

Première année ingénieur informatique, 2023 - 2024
Architecture des ordinateurs
TD 3: Algèbre de Boole

Exercice1 :

Établir la table de vérité (truth table) et le schéma logique (Logic diagram) des fonctions :

a) $f = a + b$ b) $f = a + \bar{b} \cdot (\bar{a} + c)$ c) $f = (\bar{a}bd + c) \cdot d$
d) $f = \overline{ab + \bar{c} + \bar{a}cd + \bar{b}}$ e) $f = (a + bc)(\bar{a}\bar{c} + d)(\bar{a}bd + \bar{c}d)$

Exercice2

- 1) soit les deux fonction s1 et s2 des variables binaires a,b,c suivantes :

$$s_1 = (a + b)(b + c)(c + a) \quad s_2 = (\bar{a} + \bar{b})(\bar{b} + \bar{c})(\bar{c} + \bar{a})$$

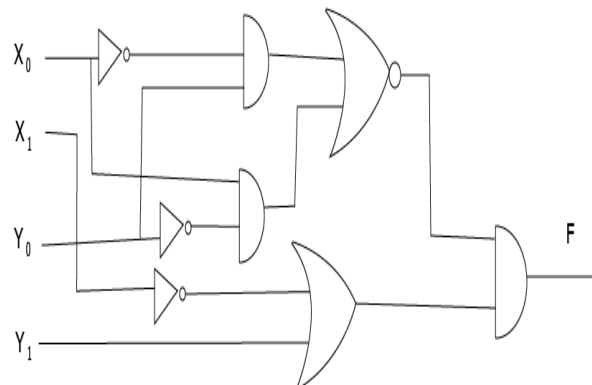
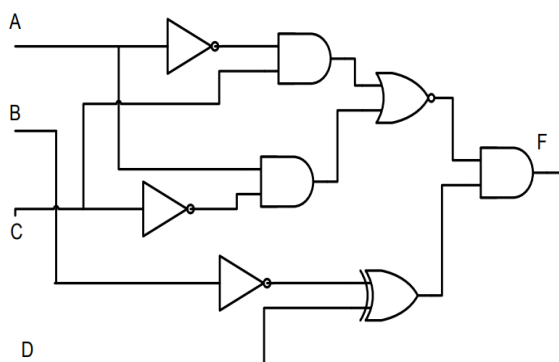
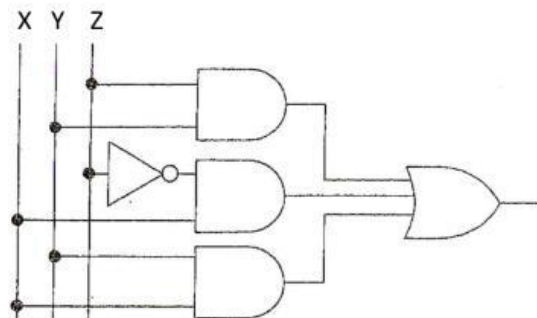
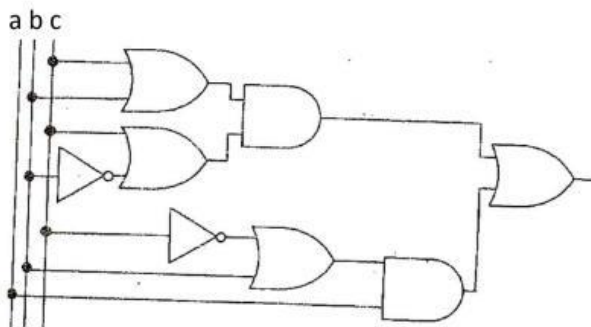
Donner la relation qui existe entre S1 et S2.

- 2) Ecrire le complément de l'expression :

$$S = \bar{a}\bar{b}c + (\bar{a} + b + d)(\bar{a}b\bar{d} + \bar{c})$$

Exercice3

Donner la fonction (function) des schémas logiques (Logic diagrams) suivants puis dresser la table de vérité (truth table) :



Exercice4

Ecrire les fonctions suivantes en utilisant seulement les portes (logic gates) NAND.

Puis en utilisant seulement les portes (logic gates) NOR :

$$f = (a + bc)(\bar{a}\bar{c} + d)(\bar{a}\bar{b}d + \bar{c}d)$$

$$f = (\bar{a}\bar{c} + \bar{b}d)(\bar{a}c\bar{b}d + \bar{b}c\bar{d})(\bar{a}\bar{b}\bar{d} + \bar{b}c\bar{d})$$

Exercice 5 :

Déterminer les tables de vérité (truth table) , les formes canoniques disjonctives et conjonctives (Disjunctive and Conjunctive canonical form (DCF, CCF)) des fonctions booléennes suivantes :

$$1) f = ab + \bar{a}\bar{b} \quad (\text{DCF})$$

a	b	f
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$2) f = \bar{a}\bar{b} + \bar{b}\bar{c} + \bar{c}\bar{a}$$

- 2 méthodes (tv ou equation)

DCF :

$$f = \bar{a}\bar{b}.1 + \bar{b}\bar{c}.1 + \bar{c}\bar{a}.1$$

$$f = \bar{a}\bar{b}.(c + \bar{c}) + \bar{b}\bar{c}.(a + \bar{a}) + \bar{c}\bar{a}.(b + \bar{b})$$

$$f = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}bc + a\bar{b}\bar{c} + ab\bar{c}$$

TV :

a	b	c	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$$3) f = \bar{a} + \bar{a}\bar{b}\bar{d} + \bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{c}\bar{d} \quad (\text{même chose})$$

$$4) f = a + \bar{b} + \bar{b}\bar{c}\bar{d} \quad (\text{même chose})$$

Exercice 6 :

Considérer la fonction définie par la table de vérité (truth table) suivante :

a	b	c	f(a,b,c)	a	b	c	f(a,b,c)
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1	1	0

1) Générer une expression logique correspondante :

- sous forme de sommes de produits

$$f = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c}$$

- sous forme de produits de sommes

$$f = (a + \bar{b} + c).(a + \bar{b} + \bar{c}).(\bar{a} + b + c).(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})$$

2) Simplifier les deux expressions en utilisant les règles de l'algèbre de Boole.

$$\bullet f = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} \quad (\text{simplifier})$$

$$f = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c}$$

$$f = \bar{a}\bar{b}(c + \bar{c}) + \bar{a}(b\bar{c} + \bar{b}c)$$

$$f = \bar{a}\bar{b} + (b \oplus c)$$

$$\bullet f = (a + \bar{b} + c).(a + \bar{b} + \bar{c}).(\bar{a} + b + c).(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \quad (\text{simplifier})$$

$$f = (a + \bar{b} + c).(a + \bar{b} + \bar{c}).(\bar{a} + b + c).(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})$$

$$f = (a + b)(a + \bar{b} + c)(a + \bar{b} + \bar{c})$$

$$f = (a + b)(\bar{a} + (b + c)(\bar{b} + \bar{c}))$$

$$f = (a + b)(a + b \oplus c)$$

3) Prouver les équivalences suivantes :

$$a + \overline{a.b} = 1$$

$$a + \overline{a} + \overline{b} = 1 + \overline{b}$$

$$= 1$$

- $\overline{a.b + \overline{a} + \overline{b}} = 0 ?$

$$\overline{a.b + \overline{a} + \overline{b}} = 0$$

- $\overline{a.b.(a + \overline{b})} = \overline{a.b.(a.b)}$
 $= 0$

- $a.b.c + a.b.\overline{c} + a.\overline{b}.c + a.\overline{b}.\overline{c} = a ?$

$$a.b.c + a.b.\overline{c} + a.\overline{b}.c + a.\overline{b}.\overline{c} = a$$

- $a.b(c + \overline{c}) + a.\overline{b}(c + \overline{c}) = a.b + a.\overline{b}$
 $= a.(b + \overline{b}) = a$