

Ejercicios de Relatividad General y Cosmología

Iñaki Ortiz de Landaluce

Introducción a la Relatividad General y Cosmología, Curso 2025-2026

Unidad 2 Álgebra y Cálculo Tensorial

Ejercicio 2.1. Las ecuaciones de transformación entre las coordenadas polares r, θ y las coordenadas cartesianas x, y en un plano son:

$$\begin{aligned}x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta\end{aligned}\tag{1}$$

$$\begin{aligned}r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\end{aligned}\tag{2}$$

Calcula las cuatro transformadas parciales $\partial x^\mu / \partial x'^\nu$.

Ejercicio 2.2. Dadas las ecuaciones de transformación entre las coordenadas cartesianas y las coordenadas polares (ver Ejercicio 2.1), considera la función escalar $\Phi = bxy$ y calcula su gradiente en ambos sistemas de referencia.

Ejercicio 2.3. Basándote en los resultados del Ejercicio 2.2, transforma las coordenadas cartesianas del vector $\nabla\Phi$ a coordenadas polares según las reglas de la transformación covariante de un vector. Comprueba que el resultado de dicha transformación coincide con las coordenadas polares del vector $\nabla\Phi$.