



توجه: فقط سوالات قرمز رنگ را تحویل دهید. مابقی برای تمرین بیشتر بوده و تحویل آن‌ها نمره بیشتر ندارد.

**سوال ۱)** اگر تبدیل لاپلاس سیگنال‌های  $x(t) = e^{-5t}u(t-1)$  و  $y(t) = Ae^{-5t}u(-t-t_0)$  برابر باشد، مقادیر  $t_0$  و  $A$  را محاسبه نمایید؟

**سوال ۲)** برای سیستم LTI و علی S با پاسخ ضربه  $h(t)$ ، ورودی  $x(t)$  و خروجی  $y(t)$  از طریق یک معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت به صورت زیر به هم مربوط می‌شوند ( $\alpha$  حقیقی است):

$$\frac{d^3y}{dt^3} + (1+\alpha)\frac{d^2y}{dt^2} + (\alpha+1)\frac{dy}{dt} + \alpha^2y = x$$

به ازای چه مقادیری از  $\alpha$  سیستم S قطعاً پایدار است؟

**سوال ۳)** تبدیل لاپلاس و ناحیه همگرایی سیگنال  $x(t) = |t|e^{-2|t|}$  را محاسبه نمایید؟

**سوال ۴)** سیگنال  $y(t)$  را در نظر بگیرید که به صورت زیر به دو سیگنال  $x_1(t)$  و  $x_2(t)$  مرتبط می‌شود:

$$y(t) = x_1(t-2) + x_2^*(-t+3)$$

تبدیل لاپلاس  $y(t)$  را بیابید؟

**سوال ۵)** اگر تبدیل لاپلاس سیگنال  $x(t)$  را با  $X(s)$  نمایش دهیم، آنگاه تبدیل لاپلاس سیگنال  $y(t) = \sin(t)x(t)$  را محاسبه نمایید؟

**سوال ۶)** رابطه ورودی-خروجی یک سیستم LTI و علی توسط معادله دیفرانسیل زیر توصیف می‌گردد:

$$\frac{d^2y}{dt^2} - 2\frac{dy}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} + 4\frac{dx}{dt} + 3x$$

معکوس این سیستم را از نظر پایداری و علی بودن بررسی نمایید.

**سوال ۷)** معکوس تبدیل لاپلاس  $X(s) = \frac{s^2-2}{s^4+4}$  را محاسبه نمایید.

**سوال ۸)** ورودی  $x(t) = \begin{cases} 4, & t > 0 \\ 1, & t < 0 \end{cases}$  به یک سیستم LTI پایدار با تابع تبدیل  $H(s) = \frac{s}{s^2-1}$  وارد می‌گردد، خروجی این سیستم را بیابید؟

**سوال ۹)** سیگنال  $y(t) = e^{-2t}u(t)$  خروجی یک سیستم علی است که تابع سیستم آن به صورت

$$H(s) = \frac{s-1}{s+1}$$

است. اگر بدانیم  $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| dt < \infty$ ، آنگاه  $x(t)$  کدام است؟

سوال ۱۰) یک سیستم LTI و علی با پاسخ ضربه  $h(t)$  دارای خواص زیر است:

۱- پاسخ سیستم به ورودی  $e^{2t}$  به صورت  $\frac{1}{6}e^{2t}$  است.

۲- پاسخ ضربه در معادله دیفرانسیل زیر صدق می کند:

$$\frac{dh(t)}{dt} + 2h(t) = e^{-4t}u(t) + bu(t)$$

تابع تبدیل  $H(s)$  این سیستم کدام است؟

---

سوال ۱۱) پاسخ پله یک سیستم پایدار LTI به شکل  $s(t) = (1 - e^{-t} - te^{-t})u(t)$  است. برای یک ورودی معین

$x(t)$ ، خروجی به صورت  $y(t) = (2 - 3e^{-t} + e^{-3t})u(t)$  گزارش شده است.  $x(t)$  کدام است؟

---

سوال ۱۲) تابع سیستم یک سیستم زمان پیوسته LTI و علی به صورت  $H(s) = \frac{s^2 + \alpha s + 1}{s^2 + 3s + 5}$  داده شده است. اگر به ازای

ورودی  $x(t) = e^{2t}$ ، خروجی این سیستم برابر  $y(t) = \frac{3}{5}e^{2t}$  باشد، مقدار  $\alpha$  چقدر است؟

---

موفق باشید.