

Ejercicios de Relatividad General y Cosmología

Iñaki Ortiz de Landaluce

Introducción a la Relatividad General y Cosmología, Curso 2025-2026

Unidad 1 Introducción a la Relatividad

Ejercicio 1.1. Siendo γ el factor de Lorentz, la cantidad $(\gamma - 1)$ da una medida de la diferencia entre los efectos relativistas y la mecánica Newtoniana para distintos regímenes de velocidades. Siendo $\beta = v/c$, calcula su valor para obtener los siguientes valores de $(\gamma - 1)$: (a) 0.01, (b) 0.1, (c) 1 (d) 10 y (e) 100.

Ejercicio 1.2. Una varilla de longitud 1m está inclinada 45° en el plano xy con respecto al eje x . Un observador con velocidad $\sqrt{2/3}c$ se aproxima a la varilla en la dirección positiva del eje x . ¿Cuál es la longitud de la varilla y el ángulo de inclinación con respecto a su eje x que mide el observador?

Ejercicio 1.3. Cuando los rayos cósmicos primarios impactan en la atmósfera, se crean muones a una altitud entre 10km y 20km. Un muón en el laboratorio vive en promedio un tiempo $\tau_0 = 2,2 \cdot 10^{-6}$ s antes de desintegrarse en un electrón (o un positrón) y dos neutrinos. Aunque un muón sólo puede moverse $\tau_0 c \approx 660$ m durante el tiempo τ_0 , una gran fracción de muones logra alcanzar la superficie de la Tierra. ¿Cómo puede explicarse esto? Realice un cálculo numérico para un muón que se mueve con velocidad $0,999c$.

Ejercicio 1.4. Tenemos dos sistemas de referencia inerciales S y S' , donde S' se mueve con velocidad v en la dirección del eje x positivo respecto a S . Si un objeto se mueve con velocidad constante u respecto a S a lo largo del mismo eje x , demuestra que la velocidad medida desde el sistema de referencia S' a lo largo del eje x' , satisface la siguiente ecuación:

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

Ejercicio 1.5. Una varilla se mueve con velocidad v a lo largo del eje x positivo en un sistema inercial S . Un observador en reposo en S' mide que la longitud de la varilla es L . Otro observador se mueve con velocidad $-v$ a lo largo del eje x . ¿Qué longitud, expresada como función de L y v , medirá este observador para la varilla? La medición se realiza de la manera habitual, midiendo los extremos de forma simultánea para cada observador en sus respectivos sistemas de referencia.