Horizon fini

Un modèle est sur horizon fini si la mesure de performance qui nous intéresse dépend de l'évolution jusqu'au temps t_N de l'événement e_N,

Horizon fini

Un modèle est sur horizon fini si la mesure de performance qui nous intéresse dépend de l'évolution jusqu'au temps t_N de l'événement e_N, où N est un temps d'arrêt p.r. au filtrage $\{\mathcal{F}_i,\ i \geq 0\}$ généré par $\{\mathcal{S}_i,\ i \geq 0\}$, et $\mathbb{P}[N < \infty] = 1$.
$\mathcal{F}_i$ représente l'information connue juste après l'événement e_i.
Implique qu'au temps t_N, juste après e_N, on connait la valeur de N.

Horizon fini

Un modèle est sur horizon fini si la mesure de performance qui nous intéresse dépend de l'évolution jusqu'au temps t_N de l'événement e_N, où N est un temps d'arrêt p.r. au filtrage $\{\mathcal{F}_i,\ i \geq 0\}$ généré par $\{\mathcal{S}_i,\ i \geq 0\}$, et $\mathbb{P}[N < \infty] = 1$.
$\mathcal{F}_i$ représente l'information connue juste après l'événement e_i.
Implique qu'au temps t_N, juste après e_N, on connait la valeur de N.

Coûts additifs:

$$X = V_N \ = \ \sum_{i=1}^{N} C_i,$$

où chaque C_i est $\mathcal{F}_i$-mesurable et représente le coût associé à l'événement e_i.

Horizon fini

Un modèle est sur horizon fini si la mesure de performance qui nous intéresse dépend de l'évolution jusqu'au temps t_N de l'événement e_N, où N est un temps d'arrêt p.r. au filtrage $\{\mathcal{F}_i,\, i \geq 0\}$ généré par $\{\mathcal{S}_i,\, i \geq 0\}$, et $\mathbb{P}[N < \infty] = 1$.
$\mathcal{F}_i$ représente l'information connue juste après l'événement e_i.
Implique qu'au temps t_N, juste après e_N, on connait la valeur de N.

Coûts additifs:

$$X = V_N \; = \; \sum_{i=1}^{N} C_i,$$

où chaque C_i est $\mathcal{F}_i$-mesurable et représente le coût associé à l'événement e_i.
Permet d'estimer $\mu = \mathbb{E}[V_N]$.

Coûts accumulés de façon continue: dans l'état s, le coût est $c(s)$ par unité de temps. Se ramène au cas précédent en posant

$$C_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} c(\mathcal{S}(t))dt = (t_i - t_{i-1})c(\mathcal{S}_{i-1}).$$

Cela équivant à

$$V_N = \int_0^{t_N} c(\mathcal{S}(t))dt,$$

Parfois on posera

$$C_i = \mathbb{E}\left[\int_{t_{i-1}}^{t_i} c(\mathcal{S}(t))dt \mid t_{i-1}, \mathcal{S}_{i-1}\right]$$

ou encore

$$C_i = \mathbb{E}\left[\int_{t_{i-1}}^{t_i} c(\mathcal{S}(t))dt \mid t_{i-1}, \mathcal{S}_{i-1}, t_i\right].$$

Parfois, on aura une combinaison de tout cela.

Coûts accumulés de façon continue: dans l'état s, le coût est $c(s)$ par unité de temps. Se ramène au cas précédent en posant

$$C_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} c(\mathcal{S}(t))dt = (t_i - t_{i-1})c(\mathcal{S}_{i-1}).$$

Cela équivant à

$$V_N = \int_0^{t_N} c(\mathcal{S}(t))dt,$$

Parfois on posera

$$C_i = \mathbb{E}\left[\int_{t_{i-1}}^{t_i} c(\mathcal{S}(t))dt \mid t_{i-1}, \mathcal{S}_{i-1}\right]$$

ou encore

$$C_i = \mathbb{E}\left[\int_{t_{i-1}}^{t_i} c(\mathcal{S}(t))dt \mid t_{i-1}, \mathcal{S}_{i-1}, t_i\right].$$

Parfois, on aura une combinaison de tout cela.

Couvre aussi le cas où les coûts sont non additifs: poser $X = C_N$.

Exemple: centre d'appels.

$C_i = \mathbb{I}[e_i$ est le début du service pour un appel ayant attendu plus de 20 sec$]$.

Si $V_N = \int_0^{t_N} Q(t)dt$, où e_N est le dernier événement, on posera
$C_i = (t_i - t_{i-1})Q(t_{i-1})$ $\qquad$ (+ événement à chaque abandon).

Exemple: centre d'appels.

$C_i = \mathbb{I}[e_i$ est le début du service pour un appel ayant attendu plus de 20 sec].

Si $V_N = \int_0^{t_N} Q(t)dt$, où e_N est le dernier événement, on posera
$C_i = (t_i - t_{i-1})Q(t_{i-1})$ (+ événement à chaque abandon).

Et si on veut estimer la prob. d'avoir plus de 5 abandons dans la journée?

Exemple: centre d'appels.

$C_i = \mathbb{I}[e_i$ est le début du service pour un appel ayant attendu plus de 20 sec].

Si $V_N = \int_0^{t_N} Q(t)dt$, où e_N est le dernier événement, on posera
$C_i = (t_i - t_{i-1})Q(t_{i-1})$ (+ événement à chaque abandon).

Et si on veut estimer la prob. d'avoir plus de 5 abandons dans la journée?
Si le sixième abandon a lieu à l'événement e_j, on posera $N = j$ et $C_N = 1$. Les autres C_i sont 0.

Coûts actualisés

Taux d'actualisation $\rho > 0$:
un coût encouru au temps t est multiplié par $e^{-\rho t}$.

Coût total actualisé:

$$V_{\rho,N} = \sum_{i=1}^{N} e^{-\rho t_i} C_i = \sum_{i=1}^{N} \tilde{C}_i.$$

Coûts actualisés

Taux d'actualisation $\rho > 0$:
un coût encouru au temps t est multiplié par $e^{-\rho t}$.

Coût total actualisé:

$$V_{\rho,N} = \sum_{i=1}^{N} e^{-\rho t_i} C_i = \sum_{i=1}^{N} \tilde{C}_i.$$

Si le coût est accumulé de manière continue,

$$V_{\rho,N} = \int_0^{t_N} e^{-\rho t} c(\mathcal{S}(t)) dt,$$

on pose,

$$C_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{-\rho(t-t_i)} c(\mathcal{S}(t)) dt \quad \text{et} \quad \tilde{C}_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{-\rho t} c(\mathcal{S}(t)) dt.$$

Coûts actualisés

Taux d'actualisation $\rho > 0$:
un coût encouru au temps t est multiplié par $e^{-\rho t}$.

Coût total actualisé:

$$V_{\rho,N} = \sum_{i=1}^{N} e^{-\rho t_i} C_i = \sum_{i=1}^{N} \tilde{C}_i.$$

Si le coût est accumulé de manière continue,

$$V_{\rho,N} = \int_0^{t_N} e^{-\rho t} c(\mathcal{S}(t)) dt,$$

on pose,

$$C_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{-\rho(t-t_i)} c(\mathcal{S}(t)) dt \quad \text{et} \quad \tilde{C}_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{-\rho t} c(\mathcal{S}(t)) dt.$$

Exemple: option asiatique (Exemple 1.4).

Exemple: Modèle d'entretien préventif.
Système à M composantes identiques.
Lorsqu'une composante tombe en panne on doit la remplacer.
On peut aussi remplacer d'autres composantes n'importe quand.
Les coûts, actualisés au taux $\rho > 0$:

- c_1 à chaque intervention;
- c_2 pour chaque composante remplacée;
- c_3 pour chaque panne.

Coût total sur horizon T:

$$V_{\rho,N(T)} = \sum_{i=1}^{N(T)} e^{-\rho t_i}[c_1 + \eta_i c_2 + \delta_i c_3]$$

où $N(T)$ = nombre d'interventions durant $[0, T]$;
t_i = instant de la i-ième intervention, η_i = nombre de composantes remplacées,
$\delta_i = 1$ si panne, $\delta_i = 0$ sinon.

Exemple: Modèle d'entretien préventif.
Système à M composantes identiques.
Lorsqu'une composante tombe en panne on doit la remplacer.
On peut aussi remplacer d'autres composantes n'importe quand.
Les coûts, actualisés au taux $\rho > 0$:

- c_1 à chaque intervention;
- c_2 pour chaque composante remplacée;
- c_3 pour chaque panne.

Coût total sur horizon T:

$$V_{\rho,N(T)} = \sum_{i=1}^{N(T)} e^{-\rho t_i}[c_1 + \eta_i c_2 + \delta_i c_3]$$

où $N(T) =$ nombre d'interventions durant $[0, T]$;
$t_i =$ instant de la i-ième intervention, $\eta_i =$ nombre de composantes remplacées,
$\delta_i = 1$ si panne, $\delta_i = 0$ sinon.

On cherche une politique d'entretien minimisant $\mathbb{E}[V_{\rho,N(T)}]$.
Exemple: politique à deux seuils $\bar{\theta} > \theta > 0$.

Fonction de plusieurs espérances

On veut estimer $g(\mathbb{E}[X], \mathbb{E}[Y], \mathbb{E}[Z], ...)$.
Cas fréquent: estimer $\mathbb{E}[X]/\mathbb{E}[Y]$.

Fonction de plusieurs espérances

On veut estimer $g(\mathbb{E}[X], \mathbb{E}[Y], \mathbb{E}[Z], ...)$.
Cas fréquent: estimer $\mathbb{E}[X]/\mathbb{E}[Y]$.

Exemple: On veut estimer

$$\mathbb{P}[W_{j+1} > 20 \mid W_j > 10]$$

Fonction de plusieurs espérances

On veut estimer $g(\mathbb{E}[X], \mathbb{E}[Y], \mathbb{E}[Z], ...)$.
Cas fréquent: estimer $\mathbb{E}[X]/\mathbb{E}[Y]$.

Exemple: On veut estimer

$$\mathbb{P}[W_{j+1} > 20 \mid W_j > 10] \quad = \quad \frac{\mathbb{P}[W_j > 10 \text{ et } W_{j+1} > 20]}{\mathbb{P}[W_j > 10]}$$

Fonction de plusieurs espérances

On veut estimer $g(\mathbb{E}[X], \mathbb{E}[Y], \mathbb{E}[Z], ...)$.
Cas fréquent: estimer $\mathbb{E}[X]/\mathbb{E}[Y]$.

Exemple: On veut estimer

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}[W_{j+1} > 20 \mid W_j > 10] &= \frac{\mathbb{P}[W_j > 10 \text{ et } W_{j+1} > 20]}{\mathbb{P}[W_j > 10]} \\
&= \frac{\mathbb{E}[\mathbb{I}[W_j > 10] \cdot \mathbb{I}[W_{j+1} > 20]]}{\mathbb{E}[\mathbb{I}[W_j > 10]]}.
\end{aligned}$$

Exemple: centre d'appels.
$A =$ nombre d'arrivées durant une journée;
$X = G(s)$ nombre qui attendent moins de s secondes.

Exemple: centre d'appels.
$A =$ nombre d'arrivées durant une journée;
$X = G(s)$ nombre qui attendent moins de s secondes.

Espérance de la fraction des clients qui attendent moins de s secondes un jour donné: $\mathbb{E}[X/A]$.

Exemple: centre d'appels.
$A =$ nombre d'arrivées durant une journée;
$X = G(s)$ nombre qui attendent moins de s secondes.

Espérance de la fraction des clients qui attendent moins de s secondes un jour donné: $\mathbb{E}[X/A]$. Estimateur sans biais: X/A.

Exemple: centre d'appels.
$A =$ nombre d'arrivées durant une journée;
$X = G(s)$ nombre qui attendent moins de s secondes.

Espérance de la fraction des clients qui attendent moins de s secondes un jour donné: $\mathbb{E}[X/A]$. Estimateur sans biais: X/A.

Proportion des appels qui attendent moins de s secondes à long terme:
$g(s) = \mathbb{E}[X]/\mathbb{E}[A]$

Exemple: centre d'appels.
$A =$ nombre d'arrivées durant une journée;
$X = G(s)$ nombre qui attendent moins de s secondes.

Espérance de la fraction des clients qui attendent moins de s secondes un jour donné: $\mathbb{E}[X/A]$. Estimateur sans biais: X/A.

Proportion des appels qui attendent moins de s secondes à long terme:
$g(s) = \mathbb{E}[X]/\mathbb{E}[A] \neq \mathbb{E}[X/A]$ et plus difficile à estimer (pas d'estim. sans biais).

Exemple: centre d'appels.
$A =$ nombre d'arrivées durant une journée;
$X = G(s)$ nombre qui attendent moins de s secondes.

Espérance de la fraction des clients qui attendent moins de s secondes un jour donné: $\mathbb{E}[X/A]$. Estimateur sans biais: X/A.

Proportion des appels qui attendent moins de s secondes à long terme:
$g(s) = \mathbb{E}[X]/\mathbb{E}[A] \neq \mathbb{E}[X/A]$ et plus difficile à estimer (pas d'estim. sans biais).

On peut estimer $g(s)$ par $\bar{X}_n/\bar{A}_n$ pour n très grand.

Exemple: centre d'appels.
$A =$ nombre d'arrivées durant une journée;
$X = G(s)$ nombre qui attendent moins de s secondes.

Espérance de la fraction des clients qui attendent moins de s secondes un jour donné: $\mathbb{E}[X/A]$. Estimateur sans biais: X/A.

Proportion des appels qui attendent moins de s secondes à long terme:
$g(s) = \mathbb{E}[X]/\mathbb{E}[A] \neq \mathbb{E}[X/A]$ et plus difficile à estimer (pas d'estim. sans biais).

On peut estimer $g(s)$ par $\bar{X}_n/\bar{A}_n$ pour n très grand.

$\mathbb{E}[X/A]$ est une mesure sur horizon fini

Exemple: centre d'appels.
$A =$ nombre d'arrivées durant une journée;
$X = G(s)$ nombre qui attendent moins de s secondes.

Espérance de la fraction des clients qui attendent moins de s secondes un jour donné: $\mathbb{E}[X/A]$. Estimateur sans biais: X/A.

Proportion des appels qui attendent moins de s secondes à long terme:
$g(s) = \mathbb{E}[X]/\mathbb{E}[A] \neq \mathbb{E}[X/A]$ et plus difficile à estimer (pas d'estim. sans biais).

On peut estimer $g(s)$ par $\bar{X}_n/\bar{A}_n$ pour n très grand.

$\mathbb{E}[X/A]$ est une mesure sur horizon fini mais $g(s)$ est sur horizon infini.

Exemple: centre d'appels.
$A =$ nombre d'arrivées durant une journée;
$X = G(s)$ nombre qui attendent moins de s secondes.

Espérance de la fraction des clients qui attendent moins de s secondes un jour donné: $\mathbb{E}[X/A]$. Estimateur sans biais: X/A.

Proportion des appels qui attendent moins de s secondes à long terme:
$g(s) = \mathbb{E}[X]/\mathbb{E}[A] \neq \mathbb{E}[X/A]$ et plus difficile à estimer (pas d'estim. sans biais).

On peut estimer $g(s)$ par $\bar{X}_n/\bar{A}_n$ pour n très grand.

$\mathbb{E}[X/A]$ est une mesure sur horizon fini mais $g(s)$ est sur horizon infini.

Si on choisit un jour quelconque, puis un client au hasard ce jour-là, la probabilité que ce client attende moins de s secondes est $\mathbb{E}[X/A]$.

Exemple: centre d'appels.
$A =$ nombre d'arrivées durant une journée;
$X = G(s)$ nombre qui attendent moins de s secondes.

Espérance de la fraction des clients qui attendent moins de s secondes un jour donné: $\mathbb{E}[X/A]$. Estimateur sans biais: X/A.

Proportion des appels qui attendent moins de s secondes à long terme:
$g(s) = \mathbb{E}[X]/\mathbb{E}[A] \neq \mathbb{E}[X/A]$ et plus difficile à estimer (pas d'estim. sans biais).

On peut estimer $g(s)$ par $\bar{X}_n/\bar{A}_n$ pour n très grand.

$\mathbb{E}[X/A]$ est une mesure sur horizon fini mais $g(s)$ est sur horizon infini.

Si on choisit un jour quelconque, puis un client au hasard ce jour-là, la probabilité que ce client attende moins de s secondes est $\mathbb{E}[X/A]$.

Mais si on choisit un client au hasard uniformément parmi tous les clients sur l'ensemble de tous les jours, la probabilité est $g(s) = \mathbb{E}[X]/\mathbb{E}[A]$.

Exemple: centre d'appels.
$A =$ nombre d'arrivées durant une journée;
$X = G(s)$ nombre qui attendent moins de s secondes.

Espérance de la fraction des clients qui attendent moins de s secondes un jour donné: $\mathbb{E}[X/A]$. Estimateur sans biais: X/A.

Proportion des appels qui attendent moins de s secondes à long terme:
$g(s) = \mathbb{E}[X]/\mathbb{E}[A] \neq \mathbb{E}[X/A]$ et plus difficile à estimer (pas d'estim. sans biais).

On peut estimer $g(s)$ par $\bar{X}_n/\bar{A}_n$ pour n très grand.

$\mathbb{E}[X/A]$ est une mesure sur horizon fini mais $g(s)$ est sur horizon infini.

Si on choisit un jour quelconque, puis un client au hasard ce jour-là, la probabilité que ce client attende moins de s secondes est $\mathbb{E}[X/A]$.

Mais si on choisit un client au hasard uniformément parmi tous les clients sur l'ensemble de tous les jours, la probabilité est $g(s) = \mathbb{E}[X]/\mathbb{E}[A]$.

Même chose pour les temps d'attente: moyenne par client à long terme vs espérance de la moyenne pour une journée.

Horizon infini

Ici on veut estimer une moyenne à long terme, en supposant que le modèle évolue indéfiniment.

Horizon infini

Ici on veut estimer une moyenne à long terme, en supposant que le modèle évolue indéfiniment.

Exemple: coût moyen par unité de temps:

$$\bar{v} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{t\to\infty} \frac{\mathbb{E}[V_{N(t)}]}{t} \stackrel{\text{p.s.}}{=} \lim_{t\to\infty} \frac{V_{N(t)}}{t}$$

où $N(t)$ est le nombre d'événements durant $[0, t]$

Horizon infini

Ici on veut estimer une moyenne à long terme, en supposant que le modèle évolue indéfiniment.

Exemple: coût moyen par unité de temps:

$$\bar{v} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{t\to\infty} \frac{\mathbb{E}[V_{N(t)}]}{t} \stackrel{\text{p.s.}}{=} \lim_{t\to\infty} \frac{V_{N(t)}}{t}$$

où $N(t)$ est le nombre d'événements durant $[0, t]$ et la seconde égalité tient sous des conditions d'ergodicité (par ex., si le système est "regénératif" $+$ conds.).

Horizon infini

Ici on veut estimer une moyenne à long terme, en supposant que le modèle évolue indéfiniment.

Exemple: coût moyen par unité de temps:

$$\bar{v} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{t\to\infty} \frac{\mathbb{E}[V_{N(t)}]}{t} \stackrel{\text{p.s.}}{=} \lim_{t\to\infty} \frac{V_{N(t)}}{t}$$

où $N(t)$ est le nombre d'événements durant $[0, t]$ et la seconde égalité tient sous des conditions d'ergodicité (par ex., si le système est “regénératif” $+$ conds.).

Ici, $\bar{v}$ ne dépend pas de l'état initial $\mathcal{S}_0$ mais l'estimation est plus difficile que pour l'horizon fini.

Horizon infini

Ici on veut estimer une moyenne à long terme, en supposant que le modèle évolue indéfiniment.

Exemple: coût moyen par unité de temps:

$$\bar{v} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{t\to\infty} \frac{\mathbb{E}[V_{N(t)}]}{t} \stackrel{\text{p.s.}}{=} \lim_{t\to\infty} \frac{V_{N(t)}}{t}$$

où $N(t)$ est le nombre d'événements durant $[0, t]$ et la seconde égalité tient sous des conditions d'ergodicité (par ex., si le système est "regénératif" $+$ conds.).

Ici, $\bar{v}$ ne dépend pas de l'état initial $\mathcal{S}_0$ mais l'estimation est plus difficile que pour l'horizon fini.

Si $t_N \to \infty$ lorsque $N \to \infty$, on a aussi

$$\bar{v} = \lim_{N\to\infty} \frac{\mathbb{E}[V_N]}{t_N} \stackrel{\text{p.s.}}{=} \lim_{N\to\infty} \frac{V_N}{t_N}.$$

Parfois, on s'intéresse plutôt à une limite de la forme:

$$\tilde{v} \;=\; \lim_{t\to\infty} \frac{\mathbb{E}[V_{N(t)}]}{\mathbb{E}[N_c(t)]} \;\stackrel{\text{p.s.}}{=}\; \lim_{t\to\infty} \frac{V_{N(t)}}{N_c(t)},$$

où $N_c(t)$ compte le nombre d'événements d'un type particulier durant $[0, t]$. C'est le coût moyen par événement de ce type.

Parfois, on s'intéresse plutôt à une limite de la forme:

$$\tilde{v} = \lim_{t\to\infty} \frac{\mathbb{E}[V_{N(t)}]}{\mathbb{E}[N_c(t)]} \overset{\text{p.s.}}{=} \lim_{t\to\infty} \frac{V_{N(t)}}{N_c(t)},$$

où $N_c(t)$ compte le nombre d'événements d'un type particulier durant $[0, t]$. C'est le coût moyen par événement de ce type.

Exemple: Dans une file d'attente, la longueur moyenne de la file d'attente s'écrit comme $\bar{v}$ et l'attente moyenne par client s'écrit comme $\tilde{v}$.

Coût total actualisé sur horizon infini

$$V_\rho^\infty = \lim_{t\to\infty} V_{\rho,N(t)} = \lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{N(t)} e^{-\rho t_i} C_i = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{C}_i,$$

en supposant que $\lim_{t\to\infty} N(t) = \infty$.

Coût total actualisé sur horizon infini

$$V_\rho^\infty = \lim_{t\to\infty} V_{\rho,N(t)} = \lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{N(t)} e^{-\rho t_i} C_i = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{C}_i,$$

en supposant que $\lim_{t\to\infty} N(t) = \infty$.

Ici, V_ρ^∞ est une v.a. dont la loi dépend de l'état initial $\mathcal{S}_0$. Peut être infini...

Coût total actualisé sur horizon infini

$$V_\rho^\infty \;=\; \lim_{t\to\infty} V_{\rho,N(t)} \;=\; \lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{N(t)} e^{-\rho t_i} C_i \;=\; \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{C}_i,$$

en supposant que $\lim_{t\to\infty} N(t) = \infty$.

Ici, V_ρ^∞ est une v.a. dont la loi dépend de l'état initial $\mathcal{S}_0$. Peut être infini...

On pose

$$v_\rho^\infty = \lim_{t\to\infty} \mathbb{E}[V_{\rho,N(t)}]$$

Coût total actualisé sur horizon infini

$$V_\rho^\infty \;=\; \lim_{t\to\infty} V_{\rho,N(t)} \;=\; \lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{N(t)} e^{-\rho t_i} C_i \;=\; \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{C}_i,$$

en supposant que $\lim_{t\to\infty} N(t) = \infty$.

Ici, V_ρ^∞ est une v.a. dont la loi dépend de l'état initial $\mathcal{S}_0$. Peut être infini...

On pose

$$v_\rho^\infty = \lim_{t\to\infty} \mathbb{E}[V_{\rho,N(t)}] \stackrel{?}{=} \mathbb{E}[V_\rho^\infty].$$

Coût total actualisé sur horizon infini

$$V_\rho^\infty \;=\; \lim_{t\to\infty} V_{\rho,N(t)} \;=\; \lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{N(t)} e^{-\rho t_i} C_i \;=\; \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{C}_i,$$

en supposant que $\lim_{t\to\infty} N(t) = \infty$.

Ici, V_ρ^∞ est une v.a. dont la loi dépend de l'état initial $\mathcal{S}_0$. Peut être infini...

On pose

$$v_\rho^\infty = \lim_{t\to\infty} \mathbb{E}[V_{\rho,N(t)}] \stackrel{?}{=} \mathbb{E}[V_\rho^\infty].$$

Lorsqu'on estime v_ρ^∞, on doit arrêter la simulation à un temps fini t, ce qui donne un estimateur biaisé.

Compromis entre le biais et la variance.

Coût total actualisé sur horizon infini

$$V_\rho^\infty \;=\; \lim_{t\to\infty} V_{\rho,N(t)} \;=\; \lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{N(t)} e^{-\rho t_i} C_i \;=\; \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{C}_i,$$

en supposant que $\lim_{t\to\infty} N(t) = \infty$.

Ici, V_ρ^∞ est une v.a. dont la loi dépend de l'état initial $\mathcal{S}_0$. Peut être infini...

On pose

$$v_\rho^\infty = \lim_{t\to\infty} \mathbb{E}[V_{\rho,N(t)}] \stackrel{?}{=} \mathbb{E}[V_\rho^\infty].$$

Lorsqu'on estime v_ρ^∞, on doit arrêter la simulation à un temps fini t, ce qui donne un estimateur biaisé.

Compromis entre le biais et la variance. Choix optimal?

Coût total actualisé sur horizon infini

$$V_\rho^\infty \;=\; \lim_{t\to\infty} V_{\rho,N(t)} \;=\; \lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{N(t)} e^{-\rho t_i} C_i \;=\; \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{C}_i,$$

en supposant que $\lim_{t\to\infty} N(t) = \infty$.

Ici, V_ρ^∞ est une v.a. dont la loi dépend de l'état initial $\mathcal{S}_0$. Peut être infini...

On pose

$$v_\rho^\infty = \lim_{t\to\infty} \mathbb{E}[V_{\rho,N(t)}] \stackrel{?}{=} \mathbb{E}[V_\rho^\infty].$$

Lorsqu'on estime v_ρ^∞, on doit arrêter la simulation à un temps fini t, ce qui donne un estimateur biaisé.

Compromis entre le biais et la variance. Choix optimal?

Exemple: Le modèle de remplacement.

Horizon fini vs horizon infini

Quand un horizon infini est-t-il approprié?
Une question de jugement.

Horizon fini vs horizon infini

Quand un horizon infini est-t-il approprié?
Une question de jugement.
Dans notre monde, tout est sur horizon fini.
Les modèles sur horizon infini sont en fait des approximations pour les situations où l'horizon est grand par rapport à la fréquence des événements.

Horizon fini vs horizon infini

Quand un horizon infini est-t-il approprié?
Une question de jugement.
Dans notre monde, tout est sur horizon fini.
Les modèles sur horizon infini sont en fait des approximations pour les situations où l'horizon est grand par rapport à la fréquence des événements.
Peut avoir du sens si:
— Le système est à peu près stationnaire;
— l'effet de l'état initial devient vite négligeable, dans un délai beaucoup plus court que l'horizon qui nous intéresse.

Horizon fini vs horizon infini

Quand un horizon infini est-t-il approprié?
Une question de jugement.
Dans notre monde, tout est sur horizon fini.
Les modèles sur horizon infini sont en fait des approximations pour les situations où l'horizon est grand par rapport à la fréquence des événements.
Peut avoir du sens si:
— Le système est à peu près stationnaire;
— l'effet de l'état initial devient vite négligeable, dans un délai beaucoup plus court que l'horizon qui nous intéresse.

Exemple: commutateur dans un réseau informatique.

Horizon fini vs horizon infini

Quand un horizon infini est-t-il approprié?
Une question de jugement.
Dans notre monde, tout est sur horizon fini.
Les modèles sur horizon infini sont en fait des approximations pour les situations où l'horizon est grand par rapport à la fréquence des événements.
Peut avoir du sens si:
— Le système est à peu près stationnaire;
— l'effet de l'état initial devient vite négligeable, dans un délai beaucoup plus court que l'horizon qui nous intéresse.

Exemple: commutateur dans un réseau informatique.

Exemple: centre d'appels.

Horizon fini vs horizon infini

Quand un horizon infini est-t-il approprié?
Une question de jugement.
Dans notre monde, tout est sur horizon fini.
Les modèles sur horizon infini sont en fait des approximations pour les situations où l'horizon est grand par rapport à la fréquence des événements.
Peut avoir du sens si:
— Le système est à peu près stationnaire;
— l'effet de l'état initial devient vite négligeable, dans un délai beaucoup plus court que l'horizon qui nous intéresse.

Exemple: commutateur dans un réseau informatique.

Exemple: centre d'appels.

Exemple: on veut évaluer l'effet à court terme d'une réorganisation (usine, centre de distribution, etc.). Dans ce cas, un horizon infini *n'est pas* approprié.

Horizon fini vs horizon infini

Quand un horizon infini est-t-il approprié?
Une question de jugement.
Dans notre monde, tout est sur horizon fini.
Les modèles sur horizon infini sont en fait des approximations pour les situations où l'horizon est grand par rapport à la fréquence des événements.
Peut avoir du sens si:
— Le système est à peu près stationnaire;
— l'effet de l'état initial devient vite négligeable, dans un délai beaucoup plus court que l'horizon qui nous intéresse.

Exemple: commutateur dans un réseau informatique.

Exemple: centre d'appels.

Exemple: on veut évaluer l'effet à court terme d'une réorganisation (usine, centre de distribution, etc.). Dans ce cas, un horizon infini *n'est pas* approprié.

Horizon fuyant: utilisé souvent pour l'optimisation.