1 計算式について

$ad-bc\neq 0$ として考える。

目的は、(a,c) に平行な直線で $(10b,10d)$ の整数倍を通り、かつ $(\pm 200,\pm 200)$ を 4 つの頂点とする正方形と交わるものを全て引くこと。

まず、この正方形は原点中心、半径が 300 の円にすっぽり含まれるので、問題をこの半径 300 の円に置き換えて考えることにする。問題は、

$$x=at+10kb,\quad y=ct+10kd$$

という (x,y) で、半径 300 の円と交わるものを全て求めること。ここで k は整数の変数で一定の範囲を動き、それらの各 k に対して t をざーっと走らせて直線を引く。というか、両端を求めて lineTo 命令で直線を引いてもらう。

まず k の限界 n を求める。それには、点 $(10bk,10dk)$ と直線 $cx-ay=0$ との距離が 300 より大きくなるようにすればいいので、

$$\frac{|c\cdot 10bk-a\cdot 10dk|}{\sqrt{c^2+a^2}}>300$$

という式が立つ。これにより、

$$|k|>\frac{30\sqrt{a^2+c^2}}{|ad-bc|}$$

であればよいので、この右辺より大きい最小の整数を n とすれば k は $-n$ から n まで動けばよいことになる。これが n の式と m の式の意味。

次に、与えられた k について t を動かす。両端の座標で半径 300 の円の外にとび出すものを取ればいい。それには直線 $ax+cy=0$（原点を通り先ほどの直線に直交する直線）との距離が 300 を超えればいい。なので、

$$\frac{|(a^2+c^2)t+10k(ab+cd)|}{\sqrt{a^2+c^2}}>300$$

であればよい。この k を含む第 2 項は絶対値で分離して、より強い不等式：

$$(a^2+c^2)|t|>300\sqrt{a^2+c^2}+10|ab+cd|n$$

が成り立つようにすればいい。だから $|t|$ の限界はこの右辺を (a^2+c^2) で割ったものになるわけで、あのような式になる。以上。