Eddy Herrera Daza -Análisis Numérico

1.Considere un cuerpo con temperatura interna T el cual se encuentra en un ambiente con temperatura constante T_e. Suponga que su masa m concentrada en un solo punto. Entonces la transferencia de calor entre el cuerpo y el entorno externo puede ser descrita con la ley de Stefan-Boltzmann:

$$v(t) = \epsilon\gamma S(T^4(t) - T_e^4)$$

Donde, t es tiempo y ϵ es la constante de Boltzmann ($\epsilon = 5.6x10^{-8}J/m^2K^2s$), γ es la constante de "emisividad" del cuerpo, S el área de la superficie y v es la tasa de transferencia del calor. La tasa de variación de la energía $\frac{dT}{dt} = \frac{-v(t)}{mC}$ (C indica el calor específico del material que constituye el cuerpo). En consecuencia,

$$\frac{dT}{dt} = \frac{-\epsilon\gamma S(T^4(t) - T_e^4)}{mC}$$

Usando el método de Euler (en R) y 20 intervalos iguales y t variando de 0 a 200 segundos, resuelva numéricamente la ecuación, si el cuerpo es un cubo de lados de longitud 1m y masa igual a 1Kg. Asuma, que T0 = 180K, Te = 200K, g = 0.5 y C = 100J/(Kg/K). Hacer una representación gráfica del resultado.

2.Obtenga cinco puntos de la solución de la ecuación, utilizando el método de Taylor (los tres primeros términos)con h=0.1

$$\boldsymbol{\frac{dy}{dx} - (x + y) = 1 - x^2; y(0) = 1}$$

Grafique su solución y compare con la solución exacta, cuál es el error de truncamiento en cada paso

3.Obtenga 20 puntos de la solución de la ecuación, utilizando el método de Euler (los tres primeros términos)con h=0.1

$$\frac{dy}{dx} - (x + y) = 1 - x^2; y(0) = 1$$

Grafique su solución y compare con la solución exacta, cuál es el error de truncamiento en cada paso

4.Implemente en R el siguiente algoritmo y aplíquelo para resolver la ecuación anterior

1) Defina f(x,y) y la condición incial (x_0, y_0)
2) Defina h y la cantidad de puntos a calcular m
3) Para i =1, 2, ..., m
4) $K_1 = hf(x_i, y_i)$
5) $K_2 = hf(x_i + h, y_i + K_1)$
6) $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}(K_1 + K_2)$.
7) $x_{i+1} = x_i + h$
8) fin

5.Utilizar la siguiente variación en el método de Euler, para resolver una ecuación diferencial ordinaria de primer orden, la cual calcula el promedio de las pendientes en cada paso

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}\left(f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1})\right)$$

6.Implemente un código en R, para este método y obtenga 10 puntos de la solución con h=0.1, grafíquela y compárela con el método de Euler:

$$\frac{dy}{dx} - x - y - 1 + x^2 = 0; y(0) = 1$$

7.Implemente un código en R, para el método de Runge Kutta de cuarto orden y obtenga 10 puntos de la solución con h=0.1, grafíquela y compárela con el método de Euler:

$$\frac{dy}{dx} - x - y - 1 + x^2 = 0; y(0) = 1$$

8.Implemente en R un código que le permita encontrar los primeros 10 términos del sistema utilizando el método mejorado de Euler con h=0.1

$$y' - x - y - z = 0, \quad y(0) = 1$$
$$z' + x - y + z = 0, \quad z(0) = 2$$

9.Implemente en R un código para obtener 20 términos de la solución del siguiente sistema, utilizando el método Runge Kutta con h=0.1

$$y' - x - y - z = 0, \quad y(0) = 1$$
$$z' + x - y + z = 0, \quad z(0) = 2$$