

بسمه تعالی

هوش مصنوعی منطق مرتبه اول - ۱ نیمسال اول ۱۴۰۳-۱۴۰۴

دکتر مازیار پالهنک
آزمایشگاه هوش مصنوعی
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر
دانشگاه صنعتی اصفهان

منطق مرتبه اول

■ منطق گزاره ای فرض می کند دنیا شامل واقعیتها است.

■ منطق مرتبه اول فرض می کند دنیا شامل:

■ **اشیاء:** مردم، خانه ها، امین، رنگها، کشورها، اعداد، ...

■ **روابط:** برادر، بزرگتر از، درون، قسمتی از، دارای رنگ، دربر دارنده،

..

■ روابط یکتائی (خواص): قرمز، گرد، اول، ...

■ **توابع:** پدر، بهترین دوست، یکی بیش از، ...

منطق مرتبه اول

- **مثال:** یک به اضافه دو برابر است با سه
- **اشیاء:** یک، دو، سه، یک به اضافه دو
- **رابطه:** برابر است با
- **تابع:** به اضافه
- **مثال:** مربعهای مجاور دیو بودار هستند
- **اشیاء:** دیو، مربع
- **خاصیت:** بوداری
- **رابطه:** مجاور بودن

دستور

$Sentence \rightarrow AtomicSentence \mid ComplexSentence$

$AtomicSentence \rightarrow Predicate \mid Predicate(Term, \dots) \mid Term = Term$

$ComplexSentence \rightarrow (Sentence)$

$\mid \neg Sentence$

$\mid Sentence \wedge Sentence$

$\mid Sentence \vee Sentence$

$\mid Sentence \Rightarrow Sentence$

$\mid Sentence \Leftrightarrow Sentence$

$\mid Quantifier Variable, \dots Sentence$

$Term \rightarrow Function(Term, \dots)$

$\mid Constant$

$\mid Variable$

دستور

Quantifier $\rightarrow \forall \mid \exists$

Constant $\rightarrow A \mid X_1 \mid \mathbf{Amin} \mid \dots$

Variable $\rightarrow a \mid x \mid s \mid \dots$

Predicate $\rightarrow \text{True} \mid \text{False} \mid \text{After} \mid \text{Likes} \mid \text{Raining} \mid \dots$

Function $\rightarrow \text{Mother} \mid \text{LeftLeg} \mid \dots$

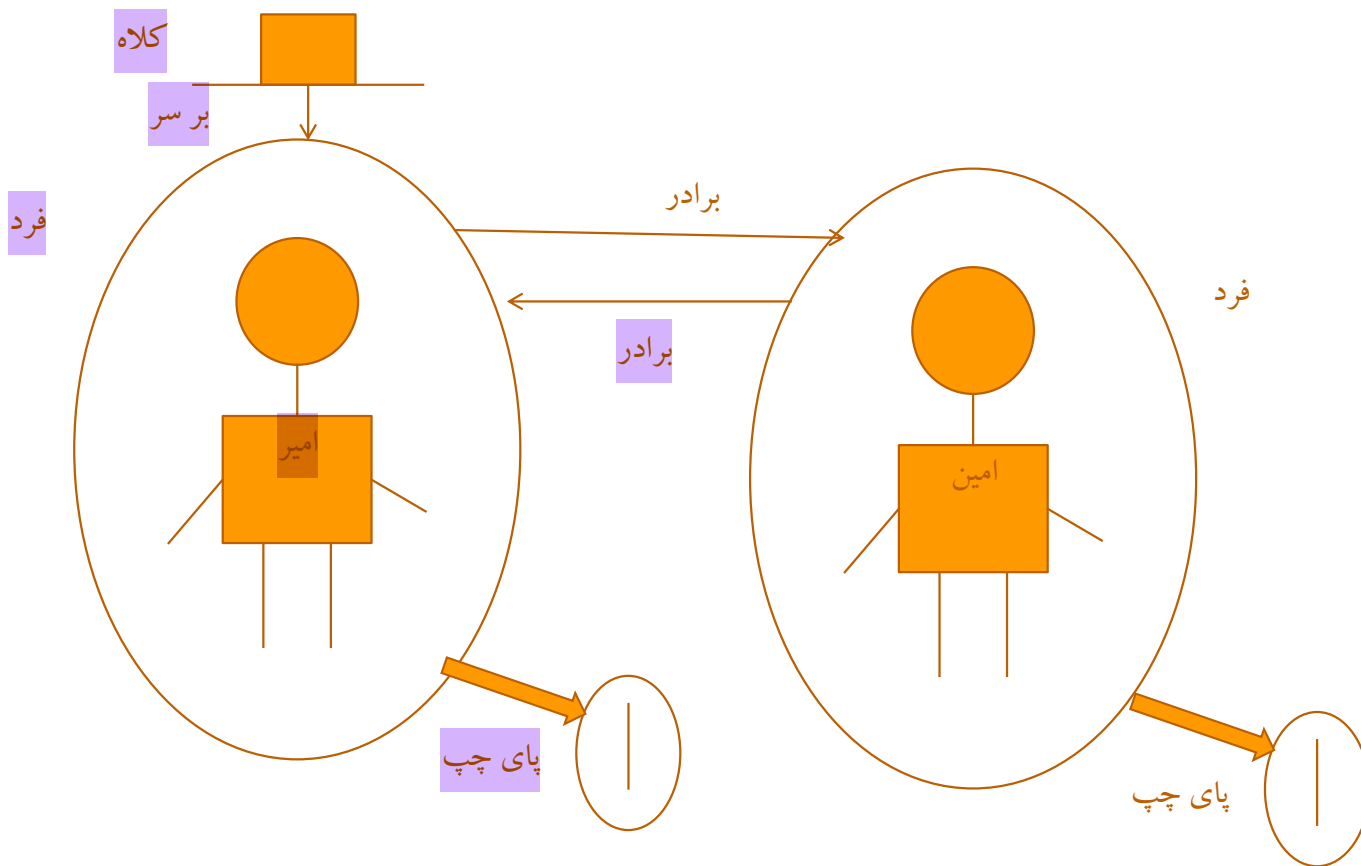
OPERATOR PRECEDENCE : $\neg, =, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

- جملات درست هستند نسبت به یک مدل و یک تفسیر
- مدل شامل اشیاء (عناصر دامنه)، و روابط بین آنها است.
- تفسیر ارجاعها را مشخص می کنند برای

■ اشیاء

■ روابط

■ توابع



■ نمادهای ثابت: A، B، C، امین، ...

■ تفسیر مشخص می کند چه شیئی در دنیا توسط هر ثابت اشاره می شود.

■ هر نماد ثابت دقیقاً یک شیء

■ همه اشیاء لازم نیست دارای نام باشند.

■ برخی ممکن است نامهای متعددی داشته باشند.

- نمادهای مسندی: برادر، خواهر، ...
- تفسیر مشخص می کند نماد مسند به چه رابطه ای اشاره می کند
- در هر مدل داده شده، رابطه توسط مجموعه ای از چندتاییهای از اشیاء که آنرا ارضا می کنند تعریف می شود
- یک چندتایی Tuple: مجموعه ای از اشیا که به ترتیب خاصی کنار هم قرار گرفته اند و توسط $\langle \rangle$ احاطه شده اند.
- رابطه برادری: $\{ \langle \text{امین، امیر} \rangle, \langle \text{زینب، امین} \rangle \}$
- برادر یک مسند دوتایی

■ نمادهای تابعی: پدر، پای چپ، سینوس، ...

یادآوری

- در درس ساختمانهای گسسته:
- رابطه (دوتائی) R یک مجموعه از زوجهای مرتب است که می تواند زیرمجموعه ای از ضرب دکارتی دو مجموعه باشد:

$$R \subseteq A \times B$$

- مثلاً رابطه کوچکتر بودن:

$$<= \{< 1,2 >, < 2,3 >, < 3,4 >, \dots\}$$

یادآوری

■ می توان آن را بصورت زیر نیز نمایش داد:

$<(1,2)$	<code>LessThan(1,2)</code>
$<(2,3)$	<code>LessThan(2,3)</code>
$<(3,4)$	<code>LessThan(3,4)</code>
...	...

■ یا گاهی برای سادگی بصورت:

$1 < 2$
 $2 < 3$
 $3 < 4$
...

یادآوری

- به همین صورت رابطه n تائی R یک مجموعه از n تائیهای مرتب است که زیرمجموعه ای از ضرب دکارتی n مجموعه است.
- در واقع در اینجا از نماد مسند برای نمایش روابط استفاده می کنیم.

یادآوری

■ یک تابع (دوتائی) هم یک رابطه خاص بود که دامنه اش همه اعضای مجموعه اول در ضرب دکارتی بود و هر عضو از مجموعه اول نیز فقط به یک عضو از مجموعه دوم نگاشت می شد.

■ مثلاً رابطه squared روی مجموعه اعداد حقیقی:

$$\text{Squared} = \{ \dots, \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 9 \rangle, \dots \}$$

■ که عضو دوم در هر یک از زوجهای مرتب را می توانیم با نماد $\text{Squared}(2)$ ، $\text{Squared}(3)$ و نیز نشان دهیم.

یادآوری

■ یا رابطه + بصورت:

$$+=\{\dots,<1,2,3>,<2,3,5>,<4,3,7>,\dots\}$$

■ که عضو سوم از هر سه تائی مرتب را می توانیم بصورت زیر نیز

رجوع کنیم:

Sum(1,2)

Sum(2,3)

Sum(4,3)

■ در این درس از نماد تابعی برای رجوع به یک شیء استفاده شده است.



ترم

■ ترم: یک عبارت منطقی که به یک شیء رجوع می کند.

■ ثابت: امین

■ پای چپ امین $\text{LeftLegOf}(\text{Amin})$

■ ترم مرکب: نماد تابع بدنبال یک لیست از ترمها داخل پرانتز

جملات ساده یا اتمی

- یک نماد مسندی بدنبال یک لیست از ترمها داخل پرانتز
Brother(Amin,Amir) ■
- Married(Father(Amin), Mother(Amin)) ■
- یک جمله اتمی درست است اگر رابطه ای که بوسیله نماد
مسندی به آن اشاره می شود بین اشیائی که بوسیله آرگومانها به
آنها اشاره می شود برقرار باشد.

جملات مرکب

■ استفاده از رابطهای منطقی

$\text{Brother}(A,B) \wedge \text{Brother}(B,A)$ ■

$\text{Older}(A,30) \vee \text{Younger}(B,30)$ ■

$\text{Older}(A,30) \Rightarrow \neg \text{Younger}(A,30)$ ■

سورها

■ علاقمند به بیان خصوصياتی مربوط به همه يا برخی از اشياء

سور عمومی

■ برای هر شیء x ، اگر x یک مار باشد آنگاه x یک خزنده است.

$$\forall x \text{ Snake}(x) \Rightarrow \text{Reptile}(x)$$

■ $\forall xP$ در مدل m درست است اگر و تنها اگر برای هر شیء در دامنه مدل m درست باشد. یا:

$$\text{Snake}(M1) \Rightarrow \text{Reptile}(M1) \quad \wedge$$

$$\text{Snake}(M2) \Rightarrow \text{Reptile}(M2) \quad \wedge$$

$$\text{Snake}(M3) \Rightarrow \text{Reptile}(M3) \quad \wedge \dots$$

سور عمومی

- یک ترم بدون متغیر یک ترم زمینه (ground term) نامیده می شود.

مثال: $Father(Amin)$

- دقت: همه مارها خزنده هستند باید بصورت شرطی نوشته شود.

- سور عمومی شامل همه اشیاء دامنه میشود حتی برای اشیائی که مار نیستند

- بصورت زیر صحیح نیست

$$\forall x \text{ Snake}(x) \wedge \text{Reptile}(x)$$

سور وجودی

■ بیان جمله ای که برای برخی از اشیاء دامنه درست است.

■ مار M1 برادری دارد که مار است:

$$\exists x \quad Brother(x, M1) \wedge Snake(x)$$

■ هم ارز با

$$(Brother(M2, M1) \wedge Snake(M2)) \vee$$

$$(Brother(M3, M1) \wedge Snake(M3)) \vee$$

$$(Brother(M4, M1) \wedge Snake(M4)) \vee \dots$$

سور وجودی

- دقت: برخی A ها B هستند را باید با عطف بیان کرد نه با شرطی
- برخی سیبها قرمز هستند:

$$\exists x \quad Apple(x) \wedge Red(x)$$

- نه بصورت:

$$\exists x \quad Apple(x) \Rightarrow Red(x)$$

- در حالت شرطی اگر X سیب نباشد جمله به انتفای مقدم درست است.

سورهای تو در تو

■ علاقمند به بیان جملات پیچیده تر

$$\forall x \forall y \text{ Parent}(x, y) \Rightarrow \text{Child}(y, x)$$

■ یا

$$\forall x, y \text{ Parent}(x, y) \Rightarrow \text{Child}(y, x)$$

■ هر کسی با دوست فردی است

$$\forall x \exists y \text{ Friend}(x, y)$$

$$\exists x \forall y \text{ Friend}(x, y)$$

■ شخصی وجود دارد که دوست همه است

سورهای تو در تو

- ترتیب قرار دادن سورها بطور کلی مهم است.
- استفاده از پرانتز به درک بهتر کمک می کند
- می توان همانند حلقه های تو در تو تصور کرد
- هنگامی که دو سور از یک متغیر استفاده می کنند:

$$\forall x [Cat(x) \vee (\exists x \text{ Brother}(A, x))]$$

- متغیر وابسته به نزدیکترین سوری است که در حوزه آن قرار دارد.
- بهتر است متغیرهای متفاوتی استفاده شوند:

$$\forall x [Cat(x) \vee (\exists z \text{ Brother}(A, z))]$$

رابطه بین سورها

■ همه سیب را دوست ندارند.

■ هیچکسی وجود ندارد که سیب دوست داشته باشد

$$\forall x \neg Likes(x, Apples) \equiv \neg \exists x Likes(x, Apples)$$

■ یا

■ هر کسی سیب دوست دارد

■ هیچکس وجود ندارد که سیب را دوست نداشته باشد

$$\forall x Likes(x, Apples) \equiv \neg \exists x \neg Likes(x, Apples)$$

رابطه بین سورها

■ در واقع چون سور عمومی یک عطف بر روی دامنه اشیاء است و سور وجودی یک فصل رابطه فوق همان قانون دموورگان است.

$$\forall x \neg P \equiv \neg \exists x P$$

$$\neg \forall x P \equiv \exists x \neg P$$

$$\forall x P \equiv \neg \exists x \neg P$$

$$\exists x P \equiv \neg \forall x \neg P$$

$$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$$

$$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$$

$$P \wedge Q \equiv \neg(\neg P \vee \neg Q)$$

$$P \vee Q \equiv \neg(\neg P \wedge \neg Q)$$

برابری

■ روش دیگر ساختن جملات ساده

$AtomicSentence \rightarrow Predicate \mid Predicate(Term, \dots) \mid Term = Term$

■ نشان دادن اینکه دو ترم به یک شیء رجوع می کنند.

■ $Father(Amin) = Amir$

■ روش ساده تر برای $Equal(Father(Amin), Amir)$

■ استفاده دیگر: ذکر اینکه دو ترم برابر نیستند.

■ A حداقل دو برادر دارد:

$\exists x, y \quad Brother(A, x) \wedge Brother(A, y)$ ❌

$\exists x, y \quad Brother(A, x) \wedge Brother(A, y) \wedge \neg(x = y)$

دقت

■ امین دو برادر دارد:

$$Brother(Amir, Amin) \wedge Brother(Hamid, Amin)$$

■ لازم است ذکر شود که Amir و Hamid به افراد متفاوتی رجوع می کنند.

■ کاملاً، امین فقط دو برادر دارد:

$$Brother(Amir, Amin) \wedge Brother(Hamid, Amin) \wedge \\ Amir \neq Hamid \wedge (\forall x \ Brother(x, Amin) \Rightarrow (x = Amir) \vee (x = Hamid))$$

■ یک پیشنهاد استفاده از ایده مورد استفاده در پایگاههای داده

■ هر نماد ثابت به شیء متفاوتی اشاره می کند.

■ **فرض نامهای یکتا** unique-names assumption

■ جملات اتمی که نمی دانیم درست هستند، در واقع نادرست فرض می شوند.

■ **فرض دنیای بسته** closed-world assumption

■ هر مدل عناصر دامنه اش بیش از نمادهای ثابت استفاده شده نیست.

■ **فرض بسته بودن دامنه** domain closure

■ در این شرایط جمله

$$\textit{Brother}(\textit{Amir}, \textit{Amin}) \wedge \textit{Brother}(\textit{Hamid}, \textit{Amin})$$

■ دقیقاً بیان می کند که امین دو برادر دارد.



دانشگاه صنعتی اصفهان - پژوهشکده فاوا
هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۳-۰۴
مازیار پالهنک

- دقت نمائید که پاورپوینت ابزاری جهت کمک به یک ارائه شفاهی می باشد و به هیچ وجه یک جزوه درسی نیست و شما را از خواندن مراجع درس بی نیاز نمی کند.
- لذا حتماً مراجع اصلی درس را مطالعه نمائید.
- در تهیه اسلایدها از سایت کتاب استفاده شده است.