بسمه تعالی

هوش مصنوعی

عاملین منطقی – ۳

نیمسال اول ۱۴۰۴-۱۴۰۳

دکتر مازیار پالهنگ

آزمایشگاه هوش مصنوعی

دانشکدهٔ مهندسی برق و کامپیوتر

دانشگاه صنعتی اصفهان

یاد آوری

- عامل دانش- مبنا
- منطق، ایجاب کردن
- دنیای دیو، اکتشاف در دنیای دیو
- مدلها
- استنتاج: یکی از دو وظیفه
  - موثق، کامل
- منطق گزاره ای
- استنتاج با جدول درستی

هم ارزی منطقی

- دو جملهٔ هم ارز منطقی هستند اگر و تنها اگر در مدلهای یکسانی درست باشند
- $\alpha \equiv ß$ iff $\alpha \models \beta$ and $\beta \models \alpha$

$$
\begin{array}{rcll}
(\alpha \wedge \beta) & \equiv & (\beta \wedge \alpha) & \text{commutativity of } \wedge \\
(\alpha \vee \beta) & \equiv & (\beta \vee \alpha) & \text{commutativity of } \vee \\
((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) & \equiv & (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)) & \text{associativity of } \wedge \\
((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) & \equiv & (\alpha \vee (\beta \vee \gamma)) & \text{associativity of } \vee \\
\neg(\neg\alpha) & \equiv & \alpha & \text{double-negation elimination} \\
(\alpha \Rightarrow \beta) & \equiv & (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) & \text{contraposition} \\
(\alpha \Rightarrow \beta) & \equiv & (\neg\alpha \vee \beta) & \text{implication elimination} \\
(\alpha \Leftrightarrow \beta) & \equiv & ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)) & \text{biconditional elimination} \\
\neg(\alpha \wedge \beta) & \equiv & (\neg\alpha \vee \neg\beta) & \text{de Morgan} \\
\neg(\alpha \vee \beta) & \equiv & (\neg\alpha \wedge \neg\beta) & \text{de Morgan} \\
(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) & \equiv & ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)) & \text{distributivity of } \wedge \text{ over } \vee \\
(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) & \equiv & ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)) & \text{distributivity of } \vee \text{ over } \wedge
\end{array}
$$

اعتبار و قابل ارضا بودن

- یک جمله **معتبر** است اگر در همهٔ مدلها درست باشد
e.g.، *True*، $A \vee \neg A$، $A \Rightarrow A$، $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

- استنتاج و اعتبار بصورت زیر به یکدیگر مرتبط هستند (قضیهٔ قیاس deduction theorm):
$KB \models \alpha$ if and only if ($KB \Rightarrow \alpha$) معتبر باشد

- یک جمله **قابل ارضا** است اگر در مدلی درست باشد
  - e.g.، $A \vee B$، C
- یک جمله **غیر قابل ارضا** است اگر در هیچ مدلی درست نباشد
e.g.، $A \wedge \neg A$
- قابل ارضا بودن و استنتاج بصورت زیر به یکدیگر مرتبط هستند:
$KB \models \alpha$ if and only if ($KB \wedge \neg \alpha$) قابل ارضا نباشد

- مسئلهٔ قابل ارضا بودن یک جمله در منطق گزاره ای، به مسئلهٔ SAT معروف است.

قوانین استنتاج

- قانون انتزاع Modus Ponens:

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \qquad \alpha}{\beta}$$

- حذف و:

$$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha}.$$

- همهٔ هم ارزیهای منطقی

$$\frac{\alpha \Leftrightarrow \beta}{(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)}$$

$$\frac{(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)}{\alpha \Leftrightarrow \beta}.$$

مثال برای دنیای دیو

- نشان دادن $\neg P_{1,2}$
- قوانین تا کنون:

$$R_1: \quad \neg P_{1,1}$$

$$R_2: \quad B_{1,1} \quad \Leftrightarrow \quad (P_{1,2} \vee P_{2,1})\,.$$
$$R_3: \quad B_{2,1} \quad \Leftrightarrow \quad (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1})\,.$$

$$R_4: \quad \neg B_{1,1}\,.$$
$$R_5: \quad B_{2,1}\,.$$

مثال برای دنیای دیو

- حذف دو شرطی به R_2

$$R_6: \quad (B_{1,1} \Rightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge ((P_{1,2} \vee P_{2,1}) \Rightarrow B_{1,1})\,.$$

- حذف و به R_6

$$R_7: \quad ((P_{1,2} \vee P_{2,1}) \Rightarrow B_{1,1})\,.$$

- هم ارزی

$$R_8: \quad (\neg B_{1,1} \Rightarrow \neg(P_{1,2} \vee P_{2,1}))\,.$$

$$R_4: \quad \neg B_{1,1}\,.$$

- قانون انتزاع R_8 و R_4

$$R_9: \quad \neg(P_{1,2} \vee P_{2,1})\,.$$

مثال برای دنیای دیو

- دمورگان

$$R_{10}: \quad \neg P_{1,2} \wedge \neg P_{2,1}\ .$$

- با حذف و

$$\neg P_{1,2}$$

جستجو برای استنتاج

- امکان استفاده از روشهای جستجوی کلاسیک برای یافتن دنبالۀ مراحلی که یک اثبات را شکل می دهند.
- با تعریف مسئله بصورت:
- **حالت اولیه**: پایگاه دانش اوّلیه
- **اعمال**: همۀ قوانین استنتاج به همۀ جملاتی که به نیمۀ بالائی قانون استنتاج منطبق می شوند.
- **نتیجه** Result: اضافه شدن جملۀ پائین قانون استنتاج
- **هدف**: حالتی که شامل جمله ای است که می خواهیم اثبات کنیم.

- کارآئی یافتن یک اثبات بهتر از روشهای جستجو،
- جملات بی ربط کمتر در نظر گرفته می شوند.
- خاصیت **یکنواختی** monotonicity:
- با اضافه شدن جملات به پایگاه دانش، جملات ایجاب شده فقط افزوده می شوند.
- در واقع چیزی که قبلاً ایجاب می شده حذف نمی شود.

$$\text{if} \quad KB \models \alpha \quad \text{then} \quad KB \wedge \beta \models \alpha\,.$$

- می دانیم قوانین استنتاج موثق هستند.
- ولی اگر قوانین استنتاج کافی نباشند باز نمی توان ایجاب یک جمله را چک نمود.
- بطور مثال اگر قانون حذف دو شرطی وجود نداشت درمثال قبل نمی شد $\neg P_{1,2}$ را نتیجه گرفت.
- قانون استنتاجی را معرفی می کنیم که کامل باشد.

تحلیل Resolution

- **لیترال**: جملهٔ اتمی یا نقیض جلمهٔ اتمی
- **کلاوز** Clause: فصل لیترالها
- **شکل عادی عطفی** -Conjuctive Normal Form) CNF): عطف کلاوزها

E.g., $(A \vee \neg B) \wedge (B \vee \neg C \vee \neg D)$

- قانون تحلیل تک Unit Resolution (حالت CNF)

$$\frac{\ell_1 \vee \cdots \vee \ell_k, \qquad m}{\ell_1 \vee \cdots \vee \ell_{i-1} \vee \ell_{i+1} \vee \cdots \vee \ell_k}$$

- که l_i و m لیترالهای مکمل هستند
- قانون تحلیل حالت کلی Resolution (حالت CNF)

$$\frac{\ell_1 \vee \cdots \vee \ell_k, \qquad m_1 \vee \cdots \vee m_n}{\ell_1 \vee \cdots \vee \ell_{i-1} \vee \ell_{i+1} \vee \cdots \vee \ell_k \vee m_1 \vee \cdots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \cdots \vee m_n}$$

- که l_i و m_j لیترالهای مکمل هستند.

- بطور مثال در دنیای دیو:

$$\frac{P_{1,1} \vee P_{3,1}, \qquad \neg P_{1,1} \vee \neg P_{2,2}}{P_{3,1} \vee \neg P_{2,2}} .$$

تبدیل به CNF

- حذف دوشرطی: جایگزینی $\alpha \Leftrightarrow \beta$ با $(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)$

$$(B_{1,1} \Rightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge ((P_{1,2} \vee P_{2,1}) \Rightarrow B_{1,1}) .$$

- حذف شرطی: جایگزینی $\alpha \Rightarrow \beta$ با $\neg\alpha \vee \beta$

$$(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge (\neg(P_{1,2} \vee P_{2,1}) \vee B_{1,1}) .$$

- بردن نقیض به داخل با استفاده از نقیض دوگانه و دمورگان:

$$\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha \quad \text{(double-negation elimination)}$$
$$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta) \quad \text{(De Morgan)}$$
$$\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta) \quad \text{(De Morgan)}$$

$$(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge ((\neg P_{1,2} \wedge \neg P_{2,1}) \vee B_{1,1}) .$$

- توزیع $\vee$ روی $\wedge$:

$$(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge (\neg P_{1,2} \vee B_{1,1}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee B_{1,1}) \,.$$

- اگر در کلاوزی از یک لیترال چند نسخه وجود داشت فقط یکی نگاه داشته می شود.
- به این عمل **فاکتورگیری** factoring گفته می شود.

الگوریتم Resolution

- اثبات با تناقض (برهان خلف)، نشان دهید که $KB \wedge \neg\alpha$ قابل ارضا نیست.

Figure 7.13

function PL-RESOLUTION(KB, α) **returns** *true* or *false*
  inputs: KB, the knowledge base, a sentence in propositional logic
    α, the query, a sentence in propositional logic

  clauses ← the set of clauses in the CNF representation of $KB \wedge \neg\alpha$
  new ← { }

    for each pair of clauses C_i, C_j **in** *clauses* **do**
      resolvents ← PL-RESOLVE(C_i, C_j)
      if *resolvents* contains the empty clause **then return** *true*
      new ← *new* ∪ *resolvents*
    if *new* ⊆ *clauses* **then return** *false*
    clauses ← *clauses* ∪ *new*

A simple resolution algorithm for propositional logic. PL-RESOLVE returns the set of all possible clauses obtained by resolving its two inputs.

خلاصه

- هم ارزیها
- قوانین استنتاج
- جستجو برای استنتاج
- قانون Resolution
- تبدیل جملات بصورتCNF

دانشگاه صنعتی اصفهان – مجموعهٔ تالارها

- دقت نمائید که پاورپوینت ابزاری جهت کمک به یک ارائهٔ شفاهی می باشد و **به هیچ وجه یک جزوهٔ درسی نیست** و شما را از خواندن مراجع درس بی نیاز نمی کند.
- لذا حتماً مراجع اصلی درس را مطالعه نمائید.
- در تهیهٔ اسلایدها از سایت کتاب استفاده شده است.