

Отчёт по лабораторной работе №5

дисциплина: Математическое моделирование

Зорин Илья Михайлович

Содержание

Цель работы	1
Задание	1
Выполнение лабораторной работы	1
Выводы	3

Цель работы

Построить график для модели «хищник-жертва».

Задание

Вариант 47

Задача: Для модели «хищник-жертва»:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -0,7x(t) + 0,044x(t)y(t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = 0,6y(t) - 0,022x(t)y(t)$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 6$, $y_0 = 19$. Найдите стационарное состояние системы.

Выполнение лабораторной работы

1. Теоритические сведения

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются

несущественными

4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается

5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = ax(t) - bx(t)y(t)$$
$$\frac{\partial y}{\partial t} = -cy(t) + dx(t)y(t)$$

В этой модели x – число жертв, y – число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Стационарное состояние системы (1) (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:

$$x_0 = \frac{c}{d}$$
$$y_0 = \frac{a}{b}$$

2. Построение графика

2. Написал программу на Modelica:

```
model lab05
  parameter Real a=-0.7;
  parameter Real b=-0.044;
  parameter Real c=-0.6;
  parameter Real d=-0.022;
  parameter Real x0=6;
  parameter Real y0=19;
  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);
equation
  der(x)=a*x-b*x*y;
  der(y)=-c*y+d*x*y;
end lab05;
```

Получил следующий график (см. рис. @fig:001).

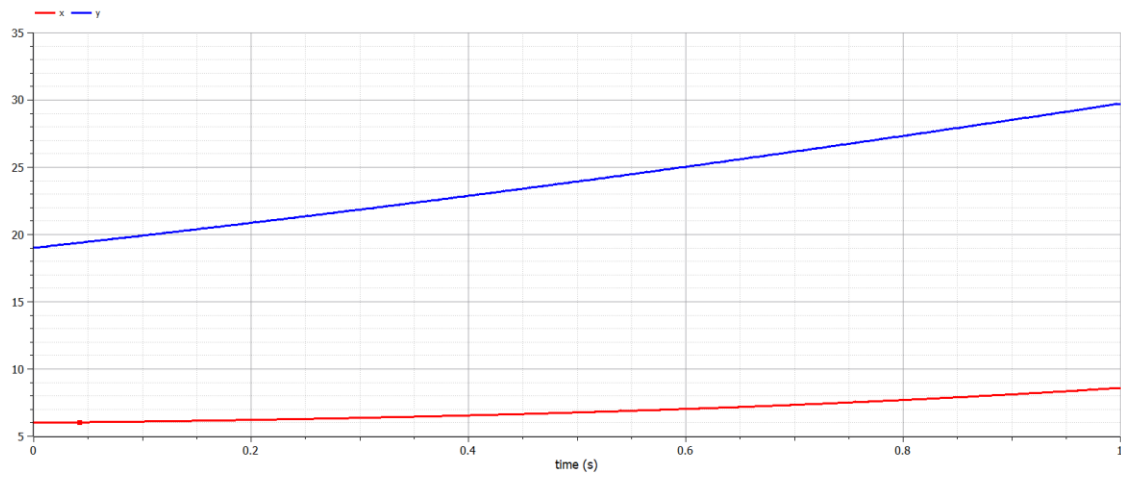


Рис. 1. График

3. Стационарное состояние

Стационарная точка будет иметь координаты $x_0 = \frac{c}{d} = \frac{-0,6}{-0,022} = 27,27$ и $y_0 = \frac{a}{b} = \frac{-0,7}{-0,044} = 15,9$

Выводы

Построил график для модели «хищник-жертва».