

# Отчёт по лабораторной работе №6

## дисциплина: Математическое моделирование

Зорин Илья Михайлович

### Содержание

Цель работы .....	1
Задание .....	1
Выполнение лабораторной работы .....	1
Выводы .....	4

### Цель работы

Построить график для задачи об эпидемии.

### Задание

#### Вариант 47

Задача: на одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N=7451$ ) в момент начала эпидемии ( $t=0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0)=51$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0)=7$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0)=N-I(0)-R(0)$ . Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

- 1) если  $I(0) \leq I^*$
- 2) если  $I(0) > I^*$

### Выполнение лабораторной работы

#### 1. Теоритические сведения

Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначающаяся через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I$ , тогда инфицирование

способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:  $\frac{dS}{dt} = -aS$ , если  $I(t) > I^*$  и  $\frac{dS}{dt} = 0$ , если  $I(t) \leq I^*$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:  $\frac{dI}{dt} = aS - bI$ , если  $I(t) > I^*$  и  $\frac{dI}{dt} = -bI$ , если  $I(t) \leq I^*$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):  $\frac{dR}{dt} = bI$  Постоянные пропорциональности  $a, b$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0)=0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(0) \leq I^*$  и  $I(0) > I^*$ .

## 2. Построение графика

2. Написал программу на Python:

```
import math
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
a = 0.01
b = 0.02
```

```
N = 7451
I0 = 51
R0 = 7
S0 = N - I0 - R0
x0 = [S0, I0, R0]
```

```
t0 = 0
tmax = 200
dt = 0.01
t = np.arange(t0, tmax, dt)
```

```
def S1(x, t):
    dx1_0 = 0
    dx1_1 = - b*x[1]
    dx1_2 = b*x[1]
    return dx1_0, dx1_1, dx1_2
```

```
def S2(x, t):
    dx2_0 = -a*x[0]
    dx2_1 = a*x[0] - b*x[1]
    dx2_2 = b*x[1]
```

```

    return dx2_0, dx2_1, dx2_2

y1 = odeint(S1, x0, t)
y2 = odeint(S2, x0, t)

plt.plot(t, y1[:,0], label='S(t)')
plt.plot(t, y1[:,1], label='I(t)')
plt.plot(t, y1[:,2], label='R(t)')
plt.title('I(0) <= I*')
plt.legend()

plt.plot(t, y2[:,0], label='S(t)')
plt.plot(t, y2[:,1], label='I(t)')
plt.plot(t, y2[:,2], label='R(t)')
plt.title('I(0) > I*')
plt.legend()

```

Получил следующие графики (см. рис. @fig:001 и рис. @fig:002).

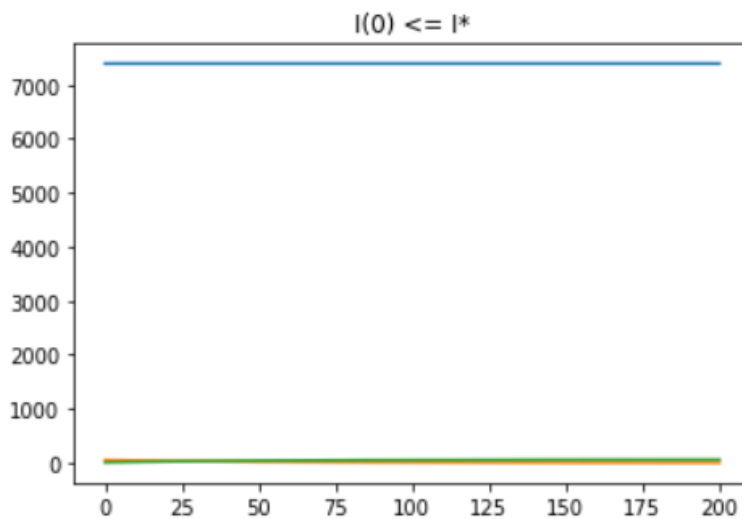


Рис. 1. График 1

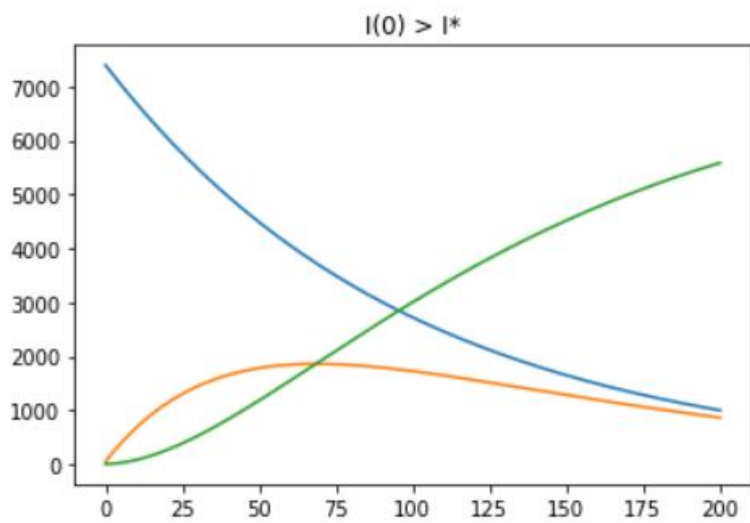


Рис. 2. График 2

## Выводы

Построил график для задачи об эпидемии.