



سبکتک

پاسخ تکلیف سری اول درس اقتصاد و مدیریت صنعتی

سؤال (۴)

- بررسی ناسازگاری ماتریس:

$$a_{13} \times a_{32} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \neq a_{12} = \frac{1}{3}$$

پس ماتریس مقایسات زوجی ناسازگار است.

- تعیین وزن معیارها با استفاده از روش بردار ویژه:

$$\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ 3 & 1-\lambda & 3 \\ 2 & \frac{1}{3} & 1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)^3 - 3(1-\lambda) + \frac{5}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda_{max} = 3.0356$$

$$(A - \lambda_{max} I)W = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} -2.0536 & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ 3 & -2.0536 & 3 \\ 2 & \frac{1}{3} & -2.0536 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = 0$$

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

تشکیل دستگاه معادلات (۴ معادله - ۳ مجهول):

$$-2.0536w_1 + \frac{1}{3}w_2 + \frac{1}{2}w_3 = 0$$

$$3w_1 - 2.0536w_2 + 3w_3 = 0$$

$$2w_1 + \frac{1}{3}w_2 - 2.0536w_3 = 0$$

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$



حل دستگاه معادلات :

با استفاده از آخرین معادله داریم:

$$w_1 = 1 - w_2 - w_3$$

بر این اساس w_1 را در دو معادله از سه معادله دیگر جایگذاری کرده تا مقادیر w_2 و w_3 محاسبه شود. با استفاده از معادلات دوم و سوم داریم:

$$3(1 - w_2 - w_3) - 2.0536w_2 + 3w_3 = 0$$

$$2(1 - w_2 - w_3) + \frac{1}{3}w_2 - 2.0536w_3 = 0$$

با حل این دو معادله، مقادیر w_2 و w_3 برابر است با :

$$w_3 = 0.2493 \quad w_2 = 0.5936$$

و بنابراین :

$$w_1 = 1 - w_2 - w_3 = 1 - 0.5936 - 0.2493 = 0.1571$$

• محاسبه نسبت ناسازگاری:

$$II = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} = \frac{3.0356 - 3}{3 - 1} = 0.0178$$

شاخص ناسازگاری تصادفی با استفاده از جدول و به ازای $n = 3$ برابر است با : $IRI = 0.58$

بنابراین نسبت ناسازگاری به صورت زیر حاصل می شود:

$$IR = \frac{II}{IRI} = \frac{0.0178}{0.58} = 0.03$$

مقدار نسبت ناسازگاری کمتر از ۰/۱ است پس ناسازگاری ماتریس قابل قبول است.