

در نمایش ورودی کراچ ← minterm
maxterm

$$f_1(A, B, C) = AB + \bar{A}BC \rightarrow \text{sop form}$$

$$f_2(A, B, C) = (A+C) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C) \rightarrow \text{pos form}$$

$$f_3(A, B, C) = ABC + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{C}B\bar{A} \rightarrow \text{canonical sop}$$

نمایش تابع به صورت minterm : حاصل ضربی است که هر تغییر در یک متغیر آن متغیر را به در آن طرح شود

A	B	C	m_0 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	m_2 $\bar{A}B\bar{C}$	m_4 $AB\bar{C}$	f_3
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

مثال : حاصل ضربی تابع f_3 را رسم کنید

$$f_3 = m_0 + m_2 + m_4$$

$$f_3(A, B, C) = \sum m(0, 2, 4)$$

هر minterm زمانی یک است که اندیس آن با عدد ورودی بیان باشد ، ضابطه ورودی غیر از این باشد مقدار آن minterm صفری باشد (از این minterm از حاصل ضرب تمام ورودی ها (خود آنها یا متغیر آنها) به دست می آید

a	b	c	f	\bar{f}
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

$$\bar{a}\bar{b}\bar{c} = m_0 \leftarrow$$

$$\bar{a}\bar{b}c = m_1 \leftarrow$$

$$\bar{a}b\bar{c} = m_2 \leftarrow$$

$$\bar{a}bc = m_3 \leftarrow$$

$$a\bar{b}\bar{c} = m_4 \leftarrow$$

$$a\bar{b}c = m_5 \leftarrow$$

$$ab\bar{c} = m_6 \leftarrow$$

$$abc = m_7 \leftarrow$$

مثال : تابع f و متغیر آن را به حسب minterm ها بیان کنید

$$f(a, b, c) = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + abc$$

$$f(a, b, c) = m_0 + m_2 + m_7$$

$$= \sum m(0, 2, 7)$$

$$\bar{f}(a, b, c) = m_1 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6$$

$$= \sum m(1, 3, 4, 5, 6)$$

مثال : چرا به جای که توسط حاصل ضرب ایجاد می شوند minterm می گردند ؟

شال د تابع زیر ارب حسب minterm حاصل نمایند

$$f(a,b,c,d) = \underbrace{abcd}_{1111} + \underbrace{\bar{a}bcd}_{0111} + \underbrace{a\bar{c}bd}_{1011} + \underbrace{abc\bar{d}}_{1110}$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 m_{15} m_7 m_{11} m_{14}

$$abc(d+\bar{d}) = \underbrace{\bar{a}bcd}_{1011} + \underbrace{\bar{a}bc\bar{d}}_{1010}$$

\downarrow \downarrow
 m_{11} m_{10}

$$\Rightarrow f(a,b,c,d) = m_7 + m_{10} + m_{11} + m_{15} = \sum m(7, 10, 11, 15)$$

$$\bar{f}(a,b,c,d) = m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_8 + m_9 + m_{12} + m_{13} + m_{14}$$

$$f(a,b,c,d) + \bar{f}(a,b,c,d) = 1 = \sum_{i=0}^{2^n-1} m_i$$

maxterms : حاصل جمع است که در مقبره دردی، با هم آن قضایا را بران ظاهر شده.

a	b	c	$f(a,b,c)$	$(a+\bar{b}+\bar{c})$	$(\bar{a}+b+\bar{c})$	$(a+\bar{b}+\bar{c}) \cdot (\bar{a}+b+\bar{c})$
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

$$f(a,b,c) = \underbrace{(a+\bar{b}+\bar{c})}_{011} \cdot \underbrace{(\bar{a}+b+\bar{c})}_{101}$$

\downarrow \downarrow
 M_3 M_5

تعیین اندکس minterm ، maxterm عین یکدیگر است. در minterm مقبره هم در ابر هم جز و مقبره بدون هم 1 یا 0 اندکس
 در maxterm مقبره عکس است.

$$f(a,b,c) = M_3 \cdot M_5 = \prod M(3, 5)$$

مثال:

$$f(a,b,c) = (A+B+c) (\bar{A}+\bar{B}+c) (\bar{A}+\bar{B}+\bar{c}) = M_0 \cdot M_4 \cdot M_7$$

$$= \prod M(0, 4, 7)$$

$\begin{matrix} \dots & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ M_0 & M_4 & M_7 \end{matrix}$

نکته: در بیان سازی استاندارد از minterm ها به \pm های تابع کرم می بینیم دی در بیان سازی استاندارد از maxterm ها به \pm های تابع کرم می بینیم

a	b	f
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$f = m_1 + m_2 = M_0 \cdot M_3$$

$$f(a,b) = \bar{a}b + a\bar{b} = (a+b)(\bar{a}+\bar{b})$$

$$a\bar{a} + a\bar{b} + b\bar{a} + b\bar{b}$$

مثال:

$$f(a,b,c) = (a+b+\bar{c})(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c})(\bar{a}+b+\bar{c})(\bar{a}+\bar{b}+c)$$

$\begin{matrix} 001 & 011 & 101 & 111 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ M_1 & M_3 & M_5 & M_7 \end{matrix}$

مثال: تابع در دریا

رسم minterm ها

$$f(a,b,c) = \prod M(1, 3, 5, 7)$$

$$f(a,b,c) = m_1 + m_3 + m_5 + m_7$$

$$= \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + abc$$

$$\bar{f}(a,b,c) = \prod (0, 2, 4, 6)$$

$$\bar{f}(a,b,c) = \sum m(0, 2, 4, 6)$$

a	b	c	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$$M_i = \bar{m}_i$$

نکته:

$$m_1 = \bar{a}\bar{b}\bar{c}d$$

$$M_1 = a+b+c+d$$

$$(\bar{a}\bar{b}\bar{c}d) = a+b+c+d$$

مثال: حالت چهار متغیره از دریا کرم می بینیم

$$f + \bar{f} = 1 \Rightarrow \sum_{i=0}^{2^n-1} m_i = 1$$

$$f \cdot \bar{f} = 0 \Rightarrow \prod_{i=0}^{2^n-1} m_i = 0$$

التمتاج فرم کاردی

$$f(a,b,c) = ab + \bar{b}c$$

$$= ab(c + \bar{c}) + (a + \bar{a})\bar{b}c$$

$$= abc + ab\bar{c} + a\bar{b}c + \bar{a}\bar{b}c = \sum m(1, 5, 4, 7)$$

$$m_7 \quad m_4 \quad m_5 \quad m_1$$

مثال: تابع را به صورت sop استاندارد بیان کنید

$$f(a,b,c) = ab(b+c)$$

این تابع به فرم pos است و می توانیم

pos استاندارد بنویسیم

$$\begin{aligned} 1) \quad a &= (a+\bar{b})(a+b) \\ &\quad \downarrow \quad \quad \quad \rightarrow (a+b+\bar{c})(a+b+c) \\ &\quad (a+\bar{b}+\bar{c})(a+\bar{b}+c) \\ &\quad m_3 \quad \quad m_2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_3$$

$$2) \quad b = (a+b)(\bar{a}+\bar{b})$$

$$= (a+b+c)(a+b+\bar{c})(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c})(\bar{a}+\bar{b}+c) = M_0 \cdot M_1 \cdot M_5 \cdot M_3$$

$$3) \quad b+c = (a+b+c)(\bar{a}+b+c) = M_0 \cdot M_4$$

$$\Rightarrow ab(b+c) = M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_4 \cdot M_5$$

برای درک بهتر تبدیل درستی را از روی ضابطه تابع رسم کنیم سپس به بیان تابع را به حسب maxterm و minterm بیان می کنیم

$$XOR \quad a \oplus b = a\bar{b} + \bar{a}b = m_2 + m_1 = M_0 \cdot M_3$$

مثال: درستی را به روش دیگر نشان دهید

$$\begin{aligned} XNOR &= \overline{a \oplus b} = \overline{a\bar{b} + \bar{a}b} = ab + \bar{a}\bar{b} = m_3 + m_0 = M_1 \cdot M_2 \\ &= a \odot b \end{aligned}$$

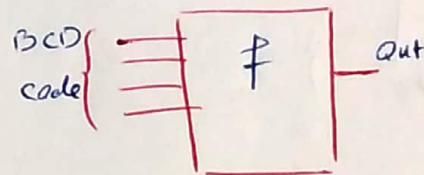
(درستی را به روش دیگر را درستی نشان دهید)

حالت های don't care

یعنی متابع خودی ترابع به ازای حالت های خاصی از ورودی برای ما اهمیتی ندارد. (منور و یا یک بدون آن برای ما مهم نیست)
مثلاً فرض کنید ترابع f مداری طراحی کنیم که ورودی آن یک عدد BCD است در این صورت همه کدهای چهار رقمی در ورودی ظاهر می شوند \rightarrow می توانیم به ازای کدهای ورودی نامعتبر، منور خودی را به صورت

a	b	c	d	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

don't care



don't care

نکته: معمولاً وضعیت don't care ها برای تعیین می شود که بیاد سازی ترابع ساده تر باشد.
مثال: صیرل درستی تابع f دارد. پس است، این تابع و می توانیم آن را به فرم های استاندارد بیان نماییم.

a	b	c	f	\bar{f}
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	d	d
1	1	0	d	d
1	1	1	d	d

$$f(a,b,c) = \sum m(0,3,4) + d(5,6,7)$$

$$f(a,b,c) = \prod M(1,2) \cdot D(5,6,7)$$

$$\bar{f}(a,b,c) = \sum m(1,2) + d(5,6,7)$$

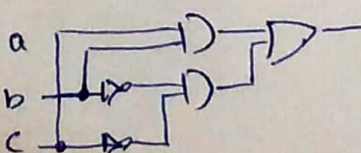
$$\bar{f}(a,b,c) = \prod M(0,3,4) \cdot D(5,6,7)$$

می توانیم don't care ها را به برای تعیین می کنیم که بیاد سازی تابع ساده تر شود.

$$f(a,b,c) = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + d(\bar{a}\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c} + abc)$$

$$= \bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + d(\bar{a}\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c} + abc) = \bar{b}\bar{c} + bc$$

$$bc(a + \bar{a}) = bc$$



در فصل بعدی روش ساده ای برای تعیین وضعیت d های میزنیم.
Exclusive NOR