 2

위의 재귀함수 insert0은 꼬리 재귀가 아니다. 꼬리재귀 형태로 다음 틀에 맞추어 변환하자.

```
1  def insert1(x,ss):
2      def loop(ss,left):
3          if ss != []:
4              if x <= ss[0]:
5                  return
6              else:
7                  return
8          else:
9              return
10     return loop(ss,[])
```

귀띔 1 : 여기서 loop의 둘째 파라미터 left는 x의 왼쪽에 붙일 리스트를 하나씩 아래 실행추적 사례의 밑줄 친 부분과 같이 모아간다.

귀띔 2 : x를 끼워 넣을 지점을 찾으면 left, x, ss 순으로 나열되게 리스트를 붙여서 내준다.

```
insert1(1,[2,4,5,7,8])
=> loop([2,4,5,7,8],[])
=> [] + [1] + [2,4,5,7,8] == [1, 2, 4, 5, 7, 8]

insert1(6,[2,4,5,7,8])
=> loop([2,4,5,7,8],[])
=> loop([4,5,7,8],[2])
=> loop([5,7,8],[2,4])
=> loop([7,8],[2,4,5])
=> [2,4,5] + [6] + [7,8] == [2, 4, 5, 6, 7, 8]

insert1(9,[])
=> loop([],[])
=> [9]
```

실습 3

꼬리 재귀함수 insert1을 다음 틀에 맞추어 while 반복문 버전으로 바꾸어 짜보자.

```
1  def insert(x,ss):
2      left = nil
3      while ss != []:
4          if x <= ss[0]:
5              return
6          else:
7              ss, left =
8      return
```

삽입정렬 구현

이제 insert 함수를 완성하였으므로 앞에서 작성해 둔 다음 삽입정렬 재귀함수 isort0이 작동한다.

```
1  def isort0(s):
2      if s != []:
3          return insert(s[0],isort0(s[1:])
4      else:
5          return []
```

간단한 예제를 가지고 실행추적해보면 다음과 같았다.

```
isort0([3,5,4,2])
=> insert(3,isort0([5,4,2]))
=> insert(3,insert(5,isort0([4,2])))
=> insert(3,insert(5,insert(4,isort0([2]))))
=> insert(3,insert(5,insert(4,insert(2,isort0([])))))
=> insert(3,insert(5,insert(4,insert(2,[]))))
=> insert(3,insert(5,insert(4,[2])))
=> insert(3,insert(5,[2,4]))
=> insert(3,[2,4,5])
=> [2,3,4,5]
```

실습 4

이 isort0 재귀함수를 아래 틀에 맞추어 꼬리재귀 함수로 만들자. 꼬리 재귀 형태로 바꾸기 위해서는 재귀 호출 함수에 추가 파라미터를 두어 재귀호출하면서 바로 삽입해서 가지고 다니는 방법을 쓰면 된다.

```
1  def isort1(s):
2      def loop(s,ss):
3          if s != []:
4              return
5          else:
6              return
7      return loop(s,[])
```

같은 예제를 가지고 실행추적하면 다음과 같이 실행될 것이다.

```
isort1([3,5,4,2])
=> loop([3,5,4,2],[])
=> loop([5,4,2],insert(3,[])) => loop([5,4,2],[3])
=> loop([4,2],insert(5,[3])) => loop([4,2],[3,5])
=> loop([2],insert(4,[3,5])) => loop([2],[3,4,5])
=> loop([],insert(2,[3,4,5])) => loop([],[2,3,4,5])
=> [2,3,4,5]
```

실습 5

꼬리 재귀함수 isort1을 while 반복문 버전으로 짜보자.

```
1 def isort(s) :
2     ss = []
3     while s != []:
4         s, ss =
5     return
```

실습 6

isort 함수를 for 반복문 버전으로 바꾸어 짜보자.

4. 합병정렬 Merge Sort

알고리즘

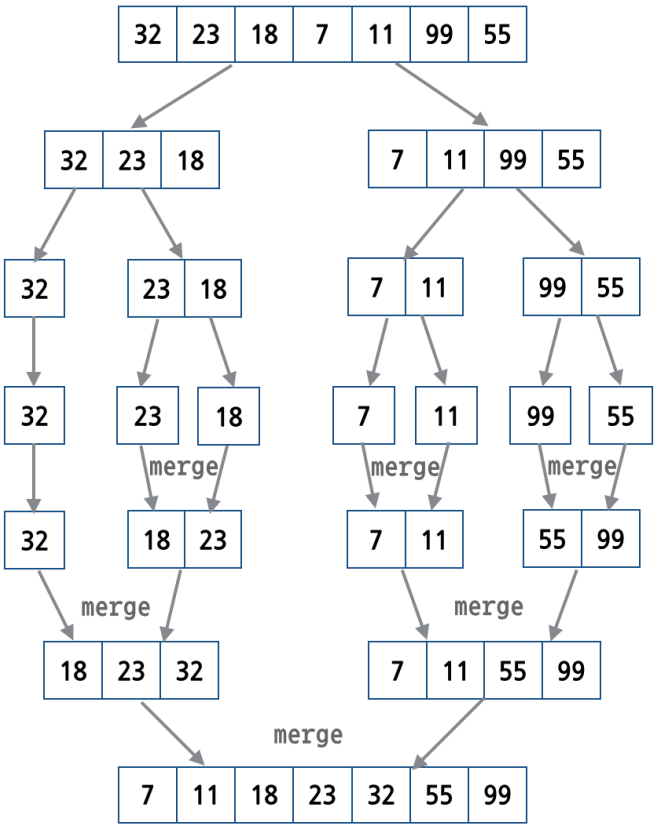
정수 리스트 s를 정렬하려면,

- len(s) > 1, s를 반으로 쪼개서, 따로 재귀로 정렬을 완료하고, 두 정렬된 리스트를 앞에서부터 차례로 훑어가며 가장 작은 수를 먼저 선택하는 방식으로 하나로 합병(merge)한다.
- len(s) <= 1, 정렬할 필요가 없으므로 그대로 내준다.

예를 들어, [32,55,18,7,11,99,23]을 합병정렬 알고리즘으로 정렬하면 다음의 절차를 거친다.

- [32,55,18]과 [7,11,99,23]으로 반으로 쪼개서, 각각 합병정렬한다.
- 정렬된 두 리스트 [18,32,55]와 [7,11,23,99]를 앞에서부터 차례로 훑어 가며 가장 작은 수를 먼저 선택하는 방식으로 하나로 합병하여 [7,11,18,23,32,55,99]를 내준다.

이 합병정렬 과정을 도식화하면 다음과 같다.



구현

이 합병정렬 알고리즘을 재귀함수로 짜면 다음과 같다.

```
1  def msort(s):
2      if len(s) > 1:
3          mid = len(s) // 2
4          return merge(msort(s[:mid]),msort(s[mid:]))
5      else:
6          return s
```

이제 두 정렬된 리스트를 합치는 merge 함수를 설계해보자.

- 두 리스트 모두 정렬되어 있으므로, 각 리스트의 맨 앞에 있는 두 수 중에서 작은 수를 하나 빼내어 정렬된 리스트를 만들어나간다.
- 이 과정을 두 리스트 중에서 하나가 소진될 때까지 계속 반복한다.
- 둘 중에 하나가 소진되면 나머지를 정렬된 리스트 뒤에 붙인다.

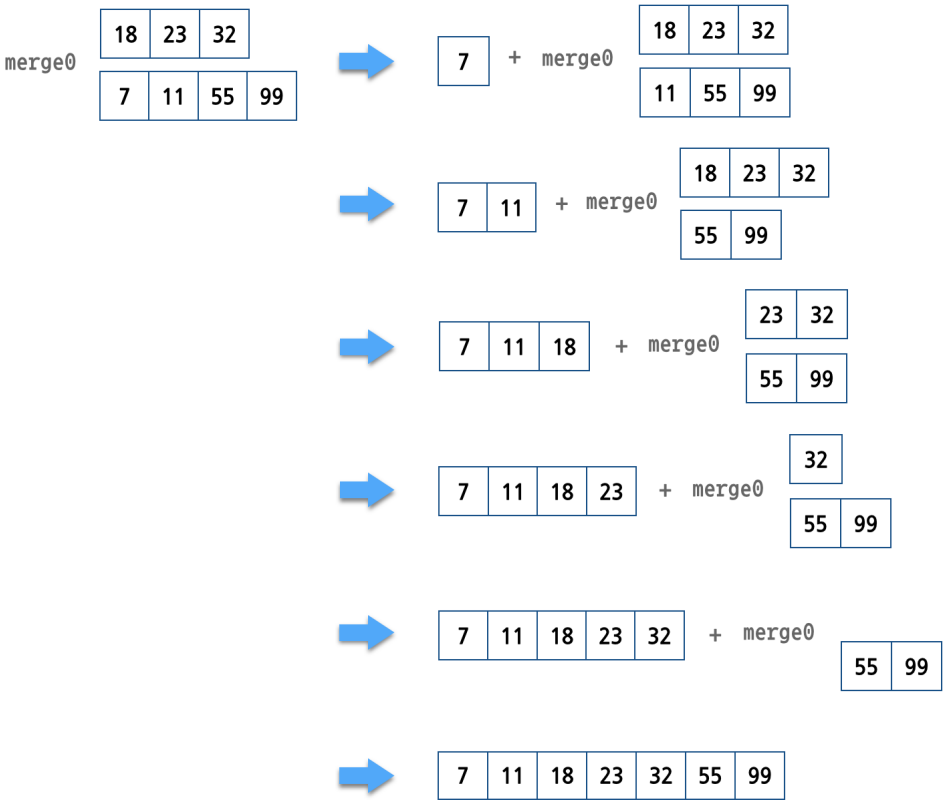
이제 두 정렬된 리스트 left와 right를 합치는 재귀함수 merge0 함수를 먼저 짜보자. **반복조건**을 먼저 생각해보자.

left와 right 양쪽에 최소한 원소가 하나 있음
= left도 비어있지 않고 right도 비어있지 않음
= left != [] and right != []
= not (left == []) and not (right == [])
= not (left == [] or right == [])

다음은 merge0 재귀 함수이다.

```
1  def merge0(left,right):
2      if not (left == [] or right == []):
3          if left[0] <= right[0]:
4              return [left[0]] + merge0(left[1:],right)
5          else:
6              return [right[0]] + merge0(left,right[1:])
7      else:
8          return left + right
```

이 함수를 위의 마지막 합병 사례를 가지고 실행추적해보면 다음과 같다.



실습 7

위의 재귀함수를 꼬리 재귀로 다음 틀에 맞추어 변환하자.

```
1  def merge1(left,right):
2      def loop(left,right,ss):
3          if not (left == [] or right == []):
4              if left[0] <= right[0]:
5                  ss.append(  )
6                  return
7              else:
8                  ss.append(  )
9                  return
10         else:
11             return
12     return loop(left,right,[])
```

실습 8

위의 꼬리 재귀 함수를 다음 틀에 맞추어 while 반복문으로변환하자.

```
1  def merge(left,right):
2      ss = []
3      while not (left == [] or right == []):
4          if left[0] <= right[0]:
5              ss.append(  )
6
7          else:
8              ss.append(  )
9
10     return
```

5. 퀵정렬 Quicksort

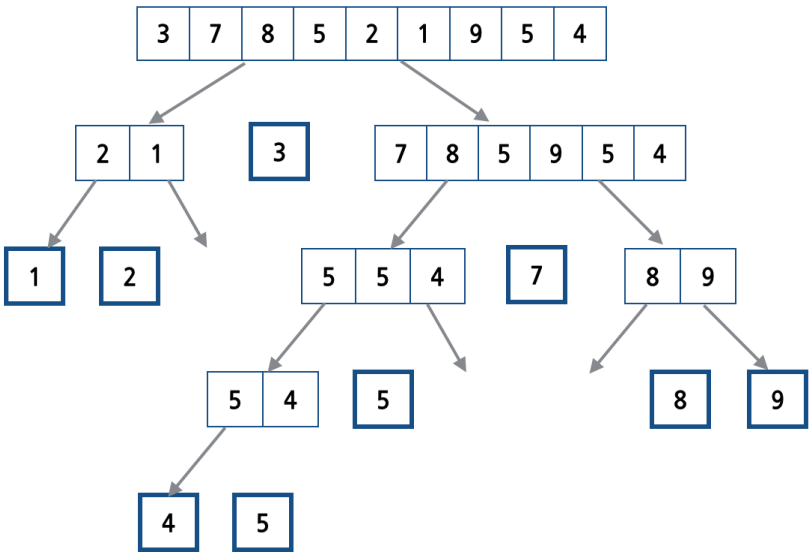
알고리즘

퀵 정렬은 영국의 유명한 컴퓨터과학자 C.A.R. Hoare가 60년대에 고안한 정렬 알고리즘이다. 이 알고리즘은 합병정렬과 비슷하나 대상 리스트를 무조건 반으로 쪼개는 대신 피봇(pivot)이라고 하는 기준값을 선택하고 기준값보다 작은 값만 들어 있는 리스트와 큰 값만 들어 있는 리스트로 나눈 수, 재귀적으로 정렬한다. 합병정렬은 무조건 반으로 나누어 재귀적으로 정렬하므로 추후에 합병 절차가 필요하지만, 퀵정렬은 피봇 값을 중심으로 작은 값과 큰 값을 따로 끼리끼리 나누는 수고를 미리 하고 재귀적으로 정렬하므로 뒤에 합병할 필요가 없다.

정수 리스트 s를 퀵정렬하는 함수 qsort는 다음과 같이 짠다.

- `len(s) > 1`,
  - 기준으로 사용할 피봇값 pivot을 하나 고른다. 편의상 맨 앞에 있는 수를 고르기로 한다. (사실 피봇값을 잘 골라서 리스트가 항상 반으로 쪼개지는 경우, 퀵정렬의 성능이 가장 좋으므로 피봇값을 고르는 작업은 사실 중요하다.)
  - pivot을 기준으로 작은 작은 수는 왼쪽 리스트에, 큰 수는 오른쪽 리스트로 옮긴다.
  - 왼쪽 리스트와 오른쪽 리스트를 각각 재귀로 정렬하고, 가운데에 pivot 값을 끼운다.
- `len(s) <= 1`, 정렬할 필요가 없으므로 그대로 내줌

예를 들어, [3,7,8,5,2,1,9,5,4]를 퀵정렬하면 다음 그림과 같은 절차를 정렬한다.



다음 프로그램은 이 전략을 그대로 적용하여 재귀함수로 작성한 qsort 함수이다.

```
1  def qsort(s):
2      if len(s) > 1:
3          pivot = s[0]
4          (left, right) = partition(pivot,s[1:])
5          return qsort(left) + [pivot] + qsort(right)
6      else:
7          return s
```

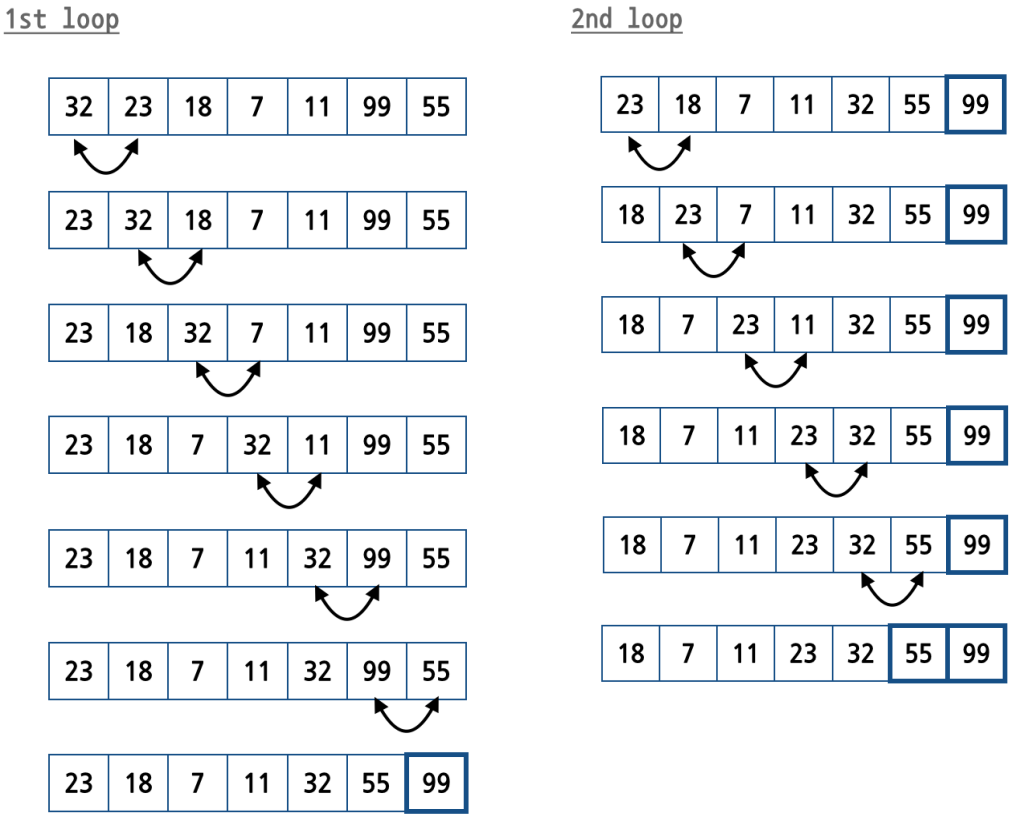
피봇값을 중심으로 리스트를 나누는 작업은 함수 partition을 만들어 하게 한다. partition 함수는 피봇값 pivot과 리스트 s를 인수로 받아서, pivot을 중심으로 작은 수가 들어있는 리스트와 큰수가 들어있는 리스트를 튜플로 내준다. 위에서는 이를 각각 left와 right 변수로 지정하였다.

partition 함수는 다음과 같이 for 반복문을 사용하여 간단히 작성할 수 있다.

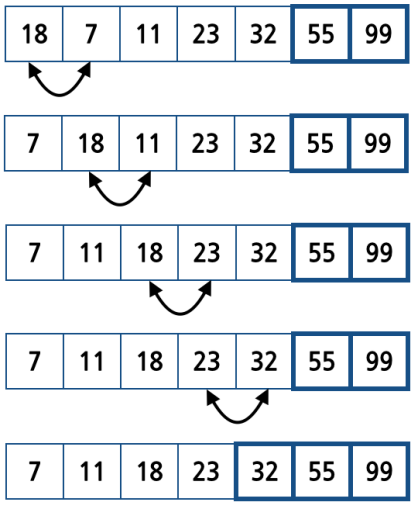
```
1 def partition(pivot,s):
2     left, right = [], []
3     for x in s:
4         if x <= pivot:
5             left.append(x)
6         else:
7             right.append(x)
8     return left, right
```

6. 버블정렬 Bubble sort

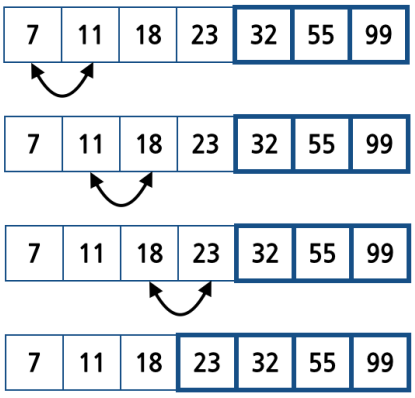
버블정렬은 리스트에서 안접한 두 수를 비교하여 순서가 뒤바뀐 경우 이를 교환하여 정렬하는 방법이다. 아래의 사례를 따라가보면 어떻게 정렬하는지 감이 잡힐 것이다.



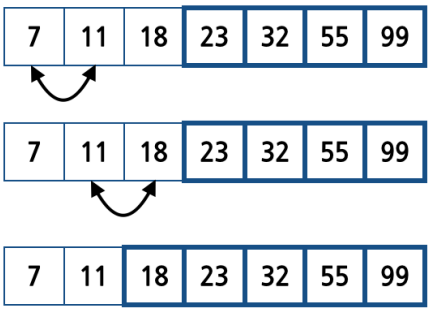
3rd loop



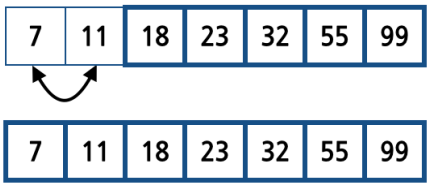
4th loop



5th loop



6th loop



버블정렬을 잘 살펴보면 리스트 내부에서 수의 교환이 이루어진다. 따라서 추가공간이 전혀 필요없다. 이와 같이 추가공간을 사용하지 않고 자체적으로 값을 교환하여 정렬하는 것을 **제자리정렬**in-place sort이라고 한다. 버블정렬을 제외하고 지금까지 공부한 정렬은 모두 제자리정렬이 아니었다.

실습 9

for 반복문만 사용하여 추가공간을 전혀 사용하지 않고 수의 교환만으로 정렬을 완성하는 버블정렬 함수를 다음 틀에 맞추어 완성하시오.

```
1  def bsort(s):
2      for k in range(    ):
3          for i in range(     ):
4              if s[i] > s[i+1]:
5                  s[i], s[i+1] = s[i+1], s[i]
6      return s
```

이 실습문제를 풀기 위해서 일단 정수범위를 이해해야 한다. 정수범위를 공부하고 다시 실습문제로 돌아오자.

정수범위

정수범위range는 정수가 일정 간격으로 나열된 순서열이며 다음과 같이 표현한다. 순서열에 공통적으로 사용하는 연산을 모두 사용할 수 있다 (3쪽 표 참조).

range(n)은 정수 0부터 n-1까지의 간격 1의 정수범위 순서열을 나타낸다. 즉, range(5)은 0, 1, 2, 3, 4 순서열을 나타낸다.

```
>>> r = range(5)
>>> r
range(0, 5)
>>> r[1]
1
>>> r[-1]
4
>>> r[1:4]
range(1, 4)
>>> r[:]
range(0, 5)
```

다음 코드를 이해하고 실행하여 이해한 대로 결과가 나타나는지 확인하자.

```
1 for i in range(5):
2     print(i)
```

range(m,n)은 정수 m부터 n-1까지의 간격 1의 정수범위 순서열을 나타낸다. 즉, range(3,10)은 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 순서열을 나타낸다.

```
>>> r = range(3,10)
>>> r
range(3, 10)
>>> r[1]
4
>>> r[1:4]
range(4, 7)
```

다음 코드를 이해하고 실행하여 이해한 대로 결과가 나타나는지 확인하자.

```
1 for i in range(3,10):
2     print(i)
```

정수범위 시퀀스의 간격을 1이 아닌 정수로 지정하려면 셋째 인수를 추가한다. 즉, range(m,n,k)는 정수 m부터 n-1까지의 간격 k의 정수범위 순서열을 나타낸다. range(3,11,2)은 3, 5, 7, 9를 나타내고, range(10,3,-1)은 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4를 나타낸다.

```
>>> r = range(3,11,2)
>>> r[2]
7
>>> r[2:5]
range(7, 11, 2)
>>> s = range(10,3,-1)
```

```
>>> s[4]
6
>>> s[4:6]
range(6, 4, -1)
```

다음 코드를 이해하고 실행하여 이해한 대로 결과가 나타나는지 확인하자.

```
1 for i in range(10,3,-3):
2     for j in range(3,11,3):
3         print(i,j)
```

이제 정수범위를 이해했으면 위의 버블정렬로 돌아가서 코드를 완성해보자.

7. 도전 문제 (문제당 보너스 2점)

4절에서 공부한 합병정렬과 5절에서 공부한 퀵정렬 함수는 실행추적 그림에서 볼 수 있듯이 파티션을 하면서 리스트를 새로 만들고, 합병하면서도 리스트를 새로 만든다. 상당한 양의 추가 공간이 필요하다. (얼마나 추가로 공간이 필요한지 추정할 수 있겠는지 생각해보기 바란다.)

다행히도 이 두 정렬 알고리즘은 추가 공간을 사용하지 않고 버블정렬과 같이 값의 위치만 바꾸면서 제자리 정렬할 수도 있다. 제자리 정렬하는 합병정렬 함수와 퀵정렬 함수를 각각 만들어보자.

초보자에게는 어려운 문제이니 알고리즘 책을 찾아서 알고리즘을 먼저 공부하는 걸 권장합니다.