MÉTHODES DE SIMPLIFICATION

TABLES DE KARNAUGH

Architecture des Ordinateurs 1

Mme AMGHAR D

INTRODUCTION

Simplification de fonctions logiques:

L'objectif de la simplification des Logic Function est la réduction :

- ✓Du nombre de termes (produits ou sommes) dans la fonction;(**mintermes ,maxtermes**)
- ✓Du nombre de variables dans le terme.

⟹ Ce qui permet de réduire le nombre de portes logiques(logic gates), par conséquent le coût du circuit.

On distingue principalement 3 méthodes de simplification:

- ✓Algébrique (utilisation de règles);
- ✓Graphique (utilisation du tableau de Karnaugh);
- ✓Programmable (Quine-McCluskey).

MÉTHODE ALGÉBRIQUE:

Méthode algébrique:

Cette méthode repose sur utilisation des propriétés rencontrées jusque là(lois de morgane….), sans une démarche spécifique.

- Elle est donc très intuitive, et nécessite pas mal d'entraînement pour conduire à des résultats intéressants.

Exemple: Soit la fonction suivante à simplifier:

$$S = a.b + \bar{a}.c + b.c$$
$$S = a.b + \bar{a}.c + b.c.1$$
$$S = a.b + \bar{a}.c + b.c.(a + \bar{a})$$
$$S = a.b + \bar{a}.c + b.c.a + b.c.\bar{a}$$
$$S = a.b.(1 + c) + \bar{a}.c.(1 + b) = a.b + \bar{a}.c$$

MÉTHODE ALGÉBRIQUE:

Etapes de conception d’un circuit:

✓Comprendre le fonctionnement du (système) circuit; lequel est souvent décrit textuellement .

✓Définir les variables d’entrée;

✓Définir la (ou les) variable(s) de sortie;

✓Etablir les **tables de vérité**;

✓Ecrire les **expressions algébriques** (truth table);

✓**Simplifier algébriquement** (en utilisant les règles);

✓Faire le **schéma** (avec un minimum de portes).

MÉTHODE ALGÉBRIQUE:

Exemple:

Soit à réaliser un système de contrôle d'ouverture /fermeture de serrure.

On dispose de 3 clés, où au moin 2 ouvrent la serrure.

Solution: nous avons **3 variables** d'entrée **A, B et C** représentant **les clés** et une sortie **S** pour la commande **d'ouverture/fermeture.**

A = 1 ➔ Clé 1 utilisée , A = 0 sinon.

S = 1 ➔ Serrure ouverte, S = 0 sinon.

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
S	0	0	0	1	0	1	1	1

$$S = \bar{A}.B.C + A.\bar{B}.C + A.B.\bar{C}+A.B.C$$

LES TABLES DE KARNAUGH (KARNAUGH MAPS)

La **table de Karnaugh** est une façon compacte de représenter une table de vérité.

- Le nombre de cases d'une **table de Karnaugh** est égal au nombre total de combinaisons possibles d'entrée (qui est égal au nombre de lignes d'une table de vérité).
- Pour **n** variables le nombre de cases d'une table de Karnaugh est **n^2**

LES TABLES DE KARNAUGH (KARNAUGH MAPS)

On note :

- Chaque case de la table de Karnaugh correspond à une rangée de la table de vérité.
- Un ‘1’ placé dans une case de la table de Karnaugh correspond à un **minterme** de la fonction.
- Un ‘0’ placé dans une case de la table de Karnaugh correspond à un **maxterme** de la fonction.
- Deux **mintermes** ou **maxtermes** représentés par deux cases **djacentes** ne diffèrent que par un **seul bit**. Le codage est effectué en **BINAIRE REFLECHI(codage Gray).**

LES TABLES DE KARNAUGH (KARNAUGH MAPS)

Méthode graphique : (Tableau de Karnaugh):

- ***Termes adjacents*:**

Soit une fonction à 2 entrées: $F(a,b) = a.b + a.\bar{b}$

- On constate que la variable **b** appartient aux 2 termes avec **a** constante,
- donc la mise en facteur $a(b+\bar{b})$ et l'application de la règle ($b+\bar{b}$=1), permet l'élimination de la variable **b.**

Deux mots binaires sont dits **adjacents** s'ils ne diffèrent que par la complémentarité d'une, et seulement une, variable.

LES TABLES DE KARNAUGH (KARNAUGH MAPS)

Exemple : Les mots $ab\bar{c}$ et abc sont adjacents,

alors :

$$ab\bar{c} + abc = ab(c + \bar{c}) = ab$$

Le tableau de Karnaugh est une forme de table de vérité mettant en évidence (graphiquement) les termes adjacents.

Codage Gray

LES TABLES DE KARNAUGH (KARNAUGH MAPS)

Exemple : Fonction à 2 variables d'entrée

Soit u truth table à 2 variables:

TV

a	b	F
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

TK

b\a	0	1
0		
1		

Où la case correspond à l'état de la fonction de sortie.

LES TABLES DE KARNAUGH (KARNAUGH MAPS)

- La **Table de vérité** utilise le **code binaire naturel** pour énumérer toutes les combinaisons possibles d'entrées afin de générer l'équation d'une fonction.

- Par contre, La **TK** utilise le **code de Gray**, lequel est élaboré à partir des deux caractéristiques suivantes:
  - La transition d'une combinaison à la suivante implique qu'un, et seulement un, bit change d'état.
  - Le code est cyclique.

LES TABLES DE KARNAUGH (KARNAUGH MAPS)

Table de codes Gray:

Code Gray à 1 bit	Code Gray à 2 bits	Code Gray à 3 bits
0	00	000
1	01	001
	11	011
	10	010
		110
		111
		101
		100

REPRÉSENTATION DES FONCTIONS PAR DES TABLES DE KARNAUGH

Tables de karnaugh à deux variables : est un tableau à 2^2 c.à.d. 4 cases

a	b	F
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

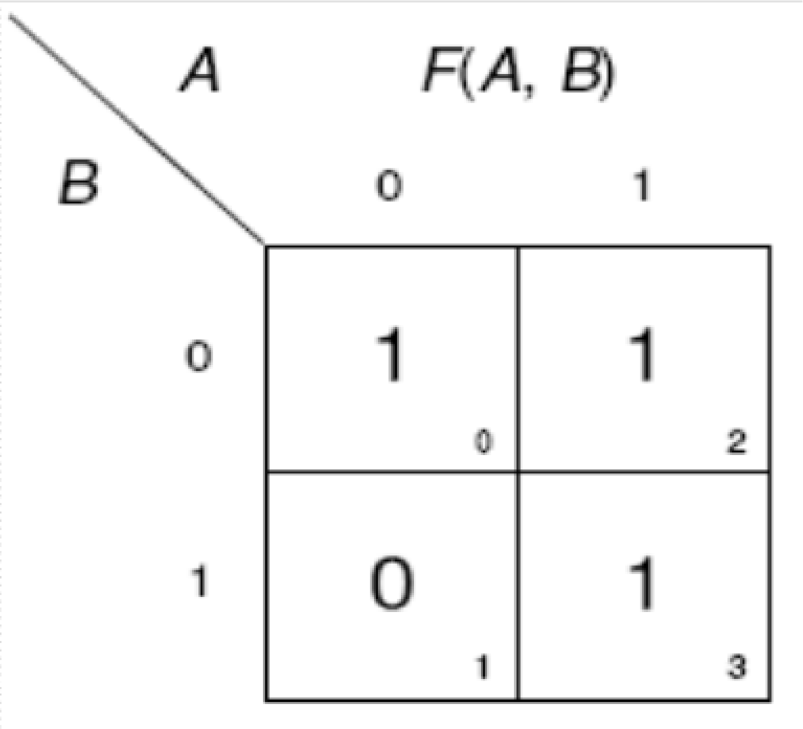
b \ a	0	1
0	$\overline{a}.\overline{b}$ 0	$a.\overline{b}$ 2
1	$\overline{a}.b$ 1	$a.b$ 3

REPRÉSENTATION DES FONCTIONS PAR DES TABLES DE KARNAUGH

Tables de karnaugh à deux variables :

Exemple :

	a	b	F
0	0	0	1
1	0	1	0
2	1	0	1
3	1	1	1



REPRÉSENTATION DES FONCTIONS PAR DES TABLES DE KARNAUGH

Tables de karnaugh à trois variables : est un tableau à 2^3 c.à.d. 8 cases.

Il y a deux possibilités : forme **horizontale** ou **verticale.**

Les deux formes sont équivalentes.

c \ ab	00	01	11	10
0	$\bar{a}.\bar{b}.\bar{c}$ 0	$\bar{a}.b.\bar{c}$ 2	$a.b.\bar{c}$ 6	$a.\bar{b}.\bar{c}$ 4
1	$\bar{a}.\bar{b}.c$ 1	$\bar{a}.b.c$ 3	$a.b.c$ 7	$a.\bar{b}.c$ 5

bc \ a	0	1
00	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$ 0	$a\bar{b}\bar{c}$ 4
01	$\bar{a}\bar{b}c$ 1	$a\bar{b}c$ 5
11	$\bar{a}bc$ 3	abc 7
10	$\bar{a}b\bar{c}$ 2	$ab\bar{c}$ 6

100 est adjacent à 110

REPRÉSENTATION DES FONCTIONS PAR DES TABLES DE KARNAUGH

Tables de karnaugh à trois variables :

Exemple :

A	*B*	*C*	*F*
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

F(*A*, *B*, *C*)

C \ *AB*	00	01	11	10
0	0 $_{0}$	1 $_{2}$	1 $_{6}$	0 $_{4}$
1	1 $_{1}$	1 $_{3}$	0 $_{7}$	0 $_{5}$

Horizontal

F(*A*, *B*, *C*)

BC \ *A*	0	1
00	0 $_{0}$	0 $_{4}$
01	1 $_{1}$	0 $_{5}$
11	1 $_{3}$	0 $_{7}$
10	1 $_{2}$	1 $_{6}$

verticale

REPRÉSENTATION DES FONCTIONS PAR DES TABLES DE KARNAUGH

Tables de karnaugh à quatre variables : est un tableau à 2^4 c.à.d. 16 cases

cd \ ab	00	01	11	10
00	$\bar{a}.\bar{b}.\bar{c}.\bar{d}$ 0	$\bar{a}.b.\bar{c}.\bar{d}$ 4	$a.b.\bar{c}.\bar{d}$ 12	$a.\bar{b}.\bar{c}.\bar{d}$ 8
01	$\bar{a}.\bar{b}.\bar{c}.d$ 1	$\bar{a}.b.\bar{c}.d$ 5	$a.b.\bar{c}.d$ 13	$a.\bar{b}.\bar{c}.d$ 9
11	$\bar{a}.\bar{b}.c.d$ 3	$\bar{a}.b.c.d$ 7	$a.b.c.d$ 15	$a.\bar{b}.c.d$ 11
10	$\bar{a}.\bar{b}.c.\bar{d}$ 2	$\bar{a}.b.c.\bar{d}$ 6	$a.b.c.\bar{d}$ 14	$a.\bar{b}.c.\bar{d}$ 10

REPRÉSENTATION DES FONCTIONS PAR DES TABLES DE KARNAUGH

Tables de karnaugh à quatre variables :

Exemple :

F(A, B, C, D)

CD \ AB	00	01	11	10
00	0_{0}	0_{4}	1_{12}	0_{8}
01	1_{1}	0_{5}	0_{13}	0_{9}
11	1_{3}	0_{7}	1_{15}	0_{11}
10	1_{2}	1_{6}	1_{14}	1_{10}

A	*B*	*C*	*D*	*F*
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

REPRÉSENTATION DES FONCTIONS PAR DES TABLES DE KARNAUGH

Tables de karnaugh à cinq variables : est un tableau à 2^5 c.à.d. 32 cases

Code Gray

AB \ CDE	000	001	011	010	110	111	101	100
00								
01								
11								
10								

REPRÉSENTATION DES FONCTIONS PAR DES TABLES DE KARNAUGH

Tables de karnaugh à cinq variables :

Exemple :

XYZ / TU	000	001	011	010	110	111	101	100
00	1	1	0	0	1	1	0	0
01	1	1	0	0	1	1	0	0
11	0	0	1	1	0	0	1	1
10	0	0	1	1	0	0	1	1

REPRÉSENTATION DES FONCTIONS PAR DES TABLES DE KARNAUGH

- Lorsque toute la fonction est représentée dans la table, on procède à des ***regroupements de "1"*** qui se situent les uns à côté des autres.

- Puisque la table de Karnaugh utilise un code de Gray, ces groupements identifient des ***termes adjacents.***

Cases adjacentes:

Rechercher dans le TKarnaugh **les cases adjacentes** qui contiennent des **'1'.**

C'est-à-dire les cases dont **une seule variable d'entrée change d'état.** Ce sont les cases qui sont cote à cote .

REPRÉSENTATION DES FONCTIONS PAR DES TABLES DE KARNAUGH

Exemples:

Ab cd	00	01	11	10
00		*		
01	*	1	*	
11		*		
10				

Ab cd	00	01	11	10
00	*	1	*	
01		*		
11				
10		*		

Ab cd	00	01	11	10
00	*			
01				
11	*			
10	1	*		*

REPRÉSENTATION DES FONCTIONS PAR DES TABLES DE KARNAUGH

Pour représenter une fonction logique sous forme SDP (Sommes De Produits) standards par la table de Karnaugh, on suit les étapes suivantes :

- Déterminer la valeur binaire de chaque terme produit de la fonction.
- Pour chaque minterme de la fonction, on met un 1 dans la case lui correspondant dans la table.

REPRÉSENTATION DES FONCTIONS PAR DES TABLES DE KARNAUGH

Exemple :

$$F(A,B,C)=\overline{A}.B.C+A.\overline{B}.C+A.B.\overline{C}+A.B.C \quad \text{(1ere FC)}$$

0 1 1   1 0 1   1 1 0   1 1 1

Donc :

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

REPRÉSENTATION DES FONCTIONS PAR DES TABLES DE KARNAUGH

$$F(A,B,C) = (A+B+C)(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+C) \text{ (2eme FC)}$$

$$(0 \quad 0 \quad 0)(0 \quad 0 \quad 1)(0 \quad 1 \quad 0)(1 \quad 0 \quad 0)$$

Donc

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Simplification:

première étape:

Il s'agit de réaliser des groupements de '1' pour la DCF(des '0' pour la CCF), en respectant les règles suivantes:

- ✓Des groupements différents peuvent utiliser plusieurs fois le même 1;
- ✓Les groupements ne doivent pas contenir de '0';
- ✓Tous les '1' doivent être contenus dans un groupement;
- ✓Les groupements doivent être les plus grands possibles;
- ✓La dimension du groupement est une puissance de 2 (2, 4, 8, 16).

Remarque: Un groupement de '1' à 2^n cases permet de supprimer (simplifier) **n** variables .

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Deuxième étape : Détermination des termes produit minimisés

Chaque groupe de « 1 » de 2^k cases adjacentes donne un terme produit de n-k variables où les k variables qui changent de complémentarité sont éliminées et les variables qui ne changent pas sont retenues.

- En regroupant les cases adjacentes par 2, on supprime une variable des termes correspondants.
- Pour supprimer deux variables, il faut disposer de 4 cases adjacentes.
- Pour en supprimer 3 il faut 8 cases adjacentes, etc…

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Troisième étape : Détermination de la forme disjonctive minimisée

Additionnez tous les termes de produits déterminés à partir de la table de Karnaugh pour former l'expression minimisée de la SDP.

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple:

$$f(a,b) = \overset{01}{\bar{a}b} + \overset{00}{\bar{a}\bar{b}} + \overset{11}{ab}$$

A / b	0	1
0	1	0
1	1	1

$\bar{a}$

b

$$f = \bar{a} + b$$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 1 : groupez les 1 des tables de karnaugh suivantes

c \ ab	00	01	11	10
0	1	0	1	0
1	0	1	1	0

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 1 : Déterminez le terme de chaque groupe

ab / c	00	01	11	10
0	1	0	1	0
1	0	1	1	0

$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$ bc   ab

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 1 :Déterminez la SDP minimisée

c \ ab	00	01	11	10
0	1	0	1	0
1	0	1	1	0

$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$ bc ab

$$f(a,b,c) = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + bc + ab$$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 2 : groupez les 1 des tables de karnaugh suivantes

Ab / c	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	1	0	1	1

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 2 : Déterminez le terme de chaque groupe

Ab c	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	1	0	1	1

$\bar{a}\bar{c}$

ac

$\bar{b}$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 2 : Déterminez la SDP minimisée

$$f(a,b,c) = \bar{a}\bar{c} + ac + \bar{b}$$

Ab / c	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	1	0	1	1

$\bar{a}\bar{c}$

ac

$\bar{b}$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 3 : groupez les 1 des tables de karnaugh suivantes

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 3 : Déterminez le terme de chaque groupe

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

$\bar{b}\,\bar{d}$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 3 : Déterminez la SDP minimisée

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

$\bar{b}\bar{d}$

$$f(a, b, c) = \bar{b}\bar{d}$$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 4 : groupez les 1 des tables de karnaugh suivantes

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	0	0	1	1

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 4 : Déterminez le terme de chaque groupe

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	0	0	1	1

$\bar{c}d$

$\bar{a}\bar{c}$

$ac\bar{d}$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 4 : Déterminez la SDP minimisée

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	0	0	1	1

$\bar{c}d$

$\bar{a}\bar{c}$

$ac\bar{d}$

$$f(a,b,c) = \bar{a}\bar{c} + ac\bar{d} + \bar{c}d$$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 5 : groupez les 1 des tables de karnaugh suivantes

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 5 : Déterminez la SDP minimisée

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

$$f(a,b,c) = \bar{b}$$

$\bar{b}$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 6 : groupez les 1 des tables de karnaugh suivantes

ab / cd	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	0	0	0	0

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 6 : Déterminez le terme de chaque groupe

ab / cd	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	0	0	0	0

d

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exemple 6 : Déterminez la SDP minimisée

ab / cd	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	0	0	0	0

d

F(a,b,c,d)=d

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exercice :

Utilisez une table de karnaugh pour minimiser le SDP suivante :

$$f(a,b,c) = \bar{a}bc + a\bar{b}c + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}\bar{c}$$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exercice

$$f(a,b,c) = \overset{011}{\bar{a}bc} + \overset{101}{a\bar{b}c} + \overset{001}{\bar{a}\bar{b}c} + \overset{000}{\bar{a}\bar{b}\bar{c}} + \overset{100}{a\bar{b}\bar{c}}$$

Ab \ c	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	1	0	1

$$f = \bar{b} + \bar{a}c$$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Exercice

- Déterminez la SDP minimisée de l'expression donnée par la table de Karnaugh suivante :

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	1
11	1	1	1	0
10	1	1	1	0

b

$a\bar{c}d$

$\bar{a}c$

$$f = b + a\bar{c}d + \bar{a}c$$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

- **Exercice:** Simplifiez par la table de Karnaugh

L'expression logique suivante : $f(a,b,c,d) = \sum m(0,4,5,6,7,8,9,10,11,13,14,15)$

$\bar{a}\bar{c}\bar{d}$ $a\bar{b}$

bd

bc

ab / cd	00	01	11	10
00	1 [0]	1 [4]	0 [12]	1 [8]
01	0 [1]	1 [5]	1 [13]	1 [9]
11	0 [3]	1 [7]	1 [15]	1 [11]
10	0 [2]	1 [6]	1 [14]	1 [10]

$$f = \bar{a}\bar{c}\bar{d} + bd + bc + a\bar{b}$$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Termes redondants :

Définition :

- Un terme est dit **redondant** si toutes les cases qu'il couvre dans une table de Karnaugh sont déjà couvertes par un autre terme.
- Ce terme peut être enlevé de l'équation sans changer la table de vérité.

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Termes redondants :

Exemple : Simplifions en somme de produits la fonction logique suivante :

$$f(a,b,c) = \bar{a}b\bar{c} + ab\bar{c} + abc + a\bar{b}c$$

Ab / c	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	1	1

Terme redondant

$b\bar{c}$

ac

ab

$$f(a,b,c) = b\bar{c} + ac + ab$$

- **la forme est la plus simple:** $f(a,b,c) = b\bar{c} + ac$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

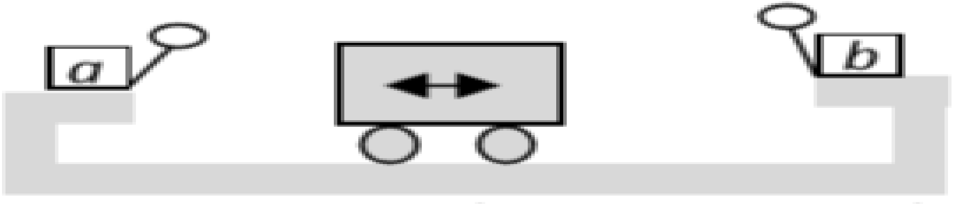
Conditions indifférentes :

- En créant la table de vérité d'une fonction, on écrit 1 si la fonction est **true**, puis on rempli de 0.
- Certains circuits logiques peuvent être conçus tels que la valeur de la fonction pour certaines combinaisons de valeurs de variables n'a pas d'importance ou bien physiquement impossibles.

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Conditions indifférentes :

Exemple :



- un chariot ne peut être en contact avec les capteurs de position a et b en même temps, alors la position a=1 et b=1 est impossible.

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Conditions indifférentes :

- Qu'arrive t'il si certaines combinaisons ne sont pas possibles ?
- On donne à ces combinaisons, dites **conditions indifférentes**, la valeur x (au lieu de 0 ou 1) dans la table de vérité,
- on utilise aussi ø ou - .

a	b	c	f(a, b, c)	a	b	c	f(a, b, c)
0	0	0	0	1	0	0	x
0	0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	x	1	1	1	1

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Conditions indifférentes :

- Les mintermes ou maxtermes qui ont des conditions indifférentes sont exprimées avec un d.
- Les conditions indifférentes permettent de faire des groupements plus gros dans les diagrammes de Karnaugh .
- On utilise seulement ceux qui permettent des plus gros regroupements.

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Conditions indifférentes :

a	b	c	f(a, b, c)	a	b	c	f(a, b, c)
0	0	0	0	1	0	0	x
0	0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	x	1	1	1	1

Ab / c	00	01	11	10
0	0	0	1	x
1	0	x	1	1

a

$$f(a, b, c) = a$$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Conditions indifférentes :

Exemple 2 : Simplifiez la fonction suivante

$$F(w,x,y,z) = \sum m(1,2,3,7,11,15) + d(0,5)$$

$$F(w,x,y,z) = \bar{w}\bar{x} + yz$$

cd \ ab	00	01	11	10
00	x	0	0	0
01	1	x	0	0
11	1	1	1	1
10	1	0	0	0

$\bar{w}\bar{x}$

yz

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE DISJONCTIVE

Conditions indifférentes :

Exemple 3 : Simplifiez la fonction suivante

$$F(A,B,C,D) = \sum m(0,4,10,14) + d(1,2,3,5,6,11,15)$$

ab / cd	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	x	x	0	0
11	x	0	x	x
10	x	x	1	1

$\bar{a}\bar{c}$

$c\bar{d}$

$$F(A,B,C,D) = \bar{a}\bar{c} + c\bar{d}$$

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE CONJONCTIVE

Table de karnaugh CCF:

Pour un PDS sous forme standard, on place un 0 pour chaque terme de somme de l'expression sur la table de Karnaugh.

- Déterminez la valeur binaire de chaque terme de somme contenu dans le PDS standard. C'est la valeur binaire pour laquelle le terme vaut 0.
- Pour chaque terme de somme évalué, placez un 0 dans la table de Karnaugh dans la case correspondante.

SIMPLIFICATION DES FONCTIONS SOUS FORME CANONIQUE CONJONCTIVE

Exemple :

Utilisez la table de Karnaugh pour minimiser le PDS standards suivant :

$$f(a,b,c) = \underbrace{(a+b+c)}_{000}.\underbrace{(a+\bar{b}+c)}_{010}.\underbrace{(a+b+\bar{c})}_{001}.\underbrace{(a+\bar{b}+\bar{c})}_{011}\underbrace{(\bar{a}+\bar{b}+c)}_{110}$$

Ab / c	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1

a

$(\bar{b}+c)$

$$\boldsymbol{f = a(\bar{b}+c)}$$