

NOIP 欢乐训练赛题解

Gromah

Contents

1	括号	2
1.1	算法 1	2
1.2	算法 2	2
1.3	算法 3	2
2	连连看	3
2.1	算法 0	3
2.2	算法 1	3
2.3	算法 2	3
3	数	4
3.1	算法 1	4
3.2	算法 2	4
3.3	算法 3	4

1 括号

1.1 算法 1

对于 $n \leq 20$ ，可以枚举每一种选取情况，然后判断是否为合法括号序列，并统计答案。

时间复杂度： $O(2^n)$ 。期望得分 40 分。

1.2 算法 2

对于 $n \leq 2000$ ，可以考虑动态规划，设 $Dp[i][j]$ 为考虑了前 i 个括号，目前有 j 个左括号待匹配的最大权值和，那么转移的话分以下两种情况：

- $Dp[i][j] = \max(Dp[i-1][j], Dp[i-1][j-1] + a_j), (s_i = ' (')$
- $Dp[i][j] = \max(Dp[i-1][j], Dp[i-1][j+1] + a_j), (s_i = ')')$

注意考虑一下边界情况就好。最后答案就是 $Dp[n][0]$ 。

时间复杂度： $O(n^2)$ 。期望得分 70 分。

1.3 算法 3

对于左括号全在右括号左边的特殊情况，我们可以用贪心的思想，每次选择权值最大的左括号与权值最大的右括号进行匹配，直到把某种括号匹配完了，或者匹配之后的括号对的权值为负打止。

时间复杂度： $O(n \log n)$ 。结合算法 2，期望得分 100 分。

2 连连看

2.1 算法 0

直接输出 k 。

时间复杂度： $O(1)$ 。期望得分 15 分。

2.2 算法 1

枚举每一对牌，从某一张牌开始进行 BFS，记录当前方向以及剩余转弯方向即可。

时间复杂度： $O(nmk)$ 。期望得分 60 分。

2.3 算法 2

考虑如果用 3 条线段连接两张牌，第一条和最后一条一定是平行的，并且与第二条线段垂直。所以对于每一对牌，可以考虑枚举第二条线段的横纵与位置，那么理论上第一条线和第三条线的横纵与位置也会被确定，此时只要看这些线段上有没有其他障碍牌即可。具体可以用一个二位前缀和来进行快速查询。

如果用 1 条或者 2 条线段连接两张牌，可以将其中一条线段的长度看作是 0，这样就变成 3 条线段的情况了。

时间复杂度： $(nm + (n + m)k)$ 。期望得分 100 分。

3 数

3.1 算法 1

先把 $1 \sim Max_x$ 的 f 值算出来，这里可以用暴力一点的 $O(\log x_i)$ 的做法，然后按照题目意思模拟求解即可。

时间复杂度： $O(nx_i)$ 。由于此做法常数极小，且每个 x_i 变成 1 的次数也达不到 x_i 值本身，所以可以得到 50 分。

3.2 算法 2

同样先把 $1 \sim Max_x$ 的 f 值算出来，然后因为 $f(x) \rightarrow x$ 形成了一棵树结构，可以用倍增数据结构维护每一个数字 x 的 $f^{2^0}(x), f^{2^1}(x), f^{2^2}(x), \dots$ 的大小，这样每次询问就可以在 $O(\log x_i)$ 的时间内求解了。

时间复杂度： $O((n + x_i) \log x_i)$ 。期望得分 70 分。

3.3 算法 3

可以用 $f_{\lfloor \frac{i}{10} \rfloor}$ 的值在 $O(1)$ 的时间内求出 f_i ，即 $f_i = f_{\lfloor \frac{i}{10} \rfloor} + (i \bmod 10) \times 10^{\lfloor \lg(i) \rfloor}$ 。

然后考虑离线处理询问，又因为这些数字可以构成树结构，所以可以在 dfs 的时候开个栈记录一下当前路径，那么对于正在访问的点 u ，其往上 k 步所到达的点则可以在 $O(1)$ 的时间内得出了。

时间复杂度： $O(n + x_i)$ 。期望得分 100 分。