

METODOS PARA PRONOSTICAR LA DEMANDA

(Marzo 2021)

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino Ing. Civil / MSCM&L

METODOS DE PRONOSTICOS

Con cualquier método de pronóstico existe siempre el elemento aleatorio que no puede ser explicado con los patrones de la demanda histórica

Cualquier demanda observada puede dividirse en un componente sistemático y otro aleatorio.

$\text{Demanda observada (O)} = \text{componente sistemático (S)} + \text{componente aleatorio (R)}$

El componente **sistemático** mide el valor esperado de la demanda

- **Nivel:** la demanda desestacionalizada actual.
- **Tendencia:** la tasa de crecimiento o descenso para el periodo siguiente.
- **Estacionalidad:** las fluctuaciones estacionales predecibles en la demanda.

El componente **aleatorio** es la parte del pronóstico que se desvía de la parte sistémica.



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

La meta de cualquier método de pronóstico es predecir el componente sistemático de la demanda y estimar el componente aleatorio.

Cualquier demanda observada puede dividirse en un componente sistemático y otro aleatorio.



componente sistemático = (nivel + tendencia) \times factor estacional

Las compañías pueden desarrollar tanto el método de pronóstico **estático** como **adaptativo** para cada forma



✓ Un método estático asume que los estimados del nivel, tendencia y estacionalidad, dentro del componente sistemático, no varían conforme se observa la nueva demanda.

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

METODOS ESTATICOS:

Estimamos cada uno de estos parámetros con base en la información histórica y luego utilizamos los mismos valores para todos los pronósticos futuros.

Utilizamos el método de pronóstico estático cuando la demanda tiene una tendencia y un componente estacional.

Componente sistemático = (nivel + tendencia) \times factor estacional



L = estimado del nivel a $t = 0$ (el estimado de la demanda desestacionalizada durante el periodo $t = 0$)

T = estimado de la tendencia (incremento o decremento en la demanda por periodo)

S_t = estimado del factor estacional para el periodo t

D_t = demanda real observada en el periodo t

F_t = pronóstico de la demanda para el periodo t

El pronóstico en el periodo t para la demanda en el periodo $t + l$ está dado por:

$$F_{t+l} = [L + (t + l)T]S_{t+l}$$



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

ESTIMACIÓN DEL NIVEL Y LA TENDENCIA:

- Lo primero que debemos hacer es desestacionalizar la demanda.
- La demanda desestacionalizada representa aquella que se habría observado en ausencia de fluctuaciones estacionales.
- La **periodicidad p** es el número de periodos después de los cuales el ciclo estacional se repite.
- Para asegurar que a cada periodo se le dé un peso igual cuando se desestacionaliza la demanda, debemos tomar el promedio de p periodos consecutivos de la demanda.
- El promedio de la demanda del periodo $(l + 1)$ al periodo $(l + p)$ proporciona la demanda desestacionalizada para el periodo $l + (p + 1)/2$.
- Si p es impar, este método proporciona la demanda desestacionalizada para un periodo existente.

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

ESTIMACIÓN DEL NIVEL Y LA TENDENCIA:

- Si p es par, proporciona la demanda desestacionalizada en un punto entre el periodo $l + (p/2)$ y $l + 1 + (p/2)$.
- Al tomar el promedio de la demanda desestacionalizada proporcionado por los periodos $(l + 1)$ a $(l + p)$ y $(l + 2)$ a $(l + p + 1)$, se obtiene la demanda desestacionalizada para el periodo $l + 1 + (p/2)$.

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

$$\bar{D}_t = \begin{cases} \left[D_{t-(p/2)} + D_{t+(p/2)} + \sum_{i=t+1-(p/2)}^{t-1+(p/2)} 2D_i \right] / 2p & \text{para } p \text{ par} \\ \sum_{i=t-(p-1)/2}^{t+(p-1)/2} D_i / p & \text{para } p \text{ impar} \end{cases}$$

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Si tomamos por ejemplo, $p = 4$, es par. Para $t = 3$, obtenemos la demanda desestacionalizada empleando la ecuación anterior.

$$\left[D_{t-(p/2)} + D_{t+(p/2)} + \sum_{i=t+1-(p/2)}^{t-1+(p/2)} 2D_i \right] / 2p \text{ para } p \text{ par}$$

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

$$\bar{D}_3 = \left[D_{t-(p/2)} + D_{t+(p/2)} + \sum_{i=t+1-(p/2)}^{t-1+(p/2)} 2D_i \right] / 2p = \left[D_1 + D_5 + \sum_{i=2}^4 2D_i \right] / 8$$

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Si tomamos por ejemplo periodos de 4 trimestres, $p = 4$, es par. Para $l = 1$

$p = 4$ (trimestres en el año)

$t =$ trimestre

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

$l = 1$

$D(l+1)$ $D(l+2)$ $D(l+3)$ $D(l+4)$

El promedio de la demanda del periodo $(l+1)$ al periodo $(l+p)$ proporciona la demanda desestacionalizada para el periodo $[l + (p+1)/2]$

$l = 1$

$p = 4$ (trimestres en el año)

$t =$ trimestre

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

$l = 1$

$D(l+2)$ $D(l+3)$ $D(l+4)$ $D(l+5)$

El promedio de la demanda del periodo $(l+2)$ al periodo $(l+p+1)$ proporciona la demanda desestacionalizada para el periodo $[l + 1 + (p+1)/2]$

$l = 1$

Al tomar el promedio de la demanda desestacionalizada proporcionado por los periodos $(l+1)$ a $(l+p)$ y $(l+2)$ a $(l+p+1)$, se obtiene la demanda desestacionalizada para el periodo $l + 1 + (p/2)$

$l = 1$

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Si tomamos por ejemplo periodos de 4 trimestres, $p = 4$, es par. Para $l = 1$

$p = 4$ (trimestres en el año)

$t =$ trimestre

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

$l = 1$

10 18 20 24

El promedio (18) de la demanda del periodo (2) al periodo (2) proporciona la demanda desestacionalizada para el periodo [3,5]

$l = 1$

$p = 4$ (trimestres en el año)

$t =$ trimestre

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

$l = 1$

18 20 24 26

El promedio (22) de la demanda del periodo (3) al periodo (6) proporciona la demanda desestacionalizada para el periodo [4,5]

$l = 1$

Al tomar el promedio de la demanda desestacionalizada (20) proporcionado por los periodos $(l + 1)$ a $(l + p)$, y $(l + 2)$ a $(l + p + 1)$ se obtiene la demanda desestacionalizada para el periodo 4

$l = 1$



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ejercicio,

Consideremos la demanda de Cemento empleada para la construcción. Este Cemento es producido por una compañía llamada CemSA, la cual vende a través de varios minoristas independientes alrededor de numerosas Islas en el Caribe. En el pasado, CemSA se ha apoyado en los estimados de la demanda de una muestra de sus minoristas, pero la compañía ha observado que éstos siempre sobreestiman sus compras, dejando a la compañía (e incluso a algunos minoristas) con un exceso de inventario. Después de una junta con sus vendedores minoristas, CemSA ha decidido producir un pronóstico colaborativo. CemSA quiere trabajar con los minoristas para crear un pronóstico más preciso con base en las ventas reales de cemento en los comercios minoristas. La información de la demanda por trimestre durante los tres años pasados se muestra en la tabla 1 y se grafica en la figura 2.

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

TABLA 1: DEMANDA TRIMESTRAL DE CEMENTO DE CEMSA

<i>Año</i>	<i>Trimestre</i>	<i>Periodo, t</i>	<i>Demanda, D_t</i>
1	2	1	8,000
1	3	2	13,000
1	4	3	23,000
2	1	4	34,000
2	2	5	10,000
2	3	6	18,000
2	4	7	23,000
3	1	8	38,000
3	2	9	12,000
3	3	10	13,000
3	4	11	32,000
4	1	12	41,000

Ricardo del Pino / MSCM&L

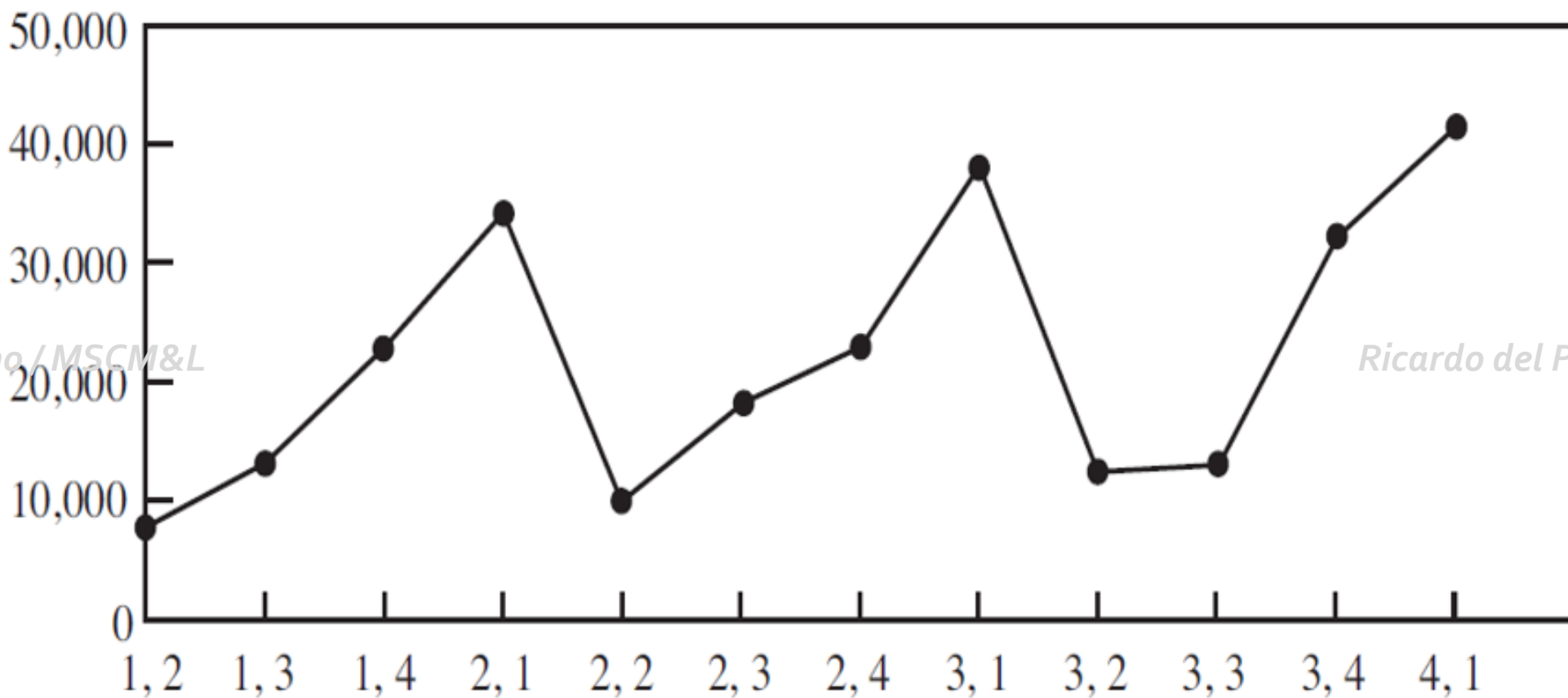
Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

TABLA 1: DEMANDA TRIMESTRAL DE CEMENTO DE CEMSA



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

CALCULO DE LA DEMANDA DESESTACIONALIZADA

HOJA DE CALCULO CON LA DEMANDA REAL Y DESESTACIONALIZADA DE CEMSA

p = 4 (trimestres en el año)

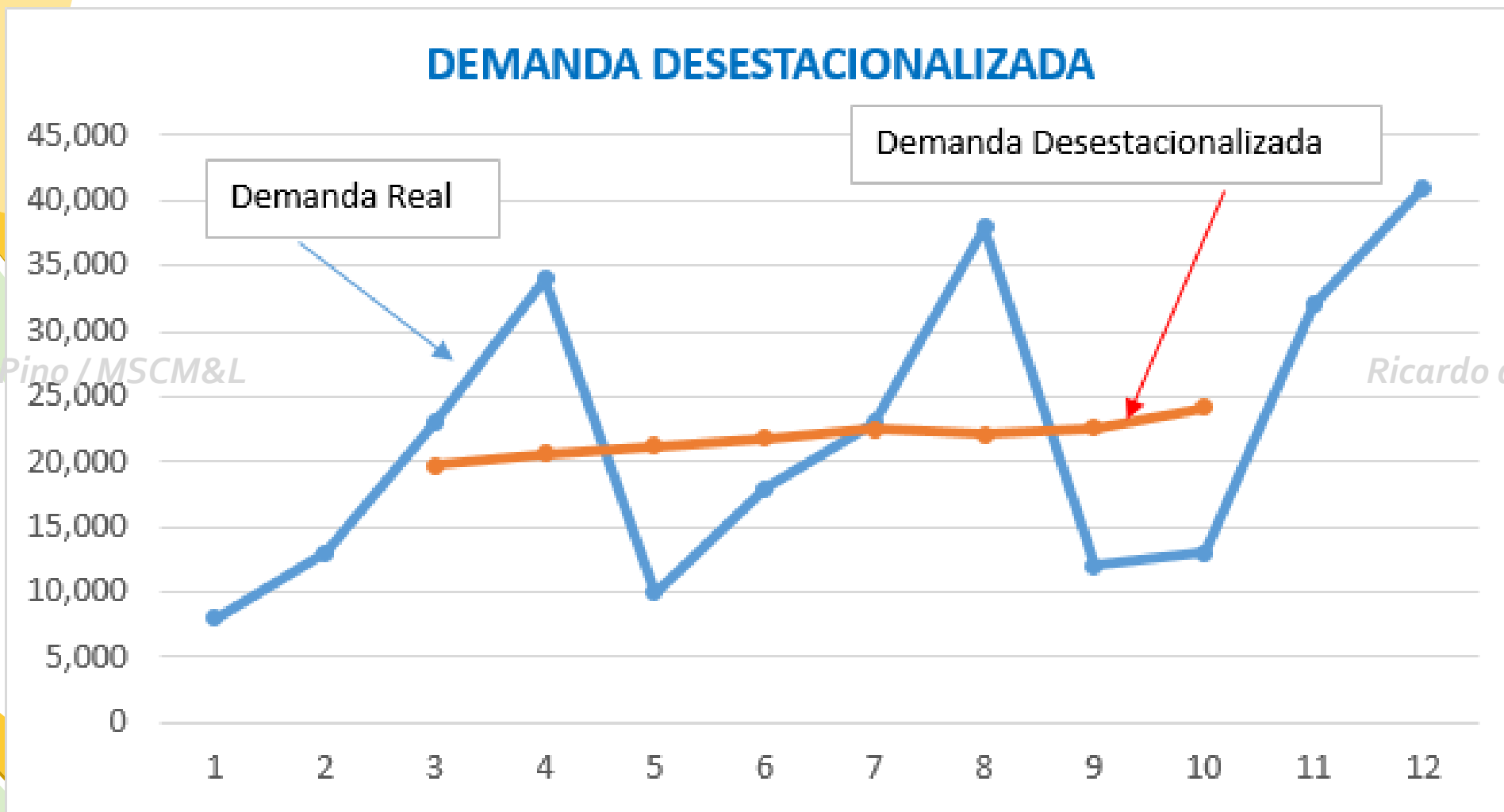
t = trimestre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Dt	8,000	13,000	23,000	34,000	10,000	18,000	23,000	38,000	12,000	13,000	32,000	41,000
Demanda Desestaci onalizada			19,750	20,625	21,250	21,750	22,500	22,125	22,625	24,125		

$$\bar{D}_3 = \left[D_{t-(p/2)} + D_{t+(p/2)} + \sum_{i=t+1-(p/2)}^{t-1+(p/2)} 2D_i \right] / 2p = \left[D_1 + D_5 + \sum_{i=2}^4 2D_i \right] / 8$$

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L



Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

- Existe una relación lineal entre la demanda desestacionalizada, D_t , y el tiempo t ,

$$\bar{D}_t = L + Tt$$

- D_t , representa la demanda desestacionalizada y no la demanda real en el periodo t .

- L : representa el **Nivel** o demanda desestacionalizada en el periodo 0.

- T : representa la tasa de crecimiento de la demanda desestacionalizada o **Tendencia**.

- Podemos estimar los valores de L y T para la demanda desestacionalizada, utilizando la **regresión lineal**.

- Usamos la demanda desestacionalizada como la variable dependiente y el tiempo como la variable independiente.

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

ANALISIS DE REGRESION LINEAL

- Usamos este método para estimar la línea de tendencia.
- Se supone que hay una relación lineal entre la variable dependiente (Y), y la variable independiente (X), que muchas veces es el tiempo t .
- Se calcula mediante el **método de Minimos Cuadrados**, minimizando la suma de los errores cuadráticos.

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Variable dependiente

Pendiente

$$\hat{Y}_i = a + b X_i$$

Corte en el eje Y

Variable independiente

Ricardo del Pino / MSCM&L

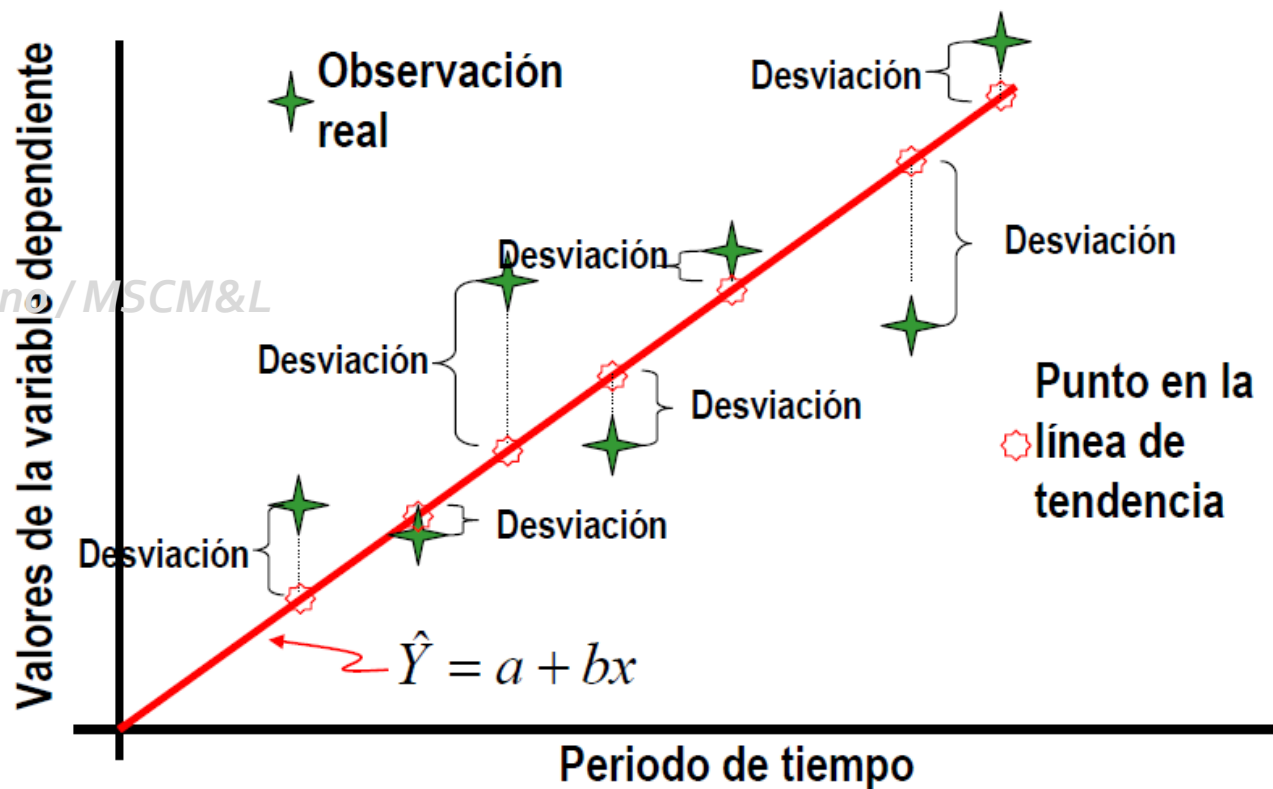
Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

ANALISIS DE REGRESION LINEAL

- Metodo de Mínimos Cuadrados

$$\chi^2(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - (a + b x_i))^2$$



- La mejor línea es aquella que minimiza la suma de los errores al cuadrado.

$$\min \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

ANALISIS DE REGRESION LINEAL

Metodo de Mínimos Cuadrados

$$a = \frac{S_{xx}S_y - S_xS_{xy}}{NS_{xx} - S_xS_x}$$

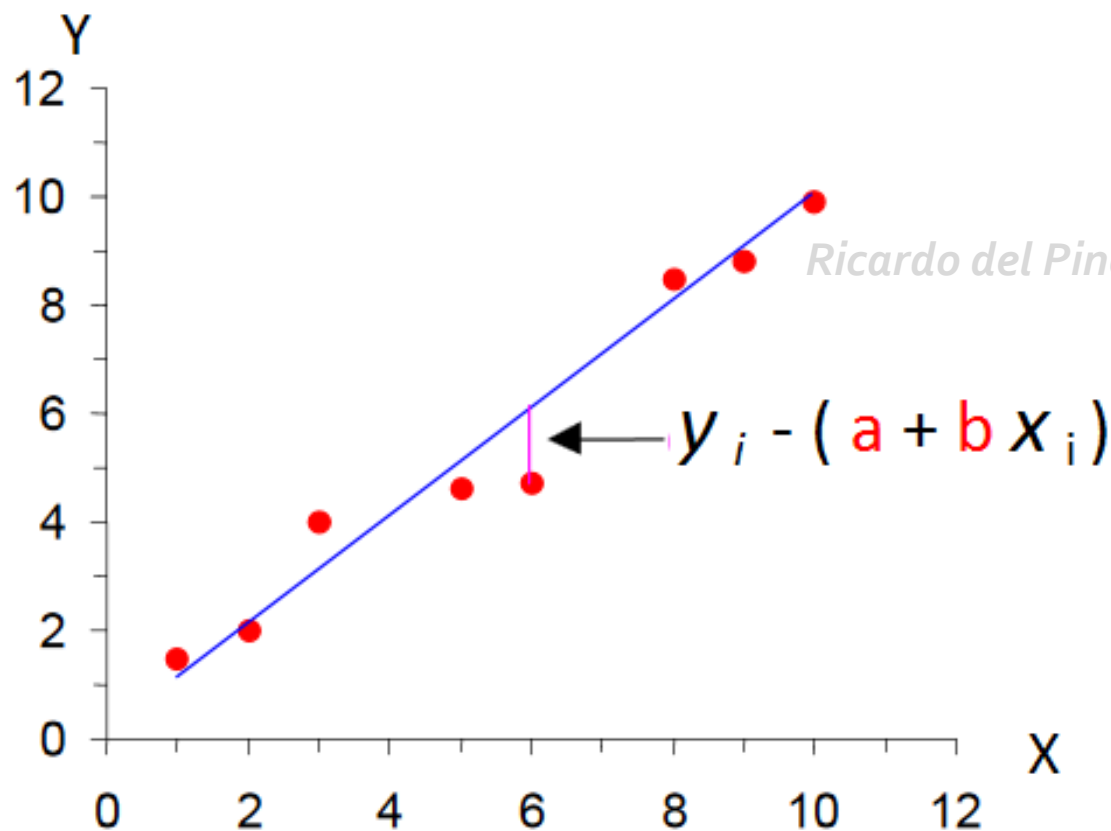
$$b = \frac{NS_{xy} - S_xS_y}{NS_{xx} - S_xS_x}$$

Definiendo

$$S_x = \sum_{i=1}^N x_i \quad S_y = \sum_{i=1}^N y_i$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^N x_i^2 \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^N x_i y_i$$

$$\min \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - (a + b x_i))^2$$



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

ANALISIS DE REGRESION LINEAL

- Metodo de Mínimos Cuadrados

X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	$X_i Y_i$
X_1	Y_1	X_1^2	Y_1^2	$X_1 Y_1$
X_2	Y_2	X_2^2	Y_2^2	$X_2 Y_2$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
X_n	Y_n	X_n^2	Y_n^2	$X_n Y_n$
ΣX_i	ΣY_i	ΣX_i^2	ΣY_i^2	$\Sigma X_i Y_i$

$$S_x = \sum_{i=1}^N x_i \quad S_y = \sum_{i=1}^N y_i \quad S_{xx} = \sum_{i=1}^N x_i^2 \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^N x_i y_i$$

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

ANALISIS DE REGRESION LINEAL

- Metodo de Mínimos Cuadrados

$$\min \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - (a + b x_i))^2$$

$$a = \frac{S_{xx}S_y - S_xS_{xy}}{NS_{xx} - S_xS_x}$$

$$b = \frac{NS_{xy} - S_xS_y}{NS_{xx} - S_xS_x}$$

i	x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2	$(a + b x_i - y_i)^2$
1	1	1.5	1.5	1.0	2.25	0.042
2	2	2.0	4.0	4.0	4.00	0.052
3	3	4.0	12.0	9.0	16.00	0.699
4	5	4.6	23.0	25.0	21.16	0.187
5	6	4.7	28.2	36.0	22.09	1.606
6	8	8.5	68.0	64.0	72.25	0.440
7	9	8.8	79.2	81.0	77.44	0.000
8	10	9.9	99.0	100.0	98.01	0.037

$N=8$	$S_x=44$	$S_y=44$	$S_{xy}=314.9$	$S_{xx}=320$	$S_{yy}=313.2$	$\chi^2=3.066$
-------	----------	----------	----------------	--------------	----------------	----------------

Definiendo

$$S_x = \sum_{i=1}^N x_i \quad S_y = \sum_{i=1}^N y_i$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^N x_i^2 \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^N x_i y_i$$

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

ANALISIS DE REGRESION LINEAL

- ESTIMADOR DE LA INCERTIDUMBRE DEL PARÁMETRO **a** (intercepto de la recta):

Suponemos que:

- Todos los errores de y son iguales a: $\varepsilon y_i = \sigma y$
- Estos errores se estiman a partir de la varianza de los datos:

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N (y_i - b x_i - a)^2 = \frac{\chi^2(a, b)}{N-2}$$

$$\sigma_a^2 = \frac{S_{xx}}{NS_{xx} - S_x S_x} \frac{\chi^2(a, b)}{N-2}$$

$$a = \frac{S_{xx} S_y - S_x S_{xy}}{NS_{xx} - S_x S_x}$$

$$b = \frac{NS_{xy} - S_x S_y}{NS_{xx} - S_x S_x}$$

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

ANALISIS DE REGRESION LINEAL

- ESTIMADOR DE LA INCERTIDUMBRE DEL PARÁMETRO **b** (pendiente de la recta):

Suponemos que:

- Todos los errores de y son iguales a: $\varepsilon y_i = \sigma y$
- Estos errores se estiman a partir de la varianza de los datos:

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N (y_i - b x_i - a)^2 = \frac{\chi^2(a, b)}{N-2}$$

$$\sigma_b^2 = \frac{N}{NS_{xx} - S_x S_x} \frac{\chi^2(a, b)}{N-2}$$

$$a = \frac{S_{xx} S_y - S_x S_{xy}}{NS_{xx} - S_x S_x}$$

$$b = \frac{NS_{xy} - S_x S_y}{NS_{xx} - S_x S_x}$$

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

ANALISIS DE REGRESION LINEAL

■ COEFICIENTE DE CORRELACION r

Cómo podemos saber qué tan buenos son los N datos que estamos usando?

- Coeficiente de correlación lineal r :
- Mide el grado de correlación lineal entre x e y .
- $|r| \leq 1$
- $|r| = 1$ Correlación total
- $r = 0$ No hay correlación

$$r = \frac{NS_{xy} - S_x S_y}{\sqrt{NS_{xx} - S_x S_x} \sqrt{NS_{yy} - S_y S_y}}$$

siendo $S_{yy} = \sum_{i=1}^N y_i^2$

$$a = \frac{S_{xx} S_y - S_x S_{xy}}{NS_{xx} - S_x S_x}$$

$$b = \frac{NS_{xy} - S_x S_y}{NS_{xx} - S_x S_x}$$

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

ESTIMACIÓN DE LOS FACTORES ESTACIONALES

Podemos obtener la demanda desestacionalizada para cada periodo empleando la ecuación

$$\bar{D}_t = L + Tt$$

El factor estacional \bar{S}_t , para el periodo t es la división de la demanda real D_t y la demanda desestacionalizada \bar{D}_t y está dada por:

$$\bar{S}_t = \frac{D_t}{\bar{D}_t}$$

CALCULO DE LOS FACTORES ESTACIONALES

Periodo t	Demanda D _t	Demanda Desestac.	Factor Estacional \bar{S}_t
1	8,000	18,963	0.42
2	13,000	19,487	0.67
3	23,000	20,010	1.15
4	34,000	20,534	1.66
5	10,000	21,058	0.47
6	18,000	21,582	0.83
7	23,000	22,106	1.04
8	38,000	22,629	1.68
9	12,000	23,153	0.52
10	13,000	23,677	0.55
11	32,000	24,201	1.32
12	41,000	24,725	1.66

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

ESTIMACIÓN DE LOS FACTORES ESTACIONALES

Dada la periodicidad p obtenemos el factor estacional de un periodo dado mediante el promedio de los factores estacionales que corresponden a periodos similares. Por ejemplo, si tenemos una periodicidad $p = 4$, los periodos 1, 5 y 9 tendrán factores estacionales similares. El factor estacional para estos periodos se obtiene como el promedio de estos tres factores estacionales. Dados r ciclos estacionales en los datos, para todos los periodos de la forma $pt + i$, $1 \leq i \leq p$ obtenemos el factor estacional como

$$S_i = \frac{\sum_{j=0}^{r-1} \bar{S}_{jp+i}}{r}$$

Para nuestro ejemplo obtenemos los factores estacionales siguientes:

S1	S2	S3	S4
0.42	0.67	1.15	1.66
0.47	0.83	1.04	1.68
0.52	0.55	1.32	1.66
0.47	0.68	1.17	1.66



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

METODOS ADAPTATIVOS:



En el pronóstico adaptativo, los estimados del nivel, la tendencia y la estacionalidad, se actualizan después de cada observación de la demanda.

Suponemos que tenemos un conjunto de datos históricos para n periodos y que la demanda es estacional con periodicidad p . En nuestro ejemplo, dado que los datos son trimestrales, donde el patrón se repite cada año, tenemos una periodicidad de $p = 4$.

Empezamos por definir los términos:

L_t estimado del nivel al final del periodo t

T_t estimado de la tendencia al final del periodo t

S_t estimado del factor estacional para el periodo t

F_t pronóstico de la demanda para el periodo t (realizado en el periodo $t - 1$ o antes)

D_t demanda real observada en el periodo t

E_t error de pronóstico en el periodo t

El pronóstico para $t+1$ esta dado por:

$$F_{t+1} = (L_t + IT_t)S_{t+1}$$

Ricardo del Pino / MSCM&L



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS ADAPTATIVOS:

Los cuatro pasos en el marco del pronóstico adaptativo son los siguiente:

1. **Inicializar:** Calcular los estimados iniciales del nivel (L_0), tendencia (T_0) y factores estacionales (S_1, \dots, S_p) a partir de los datos dados. Esto se lleva a cabo exactamente como en el método de pronóstico estático que analizamos con anterioridad.
2. **Pronóstico:** Dados los estimados en el periodo t , se pronostica la demanda para el periodo $t+1$ empleando la ecuación $F_{t+1} = (L_t + IT_t)S_{t+1}$. Nuestro primer pronóstico es para el periodo 1 y se realiza con los estimados del nivel, tendencia y factor estacional en el periodo 0.
3. **Error estimado:** Registra la demanda real D_{t+1} para el periodo $t+1$ y calcula el error E_{t+1} en el pronóstico para el periodo $t+1$ como la diferencia entre la demanda pronosticada y real. El error para el periodo $t+1$ se define así. $E_{t+1} = F_{t+1} - D_{t+1}$
4. **Modificar los estimados:** Modificar los estimados del nivel (L_{t+1}), tendencia (T_{t+1}) y factores estacionales (S_{t+p+1}), dado el error E_{t+1} en el pronóstico. Si la Demanda es más alta que el pronóstico se debe variar al alza y viceversa.

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS ADAPTATIVOS:

Los estimados revisados en el periodo $t + 1$ se emplean para construir un pronóstico para el periodo $t + 2$ y los pasos 2, 3 y 4 se repiten hasta que todos los datos históricos, hasta el periodo n , se hayan cubierto. Los estimados del periodo n se emplean entonces para pronosticar la demanda futura.

Ahora podemos analizar varios métodos de pronóstico adaptativos. El método más apropiado depende de la característica de la demanda y de la composición del componente sistemático de la demanda. En cada uno de los casos, suponemos que el periodo bajo consideración es t .

Promedio móvil

El método del promedio móvil se emplea cuando la demanda no tiene tendencia o estacionalidad observables. En este caso: Componente sistemático de la demanda = nivel L . El nivel en el periodo t se estima como la demanda promedio durante los periodos N más recientes, Esto representa un promedio móvil de periodos N :
$$L_t = (D_t + D_{t-1} + \dots + D_{t-N+1})/N$$

El pronóstico actual para todos los periodos futuros es el mismo y se basa en el estimado actual del nivel.

$$F_{t+1} = L_t \quad \text{y} \quad F_{t+n} = L_t$$

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

METODOS ADAPTATIVOS:

Ejemplo: Un supermercado ha experimentado una demanda semanal de leche de 120, 127, 114 y 122 galones durante las últimas cuatro semanas. Pronostiquemos la demanda para el periodo 5 empleando un promedio móvil de cuatro periodos. ¿Cuál es el error de pronóstico si la demanda en el periodo 5 resulta ser 125 galones?

Análisis: Realizamos el pronóstico para el periodo 5 al final del periodo 4. Por tanto, suponemos que el periodo actual es $t = 4$. Nuestro primer objetivo es estimar el nivel en el periodo 4. con $N = 4$, obtenemos: $L_4 = (D_4 + D_3 + D_2 + D_1)/4 = (120 + 127 + 114 + 122)/4 = 120.75$

El pronóstico de la demanda para el periodo 5, se expresa como: $F_5 = L_4 = 120.75$ galones

Como la demanda en el periodo 5, D_5 , es de 125 galones, el error de pronóstico para el periodo 5 es de: $E_5 = F_5 - D_5 = 125 - 120.75 = 4.25$

Después de observar la demanda en el periodo 5, el estimado revisado del nivel para el periodo 5 está dado por: $L_5 = (D_5 + D_4 + D_3 + D_2)/4 = (127 + 114 + 122 + 125)/4 = 122$



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS ADAPTATIVOS:

Suavizamiento exponencial simple

Es el método más apropiado cuando la demanda no tiene una tendencia o estacionalidad observable. En este caso, Componente sistemático de la demanda = nivel

Se toma el estimado inicial del nivel, L_0 , para que sea el promedio de los datos históricos, ya que hemos supuesto que la demanda no tiene una tendencia o estacionalidad observable. Dados los datos de la demanda para los periodos 1 al n , tenemos lo siguiente:

$$L_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i$$

El pronóstico actual para todos los periodos futuros es igual al estimado actual del nivel y está dado por:

$$F_{t+1} = L_t \quad \text{y} \quad F_{t+n} = L_t$$

Después de observar la demanda D_{t+1} para el periodo $t + 1$, revisamos el estimado del nivel como sigue:

$$L_{t+1} = \alpha D_{t+1} + (1 - \alpha)L_t$$

donde α es una constante de suavizamiento para el nivel, $0 < \alpha < 1$. El valor revisado del nivel es un promedio ponderado del valor observado del nivel (D_{t+1}) en el periodo $t + 1$ y antiguo estimado del nivel (L_t) en el periodo t .

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Suavizamiento exponencial simple

Ejemplo: Consideremos el supermercado del ejemplo anterior, la demanda de leche ha sido de 120, 127, 114 y 122 galones en las últimas cuatro semanas. Pronosticar la demanda para el periodo 1 empleando el suavizamiento exponencial simple con $\alpha = 0.1$

Análisis: En este caso tenemos los datos de la demanda para $n = 4$ periodos. Empleando la Ecuación $L_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i$, el estimado inicial del nivel está expresado por:

$$L_0 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 D_i = 120.75$$

El pronóstico para el periodo 1 está dado por $F_1 = L_0 = 120.75$

La demanda observada para el periodo 1 es $D_1 = 120$. El error de pronóstico para el periodo 1 está dado por

$$E_1 = F_1 - D_1 = 120.75 - 120 = 0.75$$

Con $\alpha = 0.1$, el estimado revisado del nivel para el periodo 1 empleando $L_{t+1} = \alpha D_{t+1} + (1 - \alpha)L_t$ está dado por:

$$L_1 = \alpha D_1 + (1 - \alpha)L_0 = 0.1 \times 120 + 0.9 \times 120.75 = 120.68$$

el estimado del nivel para el periodo 1 es menor que para el periodo 0, ya que la demanda en el periodo 1 es menor que el pronóstico para el periodo 1. Al continuar de esta manera, obtenemos $F_3 = 121.31$, $F_4 = 120.58$ y $F_5 = 120.72$. Por tanto, el pronóstico para el periodo 5 es 120.72.

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS ADAPTATIVOS:

Suavizamiento exponencial con corrección por tendencia (modelo de Holt)

Este método es adecuado cuando se supone que la demanda tiene **un nivel y una tendencia** en el componente sistemático pero no estacionalidad. En este caso, tenemos:

Componente sistemático de la demanda = nivel + tendencia

Se obtiene el estimado inicial del nivel y la tendencia al calcular la regresión lineal entre la demanda D_t y el periodo t de la forma: $D_t = at + b$

En este caso, es correcto realizar una regresión lineal entre la demanda y los periodos, ya que estamos suponiendo que la demanda tiene tendencia **pero no estacionalidad**. La relación entre la demanda y el tiempo es lineal.

- b es nuestro estimado del nivel inicial L_0 .
- La pendiente a es nuestra estimación inicial de la tendencia T_0 .

En el periodo t , dados los estimados del nivel L_t y la tendencia T_t , el pronóstico para los periodos futuros se expresa como $F_{t+1} = L_t + T_t$ y $F_{t+n} = L_t + nT_t$

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS ADAPTATIVOS:

Suavizamiento exponencial con corrección por tendencia (modelo de Holt)

Después de observar la demanda para el periodo t , revisamos los estimados para el nivel y la tendencia de la siguiente manera:

$$L_{t+1} = \alpha D_{t+1} + (1 - \alpha)(L_t + T_t)$$

$$T_{t+1} = \beta(L_{t+1} - L_t) + (1 - \beta)T_t$$

Ricardo del Pino / MSCM&L

donde α es una constante de suavizamiento para el nivel, $0 < \alpha < 1$, y β es una constante de suavizamiento para la tendencia, $0 < \beta < 1$.

Ricardo del Pino / MSCM&L

Note que en cada una de las dos ecuaciones, el estimado revisado (del nivel o la tendencia) es un promedio ponderado del valor observado y del estimado anterior.

Ejemplo: Un fabricante de aparatos electrónicos ha notado que la demanda de su reciente reproductor se incrementó en los últimos seis meses. La demanda observada (en miles) ha sido de 8,415, 8,732, 9,014, 9,808, 10,413 y 11,961. Pronosticar la demanda para el periodo 7 empleando el suavizamiento exponencial con corrección por tendencia con $\alpha = 0.1$ y $\beta = 0.2$

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS ADAPTATIVOS:

Suavizamiento exponencial con corrección por tendencia (modelo de Holt)

Análisis: El primer paso es obtener los estimados iniciales del nivel y la tendencia empleando la regresión lineal. Primero realizamos una regresión lineal entre la demanda y los periodos. El estimado del nivel L_0 , inicial, se obtiene como el intercepto y, la tendencia T_0 se obtiene como el coeficiente de la variable X (o la pendiente). Para los datos del reproductor, tenemos:

Ricardo del Pino / MSCM&L

$$L_0 = 7,367 \quad y \quad T_0 = 673$$

Ricardo del Pino / MSCM&L

El pronóstico para el periodo 1 está dado por: $F_{t+1} = L_t + T_t \quad y \quad F_{t+n} = L_t + nT_t$

$$F_1 = L_0 + T_0 = 7,367 + 673 = 8,040$$

La demanda observada para el periodo 1 es $D_1 = 8,415$. El error para el periodo 1 está dado por:

$$E_1 = F_1 - D_1 = 8,040 - 8,415 = -375$$

Con $\alpha=0.1$ y $\beta=0.2$, el estimado revisado del nivel y la tendencia para el periodo 1 empleando las ecuaciones de Nivel y Tendencia, está dado por:

$$L_1 = \alpha D_1 + (1 - \alpha)(L_0 + T_0) = 0.1 \times 8,415 + 0.9 \times 8,040 = 8,078$$

$$T_1 = \beta(L_1 - L_0) + (1 - \beta)T_0 = 0.2 \times (8,078 - 7,367) + 0.8 \times 673 = 681$$

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS ADAPTATIVOS:

Suavizamiento exponencial con corrección por tendencia (modelo de Holt)

Observe que el estimado inicial para la demanda en el periodo 1 es muy alto. Como resultado, nuestras actualizaciones han incrementado el estimado del nivel para el periodo 1 de 8,040 a 8,078 y el estimado de la tendencia de 673 a 681. Siguiendo paso es obtener el siguiente pronóstico para el periodo 2:

Ricardo del Pino / MSCM&L

$$F_2 = L_1 + T_1 = 8,078 + 681 = 8,759$$

Ricardo del Pino / MSCM&L

De la misma manera obtenemos $L_2 = 8.755$, $T_2 = 680$, $L_3 = 9.393$, $T_3 = 672$, $L_4 = 10.039$, $T_4 = 666$, $L_5 = 10.676$, $T_5 = 661$, $L_6 = 11.399$, $T_6 = 673$. Esto nos da un pronóstico para el periodo 7 de:

$$F_7 = L_6 + T_6 = 11,399 + 673 = 12,072$$

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS ADAPTATIVOS:

Suavizamiento exponencial con corrección por tendencia y estacionalidad (modelo de Winter)

Este método es adecuado cuando el componente sistemático de la demanda tiene un nivel, una tendencia y un factor estacional. En este caso tenemos

Ricardo del Pino / MSCM&L

Componente sistemático de la demanda (nivel + tendencia) x factor estacional

Ricardo del Pino / MSCM&L

Vamos a suponer que la periodicidad de la demanda es **p**. Para empezar, necesitamos los estimados iniciales del nivel (L_0), tendencia (T_0) y los factores estacionales (S_1, \dots, S_p). Obtenemos estos estimados empleando el procedimiento para el pronóstico estático descrito previamente.

En el periodo t , dados los estimados del nivel, L_t , tendencia, T_t y los factores estacionales, S_t, \dots, S_{t+p-1} , el pronóstico para los periodos futuros está dado por:

$$F_{t+1} = (L_t + T_t)S_{t+1} \quad \text{y} \quad F_{t+l} = (L_t + lT_t)S_{t+l}$$

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS ADAPTATIVOS:

Suavizamiento exponencial con corrección por tendencia y estacionalidad (modelo de Winter)

Al observar la demanda para el periodo $t + 1$ revisamos los estimados para el nivel, la tendencia y los factores estacionales de la siguiente manera:

$$L_{t+1} = \alpha(D_{t+1}/S_{t+1}) + (1 - \alpha)(L_t + T_t)$$

$$T_{t+1} = \beta(L_{t+1} - L_t) + (1 - \beta)T_t$$

$$S_{t+p+1} = \gamma(D_{t+1}/L_{t+1}) + (1 - \gamma)S_{t+1}$$

donde α es una constante de suavizamiento para el nivel, $0 < \alpha < 1$; β es una constante de suavizamiento para la tendencia, $0 < \beta < 1$; y γ es una constante de suavizamiento para el factor estacional, $0 < \gamma < 1$. Observe que en cada una de las actualizaciones (nivel, tendencia o factor estacional), el estimado revisado es un promedio ponderado del valor observado y del estimado anterior. Mostremos el uso del modelo de Winter con un ejemplo:

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS ADAPTATIVOS:

Suavizamiento exponencial con corrección por tendencia y estacionalidad (modelo de Winter)

Ejemplo: Consideremos los datos de la demanda para SemSA. Pronostiquemos la demanda para el periodo 1 valiéndonos del modelo de suavizamiento exponencial con corrección por tendencia y estacionalidad con $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.2$, $\gamma = 0.1$

Ricardo del Pino / MSCM&L

Análisis: Podemos obtener los estimados iniciales del nivel, tendencia y factores estacionales exactamente como en el caso estático. Éstos se expresan de la siguiente manera:

Ricardo del Pino / MSCM&L

$$L_0 = 18,439 \quad T_0 = 524 \quad S_1 = 0.47 \quad S_2 = 0.68 \quad S_3 = 1.17 \quad S_4 = 1.67$$

El pronóstico para el periodo 1 (usando $F_{t+1} = (L_t + T_t)S_{t+1}$ y $F_{t+l} = (L_t + lT_t)S_{t+l}$) está dado por:

La demanda observada para el periodo 1 es $D_1 = 8,000$. El error de pronóstico para el periodo 1 está dado por:

$$E_1 = F_1 - D_1 = 8,913 - 8,000 = 913$$

El estimado revisado del nivel y la tendencia para el periodo 1 y el factor estacional para el periodo 5, empleando las ecuaciones anteriores, con $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.2$, $\gamma = 0.1$ es el siguiente:

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

METODOS ADAPTATIVOS:

Suavizamiento exponencial con corrección por tendencia y estacionalidad (modelo de Winter)

$$\begin{aligned}L_1 &= \alpha(D_1/S_1) + (1 - \alpha)(L_0 + T_0) \\&= 0.1 \times (8,000/0.47) + 0.9 \times (18,439 + 524) = 18,769 \\T_1 &= \beta(L_1 - L_0) + (1 - \beta)T_0 = 0.2 \times (18,769 - 18,439) + 0.8 \times 524 = 485 \\S_5 &= \gamma(D_1/L_1) + (1 - \gamma)S_1 = 0.1(8,000/18,769) + 0.9 \times 0.47 = 0.47\end{aligned}$$

Ricardo del Pino / MSCM&L El pronóstico para el periodo 2 está dado por: $F_2 = (L_1 + T_1)S_2 = (18,769 + 485)0.68 = 13,023$ Ricardo del Pino / MSCM&L

Los métodos de pronóstico que hemos analizado, junto con las situaciones en las cuales son aplicables, son los siguientes:

Método de pronóstico	Aplicable a
Promedio móvil	Sin tendencia o estacionalidad
Suavizamiento exponencial simple	Sin tendencia o estacionalidad
Modelo de Holt	Con tendencia sin estacionalidad
Modelo de Winter	Con tendencia y estacionalidad

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

MEDIDAS DE ERROR DEL PRONOSTICO:

Un buen método de pronóstico debe captar el componente sistemático de la demanda pero no el aleatorio. Este componente aleatorio se manifiesta en sí mismo en la forma de un error de pronóstico, el cual contiene información valiosa que debe analizarse con mucho cuidado por dos razones:

1. Debemos utilizar el análisis de error para determinar si el método de pronóstico actual predice con precisión el componente sistemático de la demanda. Por ejemplo, si el pronóstico produce de manera consistente un error positivo o negativo.
2. Todos los planes de contingencia deben considerar el error de pronóstico.
 - Mientras los errores estén dentro de los estimados históricos, las compañías pueden continuar utilizando su método de pronóstico actual.
 - Encontrar un error que esté más allá de los estimados históricos puede indicar que el método de pronóstico que se emplea ya no es apropiado.
 - Si todos los pronósticos de la compañía tienden consistentemente a subestimar o a sobrestimar la demanda, puede ser señal de que es tiempo de cambiar el método de pronóstico.

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

MEDIDAS DE ERROR DEL PRONOSTICO:

El error de pronóstico para el periodo t está dado por E_t , donde se sostiene lo siguiente: $E_t = F_t - D_t$

Es importante estimar el error de un pronóstico por lo menos con la misma antelación que el tiempo de espera requerido.

Una medida de estimar el error es el **Error Cuadrático Medio** (MSE, por sus siglas en inglés), y lo medimos como sigue: $MSE_n = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^2$ MSE se relaciona con la varianza del error de pronóstico.

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

Estimamos que el componente aleatorio tiene una media de 0 y una varianza de MSE.

La desviación absoluta en el periodo t , A_t , es el valor absoluto del error en el periodo t ; esto es,

$$A_t = |E_t|$$

La **Desviación Absoluta Media** (MAD, por sus siglas en inglés) es el promedio de la desviación absoluta durante todos los periodos, esto es, $MAD_n = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n A_t$

Usamos esta fórmula para estimar la desviación estándar del componente aleatorio suponiendo que éste se encuentra distribuido normalmente. $\sigma = 1.25 MAD$

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

MEDIDAS DE ERROR DEL PRONOSTICO:

El **Error Medio Absoluto porcentual** (MAPE, por sus siglas en inglés) es el error absoluto promedio, expresado como porcentaje de la demanda y está dado por:

$$MAPE_n = \frac{\sum_{t=1}^n \left| \frac{E_t}{D_t} \right| 100}{n}$$

Ricardo del Pino / MSCM&L

Para determinar si el método de pronóstico constantemente sobrestima o subestima la demanda, podemos utilizar la suma de los errores de pronóstico para evaluar la tendencia,

Ricardo del Pino / MSCM&L

$$Bias_n = \sum_{t=1}^n E_t$$

El sesgo fluctuará alrededor de 0 si el error es en verdad aleatorio y no se sesga hacia un lado o el otro. Idealmente, si graficamos todos los errores, la pendiente de una línea recta que pase por ellos deberá ser 0.

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L



METODOS PARA PRONOSTICAR SERIES DE TIEMPO

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L

MEDIDAS DE ERROR DEL PRONOSTICO:

La **señal de rastreo** (TS, por sus siglas en inglés) es el cociente entre el sesgo y la MAD y está dada por

$$TS_t = \frac{bias_t}{MAD_t}$$

Si la TS en algún periodo está fuera del rango de ± 6 , esto es una señal de que el pronóstico tiene sesgo, está subpronosticando ($TS < -6$) o sobrepronosticando ($TS > +6$). En este caso, la compañía debe optar por elegir un nuevo método de pronóstico.

Un caso en el cual resultará una gran TS negativa es cuando la demanda tiene una tendencia de crecimiento y el estamos empleando un método de pronóstico como el promedio móvil. Como la tendencia no está incluida, el promedio histórico de la demanda es siempre menor que la demanda futura.

Ricardo del Pino / MSCM&L

Ricardo del Pino / MSCM&L