

1) Derivadas.

$$1. \quad \phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta \quad \rightarrow \quad \phi_B = \pi r^2 B_0 \sin(\omega t) \cos(2\pi f t)$$

tomar en cuenta que:

$$A = \pi r^2$$
$$\vec{B} = B_0 \cos(2\pi f t) (-\hat{z})$$

Ahora, reemplazando tenemos:

$$\phi = BA \cos(\theta)$$
$$\phi = B_0 \cos(2\pi f t) \cdot \pi r^2 \cdot \cos(\theta)$$

Ahora bien, como el bucle de cobre gira a velocidad ω podemos decir que $\theta = \omega t$. Además como lo tenemos que expresar con seno, cabe aclarar que las funciones seno y cos están desfasadas $\pi/2$, por lo tanto:

$$\phi = B_0 \cos(2\pi f t) \cdot \pi r^2 \cdot \cos(\theta)$$
$$\phi = B_0 \cos(2\pi f t) \pi r^2 \sin(\omega t) \quad \blacksquare$$

2. Formulas de Newton-Cotes.

1. Regla de Simpson $3/8 \rightarrow$

$$\int_{x_i}^{x_{i+3}} f(x) dx \approx \frac{3h}{8} (f(x_i) + 3f(x_{i+1}) + 3f(x_{i+2}) + f(x_{i+3}))$$

Interpolación de Lagrange, se realiza para un polinomio de grado 3 en los puntos $x_i, x_{i+1}, x_{i+2}, x_{i+3}$:

$$P(x) = \frac{f(x_i) \cdot (x - x_{i+1}) \cdot (x - x_{i+2}) \cdot (x - x_{i+3})}{(x_i - x_{i+1}) \cdot (x_i - x_{i+2}) \cdot (x_i - x_{i+3})} + \frac{f(x_{i+1}) \cdot (x - x_i) \cdot (x - x_{i+2}) \cdot (x - x_{i+3})}{(x_{i+1} - x_i) \cdot (x_{i+1} - x_{i+2}) \cdot (x_{i+1} - x_{i+3})} \\ + \frac{f(x_{i+2}) \cdot (x - x_i) \cdot (x - x_{i+1}) \cdot (x - x_{i+3})}{(x_{i+2} - x_i) \cdot (x_{i+2} - x_{i+1}) \cdot (x_{i+2} - x_{i+3})} + \frac{f(x_{i+3}) \cdot (x - x_i) \cdot (x - x_{i+1}) \cdot (x - x_{i+2})}{(x_{i+3} - x_i) \cdot (x_{i+3} - x_{i+1}) \cdot (x_{i+3} - x_{i+2})}$$

Ahora bien, $P(x)$ es un polinomio de grado 3 donde cada factor está multiplicado por una constante por lo que:

$$\int_{x_i}^{x_{i+3}} P_3(x) dx = \int_{x_i}^{x_{i+3}} \frac{f(x_i) \cdot (x - x_{i+1}) \cdot (x - x_{i+2}) \cdot (x - x_{i+3})}{(x_i - x_{i+1}) \cdot (x_i - x_{i+2}) \cdot (x_i - x_{i+3})} dx + \int_{x_i}^{x_{i+3}} \frac{f(x_{i+1}) \cdot (x - x_i) \cdot (x - x_{i+2}) \cdot (x - x_{i+3})}{(x_{i+1} - x_i) \cdot (x_{i+1} - x_{i+2}) \cdot (x_{i+1} - x_{i+3})} dx + \dots \\ = f(x_i) \cdot \underbrace{\int_{x_i}^{x_{i+3}} \frac{(x - x_{i+1}) \cdot (x - x_{i+2}) \cdot (x - x_{i+3})}{(x_i - x_{i+1}) \cdot (x_i - x_{i+2}) \cdot (x_i - x_{i+3})} dx}_{\text{Por } \oplus} + \dots$$

Ahora esta integral se puede hallar de forma exacta, además $h = \frac{b-a}{3} \rightarrow b-a = 3h$ \oplus pues es un polinomio cúbico, luego:

$$\int_{x_i}^{x_{i+3}} P_3(x) dx = b-a \cdot \frac{f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)}{8} = \frac{3h}{8} [f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)]$$

Por \oplus

