

# Отчёт по лабораторной работе №2

## дисциплина: Математическое моделирование

Зорин Илья Михайлович

### Содержание

Цель работы .....	1
Задание .....	1
Выполнение лабораторной работы .....	1
Выводы .....	4

### Цель работы

Решить задачу о погоне.

### Задание

**Вариант 47** Задача: на море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,6 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,4 раза больше скорости браконьерской лодки.

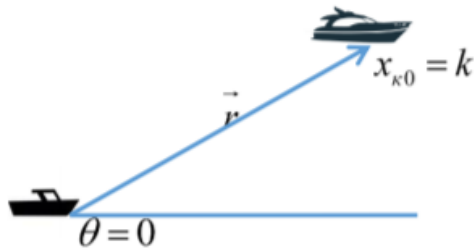
1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

### Выполнение лабораторной работы

#### 1. Вывод дифференциального уравнения

1.1. Принимаем за  $t_0 = 0$ ,  $x_{л0} = 0$  – место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $x_{к0} = 16,6$  км – место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

1.2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс – это точка обнаружения лодки браконьеров  $x_{л0}(\theta = x_{л0} = 0)$ , а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера береговой охраны. (см. рис. @fig:001)



*Положение катера и лодки в начальный момент времени*

1.3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса  $\theta$ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

1.4. Чтобы найти расстояние  $x$  (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $16,6 - x$  (или  $16,6 + x$ , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $\frac{x}{v}$  или  $\frac{16,6 - x}{4,4v}$  (во втором случае  $\frac{16,6 + x}{4,4v}$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние  $x$  можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{16,6 - x}{4,4v} \quad \text{или} \quad \frac{x}{v} = \frac{16,6 + x}{4,4v}$$

Тогда  $x_1 = \frac{83}{15}$  (км), а  $x_2 = 16,6$  (км), задачу будем решать для двух случаев.

1.5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  – радиальная скорость и  $v_\tau$  – тангенциальная скорость.

Радиальная скорость – это скорость, с которой катер удаляется от полюса,  $v_r = \frac{\partial r}{\partial t}$ . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем  $v_r = \frac{\partial r}{\partial t} = v$ .

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус,  $v_\tau = r \frac{\partial \theta}{\partial t}$ .

По теореме Пифагора:  $v_{\tau}^2 + v_r^2 = v^2$ , тогда получаем  $r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{18,36}v$ .

1.6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = \sqrt{5}r\sqrt{22}$$

Решив это уравнение, я получу траекторию движения катера в полярных координатах. Начальные условия:

## 2. Построение траекторий движения катера и лодки

### 2.1. Написала программу на Python:

```
import math
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt

k = 16.6
fi = 3*math.pi/4

#функция, описывающая движение катера береговой охраны
def dr(r, tetha):
    dr = sqrt(5)*r/math.sqrt(22)
    return dr

r01 = 83/15

te = np.arange(0, 2*math.pi, 0.01)

r1 = odeint(dr, r01, te)

#функция, описывающая движение лодки браконьеров
def xt(t):
    xt = math.tan(fi)*t
    return xt

t = np.arange(0, 20, 1)

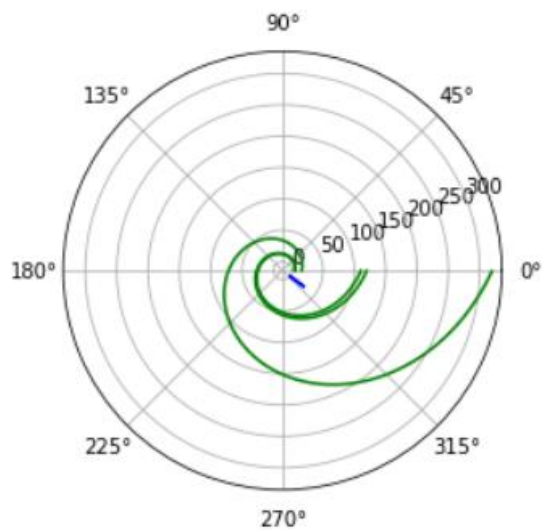
#Перевод в полярные координаты
tete = (np.tan(xt(t)/t))**-1
rr = np.sqrt(t*t + xt(t)*xt(t))

#построение траектории движения катера в полярных координатах. 1 случай
plt.polar(te, r1, 'g')
#построение траектории движения лодки в полярных координатах
plt.polar(tete, rr, 'b')

#точки пересечения
idx = np.argwhere(np.diff(np.sign(rr - r1))).flatten()
```

```
print (tete[-1])  
print (rr[idx[-1]])
```

2.2. Получил график:(см. рис. @fig:002 )



*Траектории движения катера и лодки для 1 случая*

3.2. В итоге точка пересечения имеет следующие координаты:  $\theta = -0.6420926159343304$ ,  $r = 25.455844122715714$ ,

## Выводы

Решил задачу о погоне.