PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DEMATEMATICAS
Análisis Numérico
eherrera@javeriana.edu.co

1. Evaluar el polinomio en cada valor indicado y el número de operaciones mínimo para hacerlo, para los siguientes polinomios junto con sus derivadas

Método de Horner en C

```
double horner(double p[],int n, double x){
  double y = p[0];
  int i;
  for(i = 1; i<n; i++){
    y = x*y + p[i];
  }
  return y;
}

double eval(double p[],int n, double x){
  double s = 0;
  int i;
  for(i = 0; i<n; i++){
    s = s + p[i]*pow(x,n-i-1);
  }
  return s;
}
```

$P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3x - 4$ en $x_0 = -2$

$P(x) = 7x^5 + 6x^4 - 6x^3 + 3x - 4$ en $x_0 = 3$

$P(x) = -5x^6 + 3x^4 + 2x^2 - 4x$ en $x_0 = -1$

Dado que:

$$P(x) = (x - x_0)\, Q(x) + b_0$$

donde

$$Q(x) = b_n x^{n-1} + b_{n-1}x^{n-2} + \dots + b_2 x + b_1$$

Derivando

$$P'(x) = Q(x) + (x - x_0)Q'(x)$$

En $x = x_0$,

$$P'(x_0) = Q(x_0)$$

2.

Problema. Se necesita un recipiente rectangular, sin tapa, de un litro de capacidad. Para construirlo se debe usar una lámina rectangular de **32** cm de largo y **24** cm de ancho. El procedimiento será recortar un cuadrado idéntico en cada una de las cuatro esquinas y doblar los bordes de la lámina para formar el recipiente.

Determine la medida del lado del cuadrado que se debe recortar en cada esquina para que el recipiente tenga la capacidad requerida.

Utilice dos métodos diferentes para resolver el problema, instruméntelo en el lenguaje adecuado y responda:

1. ¿Cual etapa del proceso de resolución de un problema numérico requiere más atención?

2. ¿Qué conocimientos son necesarios para formular un modelo matemático?

3. En el ejemplo de la caja ¿Cual sería la desventaja de intentar obtener experimentalmente la solución mediante prueba y error en lugar de analizar el modelo matemático?

4. ¿Que es más crítico: el error de truncamiento o el error de redondeo?

5. ¿Cuál es la ventaja de instrumentar computacionalmente un método numérico?

6. ¿Por que es importante validar los resultados obtenidos?

3. Implemente en R el siguiente algoritmo que sirve para calcular la raíz cuadrada. Aplíquelo para evaluar la raíz cuadrada de 7, analice su precisión, convergencia y validez

Algoritmo

```
Algoritmo: Raíz cuadrada
Entra:      n     Dato
            E     Error permitido
            x     Valor inicial
Sale:       y     Respuesta calculada con error E
y ← 1/2(x + n/x)
Repetir mientras  |x - y|  >  E
      x ← y
      y ← 1/2(x + n/x)
Fin
```

4. Suponga que un dispositivo solo puede almacenar únicamente los cuatro primeros dígitos decimales de cada número real, y trunca los restantes (esto es redondeo inferior). Calcule el error de redondeo si se quiere almacenar el número 536.78. Tenga en cuenta lo siguiente:

En general, si **n** es la cantidad de enteros del número normalizado con potencias de 10, y **m** es la cantidad de cifras decimales que se pueden almacenar en el dispositivo, entonces si se truncan los decimales sin ajustar la cifra anterior, el error de redondeo absoluto está acotado por:

$$|E| < 1 * 10^{n-m}$$

Mientras que el error relativo:

$$|e| < \frac{\max(|E|)}{\min(|X|)} = \frac{1 * 10^{n-m}}{0.1 * 10^{n}} = 10 * 10^{-m}$$ (Solo depende del almacenamiento)

5. Calcule la propagación del error dado por las operaciones aritméticas, para el siguiente problema

La velocidad de una partícula es constante e igual a **4 m/s**, medida con un error de **0.1 m/s** durante un tiempo de recorrido de **5 seg**. medido con error de **0.1 seg**. Determine el error absoluto y el error relativo en el valor de la distancia recorrida.

$v = 4,\ E_v = 0.1$	(velocidad)
$t = 5,\ E_t = 0.1$	(tiempo)
$d = vt$	(distancia recorrida)

6. Eficiencia de un algoritmo esta denotada por T(n)

6. Dado el siguiente algoritmo

```
Leer n
Mientras n>0 repita
    d ← mod(n,2)          Produce el residuo entero de la división n/2
    n ← fix(n/2)          Asigna el cociente entero de la división n/2
    Mostrar d
fin
```

a) Recorra el algoritmo con **n = 73**

b) Suponga que **T(n)** representa la cantidad de operaciones aritméticas de división que se realizan para resolver el problema de tamaño **n**. Encuentre **T(n)** y exprésela con la notación **O( )** Para obtener **T(n)** observe el hecho de que en cada ciclo el valor de **n** se reduce aproximadamente a la mitad.

7. Utilice el método de Newton para resolver el problema, muestre gráficamente cómo se comporta la convergencia a la solución

Ejemplo. Una partícula se mueve en el espacio con el vector de posición **R(t) = (2cos(t), sen(t), 0)**. Se requiere conocer el tiempo en el que el objeto se encuentra más cerca del punto **P(2, 1, 0).** Utilice el método de Newton con cuatro decimales de precisión.

8. Resolver por dos métodos diferentes, grafique las soluciones y comparar sus soluciones

Encuentre una intersección de las siguientes ecuaciones en coordenadas polares

$r = 2+\cos(3*t),\ \ r = 2 - e^{t}$

9. Resolver los ejercicios 13,14 y 15

13. Encuentre una fórmula iterativa de convergencia cuadrática y defina un intervalo de convergencia apropiado para calcular la raíz real n-ésima de un número real. El algoritmo solamente debe incluir operaciones aritméticas elementales.

14. El siguiente es un procedimiento intuitivo para calcular una raíz real positiva de la ecuación **f(x) = 0** en un intervalo **[a, b]** con precisión **E**:

A partir de **x = a** evalúe **f(x)** incrementando **x** en un valor **d**. Inicialmente **d = (b – a)/10**
Cuando **f** cambie de signo, retroceda **x** al punto anterior **x – d**, reduzca **d** al valor **d/10** y evalúe nuevamente **f** hasta que cambie de signo Repita este procedimiento hasta que **d** sea menor que **E**.

a) De manera formal escriba las condiciones necesarias para que la raíz exista, sea única y pueda ser calculada.
b) Indique el orden de convergencia y estime el factor de convergencia del método.
c) Describa el procedimiento anterior en notación algorítmica, o en MATLAB o en Python

15. Se propone resolver la ecuación $\int_0^x (5 - e^u)du = 2$ con el **método del punto fijo**
a) Obtenga la ecuación **f(x) = 0** resolviendo el integral
b) Mediante un gráfico aproximado, o evaluando directamente, localice la raíces reales.
c) Proponga una ecuación equivalente **x = g(x)** y determine el intervalo de convergencia para calcular una de las dos raíces.
d) Del intervalo anterior, elija un valor inicial y realice 5 iteraciones. En cada iteración verifique que se cumple la condición de convergencia del punto fijo y estime el error de truncamiento en el último resultado.