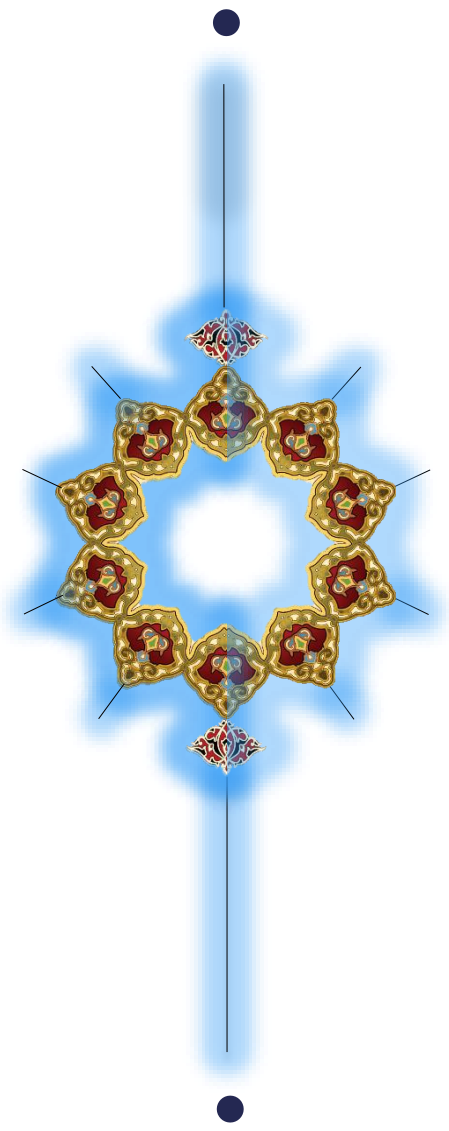


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ





اقتصاد و مدیریت صنعتی

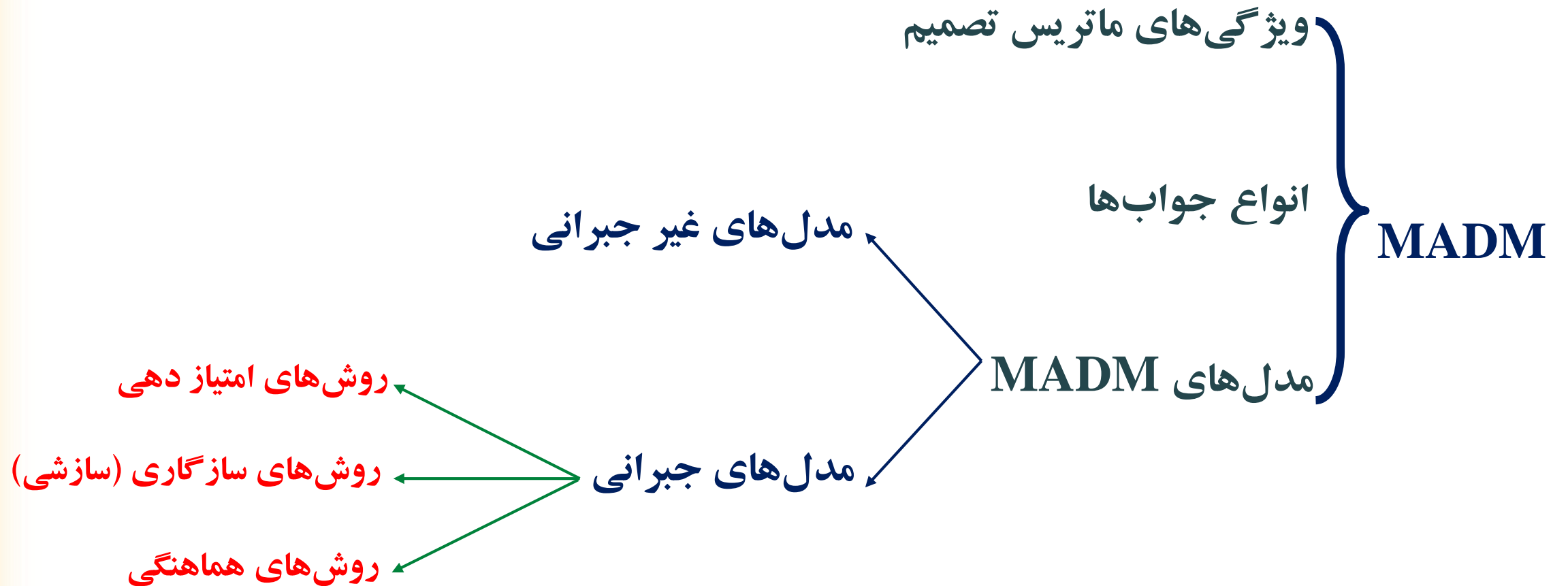
تجزیه و تحلیل تصمیم‌گیری

مدل‌های جبرانی

مدرس: زهره قاسمی



انواع مدل‌های تصمیم‌گیری با مشخصه‌های چندگانه





معرفی روش‌های امتیازدهی

- در مسائل **MADM** هر گزینه را می‌توان به صورت برداری از مولفه‌های مختلف (مشخصه‌ها) نمایش داد. هدف روش‌های امتیازدهی تبدیل بردار متناظر با هر گزینه به یک مقدار عددی است به گونه‌ای که هر چه این مقدار عددی بزرگتر باشد، مطلوب‌تر باشد.
- روش‌های امتیازدهی، روش‌های تابع ارزش (مطلوبیت) یا روش‌های کلاس آمریکایی نیز نامیده می‌شوند.
- مشهورترین روش‌هایی که در دسته روش‌های امتیازدهی قرار می‌گیرند عبارتند از:
 - جمع وزنی ساده (WS یا SAW)
 - ضرب وزنی (WP یا WPM)
 - فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی (AHP)
 - فرایند تحلیل شبکه‌ای (ANP)



۱- جمع وزنی ساده (Simple Additive Weighting)

- این روش یکی از ساده ترین و در عین حال مشهورترین و پرکاربردترین روش های تصمیم گیری چندمشرخصه ای محسوب می شود.
- از این روش به صورت مخفف، با SAW یا WS (Weighted Sum) نام برده می شود.

➤ داده های ورودی مورد نیاز روش:

۱) ماتریس تصمیم $([a_{ij}]_{M \times N})$ ۲) بردار وزن شاخص ها $w = (w_1, w_2, \dots, w_N)$

➤ گام های پیاده سازی روش:

گام ۱. استانداردسازی ماتریس تصمیم $([r_{ij}]_{M \times N})$

گام ۲. محاسبه امتیاز نهایی هر گزینه به صورت

گام ۳. مرتب سازی گزینه ها بر اساس امتیاز نهایی (به صورت نزولی)

تابع ارزش جمعی

$$S_i = \sum_{j=1}^N (w_j \times r_{ij})$$

امتیاز نهایی
گزینه i



۱- جمع وزنی ساده (مثال)

❖ مسئله انتخاب طرح سرمایه گذاری

وزن مشخصه ها با استفاده از روش آنتروپی به صورت زیر محاسبه شده است:

$$w_1 = 0.227 \quad w_2 = 0.607 \quad w_3 = 0.166$$

مشخصه طرح	سودآوری	ریسک	تناسب با مأموریت ها
A	۱۲۰,۰۰۰	۵	۵
B	۱۰۰,۰۰۰	۳	۵
C	۸۰,۰۰۰	۳	۷
D	۵۰,۰۰۰	۱	۹



مشخصه طرح	سودآوری	ریسک	تناسب با مأموریت ها
A	۱	۰	۰.۵۶
B	۰.۸۳	۰.۴	۰.۵۶
C	۰.۶۷	۰.۴	۰.۷۸
D	۰.۴۲	۰.۸	۱

■ گام ۱. محاسبه ماتریس تصمیم استاندارد

نرمال سازی با روش نرم خطی
یکسان سازی پس از نرمال سازی



۱- جمع وزنی ساده (مثال)

■ گام ۲ و ۳. محاسبه امتیاز نهایی هر گزینه و مرتب سازی گزینه ها بر اساس امتیاز نهایی

رتبه	امتیاز نهایی	مأموریت ها	ریسک	سودآوری	مشخصه طرح
۴	۰.۳۲۰	۰.۵۶	۰	۱	A
۲	۰.۵۲۵	۰.۵۶	۰.۴	۰.۸۳	B
۳	۰.۵۲۴	۰.۷۸	۰.۴	۰.۶۷	C
۱	۰.۷۴۷	۱	۰.۸	۰.۴۲	D

$$A \text{ گزینه } = \text{امتیاز نهایی} = (0,227 \times 1) + (0,607 \times 0) + (0,167 \times 0,56) = 0,320$$

$$B \text{ گزینه } = \text{امتیاز نهایی} = (0,227 \times 0,83) + (0,607 \times 0,4) + (0,167 \times 0,56) = 0,525$$

$$C \text{ گزینه } = \text{امتیاز نهایی} = (0,227 \times 0,67) + (0,607 \times 0,4) + (0,167 \times 0,78) = 0,524$$

$$D \text{ گزینه } = \text{امتیاز نهایی} = (0,227 \times 0,42) + (0,607 \times 0,8) + (0,167 \times 1) = 0,747$$



۱- جمع وزنی ساده

«فرضیات»

■ اصلی ترین فرضیات نهفته در روش جمع وزنی ساده عبارتند از:

(۱) **جمع‌پذیری مطلوبیت مشخصه‌ها:** با توجه به وجود تابع ارزش جمعی در این روش، فرض بر این است که ارزش (مطلوبیت) نهایی یک گزینه قابل تفکیک به ارزش آن گزینه در هر یک از مشخصه‌های مسئله می‌باشد.

(۲) **استقلال ترجیحات:** استقلال ترجیحات بدین معناست که مقادیر و آثار مشخصه‌ها می‌بایست مستقل از یکدیگر باشد. از آنجا که طبق فرض اول، ارزش‌های حاشیه‌ای مشخصه‌ها با یکدیگر جمع می‌شود، در صورتی که این مشخصه‌ها مستقل از یکدیگر نبوده و بین آن‌ها اثر تبادلی و تکمیلی برقرار باشد، این روش ممکن است نتایج گمراه کننده‌ای به همراه داشته باشد.

(۳) **تغییرات خطی مطلوبیت ترجیحات:** در این روش به صورت ضمنی فرض می‌شود که مطلوبیت (ارزش) یک واحد اضافی در یک مشخصه برای هر سطحی از آن مشخصه ثابت است. به عنوان مثال، طبق این فرض اضافه شدن ۱۰ مترمربع به مساحت یک خانه همواره مطلوبیت یکسانی خواهد داشت، خواه این مقدار به یک خانه ۱۰۰ مترمربعی اضافه شود یا به یک خانه ۱۰۰۰۰ مترمربعی.



۱- جمع وزنی ساده

«فرضیات (ادامه)»

(۴) **رویه کاملاً جبرانی:** با توجه به ساختار این روش، قوت یک گزینه در برخی مشخصه‌ها می‌تواند به راحتی ضعف آن گزینه را در برخی دیگر از مشخصه‌ها جبران کند. هر چند اکثر روش‌های مشهور تصمیم‌گیری چندمعیاره رویه‌ای جبرانی دارند، اما در این میان رویه جبرانی روش‌های مبتنی بر تئوری ارزش جمعی قوی‌تر است.

(۵) **وزن‌های تبادلی:** در این روش نرخ تبادل بین مشخصه‌ها ثابت فرض شده و وابسته به مقادیر وزن آن‌ها می‌باشد. از این رو، صرف‌نظر از این که وزن مشخصه‌ها چگونه بدست می‌آیند، آن‌ها باید قابل تفسیر به صورت مقادیر تبادلی بین معیارها باشند. یعنی اگر افزایش به اندازه Δ_i در مشخصه i با کاهش به اندازه Δ_j در مشخصه j جبران شود، پس باید:

$$\frac{w_i}{w_j} = \frac{\Delta_j}{\Delta_i}$$



۲- ضرب وزنی

(Weighted Product)

این روش مشابه روش جمع وزنی ساده است با دو تفاوت:

(۱) نیازی به بی مقیاس سازی ماتریس تصمیم نیست (به دلیل ساختار ضربی).

(۲) بجای میانگین حسابی موزون، از میانگین هندسی موزون برای محاسبه امتیاز گزینه ها استفاده می شود.

تابع ارزش ضربی

امتیاز نهایی
گزینه i

$$S_i = \prod_{j=1}^N a_{ij}^{w_j}$$

در این روش می توان وزن مشخصه های از نوع هزینه (منفی) را با علامت منفی در مدل وارد کرد تا نیازی به یکسان سازی مشخصه ها نباشد.

عدم نیاز به بی مقیاس سازی (تحلیل بدون بعد) و سادگی محاسبات، دو مزیت عمده روش ضرب وزنی به حساب می آید.

در صورتی که یک گزینه در یکی از مشخصه ها مقدار صفر داشته باشد، روش ضرب وزنی را نمی توان استفاده کرد.



۲- ضرب وزنی (مثال)

❖ مسئله انتخاب طرح سرمایه گذاری

$$w_3 = 0.167 \quad w_2 = 0.607 \quad w_1 = 0.227$$

رتبه	امتیاز نهایی
۴	۷/۰۱
۳	۹/۱۶
۲	۹/۲۲
۱	۱۶/۸۳

مشخصه طرح	سودآوری	ریسک	تناسب با مأموریت ها
A	۱۲۰,۰۰۰	۵	۵
B	۱۰۰,۰۰۰	۳	۵
C	۸۰,۰۰۰	۳	۷
D	۵۰,۰۰۰	۱	۹

$$A \text{ گزینه } = (۱۲۰۰۰۰ \times ۰.۲۲۷) \times (۵^{-۰.۶۰۷}) \times (۵^{۰.۱۶۷}) = ۷/۰۱$$

$$B \text{ گزینه } = (۱۰۰۰۰۰ \times ۰.۲۲۷) \times (۳^{-۰.۶۰۷}) \times (۵^{۰.۱۶۷}) = ۹/۱۶$$

$$C \text{ گزینه } = (۸۰۰۰۰ \times ۰.۲۲۷) \times (۳^{-۰.۶۰۷}) \times (۷^{۰.۱۶۷}) = ۹/۲۲$$

$$D \text{ گزینه } = (۵۰۰۰۰ \times ۰.۲۲۷) \times (۱^{-۰.۶۰۷}) \times (۹^{۰.۱۶۷}) = ۱۶/۸۳$$



۲- ضرب وزنی

شیوه دیگر بکارگیری روش

- روش ضرب وزنی را می توان به شیوه ای دیگر نیز بکار برد. در این شیوه بجای امتیازدهی مستقیم گزینه ها، امتیاز نسبی گزینه ها در مقایسه با هم به صورت زیر محاسبه می شود:

$$R(A_k/A_l) = \frac{S_k}{S_l} = \prod_{j=1}^N \left(\frac{a_{kj}}{a_{lj}} \right)^{w_j}$$

امتیاز نسبی گزینه k
نسبت به گزینه l

$$R(A_k/A_l) \begin{cases} > 1 & \text{گزینه } k \text{ برتر از گزینه } l \text{ است} \\ = 1 & \text{گزینه } k \text{ و } l \text{ ارزش یکسان دارند} \\ < 1 & \text{گزینه } l \text{ برتر از گزینه } k \text{ است} \end{cases}$$

- نتایج هر دو شیوه یکسان خواهد بود، اما مزیت استفاده از روش اخیر آن است که مقادیر عملکردی می تواند به صورت مقایسه ای از تصمیم گیرنده دریافت شود و نه به صورت مستقیم.
- به عنوان نمونه برای مثال اسلاید قبل داریم:

$$R(A/B) = \left(\frac{120000}{100000} \right)^{0.227} \times \left(\frac{5}{3} \right)^{-0.607} \times \left(\frac{5}{5} \right)^{0.167} = 0.765 < 1 \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} \text{گزینه } B \text{ برتر از} \\ \text{گزینه } A \text{ است} \end{array}$$



۲- ضرب وزنی

«فرضیات»

■ اصلی ترین فرضیات نهفته در روش ضرب وزنی ساده عبارتند از:

(۱) **ضرب پذیری مطلوبیت مشخصه‌ها.** در این روش مشابه روش SAW، فرض شده است که مطلوبیت (ارزش) نهایی یک گزینه قابل تفکیک به مطلوبیت آن گزینه در تک تک مشخصه‌ها می‌باشد، با این تفاوت که مطلوبیت نهایی از ضرب مطلوبیت‌های مشخصه‌ها در یکدیگر بدست می‌آید.

(۲) **استقلال ترجیحات.** مشابه روش SAW، در این روش نیز مشخصه‌های مسئله می‌بایست مستقل از یکدیگر باشند با این تفاوت که روش ضرب وزنی به دلیل فرم ضربی آن، نیازمند فرضیات کمتری در خصوص استقلال ترجیحات می‌باشد.

(۳) **تغییرات غیرخطی مطلوبیت ترجیحات.** در این روش، برخلاف روش SAW، فرض شده است که مطلوبیت یک واحد اضافی در یک مشخصه بستگی به سطوح مختلف آن مشخصه دارد و این مطلوبیت با افزایش سطح مشخصه کاهش می‌یابد. به عنوان مثال اضافه شدن ۱۰ مترمربع به مساحت یک خانه ۱۰۰ مترمربعی مطلوبیت بیشتری از اضافه شدن همین مقدار به خانه‌ای با مساحت ۱۰۰۰۰ مترمربع دارد.



۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

(Analytical Hierarchy Process)

- روش AHP یکی از رایج‌ترین روش‌ها در تصمیم‌گیری چندمعیاره می‌باشد که در سال ۱۹۸۰ توسط توماس ساعتی (T. Saaty) مطرح گردید.
- در مسائل پیچیده تصمیم‌گیری اغلب دو نوع ابهام وجود دارد: ابهام در درک مسئله و ابهام در سنجش به خاطر نسبی بودن مفاهیم.
- ساعتی در روش AHP برای کاهش ابهام در درک مسئله، تجزیه مسئله به صورت یک ساختار سلسله مراتبی و برای کاهش ابهام در سنجش مفاهیم نسبی، استفاده از مقایسات زوجی را پیشنهاد نمود.
- اصول زیربنایی روش AHP عبارتند از:
 - **اصل تجزیه:** لازم است مسئله را به اجزای کوچکتر آن تقسیم کرد.
 - **اصل قضاوت‌های مقایسه‌ای:** عوامل تشکیل دهنده مسئله با هم مقایسه می‌شوند و قضاوت‌های تصمیم‌گیرنده به صورت مقایسه‌ای دریافت می‌شود.
 - **اصل استخراج اهمیت‌های نسبی:** اهمیت نسبی هر یک از عوامل تشکیل دهنده مسئله از روی قضاوت‌های مقایسه‌ای محاسبه می‌شود و سپس از ادغام این مقادیر، وزن نهایی گزینه‌ها بدست می‌آید.



۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

گام های اجرا

چهار گام اصلی در روش AHP عبارتند از:

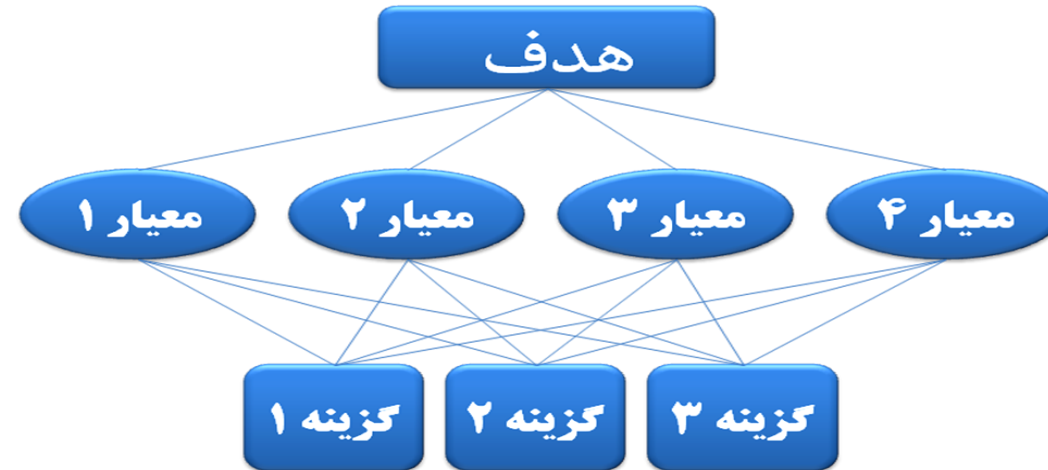
- گام ۱. ساخت سلسله مراتب.
- گام ۲. دریافت قضاوت های مقایسه ای.
- گام ۳. محاسبه وزن های نسبی و بررسی سازگاری.
- گام ۴. محاسبه امتیاز نهایی گزینه ها.



۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

گام ۱. ساخت سلسله مراتب

- تعریف سلسله مراتب به ساده سازی مسئله کمک کرده و درک بهتری از مسئله فراهم می آورد.
- سلسله مراتب مسئله یک ساختار چند سطحی است که در بالاترین سطح، هدف مسئله و در پایین ترین سطح، گزینه های مورد بررسی قرار می گیرد و بین این دو، سطح یا سطوح مربوط به معیارها و زیر معیارها واقع می شود.

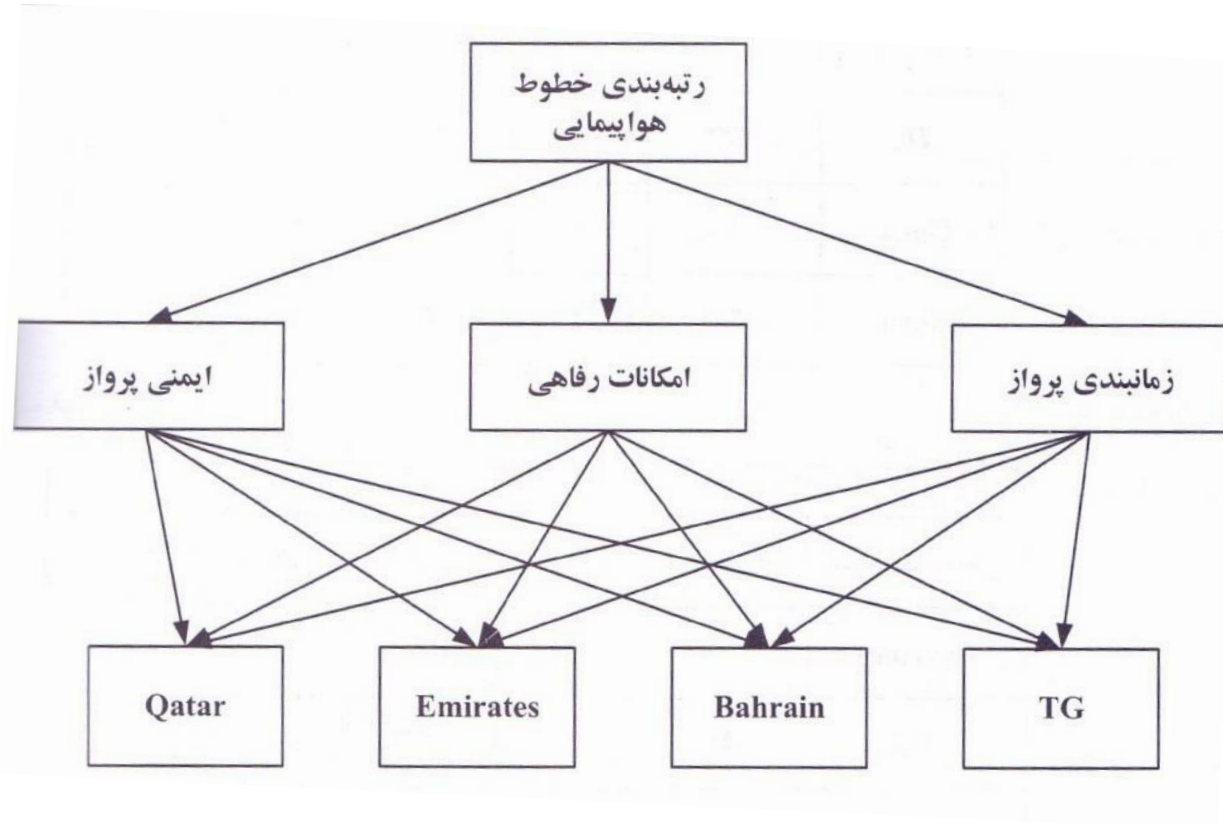


- هر مولفه در هر سطح با حداقل یک مولفه در سطح بالایی خود مرتبط است، اما مولفه ها در داخل یک سطح، با یکدیگر ارتباطی ندارند.

۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

گام ۱. ساخت سلسله مراتب (مثال ۱)

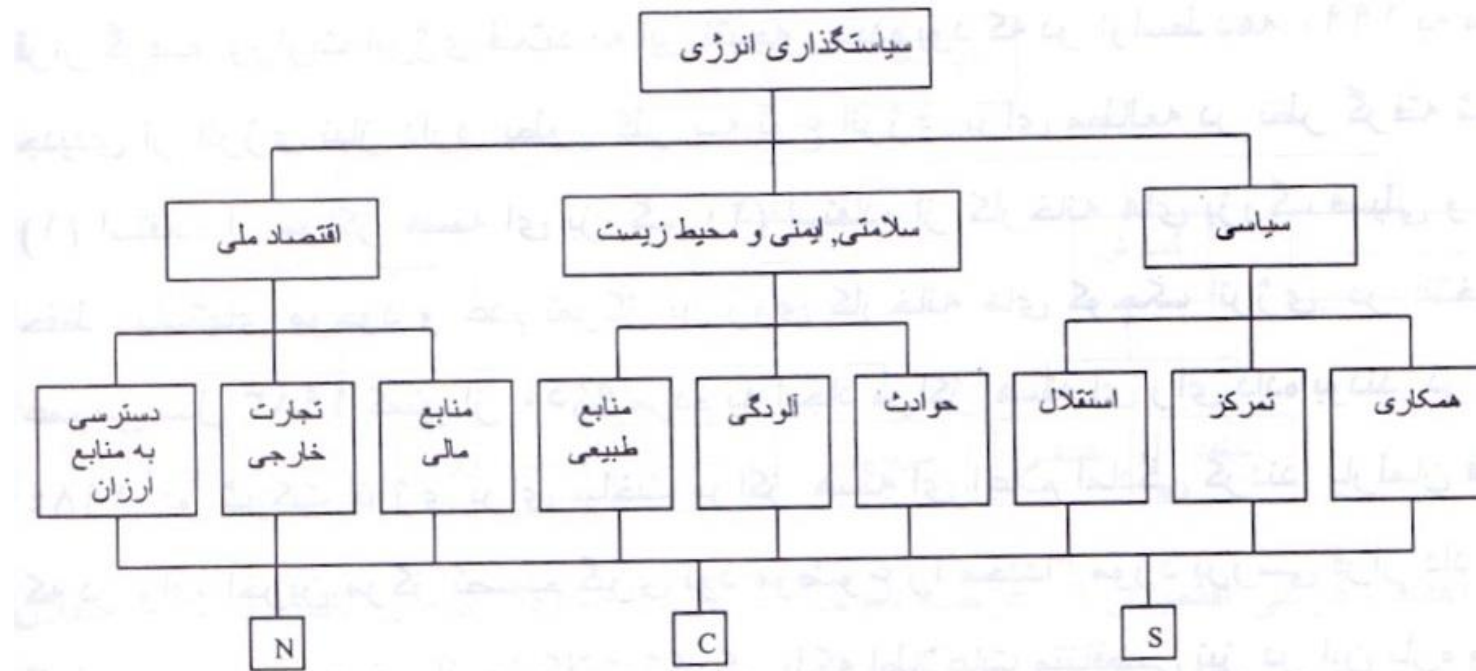
سلسله مراتب مسئله رتبه بندی خطوط هوایی (airline)



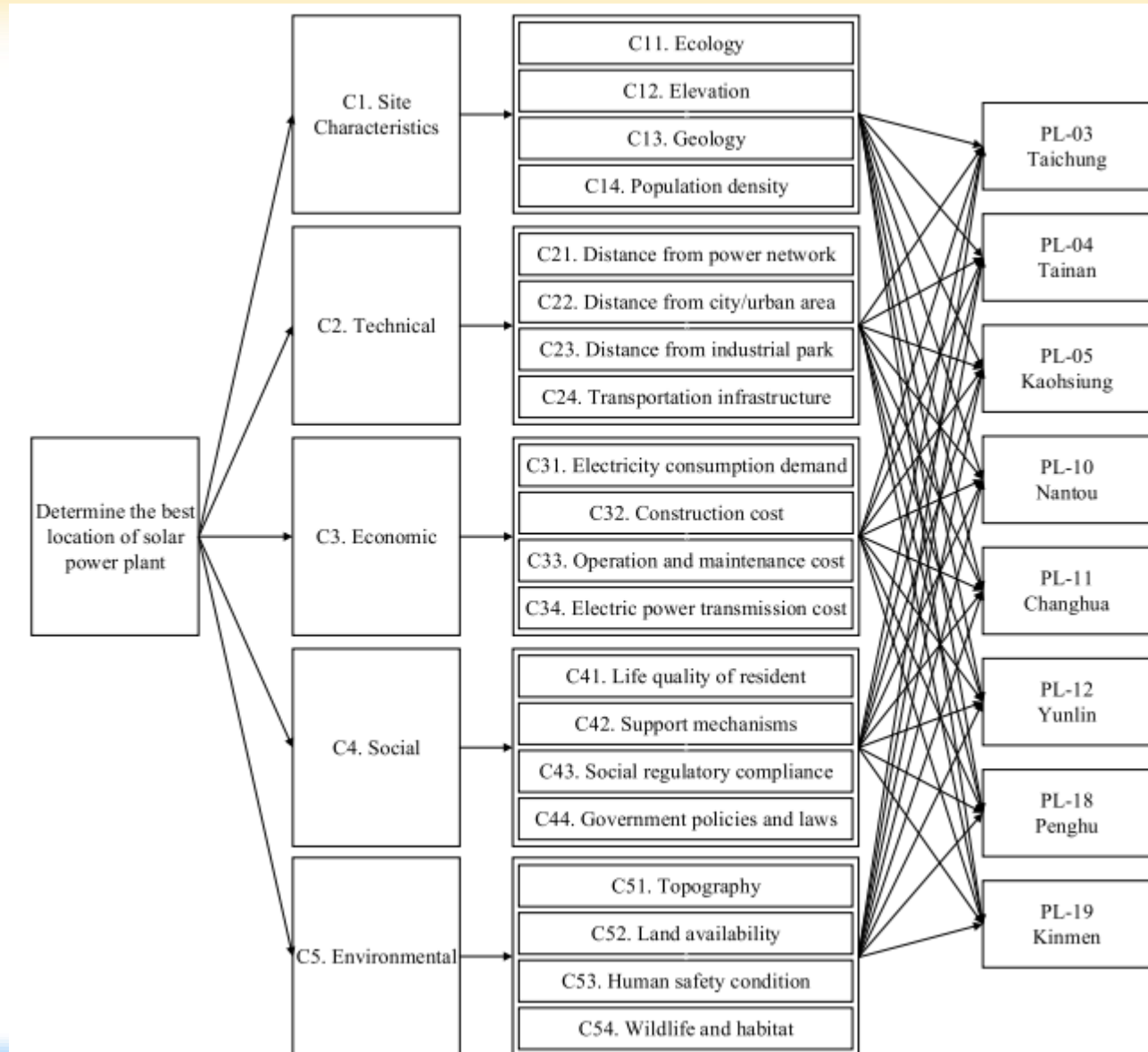
۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

گام ۱. ساخت سلسله مراتب (مثال ۲)

سلسله مراتب مسئله سیاست گذاری انرژی در فنلاند در اواسط دهه ۹۰ (Hamalainen, 1988)



احداث مراكز توليد انرژی کوچک دو نیروگاه ۵۰۰ مگاواتی فسیلی نیروگاه ۱۰۰۰ مگاواتی هسته ای

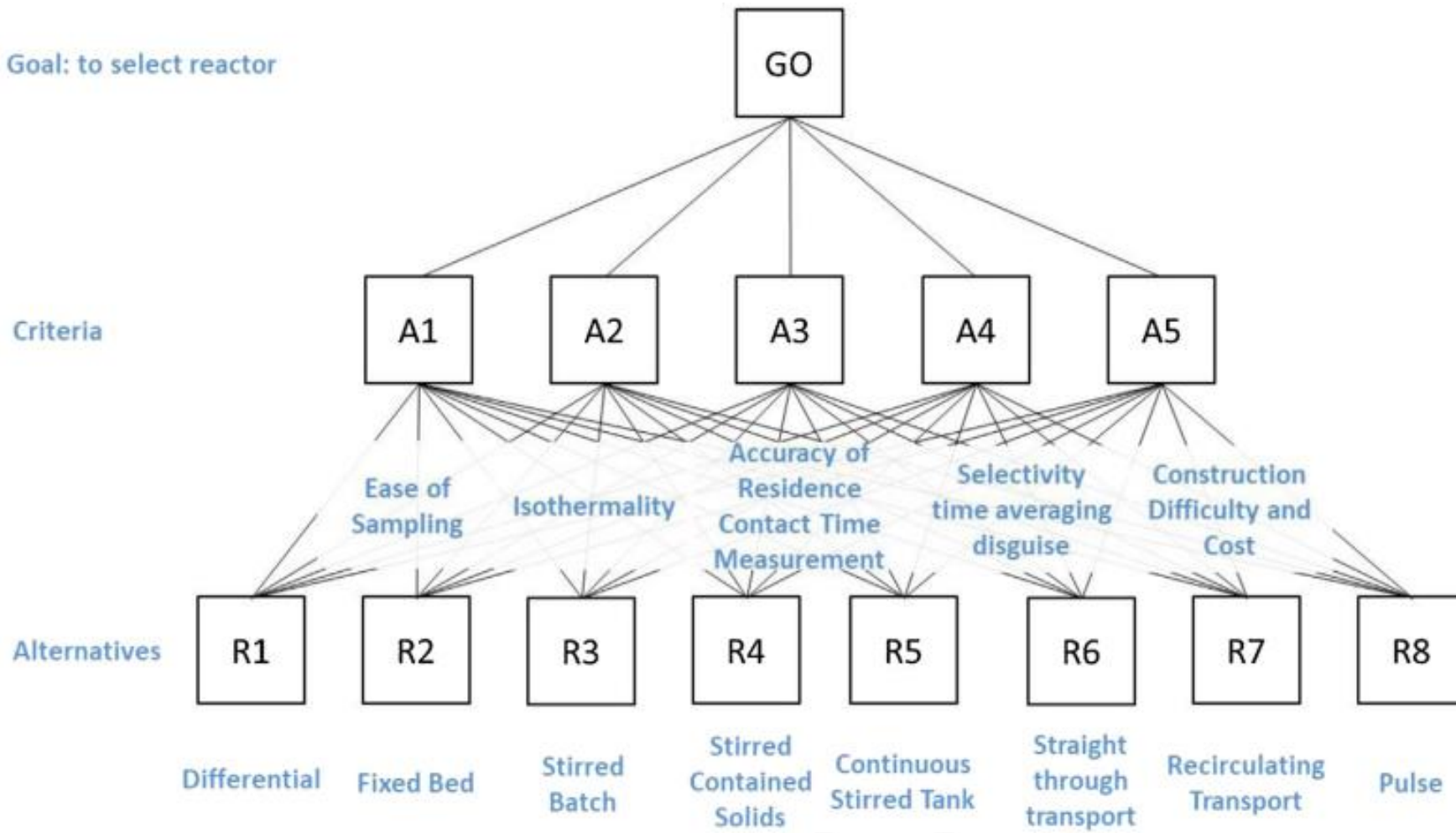


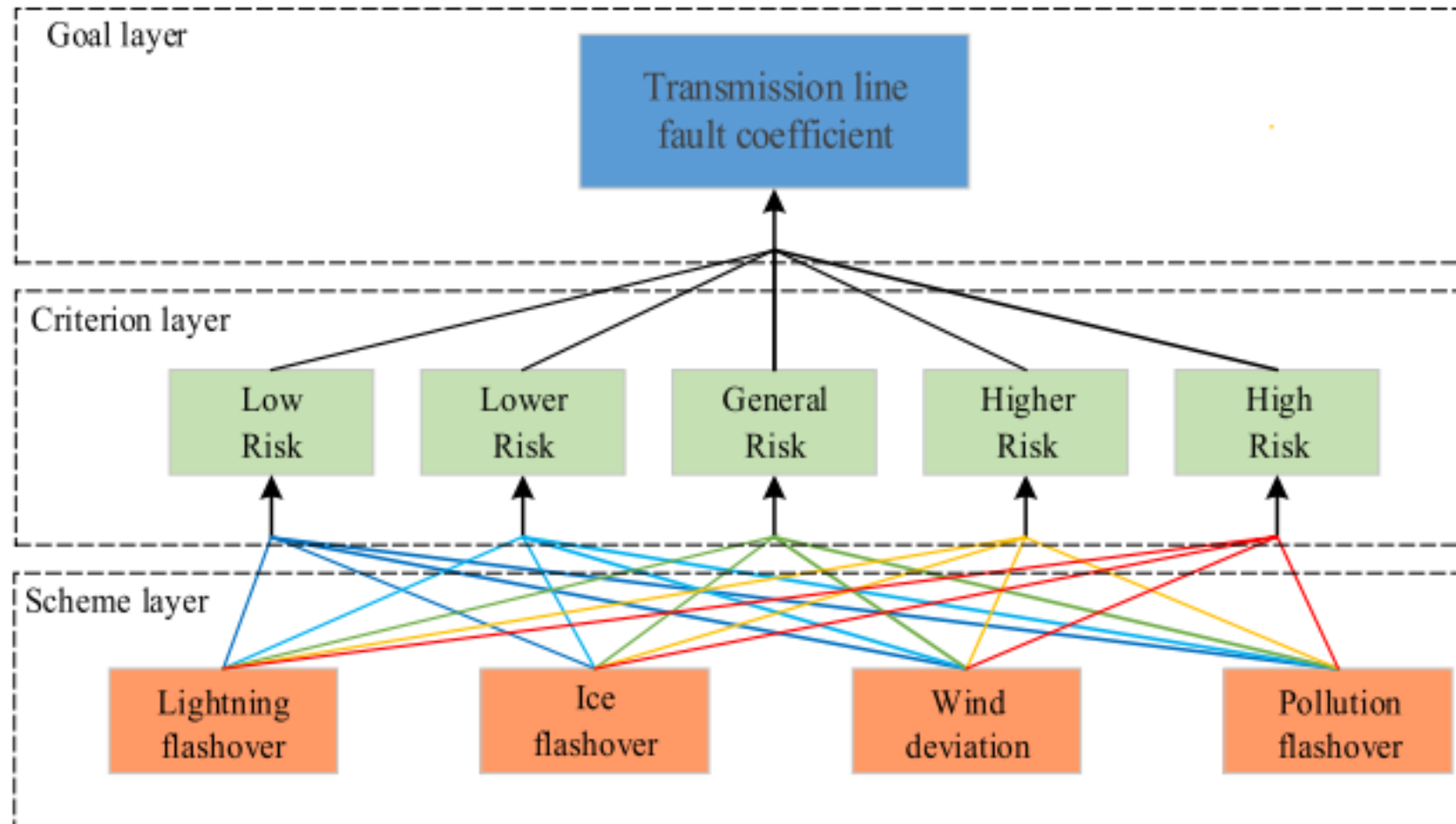
(مثال ۳)

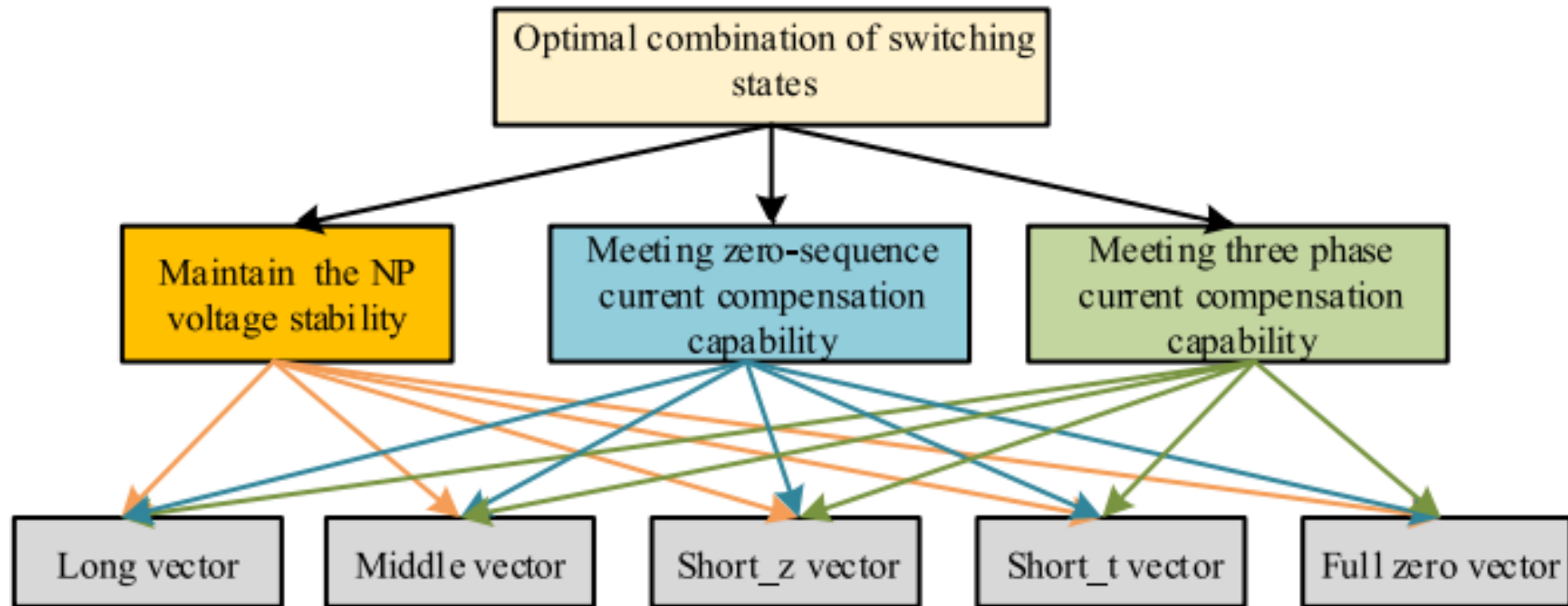


Goal: to select reactor

(مثال ۴)









۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

گام ۲. دریافت قضاوت های مقایسه ای

- در این گام مولفه های موجود در هر سطح با توجه به هر یک از مولفه های سطح بالایی خود دو به دو مقایسه شده و بر این اساس ماتریس های مقایسات زوجی تشکیل می شود.
- ساعتی مقیاس ۱ تا ۹ را برای قضاوت های مقایسه ای به صورت زیر پیشنهاد نموده است:

امتیاز	تعریف	شرح
۱	اهمیت یکسان	وقتی دو مولفه نسبت به یکدیگر هیچ ارجحیتی ندارند
۳	اهمیت متوسط یکی بر دیگری	یک مولفه نسبت به دیگری کمی ارجحیت دارد
۵	اهمیت قوی	یک مولفه نسبت به دیگری ارجحیت قوی دارد
۷	اهمیت قابل توجه	یک مولفه نسبت به دیگری ارجحیت قوی داشته و چیرگی آن در عمل نیز نشان داده شده است
۹	اهمیت فوق العاده	یک مولفه نسبت به دیگری بیشترین ارجحیت ممکن را دارد
۲، ۴، ۶، ۸	مقادیر میانی اهمیت	وقتی ارجحیت یک مولفه نسبت به دیگری بینابین حالات بالا باشد

- ویژگی معکوس پذیری: اگر اهمیت نسبی مولفه a نسبت به b برابر n بود، پس اهمیت نسبی b نسبت به a برابر $\frac{1}{n}$ است.



۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

گام ۳. محاسبه وزن های نسبی و بررسی سازگاری

■ ساعتی روش بردار ویژه را برای استخراج وزن های ماتریس مقایسات زوجی پیشنهاد می نماید. وزن های بدست آمده از هر ماتریس بگونه ای نرمال می شود که مجموع آنها برابر یک شود.

■ دریافت ترجیحات بر اساس مقایسات زوجی امکان بررسی میزان ناسازگاری ترجیحات دریافت شده از DM را فراهم می آورد. ساعتی محاسبه ناسازگاری یک ماتریس مقایسات زوجی را به صورت زیر پیشنهاد نموده است:

• گام ۱. محاسبه شاخص ناسازگاری (Inconsistency Index):

$$I.I = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$$

λ_{max} : مقدار ویژه ماتریس n : بعد ماتریس

(یادآوری: همواره $\lambda_{max} \geq n$ و در صورت سازگار بودن ماتریس $\lambda_{max} = n$)

• گام ۲. محاسبه نرخ ناسازگاری (Inconsistency Rate):

$$IR = \frac{II}{IRI}$$

I.I.R: شاخص ناسازگاری ماتریس های تصادفی

معیار	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
IRI	۰	۰/۵۸	۰/۹	۱/۱۲	۱/۲۴	۱/۳۲	۱/۴۱	۱/۴۵	۱/۴۹	۱/۵۱	۱/۵۳	۱/۵۶

■ نرخ ناسازگاری تا ۰.۱ قابل چشم پوشی است، اما اگر $I.R > 0.1$ ، لازم است ماتریس مربوطه اصلاح شود.



۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

گام ۴. محاسبه امتیاز نهایی گزینه ها

■ AHP از یک تابع ارزش جمعی برای محاسبه وزن گزینه ها استفاده می کند.

■ بدین منظور از بالاترین سطح، وزن هر مولفه در مولفه های مرتبط با آن در سطح پایین تر ضرب می شود تا وزن مولفه های آخرین

سطح (سطح گزینه ها) به ازای هر یک از مولفه های سطح بالایی آن بدست آید. سپس امتیاز نهایی هر گزینه برابر خواهد بود با

مجموع مقادیر وزن گزینه در معیارهای سطح بالایی.

■ به عبارت دیگر برای یک سلسله مراتب n سطحی داریم:

$$W_i: \text{وزن بدست آمده برای مولفه های سطح } i \quad W = W_1 \times W_2 \times \dots \times W_n$$

■ با توجه به اینکه مجموع مقادیر وزنی در هر سطح برابر یک است، امتیاز نهایی هر گزینه نیز عددی بین ۰ تا ۱ است.

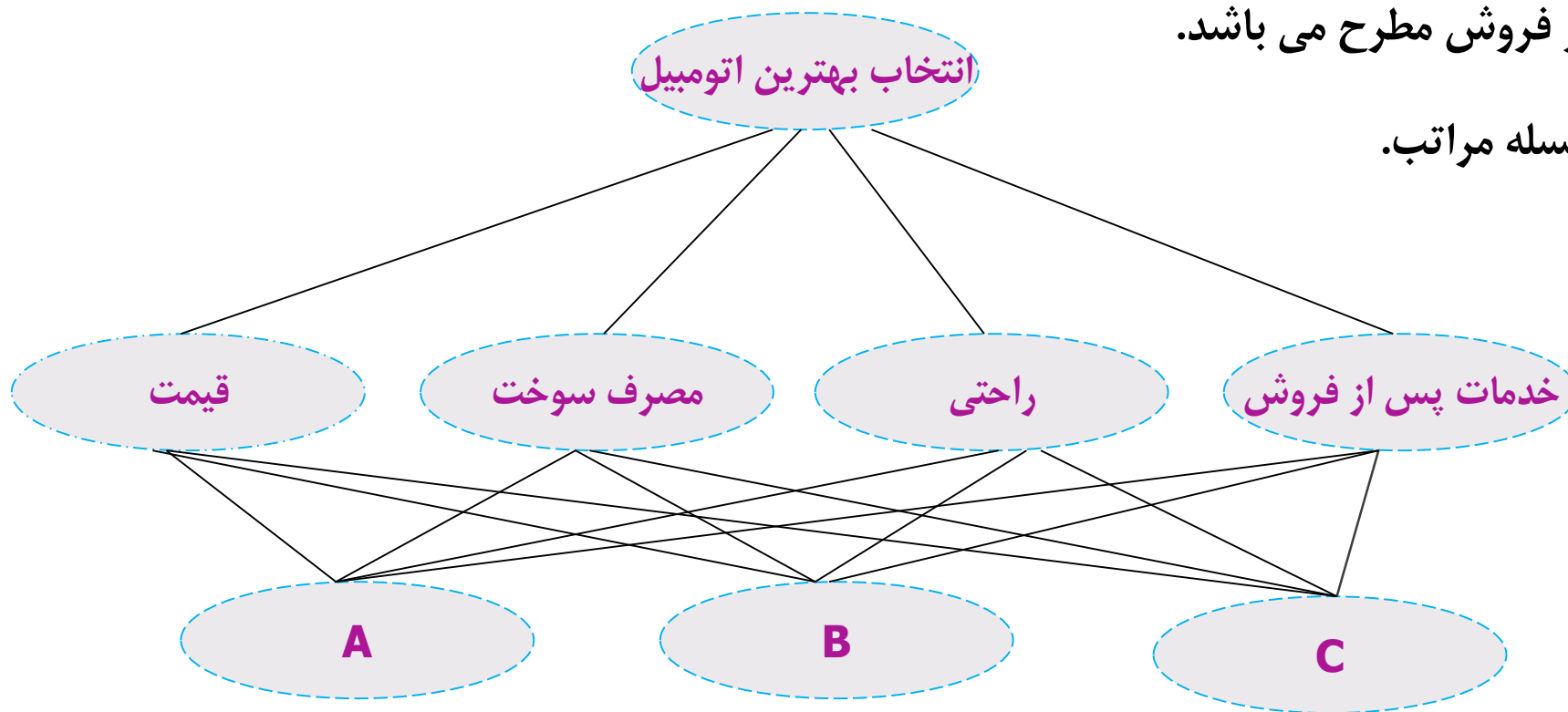


۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

«مثال»

فرض کنید از بین سه اتومبیل A, B, C می خواهیم یکی را برای خرید انتخاب کنیم. بدین منظور چهار معیار قیمت، مصرف سوخت، راحتی و خدمات پس از فروش مطرح می باشد.

▪ گام ۱: ساخت سلسله مراتب.





۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

«مثال (ادامه)»

■ گام ۲: انجام قضاوت های مقایسه ای.

(۱) ماتریس مقایسات زوجی اهمیت معیارها

	خدمات	راحتی	مصرف	قیمت
خدمات	1	2	3	1
راحتی	1/2	1	4	1/2
مصرف	1/4	1/4	1	1/3
قیمت	1/2	1/2	1/3	1

(۲) مقایسه اتومبیل ها از نظر قیمت

	A	B	C
A	1	2	3
B	1/2	1	2
C	1/3	1/2	1

(۳) مقایسه اتومبیل ها از نظر مصرف

	A	B	C
A	1	1/3	1/2
B	3	1	2
C	2	1/2	1

(۴) مقایسه اتومبیل ها از نظر راحتی

	A	B	C
A	1	1/3	1/5
B	3	1	1/2
C	5	2	1

(۵) مقایسه اتومبیل ها از نظر خدمات

	A	B	C
A	1	1/3	1/4
B	3	1	1/2
C	4	2	1



۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

«مثال (ادامه)»

■ گام ۳: محاسبه وزن های نسبی و بررسی سازگاری

با استفاده از روش بردار ویژه داریم:

(۱) ماتریس مقایسات زوجی اهمیت معیارها

	خدمات	راحتی	مصرف	قیمت
خدمات	1	2	4	1/2
راحتی	1/2	1	4	1/2
مصرف	1/4	1/4	1	1/3
قیمت	2	2	3	1

وزن نسبی
0.402
0.083
0.214
0.301

نرخ ناسازگاری به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\lambda_{max} = 4.1833$$

$$I.I = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} = \frac{4.1833 - 4}{4 - 1}$$

$$I.I.R (n = 4) = 0.9$$

$$I.R = \frac{I.I}{I.I.R} = \frac{0.0611}{0.9} = 0.068 < 0.1$$



۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

«مثال (ادامه)»

۳) مقایسه اتومبیل ها از نظر مصرف

	A	B	C	وزن نسبی
A	1	2	3	0.540
B	1/2	1	2	0.297
C	1/3	1/2	1	0.163

$$\lambda_{max} = 3.009, I.R = 0.009$$

۵) مقایسه اتومبیل ها از نظر خدمات

	A	B	C	وزن نسبی
A	1	1/3	1/2	0.163
B	3	1	2	0.540
C	2	1/2	1	0.297

$$\lambda_{max} = 3.009, I.R = 0.009$$

۲) مقایسه اتومبیل ها از نظر قیمت

	A	B	C	وزن نسبی
A	1	1/3	1/5	0.109
B	3	1	1/2	0.309
C	5	2	1	0.582

$$\lambda_{max} = 3.004, I.R = 0.004$$

۴) مقایسه اتومبیل ها از نظر راحتی

	A	B	C	وزن نسبی
A	1	1/3	1/4	0.122
B	3	1	1/2	0.320
C	4	2	1	0.558

$$\lambda_{max} = 3.018, I.R = 0.018$$



۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

«مثال (ادامه)»

■ گام ۴: محاسبه امتیاز نهایی گزینه ها.

ابتدا وزن نسبی هر مولفه را در وزن نسبی مولفه های مرتبط با آن در سطح بعدی ضرب کرده و سپس مجموع آن را برای هر گزینه بدست می آوریم:

خدمات	راحتی	مصرف	قیمت	وزن نسبی	امتیاز گزینه	رتبه
0.301	0.214	0.083	0.402	وزن نسبی		
0.163	0.122	0.540	0.109	A	$(0.402 \times 0.109) + (0.083 \times 0.540) + (0.214 \times 0.122) + (0.301 \times 0.163) = 0.291$	۳
0.540	0.320	0.297	0.309	B	$(0.402 \times 0.309) + (0.083 \times 0.297) + (0.214 \times 0.320) + (0.301 \times 0.540) = 0.327$	۲
0.297	0.558	0.163	0.582	C	$(0.402 \times 0.582) + (0.083 \times 0.163) + (0.214 \times 0.558) + (0.301 \times 0.297) = 0.383$	۱

یا به عبارتی دیگر:

$$W = \begin{bmatrix} 0.109 & 0.540 & 0.122 & 0.163 \\ 0.309 & 0.297 & 0.320 & 0.540 \\ 0.582 & 0.163 & 0.558 & 0.297 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0.402 \\ 0.083 \\ 0.214 \\ 0.301 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.291 \\ 0.327 \\ 0.383 \end{bmatrix}$$



۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

بکارگیری روش میانگین هندسی در AHP

- هر چند روش پیشنهادی آقای ساعتی برای محاسبه وزن های نسبی در AHP، روش بردار ویژه است، اما می توان برای ساده سازی محاسبات روش میانگین هندسی را جایگزین روش بردار ویژه کرد.
 - برای ماتریس های مربعی با بعد ۲ یا ۳ ($n \leq 3$) جواب های روش میانگین هندسی و روش بردار ویژه یکسان است، اما برای ابعاد بزرگتر اختلاف کمی بین نتایج این دو مشاهده می شود.
 - وقتی از روش میانگین هندسی در AHP استفاده شود، برای محاسبه ناسازگاری ماتریس ناچار به تخمین λ_{max} هستیم. بدین منظور می توان به صورت زیر عمل کرد:
 - ۱- بدست آوردن بردار (b) حاصل از ضرب ماتریس مقایسات زوجی مربوطه (A) در بردار وزن (w) بدست آمده از روش میانگین هندسی
 - ۲- تقسیم نظیر به نظیر مولفه های بردار جدید (b) بر مولفه های بردار وزن (w)
 - ۳- محاسبه میانگین مقادیر بدست آمده به عنوان تخمینی از λ_{max}
- $$\lambda(i) = \frac{b(i)}{w(i)} \quad i = 1, \dots, n$$
- $$\lambda_{max} = \frac{\lambda(1) + \dots + \lambda(n)}{n}$$



۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی بکارگیری روش میانگین هندسی در AHP

■ برای ماتریس مقایسات زوجی معیارها در مثال قبل داریم:

وزن نسبی نرمال (w)	وزن نسبی با استفاده از میانگین هندسی	خدمات	راحتی	مصرف	قیمت
0.400	$(1 \times 3 \times 2 \times 2)^{(1/4)} = 1.861$	2	2	3	1
0.082	$(1/3 \times 1 \times 1/4 \times 1/4)^{(1/4)} = 0.38$	1/4	1/4	1	1/3
0.215	$(1/2 \times 4 \times 1 \times 1/2)^{(1/4)} = 1$	1/2	1	4	1/2
0.303	$(1/2 \times 4 \times 2 \times 1)^{(1/4)} = 1.414$	1	2	4	1/2

$$b = A \times w = \begin{bmatrix} 1.682 \\ 0.345 \\ 0.893 \\ 1.260 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \lambda(1) &= \frac{1.682}{0.4} = 4.207 \\ \lambda(2) &= \frac{0.345}{0.082} = 4.222 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \lambda(3) &= \frac{0.893}{0.215} = 4.157 \\ \lambda(4) &= \frac{1.260}{0.303} = 4.147 \end{aligned}$$

$$\lambda_{max} = \frac{\lambda(1) + \dots + \lambda(4)}{4} = 4.1831$$



۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

بکارگیری AHP وقتی گزینه ها مستقیماً ارزیابی شوند

- در حالتی دیگر، می توان AHP را در مواردی بکار برد که گزینه ها بجای قضاوت های مقایسه ای مستقیماً در معیارهای مرتبط در سطح بالاتر ارزیابی شوند (ایجاد ماتریس تصمیم).
- در این حالت، ابتدا وزن معیارها مطابق با آنچه گذشت تعیین می شود و سپس مسئله مشابه روش SAW حل می شود. از این رو به این روش SAW سلسله مراتبی نیز می گویند.
- این حالت اغلب در یکی از موارد زیر بکاربرده می شود:
 - وقتی DM بتواند گزینه ها را به صورت قابل اعتماد در مشخصه های مسئله مستقیماً ارزیابی کند.
 - وقتی تعداد گزینه های مسئله زیاد باشد (در نتیجه مقایسات زوجی گزینه ها با توجه به تک تک مشخصه ها طاقت فرسا خواهد بود).

۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

بکارگیری AHP وقتی گزینه ها مستقیماً ارزیابی شوند

در مثال قبل فرض کنید که DM مستقیماً گزینه ها را در مشخصه های مسئله به صورت زیر ارزیابی نموده است.

	خدمات (از ۱ تا ۹)	راحتی (از ۱ تا ۹)	مصرف (lit/100km)	قیمت (میلیون ریال)
A	۳	۳	۱۰	۲۰۰
B	۵	۵	۵	۳۰۰
C	۷	۹	۷	۴۰۰

بی مقیاس سازی

	خدمات	راحتی	مصرف	قیمت
A	۰/۴۳	۰/۳۳	۱	۰/۵
B	۰/۷۱	۰/۵۶	۰/۵	۰/۷۵
C	۱	۱	۰/۷	۱

تکسان سازی

	خدمات	راحتی	مصرف	قیمت
وزن نسبی	0.301	0.214	0.083	0.402

بدست آمده از مقایسات زوجی
در سطح ۲ سلسله مراتب

رتبه	امتیاز
A	$(0.402 \times 0.5) + (0.083 \times 0) + (0.214 \times 0.33) + (0.301 \times 0.43) = 0.401$
B	$(0.402 \times 0.25) + (0.083 \times 0.5) + (0.214 \times 0.56) + (0.301 \times 0.71) = 0.476$
C	$(0.402 \times 0) + (0.083 \times 0.3) + (0.214 \times 1) + (0.301 \times 1) = 0.540$

محاسبه امتیاز
مشابه SAW

	خدمات	راحتی	مصرف	قیمت
A	۰/۴۳	۰/۳۳	۰	۰/۵
B	۰/۷۱	۰/۵۶	۰/۵	۰/۲۵
C	۱	۱	۰/۳	۰



۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

فرضیات

■ اصلی ترین فرضیات نهفته در روش AHP عبارتند از:

(۱) اصل معکوسی. اگر ترجیح مولفه a بر مولفه b برابر n باشد، آنگاه ترجیح مولفه b بر مولفه a برابر $\frac{1}{n}$ است.

(۲) اصل همگنی. مولفه a با مولفه b باید همگن و قابل مقایسه باشند. به بیان دیگر برتری مولفه a بر مولفه b نمی تواند بی نهایت یا صفر باشد.

(۳) وابستگی سلسله مراتبی. هر عنصر سلسله مراتب تنها به عنصر سطح بالاتر خود می تواند وابسته باشد. عناصر موجود در هر سطح از ساختار سلسله مراتبی باید مستقل از هم باشند.

(۴) اصل انتظارات. هرگاه تغییری در ساختار سلسله مراتبی رخ دهد، فرایند ارزیابی باید مجدداً انجام گیرد.

(۵) جمع پذیری مطلوبیت مشخصه ها. روش AHP بر مبنای یک تابع ارزش خطی و جمع پذیر برای ساختار سلسله مراتبی بنا نهاده شده است. لذا شرایط زیربنایی آن همانند جمع پذیری مطلوبیت مشخصه ها و رویه کاملاً جبرانی، که در فرضیات روش SAW به آن ها اشاره شد، باید مورد توجه قرار گیرد.



۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

نقاط قوت و ضعف

- برجسته ترین نقاط قوت روش AHP عبارتند از:
 - (۱) **رویکرد سیستماتیک**. این روش یک رویکرد سیستماتیک جهت تعریف و تشخیص اهداف و ترجیحات تصمیم گیرندگان ارائه می کند. به عبارت دیگر این روش به ساختاردهی مسئله به ویژه در مسائل بزرگ و پیچیده کمک می نماید.
 - (۲) **تمرکز بر اجزای مسئله**. در مقایسات زوجی، تصمیم گیرندگان در هر لحظه بر روی بخش کوچکی از مسئله متمرکز شده و دو به دو گزینه ها یا مشخصه ها را با یکدیگر مقایسه می کنند. این روش دریافت ترجیحات در بسیاری از حالات ساده تر از دریافت ترجیحات به صورت مستقیم می باشد.
 - (۳) **بررسی ناسازگاری**. یکی از فرضیاتی که در عمده روش های امتیازدهی و سازشی در نظر گرفته می شود، آن است که تصمیم گیرندگان در قضاوت های خود سازگار هستند. AHP به واسطه داشتن قابلیت سنجش سازگاری قضاوت ها با ناسازگاری ترجیحات بیان شده مقابله می کند.
 - (۴) **در نظر گرفتن ترجیحات غیرخطی**. علم روان شناسی نشان می دهد که پاسخ برخی از اشخاص به یک محرک ممکن است بیشتر با یک تابع غیرخطی سازگار باشد. از این رو مقایسات زوجی می تواند در این گونه موارد سازگارتر باشد.



۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

نقاط قوت و ضعف (ادامه)

■ اصلی ترین نقاط ضعف اشاره شده برای روش AHP عبارتند از:

- (۱) **ابهام در معنای اهمیت نسبی.** بعضی محققین اعتقاد دارند نوع سوالاتی که در طول فرآیند مقایسات زوجی از DM پرسیده می شود تا حدی بی معنی است. وقتی از یک DM خواسته می شود که دو مشخصه را با یکدیگر مقایسه کند، باید برای وی مشخص باشد که به ازای چه سطحی از این دو مشخصه، اهمیت نسبی این دو مشخصه را بیان نماید. به طور مثال وقتی قرار است مشخصه قیمت با مشخصه کیفیت مقایسه شود، تصمیم گیرنده باید بداند چه کیفیتی را در برابر چه قیمتی ارزیابی کند و گرنه پاسخگویی به این سوال چالش برانگیز است.
- (۲) **ابهام در مقیاس ۹-۱.** مشکل اصلی در مقایسات زوجی عناصر، نحوه کمی کردن مقایسات بیانی است. شیوه پیشنهادی توسط آقای ساعتی برای کمی سازی ترجیحات، ممکن است منعکس کننده ترجیحات واقعی DM نباشد. به عنوان نمونه:
 - فرض کنید از نظر DM یک مولفه نسبت به دیگری حدوداً ۵۰ درصد اهمیت بیشتری داشته باشد. DM با چه عبارتی این ارجحیت را بیان کند؟ آیا در AHP ارجحیت بیان شده توسط DM به درستی کمی می شود؟
 - فرض کنید بر مبنای مقیاس ۹ تایی، اهمیت A نسبت به B برابر ۵، و اهمیت B نسبت به C برابر ۳ باشد. اهمیت A نسبت به C را در این مقیاس چگونه می توان بیان نمود؟!



۳- فرایند تحلیل سلسله مراتبی

نقاط قوت و ضعف (ادامه)

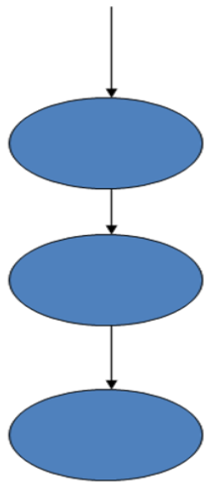
- ۳) **برگشت رتبه (Rank Reversal)**. برگشت یا معکوس پذیری رتبه بدین معناست که وقتی یک گزینه جدید به مسئله اضافه شده یا یک گزینه موجود از آن حذف گردد، رتبه نسبی دو گزینه موجود معکوس شود.
- پدیده برگشت رتبه از این رو حائز اهمیت است که می‌تواند سازگاری روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره را زیر سوال برده و اطمینان تصمیم‌گیرندگان را در استفاده از این روش‌ها سلب نماید.
 - هر چند اولین بار پدیده برگشت رتبه در خصوص روش AHP نشان داده شده است، برخی از محققین نشان داده‌اند که این پدیده تنها محدود به روش AHP نمی‌شود و ممکن است در سایر روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره نیز اتفاق بیفتد. با این وجود، احتمال وقوع این پدیده در AHP بالاتر از برخی دیگر از روش‌ها تشخیص داده شده است.
 - اغلب محققین دریافته‌اند که علت اصلی رخداد این پدیده به شیوه بی‌مقیاس‌سازی بر می‌گردد که موجب می‌شود مقادیر عملکردی گزینه‌ها در مشخصه‌های مختلف مستقل از یکدیگر نبوده و به یکدیگر وابسته شوند.
 - پیشنهاد شده است که برای رفع برگشت رتبه در AHP، نحوه نرمال‌سازی وزن‌های نسبی تغییر یافته و با تقسیم آنها بر بزرگترین وزن بدست آمده حاصل شود. نسخه AHP ایجاد شده با اعمال این تغییر، به عنوان Ideal mode AHP نامیده شده است.



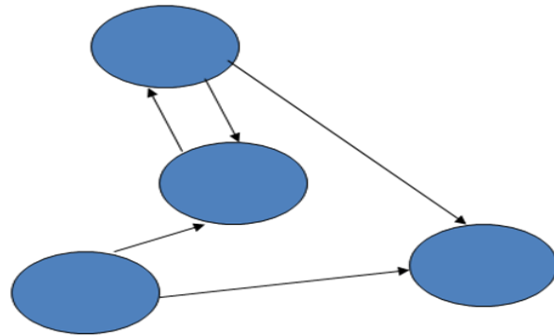
۴- فرایند تحلیل شبکه ای

(Analytical Network Process)

- روش ANP توسعه یافته از روش AHP بوده که در سال ۱۹۹۶ توسط آقای ساعتی ارائه شده است.
- در AHP وابستگی ها به صورت خطی از بالا به پایین تعریف می شود. در برخی از مسائل ممکن است وابستگی ها دوطرفه باشد یعنی وزن معیارها به گزینه ها و وزن گزینه ها نیز به معیارها وابسته باشد و همچنین اگر بین اجزاء هر سطح از معیارها وابستگی داخلی وجود داشته باشد، مسئله از حالت سلسله مراتبی خارج شده و تشکیل یک شبکه یا سیستم غیرخطی را می دهد که در این صورت نمی توان از قوانین و روابط AHP استفاده کرد.



الف) سلسله مراتب خطی



ب) شبکه غیرخطی