

编码

设编码有n位, 检测为有k位, 则有:

$$2^k \geq n + k - 1$$

设4位信息 $a_1a_2a_3a_4$, 则添加汉明码检测位3位, 位置如下:

二进制序号	1	2	3	4	5	6	7
名称	c_1	c_2	a_1	c_4	a_2	a_3	a_4

c_1 位置1, 二进制 001, 则检测所有 二进制序号 最后一位二进制位是1的数, 如下:

$$001 : 1 \quad 011 : 3 \quad 101 : 5 \quad 111 : 7$$

c_2 位置2, 二进制 010, 检测所有 二进制序号 倒数第二位为1的数, 如下:

$$010 : 2 \quad 011 : 3 \quad 110 : 6 \quad 111 : 7$$

c_4 位置4, 二进制 100, 检测所有 二进制序号 倒数第三位为1的数, 如下:

$$100 : 4 \quad 101 : 5 \quad 110 : 6 \quad 111 : 7$$

如果使用的是偶校验, 则 c_1 使得 1, 3, 5, 7 位1的个数为偶数, c_2, c_4 同理, 则 c_1, c_2, c_4 为: .

$$\begin{aligned} c_1 &= a_1 \oplus a_2 \oplus a_4 \\ c_2 &= a_1 \oplus a_3 \oplus a_4 \\ c_4 &= a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 \end{aligned}$$

纠错

假定使用的是偶校验, 设需纠错汉明码为 $c_1, c_2, a_1, c_4, a_2, a_3, a_4, a_8$, 求出以下结果:

$$\begin{aligned} P_1 &= c_1 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_4 \\ P_2 &= c_2 \oplus a_1 \oplus a_3 \oplus a_4 \\ P_4 &= c_4 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 \end{aligned}$$

若 P_1, P_2, P_4 全为0, 则无错误, 若不全为0, 则错误位是 $P_4P_2P_1$ (如 $P_1 = 1, P_2 = 0, P_4 = 0$, 则错误位是 001, 即第1位错误, 但是由于第1位是检测位, 可以不纠正. 若 $P_4P_2P_1 = 110$, 则将第6位二进制纠正即可.)

