Отчёт по лабораторной работе №4

дисциплина: Математическое моделирование

Зорин Илья Михайлович

Содержание

Цель работы

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решенить уравнения гармонического осциллятора.

Задание

Вариант 47
Задача: Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $x'' + 4{,}8x = 0$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $x'' + 5x' + 10x = 0$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $x'' + 14x' + 1{,}5x = 0{,}2cos(4t)$

На интервале t = [0;66] (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = -1{,}2$, $y_0 = -1$

Выполнение лабораторной работы

1. Теоритические сведения

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта

модель называется линейным гармоническим осциллятором. Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:
$x'' + 2yx' + w_0^2 x = 0$
где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), y – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), w_0 – собственная частота колебаний, t – время.
Предыдущее уравнение - линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы.
При отсутствии потерь в системе ($y = 0$ получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени: $x'' + w_0^2 x = 0$. Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия $x(t_0) = x_0$ и $x'(t_0) = y_0$.
Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка: $x' = y$ и $y' = -w_0^2 x$; и тогда начальные условия примут вид: $x(t_0) = x_0$ и $y(t_0) = y_0$.

2. Построение графиков

2.1. Написал программу на python:

```
import math
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
x0 = np.array([-1.2, -1.0]) #вектор начальных условий

w1 = 4.8
g1 = 0.0

w2 = 10.0
g2 = 5.0

w3 = 1.5
g3 = 14.0

t0 = 0
tmax = 66
dt = 0.05
t = np.arange(t0, tmax, dt)

def Y1(x, t):
    dx1_1 = x[1]
    dx1_2 = - w1*x[0] - g1*x[1] - 0
    return dx1_1, dx1_2

def Y2(x, t):
    dx2_1 = x[1]
    dx2_2 = - w2*x[0] - g2*x[1] - 0
    return dx2_1, dx2_2
```

```
def Y3(x, t):
    dx3_1 = x[1]
    dx3_2 = - w3*x[0] - g3*x[1] - 0.2*math.cos(4*t)
    return dx3_1, dx3_2

x1 = odeint(Y1, x0, t)
x2 = odeint(Y2, x0, t)
x3 = odeint(Y3, x0, t)

y1_1 = x1[:, 0]
y1_2 = x1[:, 1]

y2_1 = x2[:, 0]
y2_2 = x2[:, 1]

y3_1 = x3[:, 0]
y3_2 = x3[:, 1]

plt.plot(y1_1, y1_2)
plt.grid(axis = 'both')

plt.plot(y2_1, y2_2)
plt.grid(axis = 'both')

plt.plot(y3_1, y3_2)
plt.grid(axis = 'both')
```

Получил следующие графики (см. рис. @fig:001, @fig:002, @fig:003).

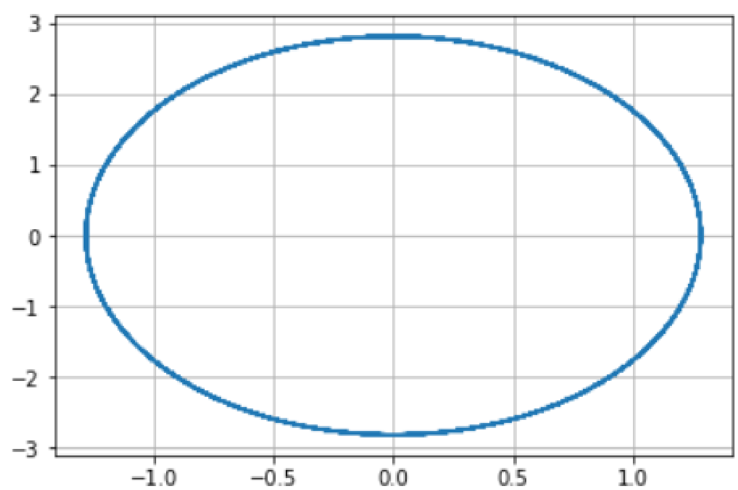

Рис. 1. График для 1 случая

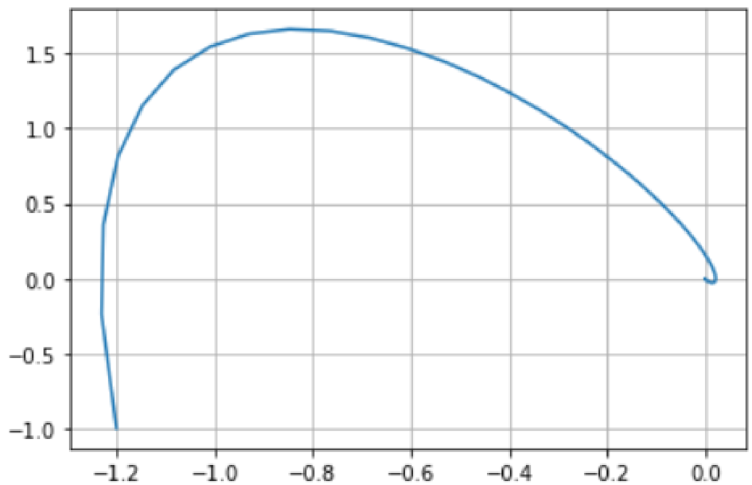

Рис. 2. График для 2 случая

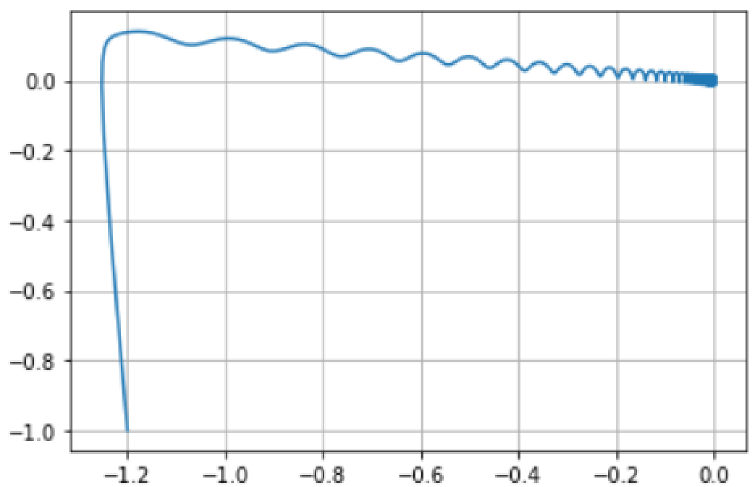

Рис. 3. График для 3 случая

Выводы

Построил фазовый портрет гармонического осциллятора и решил уравнения гармонического осциллятора.