

## 컴파일러 2장 연습

1.  $T = \{a, b\}$  일 때  $T^*$ 와  $T^+$ 를 구하시오.

$$\begin{aligned} T^* &= \{\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, \dots\} \\ T^+ &= \{a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, \dots\} \end{aligned}$$

2.  $L_1 = \{a, b\}$ ,  $L_2 = \{c, d\}$ 일 때, 다음을 구하시오.

$$1. L_1 L_2 = \{ac, ad, bc, bd\}$$

$$2. L_1^2 = \{aa, ab, ba, bb\}$$

$$3. L_1^* = L_1^0 \cup L_1^2 \cup L_1^3 \cup \dots \cup L_1^n \cup \dots = \bigcup_{i=0}^{\infty} L_1^i$$

3. 다음 정규 문법이 생성하는 언어는 무엇인가?

$$\begin{aligned} (1) \quad G_1 &= (\{A, B\}, \{a, b\}, P, A), \\ P: \quad A &\rightarrow aB \\ B &\rightarrow bB \mid b \end{aligned}$$

- ①  $A \Rightarrow aB \Rightarrow ab$   
 ②  $A \Rightarrow aB \Rightarrow abB \Rightarrow abbb$   
 ③  $A \Rightarrow aB \Rightarrow abB \Rightarrow abbbB \Rightarrow abbbb$

$$L(G_1) = \{ab^n \mid n \geq 1\}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad G_2 &= (\{S, A, B\}, \{0, 1\}, P, S), \\ P: \quad S &\rightarrow 0A \mid 1B \mid 0 \\ A &\rightarrow 0A \mid 0S \mid 1B \\ B &\rightarrow 1B \mid 1 \mid 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= 0A + 1B + 0 \\ A &= 0A + 0S + 1B \\ B &= 1B + (1 + 0) \\ B &= 1^*(1 + 0) \\ A &= 0A + (0S + 11^*(1+0)) \\ A &= 0^*(0S + 11^*(1+0)) = 0^*0S + 0^*11^*(1+0) \\ S &= 0 \cdot (0^*0S + 0^*11^*(1+0)) + 11^*(1+0) + 0 \\ &= (00^*0)S + \underline{00^*11^*(1+0) + 11^*(1+0)} + 0 \\ &= (00^*0)S + 0^*11^*(1+0) + 0 \\ L(G_2) &= (00^*0)^* \cdot (0^*11^*(1+0) + 0) = (00^*0)^* \cdot 0^*11^*(1+0) + (00^*0)^* \cdot 0 \\ &= 0^*11^*(1+0) + 0000^* + 0 \leftarrow (00^*0)^* \cdot 0^* = 0^* \end{aligned}$$

4. 다음 언어를 생성하는 정규 문법은 무엇인가?

$$(1) \{0^{3n} \mid n \geq 0\}$$

$$\begin{aligned} \text{예} \quad n=0 &\rightarrow \varepsilon \\ n=1 &\rightarrow 000 \\ n=2 &\rightarrow 000000 \\ n=3 &\rightarrow 000000000 \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\therefore G = (\{S\}, \{0\}, P, S),$$

$$P: S \rightarrow 000S \mid \varepsilon$$

(2)  $\{\omega \mid \omega \in \{0, 1\}^*, \text{ 그리고 } \omega \text{ 는 연속된 두 개의 1을 포함하지 않는다.}\}$

$$\begin{aligned} \text{예} \quad \varepsilon, 0, 1, 00, 000, 01, 10, 010, 0101010, \dots \\ \therefore G = (\{S, A\}, \{0, 1\}, P, S), \\ P: \quad S &\rightarrow 0S \mid 1A \mid 1 \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow 0S \end{aligned}$$

5. 다음 context-free 문법이 생성하는 언어는 무엇인가?

$$\begin{aligned} (1) \quad G_3 &= (\{S\}, \{0, 1\}, P, S), \\ P: \quad S &\rightarrow 0S11 \\ S &\rightarrow 011 \end{aligned}$$

- ①  $S \Rightarrow 011$   
 ②  $S \Rightarrow 0S11 \Rightarrow 001111$   
 ③  $S \Rightarrow 0S11 \Rightarrow 00S1111 \Rightarrow 000111111$

$$L(G_3) = \{0^n 1^{2n} \mid n \geq 1\}$$

## 컴파일러 2장 연습

$$(2) G_5 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S) \\ P: S \rightarrow aB \mid bA \\ A \rightarrow bAA \mid aS \mid a \\ B \rightarrow aBB \mid bS \mid b$$

$$aB \Rightarrow ab, abS, aaBB \\ bA \Rightarrow ba, baS, bbAA$$

- aaBB, bbAA 가 없다면,  $(ab+ba)^+$  형태의 스트링 집합
- aaBB가 생성하는 스트링 유형은  
aabb, aabbS, aabSb, aabaBB, aaaBBb, aaaBBaBB, ...

6. 다음 CFG가 나타내는 언어의 형태를 설명하시오.

$$(1) S \rightarrow bSS \mid a$$

※ string a와 접두사 b에 두개의 문장이 연속되어 있는 문장을 인식하는 언어.

☞  $L = \{\omega \mid \omega \in \{a, b\}^*, |\omega| = 2n+1, n \geq 0\}$ 이고  $\omega$ 는 또한 다음의 조건을 만족해야 한다.

$$\omega = x_1x_2 \dots x_{2n+1} \quad (n \geq 1) \text{인 모든 } \omega \text{에 대하여}$$

① ( $\omega$ 에 포함된 a의 개수) = ( $\omega$ 에 포함된 b의 개수) + 1이다.

②  $x_i = b$ 인 모든  $i$ 에 대하여

$$(x_i x_{i+1} \dots x_{2n+1} \text{에 포함된 } a \text{의 개수}) > (x_i x_{i+1} \dots x_{2n+1} \text{에 포함된 } b \text{의 개수})$$

$$(2) S \rightarrow (S)S \mid \varepsilon$$

☞  $L = \{\omega \mid \omega \text{는 균형을 이룬 괄호로 구성되어 있다.}\}$   
균형 이룬 괄호들의 중첩이나, 반복이 허용되는 언어.

$$(3) S \rightarrow S, E \mid E$$

$$E \rightarrow E+T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid F$$

$$F \rightarrow a \mid (E) \mid a[S]$$

☞ 문장 S는 수식 E가 comma로 연결되는 문장이다.

수식 E는 binary 덧셈 또는 곱셈이고,  $* > +$  이다.

\*과 +대상은 a또는 (수식) 또는 a[comma로 연결된 수식들]

7. 다음 언어를 생성하는 context-free 문법은 무엇인가?

$$(1) \{\omega c \omega^R \mid \omega \in \{a, b\}^*\} \\ S \rightarrow aSa \mid bSb \mid c$$

$$(2) \{a^n c b^n \mid n \geq 1\} \\ S \rightarrow aAb \\ A \rightarrow aAb \mid c$$

$$(3) \{a^n b^n c^m d^m \mid n, m \geq 1\} \\ S \rightarrow AB \\ A \rightarrow aAb \mid ab \\ B \rightarrow cBd \mid cd$$

$$(4) \{\omega \mid \omega \in \{a, b\}^*, \text{ 그리고 } \omega \text{는 } a \text{의 개수가 } b \text{의 개수보다 두배 많다.}\} \\ \text{<Hint> 가장 단순한 경우는 } aab, aba, baa \text{인 경우이고,} \\ \text{이 때 } a \text{와 } b \text{사이 또는 양끝에 } S \text{가 삽입될 수 있다.} \\ S \rightarrow SS \mid \varepsilon \\ S \rightarrow aab \mid aSab \mid aaSb$$

## 컴파일러 2장 연습

$S \rightarrow aba / aSba / abSa$   
 $S \rightarrow baa / bSaa / baSa$

8. 다음 context-sensitive 문법이 생성하는 언어는 무엇인가?

이거 유심히 보셈 8번

(1)  $G_6 = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$ ,

P:  $S \rightarrow A$

$A \rightarrow aABC \mid aBC$

$CB \rightarrow BC$

$bB \rightarrow bb$

$bC \rightarrow bc$

$cC \rightarrow cc$

A를 n-1개 생성하면 됨  
 n=3일때 만들라면  
 A를 두개 만들면  
 $a^n b^n c^n$  됨

$\vdash S \Rightarrow A \Rightarrow abC \Rightarrow abc$

$S \Rightarrow A \Rightarrow aABC \Rightarrow aabCBC \Rightarrow aabBCC \Rightarrow aabbCC \Rightarrow aabbcc \Rightarrow \dots$

$\therefore L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$

(2)  $G_7 = (\{S, A, C, D\}, \{c, 0, 1\}, P, S)$ ,

P:  $S \rightarrow ACA$

$AC \rightarrow AACA \mid ADc \mid AcD$

$D \rightarrow AD \mid A$

$A \rightarrow 0 \mid 1$

<Hint> ① 처음 2개의 규칙으로 생성되는 string을 일반화시키면

$S \rightarrow ACA \rightarrow \dots \rightarrow A \dots ACA \dots A$ 이다. (C를 중심으로 A의 개수가 동일함)

② 두번째 규칙  $AC \rightarrow ADc$ 와  $AC \rightarrow AcD$ 에 의하여 C는 Dc 또는 cD로 생성된다.

③  $D = A^*A$  이므로 ①의 S는 c를 중심으로 A의 개수가 동일하지 않은 string이다.

$\vdash S \Rightarrow ACA \Rightarrow ADcA \Rightarrow AAcA \Rightarrow 00c0$

$\Rightarrow 00c1$

$\Rightarrow 01c0$

⋮

$\Rightarrow AADcA \Rightarrow AAAcA \Rightarrow \dots$

$\Rightarrow AAADcA \Rightarrow AAAAcA \Rightarrow \dots$

$\Rightarrow AcDA \Rightarrow AcAA \Rightarrow 0c00$

$\Rightarrow 0c01$

⋮

$\Rightarrow AcADA \Rightarrow AcAAA \Rightarrow \dots$

$\Rightarrow AcAADA \Rightarrow AcAAAA \Rightarrow \dots$

$\therefore L = \{wcw \mid w, v \in \{0, 1\}^+, |w| \neq |v|\}$

9. 다음 언어를 생성하는 context-sensitive 문법은 무엇인가?

(1)  $\{a^{n^2} \mid n \geq 1\}$

<Hint> 1) 반복규칙에 의하여  $B^n$ 을 생성한다.

2)  $n$ 개의  $B$ 에 대하여 각각  $n$ 개의  $a$ 를 생성한다.

$n$ 개의  $B$ 를 scan하면서  $n^2$ 개의  $a$ 를 생성한다.

① 첫번째 scan :  $B$ 를  $C$ 로 치환하면서  $n$ 개의  $a$ 를 생성한다.

$C$ 를  $B$ 로 치환하면서  $B$ 의 개수를 하나 줄이고,

$B$ 대신에  $E$ 를 하나 생성한다.

두번째 scan :  $B$ 를  $C$ 로 치환하면서  $(n-1)$ 개의  $a$ 를 생성한다.

$C$ 를  $B$ 로 치환하면서  $B$ 의 개수를 하나 줄인다.

이와 같은 방법으로  $n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1$ 개의  $a$ 를 생성한다.

## 컴파일러 2장 연습

②  $B$  대신 생성된  $n$ 개의  $E$ 에 대하여 ①과 비슷한 방법으로  $(n-1)+(n-2)+\dots+1$ 개의  $a$ 를 생성한다.

$$1) \ S \rightarrow BS \ / \ A$$
$$S \Rightarrow BA \Rightarrow BBA \Rightarrow BBBA \Rightarrow BBBBA \Rightarrow \dots\dots$$
$$2) \quad BA \rightarrow ACa$$
$$a\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}a$$
$$BBBBA \Rightarrow BBBACa \Rightarrow BBACaCa \Rightarrow BACaCaCa \Rightarrow ACaCaCaCa \\ \Rightarrow \dots \Rightarrow ACCCCaaaa$$

3)  $ACC \rightarrow BDC$

$$DCC \rightarrow BDC$$
$$DCa \rightarrow AEa$$
$$aE \rightarrow Ea$$
$$\begin{aligned}
ACCCaaaa &\Rightarrow BDC Caaaa \Rightarrow BBDCCaaaa \Rightarrow BBBDCaaaa \\
&\Rightarrow \underline{BBBA}Eaaaa \Rightarrow \dots \Rightarrow ACEEaaaaaaEaaaa \Rightarrow \dots \Rightarrow ACEEEaaaaaaaaaaa \\
&\quad \quad \quad \hookrightarrow ACCCaaa \Rightarrow \dots \Rightarrow \underline{BBA}Eaaa \Rightarrow \dots \Rightarrow ACEaaaEaaa \Rightarrow \dots \Rightarrow ACEEaaaaaa \\
&\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \hookrightarrow ACCaa \Rightarrow \dots \Rightarrow \underline{BA}Eaa \Rightarrow \dots \Rightarrow ACaEaa \\
&\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \Rightarrow \dots \Rightarrow ACEaaa
\end{aligned}$$

4)  $ACE \rightarrow XCE$

$$CE \rightarrow EC$$
$$ACEEEaaaaaaaaaaa \Rightarrow XCEEEaaaaaaaaaaa \Rightarrow XEEECaaaaaaaaaaa$$

※ 규칙 2) ~ 4) :  $n+(n-1)+(n-2)+\dots+1$ 개의  $a$ 를 생성

5) *EEEC*는 *BBBA*와 동일한 유형이고

2) ~ 4)는 *EEECBBBA*는 *ACEEaaaaaaaa*로 생성되므로

*EEEC*를 *CPQQaaaaaa*로 생성하는 규칙을 만든다.

※ 규칙 5) :  $(n-1)+(n-2)+\dots+1$ 개의  $a$ 를 생성

$$6) \quad XC \rightarrow XX \qquad XP \rightarrow XX \qquad XQ \rightarrow XX \qquad X \rightarrow \varepsilon$$

※ 규칙 6) : nonterminal X, C, P, Q를 모두  $\varepsilon$ 으로 치환한다.

## 컴파일러 2장 연습

(2)  $\{\omega\omega \mid \omega \in \{a,b\}^+\}$ , 즉 처음과 반과 나중의 반이 같은 스트링의 집합이다.

<Hint> 1) a 또는 b를 생성할 때마다 각각 A 또는 B를 생성한다.  
 2) a, b는 왼쪽끝으로 A, B는 오른쪽끝으로 보낸다.  
 3) A는 a로, B는 b로 치환한다.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow CD \\ C &\rightarrow aAC \mid bBC \mid aA \mid bB \\ Aa &\rightarrow aA \\ Ab &\rightarrow bA \\ Ba &\rightarrow aB \\ Bb &\rightarrow bB \\ AD &\rightarrow Da \\ BD &\rightarrow Db \\ D &\rightarrow \varepsilon \end{aligned}$$

(3)  $\{a^n b^m c^n \mid n, m \geq 1\}$

<Hint> 2.8 (1)의 문법을 참조하여  $a^n b^m c^n$ 을 인식하는 문법을 만든 후에  $d^n$ 과  $c^n$ 의 위치를 바꾼다.

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow aBDC & aB \rightarrow ab \\ BC \rightarrow aBDC & bB \rightarrow bb \\ BD \rightarrow XY & bC \rightarrow bc \\ XY \rightarrow BD & cC \rightarrow cc \\ XY \rightarrow BXYD & cD \rightarrow cd \\ DC \rightarrow CD & dD \rightarrow dd \end{array}$$

10. 다음 언어를 생성하는 문법을 구하시오.

(1)  $L_1 = \{a^m b^n c^p \mid m, n, p \geq 0\}$

$$\begin{aligned} G &= (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S), \\ P : S &\rightarrow ABC \\ A &\rightarrow aA \mid \varepsilon \\ B &\rightarrow bB \mid \varepsilon \\ C &\rightarrow cC \mid \varepsilon \end{aligned}$$

(2)  $L_2 = \{a^m b^m c^n \mid m, n \geq 0\}$

$$\begin{aligned} G &= (\{S, A, C\}, \{a, b, c\}, P, S), \\ P : S &\rightarrow AC \\ A &\rightarrow aAb \mid \varepsilon \\ C &\rightarrow cC \mid \varepsilon \end{aligned}$$

(3)  $L_3 = \{x^n a y^n \mid n \geq 0\} \cup \{x^n b y^n \mid n \geq 0\}$

$$\begin{aligned} G &= (\{S, A, B\}, \{a, b, x, y\}, P, S), \\ P : S &\rightarrow xSy \mid a \mid b \end{aligned}$$