

1 計算式について

$ad - bc \neq 0$ として考える。

目的は、 (a, c) に平行な直線で $(10b, 10d)$ の整数倍を通り、かつ $(\pm 200, \pm 200)$ を 4 つの頂点とする正方形と交わるものを全て引くこと。

まず、この正方形は原点中心、半径が 300 の円にすっぽり含まれるので、問題をこの半径 300 の円に置き換えて考えることにする。問題は、

$$x = at + 10kb, \quad y = ct + 10kd$$

という (x, y) で、半径 300 の円と交わるものを全て求めること。ここで k は整数の変数で一定の範囲を動き、それらの各 k に対して t をざーっと走らせて直線を引く。というか、両端を求めて lineTo 命令で直線を引いてもらう。

まず i の限界 k を求める。それには、点 $(10bk, 10dk)$ と直線 $cx - ay = 0$ との距離が 300 より大きくなるようにすればいいので、

$$\frac{|c \cdot 10bk - a \cdot 10dk|}{\sqrt{c^2 + a^2}} > 300$$

という式が立つ。これにより、

$$|k| > \frac{30\sqrt{a^2 + c^2}}{|ad - bc|}$$

であればよいので、この右辺より大きい最小の整数を n とすれば k は $-n$ から n まで動けばよいことになる。これが n の式と m の式の意味。

次に、与えられた k について t を動かす。両端の座標で半径 300 の円の外にとび出すものを取ればいい。それには直線 $ax + cy = 0$ (原点を通り先ほどの直線に直交する直線) との距離が 300 を超えればいい。なので、

$$\frac{|(a^2 + c^2)t + 10k(ab + cd)|}{\sqrt{a^2 + c^2}} > 300$$

であればよい。この k を含む第 2 項は絶対値で分離して、より強い不等式：

$$(a^2 + c^2)|t| > 300\sqrt{a^2 + c^2} + 10|ab + cd|N$$

が成り立つようにすればいい。だから $|t|$ の限界はこの右辺を $(a^2 + c^2)$ で割ったものになるわけで、あのような式になる。以上。