第一章 实 数

1. 实数的有关概念

一、1. B 2. D 3. A 4. D 5. B 6. D 7. B 8. B 9. C 10. A 11. C 12. B 13. A 14. A 15. D 16. A 17. A 18. D 19. C 20. C 21. C 22. B 23. B 24. C 25. D 26. C 27. C 28. D 29. D 30. C 31. D 32. C

二、33. -6 34. 2 2 35. $\sqrt{3}$,π,$\sqrt[3]{4}$ 36. 5×10^{-11} 37. -1

2. 实数的运算

一、1. B 2. C 3. A 4. A 5. A 6. B 7. A 8. D 9. D

二、10. 2 11. $\pm\frac{2}{3}$ 12. 2 13. 3 14. 1 15. 4 16. 4

三、17. 原式$=3+2-1=4$

18. 原式$=-2\times(-3)+\sqrt{3}-1-4=1+\sqrt{3}$

19. 原式$=1-3+9-5=2$

20. 原式$=1+6+9-3=13$

21. 原式$=1+2+1=4$

22. 原式$=2-1+\sqrt{3}-1=\sqrt{3}$

23. 原式$=4-3+4+1=6$

24. 原式$=9+1-2-1=7$

25. 原式$=4-3+1+3=5$

26. 原式$=\sqrt{3}-1+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+4=\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+4=3+2\sqrt{3}$

27. 原式$=4+1-\frac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}-3=1$

28. 原式$=1-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-4+\sqrt{3}-1=1-\sqrt{3}-4+\sqrt{3}-1=-4$

29. 原式$=3\sqrt{3}+4-3\sqrt{3}+1=5$

30. 原式$=2+1-2+1=2$

31. 原式$=3-2\times\frac{1}{2}+8+1=3-1+8+1=11$

32. 原式$=4+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}+1+1=6$

33. 原式$=\sqrt{2}+2-\sqrt{6\div3}-2\times\frac{1}{2}=\sqrt{2}+2-\sqrt{2}-1=1$

34. (1) $1+2-6-9=3-6-9=-3-9=-12$ (2) ∵ $1\div2\times6□9=-6$,∴ $1\times\frac{1}{2}\times6□9=-6$. ∴ $3□9=-6$. ∴ □内的符号是“$-$” (3) -20

35. (1) 2 019 不是“纯数”,2 020 是“纯数”. 理由:∵ 在计算 2 019+2 020+2 021 时,个位产生了进位,而计算 2 020+2 021+2 022 时,各数位都不产生进位,∴ 2 019 不是“纯数”,2 020 是“纯数”. (2) 由题意可知,连续三个自然数的个位不同,其他位都相同,并且连续的三个自然数个位为 0,1,2 时,不会产生进位;其他位的数字为 0,1,2,3 时,不会产生进位. 现分三种情况讨论:① 当这个数为一位自然数时,只能是 0,1,2,共 3 个;② 当这个数为两位自然数时,十位只能为 1,2,3,个位只能为 0,1,2,即 10,11,12,20,21,22,30,31,32,共 9 个;③ 当这个数为 100 时,易知 100 是“纯数”. 综上所述,不大于 100 的“纯数”的个数为 $3+9+1=13$

第二章 式

1. 整式与因式分解

一、1. A 2. B 3. A 4. C 5. A 6. A 7. B 8. B 9. D 10. A 11. A 12. D 13. A 14. D 15. D 16. B 17. C 18. B 19. D 20. B 21. B 22. B 23. C 24. D 25. B 26. D 27. A 28. B 29. C 30. C 31. C 32. C 33. B 34. C

二、35. (1) $3m$ (2) $0.8a$ 36. $9a^2$ 37. 5 38. $15a^{16}$ 39. 21 40. 5 41. a^2 42. $4a^4$ 43. a^6 44. a^2+6a+9 45. $b(a+2)$ 46. $a(b-1)$ 47. $x(x-y)$ 48. $(x+1)(x-1)$ 49. $(2x+y)(2x-y)$ 50. 4 51. $(x+3)(x-3)$ 52. $\frac{4}{9}$ 53. $y(x-2y)(x+2y)$ 54. $2a(a+2)(a-2)$ 55. $-(x-2y)^2$ 56. $3a(x+y)(x-y)$ 57. $ab(a+3)(a-3)$ 58. $(a+b)^2$ 59. $a(x+2)(x-2)$ 60. $xy(x+2)(x-2)$ 61. $y(x+1)^2$ 62. $a(m+3)(m-3)$ 63. $a(a-3b)^2$ 64. $13a+21b$ 65. 答案不唯一,如-1 66. -3 67. 11 68. 4

三、69. ∵ $a-b-2=0$,∴ $a-b=2$. ∴ $1+2a-2b=1+2(a-b)=1+4=5$

70. 原式$=8x^6-x^6=7x^6$

71. 原式$=x^3-x^2y+xy^2+x^2y-xy^2+y^3=x^3+y^3$

72. 原式$=4a^2+4a+1-4a^2+4a=8a+1$. 当$a=\frac{1}{8}$时,原式$=2$

73. 原式$=x^2-4-x^2+x=x-4$. 当$x=3$时,原式$=-1$

74. 原式$=a^2-2a+1+a^2+2a=2a^2+1$. 当$a=\sqrt{2}$时,原式$=5$

75. (1) $(3x^2+6x+8)-(6x+5x^2+2)=3x^2+6x+8-6x-5x^2-2=-2x^2+6$ (2) 设“ ”是 a,则原式$=(ax^2+6x+8)-(6x+5x^2+2)=ax^2+6x+8-6x-5x^2-2=(a-5)x^2+6$. ∵ 标准答案的结果是常数,∴ $a-5=0$,解得 $a=5$

76. (1) $S=ab-a-b+1$ (2) 当 $a=3$,$b=2$ 时,$S=6-3-2+1=2$

2. 分 式

一、1. D 2. D 3. B 4. A 5. A 6. B 7. B 8. B 9. D

二、10. $x\neq\frac{1}{2}$　11. 1　12. 2　13. $a+b$　14. $\frac{3x}{x-1}$　15. $\frac{1}{2x}$

16. $\frac{1}{a+4}$　17. 2 019

三、18. 原式$=\frac{(x+4)(x-4)}{x+4}\div\frac{2(x-4)}{4x}=(x-4)\cdot\frac{2x}{x-4}=2x$

19. 原式$=\frac{2}{a-1}\cdot\frac{(a-1)(a+1)}{2(a-2)}-\frac{1}{a-2}=\frac{a+1}{a-2}-\frac{1}{a-2}=\frac{a}{a-2}$

20. 原式$=\frac{(a-2)^2+8a}{(a+2)(a-2)}\cdot\frac{a(a-2)}{a+2}=\frac{(a+2)^2}{(a+2)(a-2)}\cdot\frac{a(a-2)}{a+2}=a$

21. 原式$=\frac{m-n}{m}\div\frac{m^2+n^2-2mn}{m}=\frac{m-n}{m}\cdot\frac{m}{(m-n)^2}=\frac{1}{m-n}$

22. 原式$=\frac{x^2}{x-y}-\frac{y^2}{x-y}=\frac{(x+y)(x-y)}{x-y}=x+y$. 当 $y=-x+8$ 时,原式$=x+(-x+8)=8$

23. 圆圆的解答不正确. 正确的答案: $\frac{4x}{x^2-4}-\frac{2}{x-2}-1=\frac{4x}{(x-2)(x+2)}-\frac{2(x+2)}{(x-2)(x+2)}-\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)}=\frac{4x-2x-4-x^2+4}{(x-2)(x+2)}=\frac{2x-x^2}{(x-2)(x+2)}=-\frac{x}{x+2}$

24. (1) $P=\frac{2a}{a^2-b^2}-\frac{1}{a+b}=\frac{2a}{(a+b)(a-b)}-\frac{a-b}{(a+b)(a-b)}=\frac{2a-a+b}{(a+b)(a-b)}=\frac{1}{a-b}$　(2) ∵ 点(a,b)在一次函数 $y=x-\sqrt{2}$ 的图象上, ∴ $b=a-\sqrt{2}$. ∴ $a-b=\sqrt{2}$. ∴ $P=\frac{\sqrt{2}}{2}$

25. 原式$=\frac{a}{a-1}\cdot\frac{(a+1)(a-1)}{2a}=\frac{a+1}{2}$. 当 $a=-2$ 时,原式$=\frac{-2+1}{2}=-\frac{1}{2}$

26. 原式$=(x-1)\div\frac{x^2-2x+1}{x}=(x-1)\cdot\frac{x}{(x-1)^2}=\frac{x}{x-1}$. 当 $x=\sqrt{2}+1$ 时,原式$=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1-1}=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$

27. 原式$=\frac{x-1}{x+2}\cdot\frac{(x+2)^2}{x-1}=x+2$. 将 $x=-1$ 代入,得原式$=-1+2=1$

28. 原式$=\frac{x-1}{x-2}\cdot\frac{(x+2)(x-2)}{x(x-1)}=\frac{x+2}{x}$. 当 $x=\sqrt{2}$ 时,原式$=\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}}=1+\sqrt{2}$

29. 原式$=\left(\frac{x+1}{x-2}-\frac{x-2}{x-2}\right)\div\frac{x(x-2)}{(x-2)^2}=\frac{3}{x-2}\cdot\frac{x-2}{x}=\frac{3}{x}$. 当 $x=\sqrt{3}$时,原式$=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

30. 原式$=\frac{m^2+4m+4}{m}\cdot\frac{m^2}{m+2}=\frac{(m+2)^2}{m}\cdot\frac{m^2}{m+2}=m^2+2m$. 当 $m=\sqrt{2}-2$ 时,原式$=m^2+2m=m(m+2)=(\sqrt{2}-2)\times\sqrt{2}=2-2\sqrt{2}$

31. 原式$=\frac{x-3}{(x+3)^2}\div\left(\frac{x+3}{x+3}-\frac{6}{x+3}\right)=\frac{x-3}{(x+3)^2}\div\frac{x-3}{x+3}=\frac{x-3}{(x+3)^2}\cdot\frac{x+3}{x-3}=\frac{1}{x+3}$. 当 $x=\sqrt{2}-3$ 时,原式$=\frac{1}{\sqrt{2}-3+3}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

32. 原式$=\left(\frac{a^2-8a-9}{a+1}+\frac{25}{a+1}\right)\div\left(\frac{a^2-1}{a+1}-\frac{4a-1}{a+1}\right)=\frac{a^2-8a+16}{a+1}\div\frac{a^2-4a}{a+1}=\frac{(a-4)^2}{a+1}\cdot\frac{a+1}{a(a-4)}=\frac{a-4}{a}$. 当 $a=\sqrt{2}$ 时,原式$=\frac{\sqrt{2}-4}{\sqrt{2}}=1-2\sqrt{2}$

33. 原式$=\frac{a+2}{a-1}\cdot\frac{a(a-1)}{(a+2)^2}=\frac{a}{a+2}$. 当 $a=3$ 时,原式$=\frac{3}{3+2}=\frac{3}{5}$

34. 原式$=\frac{5x+3y-2x}{x^2-y^2}\div\frac{x}{3(x-y)}=\frac{3(x+y)}{(x+y)(x-y)}\cdot\frac{3(x-y)}{x}=\frac{9}{x}$. 当 $x=3\sqrt{3}$, $y=\frac{1}{2}$时,原式$=\frac{9}{3\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

35. 原式$=\left(\frac{x+3}{x+3}-\frac{4}{x+3}\right)\cdot\frac{2(x+3)}{(x-1)^2}=\frac{x-1}{x+3}\cdot\frac{2(x+3)}{(x-1)^2}=\frac{2}{x-1}$. 当 $x=\sqrt{2}+1$ 时,原式$=\frac{2}{\sqrt{2}+1-1}=\sqrt{2}$

36. 原式$=\left[\frac{x(x-2)}{(x-2)^2}-\frac{4}{x-2}\right]\div\frac{x-4}{x^2-4}=\left(\frac{x}{x-2}-\frac{4}{x-2}\right)\div\frac{x-4}{x^2-4}=\frac{x-4}{x-2}\cdot\frac{(x-2)(x+2)}{x-4}=x+2$. ∵ $x-2\neq0$, $x-4\neq0$, $x^2-4\neq0$, ∴ $x\neq2$, $x\neq4$ 且 $x\neq-2$. ∴ 当 $x=-1$ 时,原式$=-1+2=1$(或当 $x=3$ 时,原式$=3+2=5$)

37. 原式$=\frac{x-3+2}{x-3}\cdot\frac{(x-3)^2}{(x+1)(x-1)}=\frac{x-3}{x+1}$. 解不等式组 $\begin{cases}-2x<4,\\3x<2x+4,\end{cases}$ 得 $-2<x<4$. ∴ 其整数解为 $-1,0,1,2,3$. ∵ 要使原分式有意义, ∴ x 可取 0,2. ∴ 当 $x=0$ 时,原式$=-3$ $\left(\text{或当 } x=2 \text{ 时,原式}=-\frac{1}{3}\right)$

38. ∵ $ab=1$, $b=2a-1$, ∴ $b-2a=-1$. ∴ $\frac{1}{a}-\frac{2}{b}=\frac{b-2a}{ab}=\frac{-1}{1}=-1$

39. 原式$=\left[\frac{(a+2)(a-2)}{(a-2)^2}+\frac{1}{a-2}\right]\cdot\frac{a(a-2)}{2}=\left(\frac{a+2}{a-2}+\frac{1}{a-2}\right)\cdot\frac{a(a-2)}{2}=\frac{a+3}{a-2}\cdot\frac{a(a-2)}{2}=\frac{a(a+3)}{2}=\frac{a^2+3a}{2}$. ∵ $a^2+3a-2=0$, ∴ $a^2+3a=2$. ∴ 原式$=\frac{2}{2}=1$

40. 原式$=\frac{1}{x-y}\cdot\frac{2y-(x+y)}{x+y}\cdot(y+x)(y-x)=-(2y-x-y)=x-y$. ∵ $x=y+2\,019$, ∴ 原式$=y+2\,019-y=2\,019$

快对快对快对
快对快对快对

41. 原式 $=\frac{a+b-b}{(a+b)(a-b)}\cdot\frac{(a-b)^2}{a(a-b)}=\frac{1}{a+b}$. ∵ $a+b-\frac{1}{2}=0$, ∴ $a+b=\frac{1}{2}$. ∴ 原式 $=2$

42. 原式 $=\frac{x-2+x^2+2}{x-2}\cdot\frac{(x-2)^2}{x+1}=\frac{x(x+1)}{x-2}\cdot\frac{(x-2)^2}{x+1}=x(x-2)=x^2-2x$. ∵ $x^2-2x-5=0$, ∴ $x^2-2x=5$. ∴ 原式 $=5$

3. 二次根式

一、1. D 2. B 3. A 4. D 5. D 6. D 7. D 8. D 9. C 10. C 11. A

二、12. $x\geqslant-4$ 13. $x>8$ 14. 4 15. $2\sqrt{5}$ 16. $1\frac{1}{2}$ 17. 3 18. 0 19. $2\sqrt{3}+1$ 20. 2 21. $\sqrt{5}+2$ 22. 3 23. $13-2\sqrt{42}=(\sqrt{7}-\sqrt{6})^2$

三、24. 原式 $=\sqrt{8\times6}-\sqrt{\frac{1}{2}\times6}=4\sqrt{3}-\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

25. 原式 $=7-4\sqrt{3}+2\sqrt{3}+6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=7-4\sqrt{3}+2\sqrt{3}+2\sqrt{3}=7$

26. 原式 $=\left[\frac{x+2}{x-2}-\frac{x(x-2)}{(x-2)^2}\right]\div\frac{x-4}{x-2}=\left(\frac{x+2}{x-2}-\frac{x}{x-2}\right)\cdot\frac{x-2}{x-4}=\frac{2}{x-2}\cdot\frac{x-2}{x-4}=\frac{2}{x-4}$. 当 $x=4\tan45^\circ+2\cos30^\circ=4\times1+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4+\sqrt{3}$ 时, 原式 $=\frac{2}{4+\sqrt{3}-4}=\frac{2}{3}\sqrt{3}$

27. 原式 $=1+\left(1-\frac{1}{2}\right)+1+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+1+\left(\frac{1}{2\,018}-\frac{1}{2\,019}\right)=2\,018+1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2\,018}-\frac{1}{2\,019}=2\,018\frac{2\,018}{2\,019}$

28. 设 $x=\sqrt{6-3\sqrt{3}}-\sqrt{6+3\sqrt{3}}$, 易知 $\sqrt{6+3\sqrt{3}}>\sqrt{6-3\sqrt{3}}$, ∴ $x<0$. ∴ $x^2=6-3\sqrt{3}-2\sqrt{(6-3\sqrt{3})(6+3\sqrt{3})}+6+3\sqrt{3}=6$. ∴ $x=-\sqrt{6}$. ∵ $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=5-2\sqrt{6}$, ∴ 原式 $=5-2\sqrt{6}-\sqrt{6}=5-3\sqrt{6}$

第三章 方程与方程组

1. 一次方程(组)

一、1. A 2. C 3. D 4. C 5. A 6. C 7. A 8. C

二、9. 4 10. 3 11. $\begin{cases}x=6,\\y=4\end{cases}$ 12. $\begin{cases}x=1,\\y=5\end{cases}$ 13. 1 14. 10 g

三、15. $\begin{cases}x-y=5①,\\2x+y=4②,\end{cases}$ ①+②, 得 $3x=9$, 解得 $x=3$. 把 $x=3$ 代入①, 得 $y=-2$. ∴ 方程组的解为 $\begin{cases}x=3,\\y=-2\end{cases}$

16. $\begin{cases}x+3y=7①,\\x-3y=1②,\end{cases}$ ①+②, 得 $2x=8$, 解得 $x=4$. 把 $x=4$ 代入①, 得 $4+3y=7$, 解得 $y=1$. ∴ 方程组的解为 $\begin{cases}x=4,\\y=1\end{cases}$

17. $\begin{cases}3x-2y=-8①,\\x+2y=0②,\end{cases}$ ①+②, 得 $4x=-8$, 解得 $x=-2$. 将 $x=-2$ 代入②, 得 $-2+2y=0$, 解得 $y=1$. ∴ 原方程组的解为 $\begin{cases}x=-2,\\y=1\end{cases}$

18. $\begin{cases}3x-4(x-2y)=5①,\\x-2y=1②,\end{cases}$ 将①化简, 得 $-x+8y=5$③. ②+③, 得 $6y=6$, 解得 $y=1$. 将 $y=1$ 代入②, 得 $x-2=1$, 解得 $x=3$. ∴ 方程组的解为 $\begin{cases}x=3,\\y=1\end{cases}$

19. (1) 根据题意, 得 $4\otimes(-3)=2\times4+(-3)=5$ (2) ∵ $x\otimes(-y)=2$, $(2y)\otimes x=-1$, ∴ $\begin{cases}2x+(-y)=2,\\2\times2y+x=-1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{7}{9},\\y=-\frac{4}{9}.\end{cases}$ ∴ $x+y=\frac{1}{3}$

20. (1) $m=x+2x=3x$ (2) 由题意, 得 $n=2x+3$, $y=m+n$. 由(1), 得 $m=3x$, ∴ $y=3x+2x+3=5x+3$. 当 $y=-2$ 时, $5x+3=-2$, 解得 $x=-1$. ∴ $n=2x+3=-2+3=1$

2. 分式方程

一、1. D 2. B 3. C 4. A 5. A 6. B 7. D

二、8. 1 9. $x=3$ 10. 1 11. $x=1$ 12. $x=2$ 13. $x=-4$ 14. $x=-2$ 15. 1 16. $\frac{36}{x}-\frac{36+9}{1.5x}=20$

三、17. 去分母, 得 $5x=3x-6$, 解得 $x=-3$. 经检验, $x=-3$ 是原分式方程的解

18. 去分母, 得 $2x=3+x-2$, 解得 $x=1$. 经检验, $x=1$ 是原分式方程的解

19. 去分母, 得 $2x-5+3(x-2)=3x-3$. 去括号, 得 $2x-5+3x-6=3x-3$. 移项、合并同类项, 得 $2x=8$, 解得 $x=4$. 经检验, $x=4$ 是原分式方程的解

20. 去分母, 得 $x-2+2(x-1)=-2$. 去括号, 得 $x-2+2x-2=-2$. 移项、合并同类项, 得 $3x=2$, 解得 $x=\frac{2}{3}$. 经检验, $x=\frac{2}{3}$ 是原分式方程的解

快对快对快对
快对快对快对

21. 去分母,得 $x^2-2(x-1)=x(x-1)$. 去括号,得 $x^2-2x+2=x^2-x$,解得 $x=2$. 经检验,$x=2$ 是原分式方程的解

22. 去分母,得 $2x+2-(x-3)=6x$. 去括号,得 $2x+2-x+3=6x$. 移项、合并同类项,得 $-5x=-5$,解得 $x=1$. 经检验,$x=1$ 是原分式方程的解

23. 去分母,得 $2(x+1)=5$,解得 $x=\frac{3}{2}$. 经检验,$x=\frac{3}{2}$ 是原分式方程的解

24. 去分母,得 $x(x+1)-(x^2-1)=3$. 去括号,得 $x^2+x-x^2+1=3$,解得 $x=2$. 经检验,$x=2$ 是原分式方程的解

25. 去分母,得 $x(x-2)-(x-2)^2=4$. 去括号,得 $x^2-2x-x^2+4x-4=4$. 移项、合并同类项,得 $2x=8$,解得 $x=4$. 经检验,$x=4$ 是原分式方程的解

26. 去分母,得 $x^2+2+x-2=6$. 移项、合并同类项,得 $x^2+x-6=0$,即 $(x-2)(x+3)=0$,解得 $x_1=2$,$x_2=-3$. 经检验,$x_1=2$ 不是原分式方程的解,∴ 原分式方程的解是 $x=-3$

27. 去分母,得 $x(x+2)-3=(x-1)(x+2)$. 去括号,得 $x^2+2x-3=x^2+x-2$,解得 $x=1$. 经检验,$x=1$ 不是原分式方程的解. ∴ 原分式方程无解

28. 根据题意,得 $\frac{x}{x+1}=2$. 去分母,得 $x=2(x+1)$. 去括号,得 $x=2x+2$,解得 $x=-2$. 经检验,$x=-2$ 是原方程的解. ∴ x 的值为 -2

29. 将 $\frac{1}{x-2}+\frac{a-2}{2-x}=1$ 去分母,得 $1-a+2=x-2$,解得 $x=5-a$. 根据题意,得 $5-a>0$,解得 $a<5$. ∵ $x\neq 2$,∴ $a\neq 3$. ∴ a 的取值范围为 $a<5$ 且 $a\neq 3$

30. 根据题意,得 $\int_{5m}^{m}-x^{-2}\mathrm{d}x=m^{-1}-(5m)^{-1}=\frac{1}{m}-\frac{1}{5m}=-2$,解得 $m=-\frac{2}{5}$. 经检验,$m=-\frac{2}{5}$ 是原方程的解

31. 设甲工程队每天整治河道 x 米,则乙工程队每天整治河道 $(1\,500-x)$ 米. 根据题意,得 $\frac{3\,600}{x}=\frac{2\,400}{1\,500-x}$,解得 $x=900$. 经检验,$x=900$ 是原分式方程的解,且符合题意. 答:甲工程队每天整治河道 900 米

32. 设乙车的速度为 x 千米/时,则甲车的速度为 $(x+10)$ 千米/时. 根据题意,得 $\frac{450}{x+10}+\frac{1}{2}=\frac{440}{x}$,解得 $x=80$ 或 $x=-110$(不合题意,舍去). 经检验,$x=80$ 是原分式方程的解. $x+10=90$. 答:甲车的速度为 90 千米/时,乙车的速度为 80 千米/时

3. 一元二次方程

一、1. D 2. D 3. A 4. B 5. C 6. A 7. B 8. A 9. A 10. D 11. A 12. C 13. D 14. A 15. B 16. D 17. A 18. D

二、19. $x_1=2,x_2=-2$ 20. $x_1=3,x_2=2$ 21. $x_1=1,x_2=2$ 22. $x_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2},x_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ 23. -3 或 4 24. $m>\frac{1}{4}$ 25. 1 26. 0 27. $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ 28. 答案不唯一,如 5 29. -2 30. $m<1$ 31. $\pm 4x$ 32. $k>-\frac{4}{3}$ 33. 2 34. 0 35. 6 36. -2 37. 1 38. $-2\,017$ 39. 四 40. 1 41. ②

三、42. 两边直接开方,得 $x-1=\pm 2$,解得 $x_1=3,x_2=-1$

43. ∵ $x^2+6x=-7$,∴ $x^2+6x+9=-7+9$,即 $(x+3)^2=2$. ∴ $x+3=\pm\sqrt{2}$. ∴ $x=-3\pm\sqrt{2}$,即 $x_1=-3+\sqrt{2}$,$x_2=-3-\sqrt{2}$

44. ∵ $a=1,b=-3,c=-2$,∴ $b^2-4ac=(-3)^2-4\times 1\times(-2)=17$. ∴ $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$. ∴ $x_1=\frac{3+\sqrt{17}}{2}$,$x_2=\frac{3-\sqrt{17}}{2}$

45. 根据题意,得 $x^2+1=4x+1$. 移项、合并同类项,得 $x^2-4x=0$,即 $x(x-4)=0$,解得 $x_1=0,x_2=4$. ∴ 当 $x=0$ 或 $x=4$ 时,两个代数式 x^2+1,$4x+1$ 的值相等

46. (1) 根据题意,得 $\Delta=(-3)^2-4k\geqslant 0$,解得 $k\leqslant\frac{9}{4}$ (2) 由(1)可知,k 的最大整数值为 2,方程 $x^2-3x+k=0$ 即 $x^2-3x+2=0$,解得 $x_1=1,x_2=2$. ∵ 一元二次方程 $(m-1)x^2+x+m-3=0$ 与方程 $x^2-3x+2=0$ 有一个相同的根,∴ 当 $x=1$ 时,$m-1+1+m-3=0$,解得 $m=\frac{3}{2}$;当 $x=2$ 时,$4(m-1)+2+m-3=0$,解得 $m=1$. ∵ $m-1\neq 0$,即 $m\neq 1$,∴ m 的值为 $\frac{3}{2}$

47. (1) ∵ 关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2k+1)x+k^2+1=0$ 有两个不相等的实数根 x_1,x_2,∴ $\Delta=[-(2k+1)]^2-4(k^2+1)>0$. 整理,得 $4k-3>0$,解得 $k>\frac{3}{4}$. ∴ 实数 k 的取值范围为 $k>\frac{3}{4}$ (2) ∵ 方程的两个根分别为 x_1,x_2,∴ $x_1+x_2=2k+1=3$,解得 $k=1$. ∴ 原方程为 $x^2-3x+2=0$,解得 $x_1=1,x_2=2$

48. (1) 当 $k=0$ 时,原方程为 $-3x+1=0$,解得 $x=\frac{1}{3}$. ∴ $k=0$ 符合题意;当 $k\neq 0$ 时,原方程为一元二次方程,∵ 该一元二次方程有实数根,∴ $\Delta=(-3)^2-4\cdot k\cdot 1\geqslant 0$,解得 $k\leqslant\frac{9}{4}$. 综上所述,k 的取值范围为 $k\leqslant\frac{9}{4}$ (2) ∵ x_1 和 x_2 是方程 $kx^2-3x+1=0$ 的两个根,∴ $x_1+x_2=\frac{3}{k}$,$x_1x_2=\frac{1}{k}$. ∵ $x_1+x_2+x_1x_2=4$,∴ $\frac{3}{k}+\frac{1}{k}=4$,解得 $k=1$. 经检验,$k=1$ 是原方程的解,且符合题意. ∴ k 的值为 1

快对快对快对
快对快对快对

49. (1) ∵ 关于 x 的一元二次方程 $x^2-2(a-1)x+a^2-a-2=0$ 有两个不相等的实数根，∴ $\Delta=[-2(a-1)]^2-4(a^2-a-2)>0$，解得 $a<3$. ∵ a 为正整数，∴ a 的值为 1 或 2 (2) 根据题意，得 $x_1+x_2=2(a-1)$，$x_1x_2=a^2-a-2$. ∵ $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=16$，∴ $(x_1+x_2)^2-3x_1x_2=16$. ∴ $[2(a-1)]^2-3(a^2-a-2)=16$，解得 $a_1=-1$，$a_2=6$. ∵ $a<3$，∴ a 的值为 -1

50. (1) ∵ 关于 x 的一元二次方程 $x^2-6x+(4m+1)=0$ 有实数根，∴ $\Delta=(-6)^2-4\times1\times(4m+1)\geqslant0$，解得 $m\leqslant2$ (2) ∵ 方程 $x^2-6x+(4m+1)=0$ 的两个实数根为 x_1，x_2，∴ $x_1+x_2=6$，$x_1x_2=4m+1$. ∵ $|x_1-x_2|^2=(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4^2$，∴ $36-4(4m+1)=16$，即 $32-16m=16$，解得 $m=1$

51. (1) ∵ 关于 x 的一元二次方程 $x^2-6x+2a+5=0$ 有两个不相等的实数根 x_1，x_2，∴ $\Delta=(-6)^2-4(2a+5)>0$，解得 $a<2$ (2) 由根与系数的关系，得 $x_1+x_2=6$，$x_1x_2=2a+5$. ∵ x_1，x_2 满足 $x_1^2+x_2^2-x_1x_2\leqslant30$，∴ $(x_1+x_2)^2-3x_1x_2\leqslant30$，即 $36-3(2a+5)\leqslant30$，解得 $a\geqslant-\frac{3}{2}$. ∴ $-\frac{3}{2}\leqslant a<2$. ∵ a 为整数，∴ a 的值为 -1，0 或 1

52. (1) 由题意，得 $\Delta=(2m-1)^2-4(m^2-3)\geqslant0$，解得 $m\leqslant\frac{13}{4}$ (2) 当 $m=2$ 时，方程为 $x^2+3x+1=0$，∴ $x_1^2+3x_1=-1$，$x_2^2+3x_2=-1$，$x_1+x_2=-3$，$x_1x_2=1$. ∴ $(x_1^2+2x_1)(x_2^2+4x_2+2)=(x_1^2+3x_1-x_1)(x_2^2+3x_2+x_2+2)=(-1-x_1)(-1+x_2+2)=(-1-x_1)(x_2+1)=-(x_1+x_2)-x_1x_2-1=-(-3)-1-1=1$

4. 方程(组)的应用

一、1. B 2. C 3. A 4. B 5. B 6. A 7. C

二、8. 2 000 9. 250 10. 11 11. $\frac{5}{6}$ 12. 20% 13. 40%

14. 12

三、15. (1) 设当走路慢的人再走 600 步时，走路快的人走 x 步. 根据题意，得 $x:600=100:60$，解得 $x=1000$. ∴ $1000-600-100=300$(步). 答：当走路慢的人再走 600 步时，走路快的人在前面，两人相隔 300 步 (2) 设走路快的人走 y 步才能追上走路慢的人. 根据题意，得 $y=200+\frac{60}{100}y$，解得 $y=500$. 答：走路快的人走 500 步才能追上走路慢的人

16. 设甲工程队每天掘进 x 米，则乙工程队每天掘进 $(x-2)$ 米. 根据题意，得 $2x+(x+x-2)=26$，解得 $x=7$. ∴ 乙工程队每天掘进 $7-2=5$(米). ∴ $\frac{146-26}{7+5}=10$(天). 答：甲、乙两个工程队还需联合工作 10 天

17. (1) 设跳绳的单价为 x 元，毽子的单价为 y 元. 根据题意，得 $\begin{cases}30x+60y=720,\\10x+50y=360,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=16,\\y=4.\end{cases}$ 答：跳绳的单价为 16 元，毽子的单价为 4 元 (2) 设该店的商品按原价的 a 折销售. 根据题意，得 $(100\times16+100\times4)\times\frac{a}{10}=1\,800$，解得 $a=9$. 答：该店的商品按原价的 9 折销售

18. 设"红土"百香果每千克 x 元，"黄金"百香果每千克 y 元. 根据题意，得 $\begin{cases}2x+y=80,\\x+3y=115,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=25,\\y=30.\end{cases}$ 答："红土"百香果每千克 25 元，"黄金"百香果每千克 30 元

19. 设共有 x 人，y 辆车. 根据题意，得 $\begin{cases}\frac{x}{3}=y-2,\\2y=x-9,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=39,\\y=15.\end{cases}$ 答：共有 39 人，15 辆车

20. (1) 设该轮船在静水中的速度是 x 千米/时，水流速度是 y 千米/时. 根据题意，得 $\begin{cases}6(x+y)=90,\\(6+4)(x-y)=90,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=12,\\y=3.\end{cases}$ 答：该轮船在静水中的速度是 12 千米/时，水流速度是 3 千米/时 (2) 设甲、丙之间相距 a 千米，则乙、丙之间相距 $(90-a)$ 千米. 根据题意，得 $\frac{a}{12+3}=\frac{90-a}{12-3}$，解得 $a=56.25$. 答：甲、丙之间相距 56.25 千米

21. (1) 设计划调配 36 座新能源客车 x 辆，该大学共有 y 名志愿者，则需调配 22 座新能源客车 $(x+4)$ 辆. 根据题意，得 $\begin{cases}36x+2=y,\\22(x+4)-2=y,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=6,\\y=218.\end{cases}$ 答：计划调配 36 座新能源客车 6 辆，该大学共有 218 名志愿者 (2) 设需 36 座客车 m 辆，22 座客车 n 辆. 根据题意，得 $36m+22n=218$，∴ $n=\frac{109-18m}{11}$. 又 ∵ m，n 均为正整数，∴ $\begin{cases}m=3,\\n=5.\end{cases}$ 答：需 36 座客车 3 辆，22 座客车 5 辆

22. 问题解决：设竹签有 x 根，山楂有 y 个. 根据题意，得 $\begin{cases}5x+4=y,\\8(x-7)=y,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=20,\\y=104.\end{cases}$ 答：竹签有 20 根，山楂有 104 个

反思归纳：②

23. (1) 设每只 A 型球，B 型球的质量分别是 x 千克，y 千克. 根据题意，得 $\begin{cases}x+y=7,\\3x+y=13,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=3,\\y=4.\end{cases}$ 答：每只 A 型球的质量是 3 千克，每只 B 型球的质量是 4 千克 (2) ∵ 现 A 型球，B 型球的质量共 17 千克，∴ 不妨设 A 型球有 m 只，B 型球有 n 只. 根据题意，得 $3m+4n=17$. ∴ $m=\frac{17-4n}{3}$. ∵ m，n 均为非负整数，∴ $\begin{cases}m=3,\\n=2.\end{cases}$ 答：A 型球有 3 只，B 型球有 2 只

快对快对快对
快对快对快对

24. (1) 设购进甲矿泉水 x 箱,购进乙矿泉水 y 箱.根据题意,得 $\begin{cases}x+y=500,\\25x+35y=14\,500,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=300,\\y=200.\end{cases}$ 答:购进甲矿泉水 300 箱,购进乙矿泉水 200 箱　(2) 由题意,得$(35-25)\times300+(48-35)\times200=5\,600$(元).答:该商场售完这 500 箱矿泉水,可获利 5 600 元

25. 设平均每节火车车皮装物资 x 吨,平均每辆汽车装物资 y 吨.根据题意,得 $\begin{cases}2x+5y=130,\\4x+3y=218,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=50,\\y=6.\end{cases}$ 答:平均每节火车车皮装物资 50 吨,平均每辆汽车装物资 6 吨

26. 设 A,B 两种产品的销售件数分别为 x,y.根据题意,得 $\begin{cases}5x+7y=2\,060,\\2x+4y=2\,060-1\,020,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=160,\\y=180.\end{cases}$ 答:A,B 两种产品的销售件数分别为 160,180

27. (1) 设小王的实际乘车时间为 x 分钟,小张的实际乘车时间为 y 分钟.根据题意,得 $1.8\times6+0.3x=1.8\times8.5+0.3y+0.8\times(8.5-7)$. ∴ $10.8+0.3x=16.5+0.3y$,即 $0.3(x-y)=5.7$. ∴ $x-y=19$. ∴ 这两辆滴滴快车的实际行车时间相差 19 分钟　(2) 由(1)及题意,得 $\begin{cases}x-y=19,\\1.5y=\frac{1}{2}x+8.5,\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}x-y=19①,\\3y-x=17②.\end{cases}$ ①+②,得 $2y=36$. ∴ $y=18$③.将③代入①,得 $x=37$. ∴ 小王的实际乘车时间为 37 分钟,小张的实际乘车时间为 18 分钟

28. 设降价后的销售单价为 x 元,则降价后每天可售出$[300+5(200-x)]$个.根据题意,得$(x-100)[300+5(200-x)]=32\,000$,整理,得 $x^2-360x+32\,400=0$,解得 $x_1=x_2=180$.答:这种电子产品降价后的销售单价为 180 元时,公司每天可获利 32 000 元

29. 设扩建后广场的长为 $3x$ m,宽为 $2x$ m.根据题意,得 $3x\cdot2x\cdot100+30(3x\cdot2x-50\times40)=642\,000$,解得 $x_1=30$,$x_2=-30$(不合题意,舍去). ∴ $3x=90$,$2x=60$.答:扩建后广场的长为 90 m,宽为 60 m

30. 设剪去正方形的边长为 x cm,则做成无盖长方体盒子的长为$(30-2x)$cm,宽为$(20-2x)$cm,高为 x cm.根据题意,得 $2\times[(30-2x)+(20-2x)]x=200$,整理,得 $2x^2-25x+50=0$,解得 $x_1=\frac{5}{2}$,$x_2=10$.当 $x=10$ 时,$20-2x=0$,不合题意,舍去.答:当剪去正方形的边长为$\frac{5}{2}$cm 时,所得长方体盒子的侧面积为 200 cm^2

31. 设小路的宽应为 x m,根据题意,得$(16-2x)(9-x)=112$,解得 $x_1=1$,$x_2=16$. ∵ $16>9$, ∴ $x=16$ 不符合题意,舍去. ∴ $x=1$.答:小路的宽应为 1 m

32. (1) 设增长率为 x.根据题意,得 $2(1+x)^2=2.42$,解得 $x_1=-2.1$(不合题意,舍去),$x_2=0.1=10\%$.答:增长率为 10%　(2) $2.42\times(1+0.1)=2.662$(万人次).答:第四批公益课受益学生将达到 2.662 万人次

33. (1) 设 2016 年到 2018 年该村人均收入的年平均增长率为 x.根据题意,得 $20\,000(1+x)^2=24\,200$,解得 $x_1=0.1=10\%$,$x_2=-2.1$(不合题意,舍去).答:2016 年到 2018 年该村人均收入的年平均增长率为 10%　(2) $24\,200\times(1+10\%)=26\,620$(元).答:预测 2019 年该村的人均收入是 26 620 元

34. (1) 设进馆人次的月平均增长率为 x.根据题意,得 $128+128(1+x)+128(1+x)^2=608$.化简,得 $4x^2+12x-7=0$,解得 $x=0.5=50\%$或 $x=-3.5$(不合题意,舍去).答:进馆人次的月平均增长率为 50%　(2) 校图书馆能接纳第四个月的进馆人次　理由:∵ 进馆人次的月平均增长率为 50%,∴ 第四个月的进馆人次为 $128(1+50\%)^3=432$. ∵ $432<500$, ∴ 校图书馆能接纳第四个月的进馆人次.

35. (1) 设这两年藏书量的年平均增长率是 x.根据题意,得 $5(1+x)^2=7.2$,解得 $x_1=0.2=20\%$,$x_2=-2.2$(不合题意,舍去).答:这两年藏书量的年平均增长率是 20%　(2) 在这两年新增加的图书中,中外古典名著有$(7.2-5)\times20\%=0.44$(万册). ∴ 到 2018 年底中外古典名著的数量占藏书总量的 $\frac{5\times5.6\%+0.44}{7.2}\times100\%=10\%$.答:到 2018 年底中外古典名著的数量占藏书总量的 10%

36. 设这两年我国外贸进出口总值的年平均增长率为 x.根据题意,得 $30(1+x)^2=36.3$,解得 $x_1=0.1=10\%$,$x_2=-2.1$(不合题意,舍去).答:我国外贸进出口总值的年平均增长率为 10%

37. (1) $1.5\times4=6$(万座).答:计划到 2020 年底,全省 5G 基站的数量是 6 万座　(2) 设 2020 年底到 2022 年底,全省 5G 基站数量的年平均增长率为 x.根据题意,得 $6(1+x)^2=17.34$,解得 $x_1=0.7=70\%$,$x_2=-2.7$(不合题意,舍去).答:2020 年底到 2022 年底,全省 5G 基站数量的年平均增长率为 70%

38. (1) 设 2018 年甲类芯片的产量为 x 万块.根据题意,得 $x+2x+(x+2x)+400=2\,800$,解得 $x=400$.答:2018 年甲类芯片的产量为 400 万块　(2) 2018 年丙类芯片的产量为 $400+2\times400+400=1\,600$(万块).设丙类芯片的产量每年增加的数量为 y 万块,则 $1\,600+1\,600+y+1\,600+2y=14\,400$,解得 $y=3\,200$. ∴ 丙类芯片 2020 年的产量为 $1\,600+2\times3\,200=8\,000$(万块).2018 年 HW 公司手机产量为 $2\,800\div10\%=28\,000$(万部),则 $400(1+m\%)^2+2\times400(1+m\%-1)^2+8\,000=28\,000\times(1+10\%)$.令 $m\%=t$,则 $400(1+t)^2+2\times400(1+t-1)^2+8\,000=28\,000\times(1+10\%)$,整理,得 $3t^2+2t-56=0$,解得 $t=4$ 或 $t=-\frac{14}{3}$(不合题意,舍去). ∴ $m\%=4$,则 $m=400$.答:丙类芯片 2020 年的产量为 8 000 万块,m 的值为 400

39. (1) 设该菜市场共有 x 个 4 平方米的摊位,则有 $2x$ 个 2.5 平方米的摊位.根据题意,得 $20\times4x+20\times2.5\times2x=$

4 500，解得 $x=25$. 答：该菜市场共有 25 个 4 平方米的摊位

(2) 由(1)可知，5 月参加活动一的 2.5 平方米摊位的个数为 $25\times2\times40\%=20$，5 月参加活动一的 4 平方米摊位的个数为 $25\times20\%=5$. 根据题意，得 $20(1+2a\%)\times20\times2.5\times\frac{3}{10}a\%+5(1+6a\%)\times20\times4\times\frac{1}{4}a\%=[20(1+2a\%)\times20\times2.5+5(1+6a\%)\times20\times4]\times\frac{5}{18}a\%$，解得 $a_1=0$(不合题意，舍去)，$a_2=50$. 答：a 的值为 50

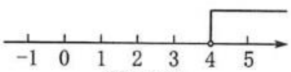
第四章　一元一次不等式(组)

1. 一元一次不等式(组)的解法

一、**1.** A **2.** D **3.** D **4.** D **5.** A **6.** D **7.** A **8.** D **9.** A **10.** C **11.** B **12.** A **13.** C **14.** B **15.** C **16.** C **17.** B **18.** A **19.** D **20.** C

二、**21.** $x>1$ **22.** $x>7$ **23.** $x<-3$ **24.** $-1\leqslant x<2$ **25.** $x\leqslant-2$ **26.** $-2\leqslant x<-1$ **27.** $-\frac{1}{2}<x<0$ **28.** $a\geqslant-3$ **29.** $k\leqslant-2$ **30.** $m\leqslant-2$ **31.** $m\leqslant1$ **32.** $-2\leqslant m<1$ **33.** $13\leqslant x<15$ **34.** ①②③

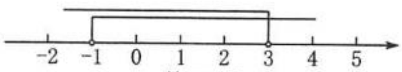
三、**35.** $x>4$　解集在数轴上的表示如图所示



第 35 题

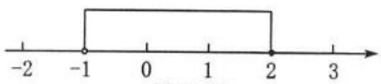
36. ∵ 解不等式①，得 $x>2$；解不等式②，得 $x>-3$，∴ 不等式组的解集为 $x>2$

37. ∵ 解不等式 $x-2<1$，得 $x<3$；解不等式 $4x+5>x+2$，得 $x>-1$，∴ 不等式组的解集为 $-1<x<3$. 解集在数轴上的表示如图所示



第 37 题

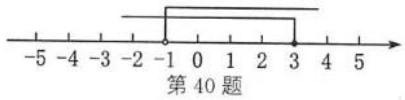
38. ∵ 解不等式 $x+1>0$，得 $x>-1$；解不等式 $3x-8\leqslant-x$，得 $x\leqslant2$，∴ 不等式组的解集为 $-1<x\leqslant2$. 解集在数轴上的表示如图所示



第 38 题

39. ∵ 解不等式 $x+1>0$，得 $x>-1$；解不等式 $x+4>3x$，得 $x<2$，∴ 不等式组的解集为 $-1<x<2$. ∴ 不等式组的整数解为 0，1

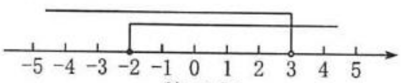
40. ∵ 解不等式 $2x\leqslant6$，得 $x\leqslant3$；解不等式 $\frac{3x+1}{2}>x$，得 $x>-1$，∴ 不等式组的解集为 $-1<x\leqslant3$. 解集在数轴上的表示如图所示



第 40 题

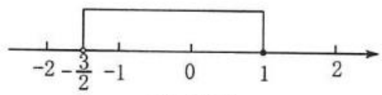
41. ∵ 解不等式 $\frac{x}{2}-\frac{x-1}{3}\geqslant1$，得 $x\geqslant4$；解不等式 $\frac{x-3}{2}<x+2$，得 $x>-7$，∴ 不等式组的解集为 $x\geqslant4$

42. ∵ 解不等式 $3x-5<x+1$，得 $x<3$；解不等式 $\frac{3x-4}{6}\leqslant\frac{2x-1}{3}$，得 $x\geqslant-2$，∴ 不等式组的解集为 $-2\leqslant x<3$. 解集在数轴上的表示如图所示



第 42 题

43. ∵ 解不等式 $6x-2>2(x-4)$，得 $x>-\frac{3}{2}$；解不等式 $\frac{2}{3}-\frac{3-x}{2}\leqslant-\frac{x}{3}$，得 $x\leqslant1$，∴ 不等式组的解集为 $-\frac{3}{2}<x\leqslant1$. 解集在数轴上的表示如图所示



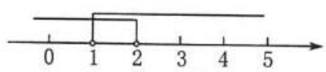
第 43 题

44. ∵ 解不等式 $\frac{5x-1}{6}+2>\frac{x+5}{4}$，得 $x>-1$；解不等式 $2x+5\leqslant3(5-x)$，得 $x\leqslant2$，∴ 不等式组的解集是 $-1<x\leqslant2$

45. ∵ 解不等式 $4(x-1)<x+2$，得 $x<2$；解不等式 $\frac{x+7}{3}>x$，得 $x<\frac{7}{2}$，∴ 不等式组的解集为 $x<2$

46. ∵ 解不等式 $2x+7\geqslant5(x-1)$，得 $x\leqslant4$；解不等式 $3x>\frac{x-5}{2}$，得 $x>-1$，∴ 不等式组的解集为 $-1<x\leqslant4$

47. ∵ 解不等式 $2x+3(x-2)<4$，得 $x<2$；解不等式 $\frac{x+3}{2}<\frac{2x-5}{3}+3$，得 $x>1$，∴ 不等式组的解集为 $1<x<2$. 解集在数轴上的表示如图所示



第 47 题

48. ∵ 解不等式 $5x-10\geqslant2(x+1)$，得 $x\geqslant4$；解不等式 $\frac{1}{2}x-1\leqslant7-\frac{3}{2}x$，得 $x\leqslant4$，∴ 不等式组的解是 $x=4$. ∵ $\frac{4-1}{3}=1$，$2\times4-9=-1$，∴ 点 P 的坐标为 $(1,-1)$. ∴ 点 P 在第四象限

49. ∵ 解不等式 $x>\frac{1-x}{2}$，得 $x>\frac{1}{3}$；解不等式 $3\left(x-\frac{7}{3}\right)<x+1$，得 $x<4$，∴ 不等式组的解集为 $\frac{1}{3}<x<4$. ∴ 该不等式组

的整数解为1,2,3

50. $m=\frac{a^2-4b^2}{a^2+2ab}=\frac{(a+2b)(a-2b)}{a(a+2b)}=\frac{a-2b}{a}=1-\frac{2b}{a}$. ∵ $0<\frac{b}{a}<1$, ∴ $-2<-\frac{2b}{a}<0$. ∴ $-1<1-\frac{2b}{a}<1$, 即 $-1<m<1$

51. ∵ $x=4$ 是不等式 $ax-3a-1<0$ 的解, ∴ $4a-3a-1<0$. 解得 $a<1$. ∵ $x=2$ 不是不等式 $ax-3a-1<0$ 的解, ∴ $2a-3a-1\geqslant 0$. 解得 $a\leqslant -1$. ∴ $a\leqslant -1$

52. 解不等式 $\frac{x}{2}+\frac{x+1}{3}>0$, 得 $x>-\frac{2}{5}$; 解不等式 $3x+5a+4>4(x+1)+3a$, 得 $x<2a$. ∵ 不等式组恰有三个整数解, ∴ $2<2a\leqslant 3$. 解得 $1<a\leqslant\frac{3}{2}$

2. 一元一次不等式(组)的应用

一、1. B 2. C 3. C 4. D 5. B

二、6. 3 7. 15 8. 55

三、9. (1) 设第一批饮料进货单价为 x 元,则第二批饮料进货单价为 $(x+2)$ 元. 根据题意,得 $3\times\frac{1\,600}{x}=\frac{6\,000}{x+2}$, 解得 $x=8$. 经检验, $x=8$ 是原分式方程的解,且符合题意. 答:第一批饮料进货单价为8元 (2) 由(1),得第一批饮料的数量为 $\frac{1\,600}{8}=200$(瓶), 第二批饮料的数量为 $3\times 200=600$(瓶). 设销售单价为 m 元. 根据题意,得 $200(m-8)+600(m-10)\geqslant 1\,200$, 解得 $m\geqslant 11$. 答:销售单价至少为11元

10. (1) 设每位男生的化妆费是 x 元,每位女生的化妆费是 y 元. 依题意,得 $\begin{cases}5x+3y=190,\\3x=2y,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=20,\\y=30.\end{cases}$ 答:每位男生的化妆费是20元,每位女生的化妆费是30元 (2) 设男生有 a 人化妆. 依题意,得 $\frac{2\,000-20a}{30}\geqslant 42$, 解得 $a\leqslant 37$. ∴ a 的最大值是37. 答:男生最多有37人化妆

11. (1) 设购买一个A类足球需要 x 元,购买一个B类足球需要 y 元. 依题意,得 $\begin{cases}50x+25y=7\,500,\\y-x=30,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=90,\\y=120.\end{cases}$ 答:购买一个A类足球需要90元,购买一个B类足球需要120元 (2) 设购买 m 个A类足球,则购买 $(50-m)$ 个B类足球. 依题意,得 $90m+120(50-m)\leqslant 4\,800$, 解得 $m\geqslant 40$. 答:本次至少可以购买40个A类足球

12. (1) 设每副围棋 x 元,每副中国象棋 y 元. 根据题意,得 $\begin{cases}3x+5y=98,\\8x+3y=158,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=16,\\y=10.\end{cases}$ 答:每副围棋16元,每副中国象棋10元 (2) 设购买围棋 z 副,则购买中国象棋 $(40-z)$ 副. 根据题意,得 $16z+10(40-z)\leqslant 550$, 解得 $z\leqslant 25$. 答:最多可以购买25副围棋

13. (1) 设购买篮球 x 个,购买足球 y 个. 依题意,得 $\begin{cases}x+y=60,\\70x+80y=4\,600,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=20,\\y=40.\end{cases}$ 答:购买篮球20个,购买足球40个 (2) 设购买了 a 个篮球,则购买 $(60-a)$ 个足球. 依题意,得 $70a\leqslant 80(60-a)$, 解得 $a\leqslant 32$. 答:最多可购买32个篮球

14. (1) 设每本宣传册A,B两种彩页各有 x, y 张. 由题意,得 $\begin{cases}x+y=10,\\300x+200y=2\,400,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=4,\\y=6.\end{cases}$ 答:每本宣传册A,B两种彩页各有4张和6张 (2) 设宣传册发给 a 位参观者. 由题意,得 $(2.5\times 4+1.5\times 6)a+2\,400\leqslant 30\,900$, 解得 $a\leqslant 1\,500$. 答:最多能发给1500位参观者

15. (1) 设A型设备的单价是 x 万元,B型设备的单价是 y 万元. 依题意,得 $\begin{cases}x+3y=230,\\3x+2y=340,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=80,\\y=50.\end{cases}$ 答:A型设备的单价是80万元,B型设备的单价是50万元 (2) 设购买A型设备 m 套,则购买B型设备 $(50-m)$ 套. 依题意,得 $80m+50(50-m)\leqslant 3\,000$, 解得 $m\leqslant\frac{50}{3}$. ∵ m 为整数, ∴ m 的最大值为16. 答:最多可购买A型设备16套

16. (1) 设小明原计划购买文具袋 x 个,则实际购买了 $(x+1)$ 个. 依题意,得 $10(x+1)\times 0.85=10x-17$, 解得 $x=17$. 答:小明原计划购买文具袋17个 (2) 设小明购买钢笔 y 支,则购买签字笔 $(50-y)$ 支. 依题意,得 $[8y+6(50-y)]\times 0.8\leqslant 400-(10\times 17-17)$, 解得 $y\leqslant 4.375$. ∵ y 是整数, ∴ y 的最大值为4. 答:小明最多可购买钢笔4支

17. (1) 设A款毕业纪念册的销售单价为 x 元,B款毕业纪念册的销售单价为 y 元. 根据题意,得 $\begin{cases}15x+10y=230,\\20x+10y=280,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=10,\\y=8.\end{cases}$ 答:A款毕业纪念册的销售单价为10元,B款毕业纪念册的销售单价为8元 (2) 设购买A款毕业纪念册 a 本,则购买B款毕业纪念册 $(60-a)$ 本. 根据题意,得 $10a+8(60-a)\leqslant 529$, 解得 $a\leqslant 24.5$. ∵ a 为整数, ∴ a 的最大值为24. 答:最多能购买24本A款毕业纪念册

18. (1) 设改造土地面积是 x 亩,则复耕土地面积是 $(600+x)$ 亩. 由题意,得 $x+(600+x)=1\,200$, 解得 $x=300$. $600+x=900$. 答:改造土地面积是300亩,则复耕土地面积是900亩 (2) 设休闲小广场总面积是 y 亩,则花卉园总面积是 $(300-y)$ 亩. 由题意,得 $y\leqslant\frac{1}{3}(300-y)$, 解得 $y\leqslant 75$. 答:休闲小广场总面积最多为75亩

19. (1) 设购买甲种树苗 x 棵,则购买乙种树苗 $(2x-40)$ 棵. 由题意,得 $30x+20(2x-40)=9\,000$, 解得 $x=140$, $2x-40=240$. 答:购买甲种树苗140棵,乙种树苗240棵 (2) 设购买甲种树苗 y 棵,则购买乙种树苗 $(10-y)$ 棵. 根据题意,得 $30y+20(10-y)\leqslant 230$, 解得 $y\leqslant 3$. ∴ 方案1:购买甲种树苗3棵,乙种树苗7棵;方案2:购买甲种树苗2棵,乙种树苗8棵;方案3:购买甲

种树苗 1 棵,乙种树苗 9 棵;方案 4:购买甲种树苗 0 棵,乙种树苗 10 棵

20. (1) 设 A 奖品的单价为 x 元,B 奖品的单价为 y 元. 根据题意,得 $\begin{cases}3x+2y=120,\\5x+4y=210,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=30,\\y=15.\end{cases}$ 答:A 奖品的单价为 30 元,B 奖品的单价为 15 元 (2) 购买 A 奖品 8 个,B 奖品 22 个 理由:设购买 A 奖品 z 个,则购买 B 奖品$(30-z)$个,购买奖品的花费为 W 元. 由题意,得 $W=30z+15(30-z)=15z+450$. ∵ $15>0$,∴ W 随 z 的增大而增大. ∵ $z\geqslant\frac{1}{3}(30-z)$,∴ $z\geqslant\frac{15}{2}$. ∵ z 是整数,∴ 当 $z=8$ 时,W 有最小值为 570. ∴ 购买A奖品 8 个,B奖品 22 个,花费最少.

21. (1) 设今年每套 A 型一体机的价格是 x 万元,每套 B 型一体机的价格是 y 万元. 由题意,得 $\begin{cases}y-x=0.6,\\500x+200y=960,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=1.2,\\y=1.8.\end{cases}$ 答:今年每套 A 型一体机的价格是 1.2 万元,每套 B 型一体机的价格是 1.8 万元 (2) 设该市明年购买 A 型一体机 m 套,则购买 B 型一体机$(1\,100-m)$套. 由题意,得 $1.8(1\,100-m)\geqslant1.2(1+25\%)m$,解得 $m\leqslant600$. 设明年需要投入 W 万元. 由题意,得 $W=1.2\times(1+25\%)m+1.8(1\,100-m)=-0.3m+1\,980$. ∵ $-0.3<0$,∴ W 随 m 的增大而减小. ∵ $m\leqslant600$,∴ 当 $m=600$ 时,W 有最小值为 1 800. 答:该市明年至少需要投入 1 800 万元才能完成采购计划

22. (1) 设改造 1 个甲种型号大棚需要 x 万元,改造 1 个乙种型号大棚需要 y 万元. 依题意,得 $\begin{cases}2x-y=6,\\x+2y=48,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=12,\\y=18.\end{cases}$ 答:改造 1 个甲种型号大棚需要 12 万元,改造 1 个乙种型号大棚需要 18 万元 (2) 设改造 m 个甲种型号大棚,则改造$(8-m)$个乙种型号大棚. 依题意,得 $\begin{cases}5m+3(8-m)\leqslant35,\\12m+18(8-m)\leqslant128,\end{cases}$ 解得 $\frac{8}{3}\leqslant m\leqslant\frac{11}{2}$. ∵ m 为整数,∴ $m=3,4,5$. ∴ 共有 3 种改造方案,方案 1:改造 3 个甲种型号大棚,5 个乙种型号大棚;方案 2:改造 4 个甲种型号大棚,4 个乙种型号大棚;方案 3:改造 5 个甲种型号大棚,3 个乙种型号大棚. 方案 1 所需费用:$12\times3+18\times5=126$(万元);方案 2 所需费用:$12\times4+18\times4=120$(万元);方案 3 所需费用:$12\times5+18\times3=114$(万元). ∵ $114<120<126$,∴ 方案 3(改造 5 个甲种型号大棚,3 个乙种型号大棚)基地投入资金最少,最少资金是 114 万元

23. (1) 设租用 A,B 两种客车每辆费用分别是 x 元,y 元. 由题意,得 $\begin{cases}4x+3y=10\,700,\\3x+4y=10\,300,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=1\,700,\\y=1\,300.\end{cases}$ 答:租用 A,B 两种客车每辆费用分别是 1 700 元,1 300 元 (2) 设租用 A 型客车 a 辆,租用 B 型客车 b 辆. 由题意,得 $\begin{cases}45a+30b\geqslant240,\\1\,700a+1\,300b\leqslant10\,000,\\a,b\text{ 均为自然数},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2,\\b=5,\end{cases}\begin{cases}a=4,\\b=2,\end{cases}\begin{cases}a=5,\\b=1.\end{cases}$ ∴ 共有三种租车方案,方案一:租用 A 型客车 2 辆,B 型客车 5 辆,费用为 9 900 元;方案二:租用 A 型客车 4 辆,B 型客车 2 辆,费用为 9 400 元;方案三:租用 A 型客车 5 辆,B 型客车 1 辆,费用为 9 800 元. ∵ $9\,400<9\,800<9\,900$. ∴ 方案二(租用 A 型客车 4 辆,B 型客车 2 辆)最省钱

24. (1) 设参加此次研学活动的老师有 x 人,学生有 y 人. 依题意,得 $\begin{cases}14x+10=y,\\15x-6=y,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=16,\\y=234.\end{cases}$ 答:参加此次研学活动的老师有 16 人,学生有 234 人 (2) 8 (3) 设租甲型客车 m 辆,则租乙型客车$(8-m)$辆. 依题意,得 $\begin{cases}35m+30(8-m)\geqslant234+16,\\400m+320(8-m)\leqslant3\,000,\end{cases}$ 解得 $2\leqslant m\leqslant5\frac{1}{2}$. ∵ m 为正整数,∴ $m=2,3,4,5$. ∴ 共有 4 种租车方案. 设租车总费用为 w 元,则 $w=400m+320(8-m)=80m+2\,560$. ∵ $80>0$,∴ w 随 m 的增大而增大. ∴ 当 $m=2$ 时,w 取得最小值,最小值为 2 720. 答:学校共有 4 种租车方案,最少租车费用是 2 720 元

25. (1) 设 1 辆甲种客车与 1 辆乙种客车的载客量分别为 x 人,y 人. 由题意,得 $\begin{cases}2x+3y=180,\\x+2y=105,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=45,\\y=30.\end{cases}$ 答:1 辆甲种客车与 1 辆乙种客车的载客量分别为 45 人和 30 人 (2) 设租用甲种客车 a 辆,则租用乙种客车$(6-a)$辆. 依题意,得 $\begin{cases}45a+30(6-a)\geqslant240,\\a<6,\end{cases}$ 解得 $4\leqslant a<6$. ∵ a 取整数,∴ $a=4$ 或 5. 当 $a=4$ 时,租车费用为 $4\times400+2\times280=2\,160$(元);当 $a=5$ 时,租车费用为 $5\times400+1\times280=2\,280$(元). ∵ $2\,160<2\,280$,∴ 租用甲种客车 4 辆,乙种客车 2 辆最节省费用,最低费用为 2 160 元

26. (1) ∵ $35\times8+30=310$(元),$310<370$,∴ $m<35$. 依题意,得 $30+8m+12(35-m)=370$,解得 $m=20$. 答:该车间的日废水处理量为 20 吨 (2) 当 $0<x\leqslant20$ 时,$8x+30\leqslant10x$,解得 $15\leqslant x\leqslant20$;当 $x>20$ 时,$12(x-20)+8\times20+30\leqslant10x$,解得 $20<x\leqslant25$. 综上所述,该厂一天产生的工业废水量 x(吨)的范围为 $15\leqslant x\leqslant25$

第五章 平面直角坐标系、一次函数与反比例函数

1. 平面直角坐标系与函数

一、1. D 2. D 3. A 4. C 5. B 6. D 7. D 8. D 9. D

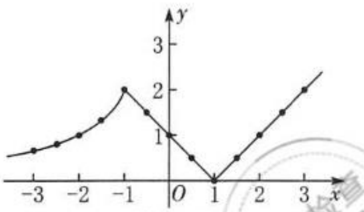
10. B 11. A 12. D 13. C 14. C

二、15. $(-1,1)$ 16. 答案不唯一，如$(1,-2)$ 17. $x\neq 6$

18. $x\neq\frac{3}{2}$ 19. $x\geqslant 1$且$x\neq 3$ 20. $(2,4,2)$ 21. $(-2^{2017}, 2^{2017}\sqrt{3})$

三、22. (1) 由题图可知，对于每一个摆动时间t，h都有唯一确定的值与其对应，∴ 变量h是关于t的函数 (2) ① 由题图可知，当$t=0.7$时，$h=0.5$，它的实际意义是秋千摆动0.7 s时，离地面的高度是0.5 m ② 由题图可知，秋千摆动第一个来回需2.8 s

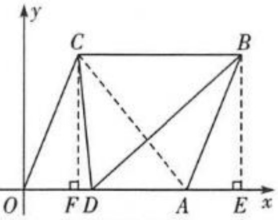
23. (1) 如图所示 (2) ① < < ② 由图象可得，当$x\leqslant -1$，$y=2$时，$x=-1$；当$x>-1$，$y=2$时，$x=3$. 综上所述，当函数值$y=2$时，自变量x的值为-1或3 ③ ∵ 两个不同的点$P(x_3,y_3)$，$Q(x_4,y_4)$在直线$x=-1$的右侧，且当$-1\leqslant x\leqslant 3$时，函数$y=|x-1|$的图象关于直线$x=1$对称，又∵ $y_3=y_4$，∴ $x_3+x_4=2$ ④ 由图象可知，$0<a<2$



第23题

24. (1) 如图，连接AC，分别过点B，C作$BE\perp x$轴，$CF\perp x$轴，垂足分别为E，F. ∴ $\angle CFO=\angle BEA=90°$. 由平移，易得$OC=AB$，$CF=BE$. ∴ Rt$\triangle OCF\cong$Rt$\triangle ABE$. ∵ $A(6,0)$，$B(8,5)$，线段OA平移至CB，∴ 易得点C的坐标为$(2,5)$，$OA=6$. ∴ $CF=5$，$AF=6-2=4$. ∴ 在Rt$\triangle AFC$中，$AC=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$ (2) ∵ 点D的坐标为$(x,0)$，∴ $OD=x$. ∵ 点D在x轴正半轴上(不与点A重合)，∴ $x>0$且$x\neq 6$. ① 当点D在线段OA上时，$AD=6-x$，$S_1=\frac{1}{2}OD\cdot CF=\frac{1}{2}x\cdot 5=\frac{5}{2}x$，$S_2=\frac{1}{2}AD\cdot BE=\frac{1}{2}(6-x)\cdot 5=-\frac{5}{2}x+15$，此时$S=S_1-S_2=\frac{5}{2}x-\left(-\frac{5}{2}x+15\right)=5x-15$；② 当点$D$在$OA$的延长线上时，$AD=x-6$，同理可求得$S_1=\frac{5}{2}x$，$S_2=\frac{5}{2}x-15$，此时$S=S_1-S_2=\frac{5}{2}x-\left(\frac{5}{2}x-15\right)=15$. ∴ $S=\begin{cases}5x-15(0<x<6),\\15(x\geqslant 6).\end{cases}$

∵ 线段OA平移至CB，∴ 易得四边形$OABC$为平行四边形. ∴ $BC=OA=6$. ∴ 易得$S_{\triangle DBC}=\frac{1}{2}BC\cdot CF=\frac{6\times 5}{2}=15$. ∴ 点$D$在$OA$的延长线上时都满足$S$与$\triangle DBC$的面积相等，此时点$D$的坐标为$(x,0)(x\geqslant 6)$



第24题

2. 一次函数的图象和性质

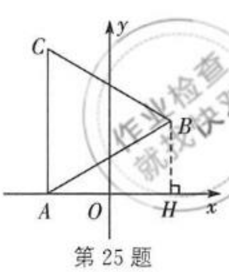
一、1. A 2. A 3. B 4. A 5. A 6. A 7. B 8. A 9. D 10. D 11. D 12. A 13. D

二、14. $k<0$ 15. $k<3$ 16. $\left(\frac{1}{2},0\right)$ 17. $y=3x+2$ 18. $x<4$ 19. $x<2$ 20. $x\leqslant 1$ 21. $\frac{8}{13}\sqrt{13}$ 22. $y=\frac{1}{3}x-1$

三、23. ∵ 直线$y=(2-2k)x+k-3$经过第二、三、四象限，∴ $\begin{cases}2-2k<0,\\k-3<0,\end{cases}$ 解得$1<k<3$

24. (1) $k=-2$时，$y_1=-2x+2$. 根据题意，得$-2x+2>x-3$，解得$x<\frac{5}{3}$ (2) $-4\leqslant k\leqslant 1$且$k\neq 0$

25. (1) 如图，过点B作$BH\perp x$轴于点H，∵ 点A的坐标为$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},0\right)$，点$B$的坐标为$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},1\right)$，∴ $AH=\frac{\sqrt{3}}{2}-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\sqrt{3}$，$BH=1$. ∴ $AB=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2$. ∵ $BH=1$，∴ 在Rt$\triangle ABH$中，$\angle BAH=30°$. ∵ $\triangle ABC$为等边三角形，∴ $AB=AC=2$，$\angle CAB=60°$. ∴ $\angle CAB+\angle BAH=90°$. ∴ 点$C$的纵坐标为2. ∴ 点$C$的坐标为$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},2\right)$ (2) 由(1)，知点C的坐标为$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},2\right)$，点$B$的坐标为$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},1\right)$. 设线段$BC$所在直线对应的函数解析式为$y=kx+b$，则$\begin{cases}1=\frac{\sqrt{3}}{2}k+b,\\2=-\frac{\sqrt{3}}{2}k+b,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}k=-\frac{\sqrt{3}}{3},\\b=\frac{3}{2}.\end{cases}$ ∴ 线段BC所在直线对应的函数解析式为$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{3}{2}$



第25题

26. (1) 令 $x=0$,得 $y=1$. ∴ 直线 l 与 y 轴的交点坐标为$(0,1)$ (2) 由题意,得$A(k,k^2+1)$,$B\left(\frac{-k-1}{k},-k\right)$,$C(k,-k)$. ① 当 $k=2$ 时,$A(2,5)$,$B\left(-\frac{3}{2},-2\right)$,$C(2,-2)$,结合图象(图略),易得在区域 W 内有 6 个整数点 ② $-1\leqslant k<0$ 或 $k=-2$

3. 一次函数的应用

一、1. B 2. D 3. B 4. D 5. B 6. D 7. C

二、8. (32,4 800) 9. 150 10. $\frac{1}{2}$ 11. 2 080 12. 6 000

三、13. (1) 根据题意,得当 $0\leqslant x\leqslant 5$ 时,$y=20x$;当 $x>5$,$y=20\times0.8(x-5)+20\times5=16x+20$ (2) 把 $x=30$ 代入 $y=16x+20$,得 $y=16\times30+20=500$. 答:一次购买玉米种子 30 千克,需付款 500 元

14. (1) 根据题意,得 $y=m-6x$ (2) 将 $x=7$,$y=-26$ 代入 $y=m-6x$,得 $-26=m-42$,解得 $m=16$. ∴ 当时地面气温为 16 ℃. ∵ $x=11$ 时,$y=16-6\times11=-50$,又∵ $12>11$,∴ 假如飞机当时在距地面 12 km 的高空,飞机外的气温为 -50 ℃. 答:当时这架飞机下方地面的气温为 16 ℃. 假如飞机当时在距离地面 12 km 的高度,飞机外的气温是 -50 ℃

15. (1) $y_1=30x+200$,$y_2=40x$ (2) 由 $y_1<y_2$,得 $30x+200<40x$,解得 $x>20$. ∴ 当 $x>20$ 时,选择方式一比方式二省钱

16. (1) 设 $y_{甲}=k_1x$. 根据题意,得 $5k_1=100$,解得 $k_1=20$. ∴ $y_{甲}=20x$;设 $y_{乙}=k_2x+100$. 根据题意,得 $20k_2+100=300$,解得 $k_2=10$. ∴ $y_{乙}=10x+100$ (2) 当 $y_{甲}<y_{乙}$ 时,即 $20x<10x+100$,解得 $x<10$. ∴ 当入园次数小于 10 时,选择甲消费卡比较合算. 当 $y_{甲}=y_{乙}$ 时,即 $20x=10x+100$,解得 $x=10$. ∴ 当入园次数等于 10 时,选择两种消费卡的费用一样. 当 $y_{甲}>y_{乙}$ 时,即 $20x>10x+100$,解得 $x>10$. ∴ 当入园次数大于 10 时,选择乙消费卡比较合算

17. (1) 设焚烧 1 吨垃圾,A 发电厂发电 a 千瓦时,B 发电厂发电 b 千瓦时. 根据题意,得$\begin{cases}a-b=40,\\30b-20a=1\,800,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=300,\\b=260.\end{cases}$ 答:焚烧 1 吨垃圾,A 发电厂发电 300 千瓦时,B 发电厂发电 260 千瓦时 (2) 设 A 发电厂焚烧 x 吨垃圾,则 B 发电厂焚烧$(90-x)$吨垃圾,总发电量为 y 千瓦时,则 $y=300x+260(90-x)=40x+23\,400$. ∵ $x\leqslant 2(90-x)$,∴ $x\leqslant 60$. ∵ $40>0$,∴ y 随 x 的增大而增大. ∴ 当 $x=60$ 时,y 有最大值,为 $40\times60+23\,400=25\,800$. 答:A 发电厂和 B 发电厂总发电量的最大值是 25 800 千瓦时

18. (1) 180 900 210 850 (2) 根据题意,得 $y_1=6x(x>0)$. 当 $0<x\leqslant 50$ 时,$y_2=7x$;当 $x>50$ 时,$y_2=7\times50+5(x-50)=5x+100$ (3) ① 100 ② 乙 ③ 甲

19. (1) 蓄电池剩余电量为 35 千瓦时时,汽车已行驶的路程为 150 千米. 1 千瓦时的电量能供汽车行驶的路程为$\frac{150}{60-35}=6$(千米) (2) 设 $y=kx+b(k\neq0)$,把点$(150,35)$,$(200,10)$代入,得$\begin{cases}150k+b=35,\\200k+b=10,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-0.5,\\b=110.\end{cases}$ ∴ $y=-0.5x+110$. 当 $x=180$ 时,$y=-0.5\times180+110=20$. 答:当 $150\leqslant x\leqslant 200$ 时,y 关于 x 的函数解析式为 $y=-0.5x+110$. 当汽车已行驶 180 千米时,蓄电池的剩余电量为 20 千瓦时

20. (1) 由题意,得小丽骑车的速度为$\frac{36}{2.25}=16$(km/h). 设小明骑车的速度为 v km/h. 由题意,得 $1\times(16+v)=36$,解得 $v=20$. 答:小丽骑车的速度为 16 km/h,小明骑车的速度为 20 km/h (2) 由题图,得点 E 表示小明到达甲地,此时小丽没到乙地. ∴ 点 E 的横坐标为$\frac{36}{20}=\frac{9}{5}$,点 E 的纵坐标为$\frac{9}{5}\times16=\frac{144}{5}$. ∴ 点 E 的坐标为$\left(\frac{9}{5},\frac{144}{5}\right)$. 答:点 E 的坐标为$\left(\frac{9}{5},\frac{144}{5}\right)$,点 E 的实际意义是小明到达甲地,此时小丽没到乙地

21. (1) 设线段 AB 所在直线对应的函数解析式为 $y=kx+b$. 根据题意,得$\begin{cases}100k+b=5,\\300k+b=3,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-0.01,\\b=6.\end{cases}$ ∴ 线段 AB 所在直线对应的函数解析式为 $y=-0.01x+6(100\leqslant x\leqslant 300)$ (2) ∵ $3\times300=900$(元),$900>800$,∴ 小李用 800 元批发这种水果的质量不超过 300 千克. 根据题意,设小李共批发水果 m 千克,则批发价为$(-0.01m+6)$元/千克. ∴ $-0.01m+6=\frac{800}{m}$,解得 $m=200$ 或 $m=400$. 经检验,$m=200$ 或 $m=400$ 都是原方程的根,但 $m=400$ 不合题意,应舍去,∴ $m=200$. 答:小李用 800 元一次可以批发这种水果的质量是 200 千克

22. (1) $a=\frac{300}{5}\times(10+5)=900$ (2) 小明的速度为 $300\div5=60$(m/min),小强的速度为$(900-60\times2)\div12=65$(m/min). 答:小强的速度为 65 m/min (3) 由题意,得 $B(12,780)$. 当 $10\leqslant t\leqslant 12$ 时,设线段 AB 所在直线对应的函数解析式为 $y=kt+b(k\neq0)$. 把 $A(10,900)$,$B(12,780)$代入,得$\begin{cases}10k+b=900,\\12k+b=780,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-60,\\b=1\,500.\end{cases}$ ∴ 线段 AB 所在直线对应的函数解析式为 $y=-60t+1\,500(10\leqslant t\leqslant 12)$

23. (1) 快车的速度为 $180\div2=90$(km/h),慢车的速度为 $180\div3=60$(km/h). 答:快车的速度为 90 km/h,慢车的速度为 60 km/h (2) 由题意,得点 E 的横坐标为 $2+1.5=3.5$,则点 E 的坐标为$(3.5,180)$. ∵ $(360-180)\div90=2$(h),∴ 点 C 的坐标为$(5.5,360)$. 设线段 EC 所表示的 y_1 与 x 之间的函数解析式是 $y_1=kx+b$,则$\begin{cases}3.5k+b=180,\\5.5k+b=360,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=90,\\b=-135.\end{cases}$ ∴ 线段 EC 所表示的 y_1 与 x 之间的函数解析式是 $y_1=90x-135$ (3) 点 F 的坐标为$(4.5,270)$. 点 F 代表的实际意义是在 4.5 h 时,快车与慢车行驶

的路程相等

24. (1) 设 y 关于 x 的函数解析式是 $y=kx+b$. 根据题意,得 $\begin{cases}b=6,\\15k+b=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-\frac{1}{5},\\b=6.\end{cases}$ ∴ y 关于 x 的函数解析式是 $y=-\frac{1}{5}x+6$ (2) 当 $h=0$ 时,$0=-\frac{3}{10}x+6$,得 $x=20$;当 $y=0$ 时,$0=-\frac{1}{5}x+6$,得 $x=30$. ∵ $20<30$,∴ 甲先到达一楼地面. 答:甲先到达一楼地面

25. (1) 甲的速度为 $1\,000\div4=250$(米/分). 令 $250x=150\left(x+\frac{30}{60}\right)$,解得 $x=0.75$. 答:当 x 为 0.75 时,两人第一次相遇 (2) 当 $x=5$ 时,乙跑的路程为 $150\times\left(5+\frac{30}{60}\right)=825$(米),∵ $825<1\,000$,∴ 甲、乙第二次相遇时,$x=5+\dfrac{1\,000-825}{150+\frac{1\,000}{10-5}}=5.5$. ∴ 当两人第二次相遇时,甲跑的总路程为 $1\,000+(5.5-5)\times\frac{1\,000}{10-5}=1\,100$(米). 答:当两人第二次相遇时,甲跑的总路程是 1 100 米

26. (1) 4 120 (2) 当 $0\leqslant x\leqslant2$ 时,设 y 关于 x 的函数解析式为 $y=kx$,将点 $(2,120)$ 代入,得 $2k=120$,解得 $k=60$. ∴ 当 $0\leqslant x\leqslant2$ 时,y 关于 x 的函数解析式为 $y=60x$. 当 $2<x\leqslant4$ 时,设 y 关于 x 的函数解析式为 $y=k_1x+b$,∵ 图象经过点 $(2,120)$,$(4,0)$,∴ $\begin{cases}2k_1+b=120,\\4k_1+b=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=-60,\\b=240.\end{cases}$ ∴ 当 $2<x\leqslant4$ 时,y 关于 x 的函数解析式为 $y=-60x+240$ (3) 当 $x=3.5$ 时,$y=-60\times3.5+240=30$. 答:当甲车到达 B 地时,乙车距 B 地的路程为 30 km

27. (1) 50 80 3 (2) 由题意,可得 $A(3,240)$,$B(4,240)$,$C(7,0)$. 易得线段 OA 所在直线对应的函数解析式为 $y=80x$ $(0\leqslant x\leqslant3)$. 当 $3<x\leqslant4$ 时,$y=240$. 当 $4<x\leqslant7$ 时,设 $y=kx+b(k\neq0)$,把 $B(4,240)$,$C(7,0)$ 代入,得 $\begin{cases}4k+b=240,\\7k+b=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-80,\\b=560.\end{cases}$ ∴ $y=-80x+560$ $(4<x\leqslant7)$. ∴ $y=\begin{cases}80x(0\leqslant x\leqslant3),\\240(3<x\leqslant4),\\-80x+560(4<x\leqslant7)\end{cases}$ (3) 货车出发 3 h 或 5 h 两车相距 90 km

28. (1) 270 20 40 (2) 设当 $3\leqslant x\leqslant6$ 时,y 与 x 之间的函数解析式为 $y=kx+b$,把 $B(3,90)$,$C(6,270)$ 代入,得 $\begin{cases}3k+b=90,\\6k+b=270,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=60,\\b=-90.\end{cases}$ ∴ $y=60x-90$ $(3\leqslant x\leqslant6)$
(3) 设甲加工 t h 时,甲与乙加工的零件个数相等. ① $20t=(50-20)\times1$,解得 $t=1.5$;② $20t=50-20+40(t-3)$,解得 $t=4.5$. 答:当甲加工 1.5 h 或 4.5 h 时,甲与乙加工的零件个数相等

29. (1) 75 3.6 4.5 (2) $60\times3.6=216$(km),当 $2<x\leqslant3.6$ 时,设 $y=k_1x+b_1$,根据题意,得 $\begin{cases}2k_1+b_1=0,\\3.6k_1+b_1=216,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=135,\\b_1=-270.\end{cases}$ ∴ $y=135x-270(2<x\leqslant3.6)$;当 $3.6<x\leqslant4.5$ 时,$y=60x$. ∴ $y=\begin{cases}135x-270(2<x\leqslant3.6),\\60x(3.6<x\leqslant4.5)\end{cases}$ (3) 甲车到达距 B 地 70 km 处时,行驶的时间为 $(270-70)\div60=\frac{10}{3}$(h),此时甲、乙两车之间的路程为 $135\times\frac{10}{3}-270=180$(km). 答:当甲车到达距 B 地 70 km 处时,甲、乙两车之间的路程为 180 km

30. (1) 根据题意,得 $\frac{360}{x+60}=\frac{180}{x}$,解得 $x=60$. 经检验,$x=60$ 是原分式方程的解,且符合题意. ∴ $x+60=120$. 答:甲、乙两种商品的进价分别是 120 元/件,60 元/件 (2) ∵ 销售甲种商品 a 件$(a\geqslant30)$,∴ 销售乙种商品 $(50-a)$ 件. 根据题意,得 $w=(200-120)a+(100-60)(50-a)=40a+2\,000(a\geqslant30)$. ∵ $40>0$,∴ w 的值随 a 值的增大而增大. ∴ 当 $a=30$ 时,$w_{最小}=40\times30+2\,000=3\,200$

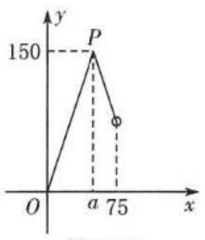
31. (1) 根据题意,得 $\begin{cases}10m+5n=170,\\6m+10n=200,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=10,\\n=14.\end{cases}$ 答:m 的值是 10,n 的值是 14 (2) 当 $20\leqslant x\leqslant60$ 时,$y=(16-10)x+(18-14)(100-x)=2x+400$;当 $60<x\leqslant70$ 时,$y=(16-10)\times60+(16\times0.5-10)\times(x-60)+(18-14)(100-x)=-6x+880$. ∴ $y=\begin{cases}2x+400(20\leqslant x\leqslant60),\\-6x+880(60<x\leqslant70)\end{cases}$ (3) 当 $20\leqslant x\leqslant60$ 时,$y=2x+400$,则当 $x=60$ 时,y 取得最大值,此时 $y=520$;当 $60<x\leqslant70$ 时,$y=-6x+880$,∵ $-6<0$,∴ y 随 x 的增大而减小. ∴ $y<-6\times60+880=520$. ∴ 当 $x=60$ 时,y 取得最大值,此时 $y=520$. ∴ $\frac{520-2a\times60-40a}{60\times10+40\times14}\geqslant20\%$,解得 $a\leqslant1.8$. ∴ a 的最大值是 1.8

32. (1) 设 A 种商品每件的进价是 x 元,则 B 种商品每件的进价是 $(x-20)$ 元. 根据题意,得 $\frac{3\,000}{x}=\frac{1\,800}{x-20}$,解得 $x=50$. 经检验,$x=50$ 是原分式方程的解,且符合题意. $x-20=50-20=30$. 答:A 种商品每件的进价是 50 元,B 种商品每件的进价是 30 元
(2) 设购进 A 种商品 a 件,则购进 B 种商品 $(40-a)$ 件. 根据题意,得 $\begin{cases}50a+30(40-a)\leqslant1\,560,\\a\geqslant\frac{40-a}{2},\end{cases}$ 解得 $\frac{40}{3}\leqslant a\leqslant18$. ∵ a 为正整数,∴ a 可以取 14,15,16,17,18. 答:商店共有 5 种进货方案
(3) 设销售 A,B 两种商品共获利 y 元. 由题意,得 $y=(80-50-$

$m)a+(45-30)(40-a)=(15-m)a+600$. ① 当 $10<m<15$ 时，$15-m>0$，y 随 a 的增大而增大，∴ 当 $a=18$ 时，获利最大，即购进 18 件 A 种商品，22 件 B 种商品；② 当 $m=15$ 时，$15-m=0$，y 与 a 的值无关，即(2)中所有进货方案获利相同；③ 当 $15<m<20$ 时，$15-m<0$，y 随 a 的增大而减小，∴ 当 $a=14$ 时，获利最大，即购进 14 件 A 种商品，26 件 B 种商品

33. (1) 当 $0\leqslant x\leqslant 30$ 时，$y=2.4$；当 $30<x\leqslant 70$ 时，设 $y=kx+b$，把（30，2.4），（70，2）代入，得 $\begin{cases}30k+b=2.4,\\70k+b=2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-0.01,\\b=2.7.\end{cases}$ ∴ $y=-0.01x+2.7$；当 $70<x\leqslant 100$ 时，$y=2$ (2) 当 $0\leqslant x\leqslant 30$ 时，$w=2.4x-(x+1)=1.4x-1$；当 $30<x\leqslant 70$ 时，$w=(-0.01x+2.7)x-(x+1)=-0.01x^2+1.7x-1$；当 $70<x\leqslant 100$ 时，$w=2x-(x+1)=x-1$ (3) 当 $0\leqslant x\leqslant 30$ 时，$w'=1.4x-1-0.3x=1.1x-1$，当 $x=30$ 时，w' 取最大值，为 32，不合题意；当 $30<x\leqslant 70$ 时，$w'=-0.01x^2+1.7x-1-0.3x=-0.01x^2+1.4x-1=-0.01(x-70)^2+48$，当 $x=70$ 时，w' 取最大值，为 48，不合题意；当 $70<x\leqslant 100$ 时，$w'=x-1-0.3x=0.7x-1$，当 $x=100$ 时，w' 取最大值，为 69. 令 $0.7x-1\geqslant 55$，得 $x\geqslant 80$. 答：产量至少要达到 80 吨

34. (1) ① 90 ② 120 (2) ① 50 ② 当 $0<x\leqslant 50$ 时，点 $P(50,150)$ 在线段 OP 上，∴ 线段 OP 所在直线对应的函数解析式为 $y=3x$. 设机器人甲的速度为 v，则机器人乙的速度为 $\frac{150-x}{x}v$. 当 $v<\frac{150-x}{x}v$ 时，即当 $50<x<75$，此时，第二次相遇时，机器人甲在从点 B 返回点 A 的途中. 根据题意，得 $x+y=\frac{150-x}{x}(150-x+150-y)$，∴ $y=-3x+300$. ∴ $y=\begin{cases}3x(0<x\leqslant 50),\\-3x+300(50<x<75)\end{cases}$ 补全图象如图所示 (3) $0<x\leqslant 12$ 或 $48\leqslant x\leqslant 72$



第 34 题

4. 反比例函数的图象、性质及其应用

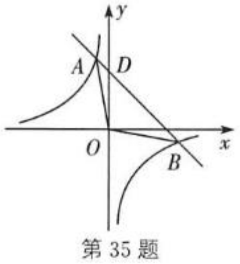
一、1. B 2. A 3. A 4. B 5. C 6. A 7. A 8. C 9. C 10. A 11. A 12. D 13. C 14. D 15. B 16. C 17. C 18. D

二、19. 15 20. < 21. 16 22. $2<x<4$ 23. $y=\frac{2}{x}$ 24. 8 25. 0 26. 8 27. $\left(\frac{3}{2},4\right)$ 28. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ 29. $(-4,2)$或$(-1,8)$ 30. $\frac{4\sqrt{7}}{7}$ 31. $\frac{25}{18}$ 32. 4

三、33. (1) 过点 A 作 $AH\perp y$ 轴于点 H. 在 Rt$\triangle AOH$ 中，∵ $\angle AOC=45°$，$OA=2\sqrt{2}$，∴ $OH=AH=2$. ∴ 点 A 的坐标为 $(2,2)$. ∴ $k=4$ (2) ∵ 四边形 $OABC$ 是平行四边形，∴ $OC\parallel AB$. ∴ $AB\perp x$ 轴. ∴ 点 B 的横坐标为 2. ∵ D 是 BC 的中点，∴ 点 D 的横坐标为 1. 又由(1)，知反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$，且点 D 在其图象上，∴ 点 D 的坐标为 $(1,4)$

34. (1) ∵ 点 $B(m,2)$ 在一次函数 $y=x+1$ 的图象上，∴ $2=m+1$，解得 $m=1$. ∴ 点 B 的坐标为 $(1,2)$. ∵ 点 $B(1,2)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上，∴ $k=2\times1=2$，即反比例函数的解析式是 $y=\frac{2}{x}$ (2) 将 $x=0$ 代入 $y=x+1$，得 $y=1$，则点 A 的坐标为 $(0,1)$. ∵ 点 B 的坐标为 $(1,2)$，∴ $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$

35. (1) 把 $A(-1,m)$，$B(n,-1)$ 分别代入 $y=-\frac{5}{x}$，得 $m=5$，$n=5$. ∴ 点 A 的坐标为 $(-1,5)$，点 B 的坐标为 $(5,-1)$. 把 $A(-1,5)$，$B(5,-1)$ 代入 $y=kx+b$，得 $\begin{cases}-k+b=5,\\5k+b=-1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-1,\\b=4.\end{cases}$ ∴ 一次函数的解析式为 $y=-x+4$ (2) 如图，当 $x=0$ 时，$y=4$，∴ $OD=4$. ∴ $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOD}+S_{\triangle BOD}=\frac{1}{2}\times4\times1+\frac{1}{2}\times4\times5=12$



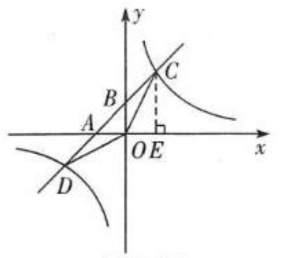
第 35 题

36. (1) ∵ 直线 $y=mx$ 与双曲线 $y=\frac{n}{x}$ 相交于 $A(-2,a)$，B 两点，∴ 点 A 与点 B 关于原点成中心对称. ∴ 点 B 的坐标为 $(2,-a)$. ∴ 点 C 的坐标为 $(2,0)$. ∴ $OC=2$. ∵ $S_{\triangle AOC}=2$，∴ $\frac{1}{2}\times2a=2$，解得 $a=2$. ∴ 点 A 的坐标为 $(-2,2)$. 把 $A(-2,2)$ 代入 $y=mx$ 和 $y=\frac{n}{x}$，得 $\begin{cases}-2m=2,\\2=\frac{n}{-2},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=-1,\\n=-4\end{cases}$ (2) 设

直线 AC 对应的函数解析式为 $y=kx+b$，∵ 直线经过点 A，C，∴ $\begin{cases}-2k+b=2,\\ 2k+b=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-\dfrac{1}{2},\\ b=1.\end{cases}$ ∴ 直线 AC 对应的函数解析式为 $y=-\dfrac{1}{2}x+1$

37. (1) $x<-1$ 或 $0<x<4$ (2) ∵ 反比例函数 $y=\dfrac{k_2}{x}$ 的图象过点 $A(-1,4)$，$B(4,n)$，∴ $k_2=-1\times4=-4$，$k_2=4n$. ∴ $n=-1$. ∴ 点 B 的坐标为 $(4,-1)$. ∵ 一次函数 $y=k_1x+b$ 的图象过点 A，B，∴ $\begin{cases}-k_1+b=4,\\ 4k_1+b=-1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=-1,\\ b=3.\end{cases}$ ∴ 一次函数的解析式为 $y=-x+3$，反比例函数的解析式为 $y=-\dfrac{4}{x}$ (3) 设直线 AB 与 y 轴的交点为 C，则点 C 的坐标为 $(0,3)$. ∴ $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}=\dfrac{1}{2}\times3\times1+\dfrac{1}{2}\times3\times4=\dfrac{15}{2}$. ∵ $S_{\triangle AOP}:S_{\triangle BOP}=1:2$，∴ $S_{\triangle AOP}=\dfrac{15}{2}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{5}{2}$. ∴ $S_{\triangle COP}=S_{\triangle AOP}-S_{\triangle AOC}=\dfrac{5}{2}-\dfrac{3}{2}=1$. ∴ $\dfrac{1}{2}\times3\cdot x_P=1$. ∴ $x_P=\dfrac{2}{3}$. ∵ 点 P 在线段 AB 上，∴ $y=\dfrac{7}{3}$. ∴ 点 P 的坐标为 $\left(\dfrac{2}{3},\dfrac{7}{3}\right)$

38. (1) ∵ 点 $C(2,4)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{k_2}{x}$ 的图象上，∴ $k_2=2\times4=8$. ∴ 反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{8}{x}$. 如图，过点 C 作 $CE\perp x$ 轴于点 E. ∵ $C(2,4)$，B 是线段 AC 的中点，∴ 易得点 B 的坐标为 $(0,2)$. ∵ B，C 两点在一次函数 $y=k_1x+b$ 的图象上，∴ $\begin{cases}2k_1+b=4,\\ b=2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=1,\\ b=2.\end{cases}$ ∴ 一次函数的解析式为 $y=x+2$ (2) 由 $\begin{cases}y=x+2,\\ y=\dfrac{8}{x},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=2,\\ y=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-4,\\ y=-2.\end{cases}$ ∴ 点 D 的坐标为 $(-4,-2)$. ∴ $S_{\triangle COD}=S_{\triangle BOC}+S_{\triangle BOD}=\dfrac{1}{2}\times2\times2+\dfrac{1}{2}\times2\times4=6$ (3) 由图象，可得当 $0<x<2$ 或 $x<-4$ 时，$k_1x+b<\dfrac{k_2}{x}$



第 38 题

39. (1) ∵ $A(m,2m)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{2m}{x}$ 的图象上，∴ $2m=\dfrac{2m}{m}$. ∴ $m=1$. ∴ 点 A 的坐标为 $(1,2)$. 又∵ 点 $A(1,2)$ 在一次函数 $y=kx-1$ 的图象上，∴ $2=k-1$，即 $k=3$. ∴ 一次函数的解析式为 $y=3x-1$ (2) 联立 $\begin{cases}y=\dfrac{2}{x},\\ y=3x-1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=1,\\ y=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-\dfrac{2}{3},\\ y=-3.\end{cases}$ ∴ 点 B 的坐标为 $\left(-\dfrac{2}{3},-3\right)$. 由图象，知满足不等式 $\dfrac{2m}{x}<kx-1$ 的 x 的取值范围为 $-\dfrac{2}{3}<x<0$ 或 $x>1$

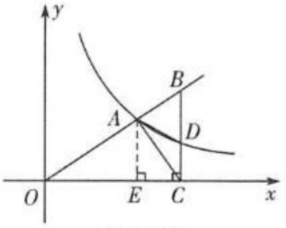
40. (1) 把点 $A(3,2)$ 代入反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$，可得 $m=3\times2=6$. ∴ 反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{6}{x}$. ∵ $OB=4$，∴ 点 B 的坐标为 $(0,-4)$. 把点 $A(3,2)$，$B(0,-4)$ 代入一次函数 $y=kx+b$，可得 $\begin{cases}3k+b=2,\\ b=-4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=2,\\ b=-4.\end{cases}$ ∴ 一次函数的解析式为 $y=2x-4$ (2) $x>3$

41. (1) 把 $A(3,4)$ 代入反比例函数 $y_2=\dfrac{m}{x}$，得 $4=\dfrac{m}{3}$，解得 $m=12$. ∴ 反比例函数的解析式为 $y_2=\dfrac{12}{x}$. ∵ 点 $B(a,-2)$ 在反比例函数 $y_2=\dfrac{12}{x}$ 的图象上，∴ $-2a=12$，解得 $a=-6$. ∴ 点 B 的坐标为 $(-6,-2)$. ∵ 一次函数 $y_1=kx+b$ 的图象经过 $A(3,4)$，$B(-6,-2)$ 两点，∴ $\begin{cases}3k+b=4,\\ -6k+b=-2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=\dfrac{2}{3},\\ b=2.\end{cases}$ ∴ 一次函数的解析式为 $y_1=\dfrac{2}{3}x+2$ (2) $=$ (3) 由图象，可知当 $y_1<y_2$ 时，x 的取值范围是 $x<-6$ 或 $0<x<3$

42. (1) ∵ 点 $A(3,2)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 的图象上，∴ $k=3\times2=6$. ∴ 反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{6}{x}$ (2) 如图，过点 A 作 $AE\perp OC$，垂足为 E，设直线 OA 对应的函数解析式为 $y=mx$，将 $A(3,2)$ 代入，得 $2=3m$，解得 $m=\dfrac{2}{3}$. ∴ 直线 OA 对应的函数解析式为 $y=\dfrac{2}{3}x$. ∵ 点 C 的坐标为 $(a,0)$，$BC\perp x$ 轴，把 $x=a$ 代入 $y=\dfrac{2}{3}x$，得 $y=\dfrac{2}{3}a$，∴ 点 B 的坐标为 $\left(a,\dfrac{2}{3}a\right)$. ∴ $BC=\dfrac{2}{3}a$. 把 $x=a$ 代入 $y=\dfrac{6}{x}$，得 $y=\dfrac{6}{a}$. ∴ 点 D 的坐标为 $\left(a,\dfrac{6}{a}\right)$. ∴ $CD=\dfrac{6}{a}$. ∵ $S_{\triangle ACD}=\dfrac{3}{2}$，∴ $\dfrac{1}{2}CD\cdot EC=\dfrac{3}{2}$，即 $\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{6}{a}\cdot(a-3)=\dfrac{3}{2}$，解得 $a=6$.

快对快对快对
快对快对快对

∴ $BD=BC-CD=\frac{2}{3}a-\frac{6}{a}=3$



第42题

43. (1) 将 $A(2,4)$ 代入 $y=-x+m$ 与 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 中,得 $4=-2+m,4=\frac{k}{2}$,∴ $m=6,k=8$. ∴ 一次函数的解析式为 $y=-x+6$,反比例函数的解析式为 $y=\frac{8}{x}$ (2) 联立 $\begin{cases}y=-x+6,\\ y=\frac{8}{x},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=2,\\ y=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=4,\\ y=2.\end{cases}$ ∴ 点 B 的坐标为 $(4,2)$

(3) 设直线 $y=-x+6$ 与 y 轴交于点 C,易得点 C 的坐标为 $(0,6)$,∴ $OC=6$. ∴ 易得 $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle COB}-S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}\times6\times4-\frac{1}{2}\times6\times2=6$

44. (1) 由 $\begin{cases}y=\frac{1}{2}x+5,\\ y=-2x,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-2,\\ y=4.\end{cases}$ ∴ 点 A 的坐标为 $(-2,4)$. ∵ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 A,∴ $k=-2\times4=-8$. ∴ 反比例函数的解析式是 $y=-\frac{8}{x}$ (2) 联立 $\begin{cases}y=-\frac{8}{x},\\ y=\frac{1}{2}x+5,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-2,\\ y=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-8,\\ y=1.\end{cases}$ ∴ 点 B 的坐标为 $(-8,1)$. ∵ 直线 AB 对应的函数解析式为 $y=\frac{1}{2}x+5$,∴ 易得直线 AB 与 x 轴的交点坐标为 $(-10,0)$. ∴ $S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}\times10\times4-\frac{1}{2}\times10\times1=15$

45. (1) 1.5 (2) $y=\frac{6}{x}$ 减小 (3) $S_1=S_2$ 理由:∵ $S_1=OA\cdot AB=6,S_2=OD\cdot DE=6$,∴ $S_1=S_2$. (4) 4

46. (1) ∵ $vt=480$,且全程速度限定为不超过 120 km/h,∴ v 关于 t 的函数解析式为 $v=\frac{480}{t}(t\geqslant4)$ (2) ① 8 点至 12 点 48 分的时长为 $\frac{24}{5}$ h,8 点至 14 点的时长为 6 h,将 $t=6$ 代入 $v=\frac{480}{t}$,得 $v=80$;将 $t=\frac{24}{5}$ 代入 $v=\frac{480}{t}$,得 $v=100$. ∴ 小汽车行驶速度 v 的范围为 $80\leqslant v\leqslant100$ ② 方方不能在当天 11 点 30 分前到达 B 地 理由:8 点至 11 点 30 分的时长为 $\frac{7}{2}$ h,将 $t=\frac{7}{2}$ 代入 $v=\frac{480}{t}$,得 $v=137\frac{1}{7}$. ∵ $137\frac{1}{7}>120$,即小汽车超速了,∴ 方方不能在当天 11 点 30 分前到达 B 地.

47. (1) 设线段 AB 所在直线对应的函数解析式为 $y=k_1x+b$ $(k_1\neq0)$,把 $(0,10)$,$(2,14)$ 代入,得 $\begin{cases}b=10,\\ 2k_1+b=14,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=2,\\ b=10.\end{cases}$ ∴ 线段 AB 所在直线对应的函数解析式为 $y=2x+10$. ∵ 点 B 在线段 AB 上,∴ 当 $x=5$ 时,$y=20$. ∴ 点 B 的坐标为 $(5,20)$. ∴ 线段 BC 所在直线对应的函数解析式为 $y=20$. 设双曲线 CD 对应的函数解析式为 $y=\frac{k_2}{x}(k_2\neq0)$,∵ $C(10,20)$ 在双曲线上,∴ $k_2=200$. ∴ 双曲线 CD 对应的函数解析式为 $y=\frac{200}{x}$. ∴ y 与 x 的函数解析式为 $y=\begin{cases}2x+10(0\leqslant x<5),\\ 20(5\leqslant x<10),\\ \frac{200}{x}(10\leqslant x\leqslant24)\end{cases}$

(2) 由(1)可知,恒温系统设定的恒定温度为 20 ℃ (3) 把 $y=10$ 代入 $y=\frac{200}{x}$ 中,解得 $x=20$,∴ $20-10=10(\text{h})$. 答:恒温系统最多关闭 10 h,蔬菜才能避免受到伤害

48. (1) 观察图象,可知当 $x=7$ 时,$y=100$. 当 $0\leqslant x\leqslant7$ 时,设 y 关于 x 的函数解析式为 $y=kx+b$,将点 $(0,30)$,$(7,100)$ 代入,得 $\begin{cases}b=30,\\ 7k+b=100,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=10,\\ b=30.\end{cases}$ ∴ 当 $0\leqslant x\leqslant7$ 时,y 关于 x 的函数解析式为 $y=10x+30$;当 $x>7$ 时,设 $y=\frac{a}{x}$,将点 $(7,100)$ 代入,得 $100=\frac{a}{7}$,解得 $a=700$. ∴ 当 $x>7$ 时,y 关于 x 的函数解析式为 $y=\frac{700}{x}$. 当 $y=30$ 时,$x=\frac{70}{3}$. ∴ y 与 x 之间的函数解析式为 $y=\begin{cases}10x+30(0\leqslant x\leqslant7),\\ \frac{700}{x}\left(7<x\leqslant\frac{70}{3}\right)\end{cases}$ (2) 将 $y=50$ 代入 $y=10x+30$,得 $x=2$;将 $y=50$ 代入 $y=\frac{700}{x}$,得 $x=14$. $\frac{70}{3}+2-14=\frac{34}{3}(\text{min})$. 答:怡萱同学想喝高于 50 ℃的水,她最多需要等待 $\frac{34}{3}$ min

第六章 二次函数

1. 二次函数的图象和性质

一、1. A 2. C 3. B 4. A 5. B 6. C 7. A 8. C 9. D 10. C 11. D 12. D 13. A 14. C 15. A 16. D 17. D 18. D 19. D 20. C 21. A 22. D 23. D 24. C 25. B

二、26. 8 27. 7 28. $y=(x-2)^2+1$ 29. 3 30. $y=2(x+$

$1)^2-2$ **31.** $-6<M<6$ **32.** $<$ **33.** ②③ **34.** $\frac{7}{4}$ **35.** 26

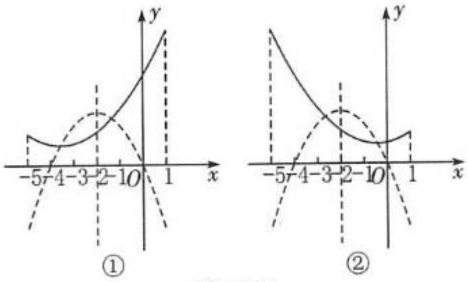
36. $0<m<\frac{1}{4}$ **37.** $\frac{ab}{4}$ **38.** $(-1\,010,1\,010^2)$

三、**39.** (1) 把点 $P(-2,3)$ 代入 $y=x^2+ax+3$ 中，得 $3=4-2a+3$，解得 $a=2$. ∴ 二次函数的解析式为 $y=x^2+2x+3=(x+1)^2+2$. ∴ 顶点坐标为$(-1,2)$ (2) ① 当 $m=2$ 时，$n=(2+1)^2+2=11$ ② ∵ 点 Q 到 y 轴的距离小于 2，∴ $|m|<2$. ∴ $-2<m<2$. ∴ 结合图象可知，n 的取值范围为 $2\leqslant n<11$

40. (1) ∵ 抛物线的对称轴是直线 $x=-1$，且经过点 $A(-3,0)$，∴ 由抛物线的对称性可知，抛物线还经过点$(1,0)$. 设抛物线对应的函数解析式为 $y=a(x-1)(x+3)$，把 $B(0,3)$ 代入，得 $3=-3a$，解得 $a=-1$. ∴ 抛物线对应的函数解析式为 $y=-x^2-2x+3$ (2) 设直线 AB 对应的函数解析式为 $y=kx+b$，∵ 点 $A(-3,0)$，$B(0,3)$ 在直线 $y=kx+b$ 上，∴ $\begin{cases}-3k+b=0,\\ b=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=1,\\ b=3.\end{cases}$ ∴ 直线 AB 对应的函数解析式为 $y=x+3$. 过点 P 作 $PQ\perp x$ 轴于点 Q，交直线 AB 于点 M，设 $P(x,-x^2-2x+3)$，则 $M(x,x+3)$，∴ $PM=-x^2-2x+3-(x+3)=-x^2-3x$. ∴ $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}(-x^2-3x)\times 3=-\frac{3}{2}\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{8}$. 当 $x=-\frac{3}{2}$ 时，$S_{\triangle PAB}$ 有最大值，为 $\frac{27}{8}$，此时点 P 的纵坐标为 $-\left(-\frac{3}{2}\right)^2-2\times\left(-\frac{3}{2}\right)+3=\frac{15}{4}$，∴ $\triangle PAB$ 面积的最大值为 $\frac{27}{8}$，此时点 P 的坐标为 $\left(-\frac{3}{2},\frac{15}{4}\right)$

41. (1) 根据题意，得二次函数 $y=ax^2+c$ 的图象的顶点坐标为$(0,c)$. 将点$(0,c)$，$(1,2)$代入一次函数的解析式，得 $\begin{cases}c=4,\\ 2=k+4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}c=4,\\ k=-2.\end{cases}$ 将点$(1,2)$代入 $y=ax^2+4$，得 $2=a+4$，解得 $a=-2$. ∴ k 的值为-2，a 的值为-2，c 的值为 4 (2) 由(1)可知，二次函数的解析式为 $y=-2x^2+4$. 令 $y=m$，得 $2x^2+m-4=0$，解得 $x=\pm\sqrt{\frac{4-m}{2}}$. 设 B，C 两点的坐标分别为(x_1,m)，(x_2,m)，则 $BC=|x_1-x_2|=2\sqrt{\frac{4-m}{2}}$. ∴ $W=OA^2+BC^2=m^2+4\times\frac{4-m}{2}=m^2-2m+8=(m-1)^2+7$. ∵ $0<m<4$. ∴ 当 $m=1$ 时，W 有最小值，为 7

42. (1) 将点$(-2,4)$代入 $y=x^2+bx+c$，得 $4=4-2b+c$，即 $-2b+c=0$. ∴ $c=2b$ (2) 根据题意，得 $m=-\frac{b}{2}$，$n=\frac{4c-b^2}{4}$. ∴ $b=-2m$. 又由(1)知，$c=2b$，∴ $c=-4m$. ∴ $n=\frac{4c-b^2}{4}=\frac{-16m-4m^2}{4}=-m^2-4m$ (3) 如图，由(2)的结论，画出函数 $y=x^2+bx+c$ 和函数 $y=-x^2-4x$ 的图象. ∵ 函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象不经过第三象限，∴ $-4\leqslant-\frac{b}{2}\leqslant 0$. ① 当 $-4\leqslant-\frac{b}{2}\leqslant-2$，即 $4\leqslant b\leqslant 8$ 时，如图①. 当 $x=1$ 时，函数取到最大值，为 $1+3b$；当 $x=-\frac{b}{2}$ 时，函数取到最小值，为 $\frac{8b-b^2}{4}$. ∴ $1+3b-\frac{8b-b^2}{4}=16$，即 $b^2+4b-60=0$，解得 $b_1=6$，$b_2=-10$(不合题意，舍去). ② 当 $-2<-\frac{b}{2}\leqslant 0$，即 $0\leqslant b<4$ 时，如图②. 当 $x=-5$ 时，函数取到最大值，为 $25-3b$；当 $x=-\frac{b}{2}$ 时，函数取到最小值，为 $\frac{8b-b^2}{4}$，∴ $25-3b-\frac{8b-b^2}{4}=16$，即 $b^2-20b+36=0$，解得 $b_1=2$，$b_2=18$(不合题意，舍去). 综上所述，b 的值为 2 或 6



第 42 题

43. (1) 答案不唯一，如① 图象开口向上；② 图象的对称轴为直线 $x=2$；③ 当 $x>2$ 时，y 随 x 的增大而增大 (2) ∵ 二次函数的图象与一次函数 $y=2x-1$ 的图象有两个交点，∴ $x^2-4x+a+2=2x-1$，即 $x^2-6x+3a+3=0$. ∴ $\Delta=36-4(3a+3)=-12a+24>0$，解得 $a<2$. ∵ 二次函数的图象在 $x\leqslant 4$ 的部分与一次函数 $y=2x-1$ 的图象有两个交点，∴ 二次函数 $y=x^2-6x+3a+3$ 的图象与 x 轴 $x\leqslant 4$ 的部分有两个交点. 结合图象(图略)可知，当 $x=4$ 时，$x^2-6x+3a+3\geqslant 0$. ∴ 当 $x=4$ 时，$x^2-6x+3a+3=3a-5\geqslant 0$，解得 $a\geqslant\frac{5}{3}$. ∴ 当二次函数的图象在 $x\leqslant 4$ 的部分与一次函数 $y=2x-1$ 的图象有两个交点时，a 的取值范围为 $\frac{5}{3}\leqslant a<2$

44. (1) 由题意，得 $A\left(0,-\frac{1}{a}\right)$，又 ∵ 将点 A 向右平移 2 个单位长度，得到点 B，∴ $B\left(2,-\frac{1}{a}\right)$ (2) ∵ 点 $A\left(0,-\frac{1}{a}\right)$ 与点 $B\left(2,-\frac{1}{a}\right)$ 关于直线 $x=1$ 对称，点 A，B 均在抛物线上，∴ 抛物线的对称轴为直线 $x=1$ (3) ① 当 $a>0$ 时，则 $-\frac{1}{a}<0$. 结合图象(图略)可知，此时线段 PQ 与抛物线没有交点. ② 当 $a<0$ 时，则 $-\frac{1}{a}>0$. 结合图象(图略)可知，此时 $-\frac{1}{a}\leqslant 2$，解得 $a\leqslant-\frac{1}{2}$. 综上所述，当 $a\leqslant-\frac{1}{2}$ 时，抛物线与线段 PQ 恰有一个

公共点

45. (1) 将点 $A(-3,-3)$，$B(1,-1)$ 代入 $y=kx+b$，得 $\begin{cases}k+b=-1,\\-3k+b=-3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=\frac{1}{2},\\b=-\frac{3}{2}.\end{cases}$ ∴ 直线 l 对应的函数解析式为 $y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$. 联立 $y=ax^2+2x-1$ 与 $y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$，得 $2ax^2+3x+1=0$. ∵ 抛物线 C 与直线 l 有交点，∴ $\Delta=9-8a\geqslant0$，解得 $a\leqslant\frac{9}{8}$. 又∵ $a\neq0$，∴ a 的取值范围为 $a\leqslant\frac{9}{8}$ 且 $a\neq0$ (2) 根据题意，得二次函数的解析式为 $y=-x^2+2x-1=-(x-1)^2$. ∵ $-1<0$，∴ 二次函数的图象开口向下，对称轴为直线 $x=1$. ∵ 当 $m\leqslant x\leqslant m+2$ 时，y 有最大值 -4，∴ 当 $y=-4$ 时，有 $-(x-1)^2=-4$，解得 $x=-1$ 或 $x=3$. ① 当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而增大，∴ 当 $x=m+2=-1$ 时，y 有最大值 -4，此时 $m=-3$；② 当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而减小，∴ 当 $x=m=3$ 时，y 有最大值 -4. 综上所述，m 的值为 -3 或 3 (3) $\frac{4}{9}\leqslant a<\frac{9}{8}$ 或 $a\leqslant-2$

46. (1) 对于抛物线 $y=x^2-2x=(x-1)^2-1$，其开口向上，顶点 A 的坐标为 $(1,-1)$；当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小 (2) ① 设抛物线"不动点"坐标为 (t,t)，则 $t=t^2-2t$. 解得 $t=0$ 或 3. ∴ "不动点"的坐标为 $(0,0)$ 或 $(3,3)$ ② ∵ 新抛物线顶点 B 为"不动点"，则设点 $B(m,m)$，∴ 新抛物线的对称轴为直线 $x=m$，与 x 轴的交点 C 的坐标为 $(m,0)$. ∵ 四边形 $OABC$ 是梯形，∴ 直线 $x=m$ 在 y 轴左侧. ∵ BC 与 OA 不平行，∴ $OC/\!/AB$. 又∵ 点 A 的坐标为 $(1,-1)$，点 B 的坐标为 (m,m)，∴ $m=-1$. ∴ 新抛物线是由抛物线 $y=x^2-2x$ 向左平移 2 个单位长度得到的. ∴ 新抛物线对应的函数表达式为 $y=(x+1)^2-1$

47. (1) 当 $x=0$ 时，$y=x-b=-b$，∴ 点 B 的坐标为 $(0,-b)$. ∵ $AB=8$，而点 A 的坐标为 $(0,b)$，∴ $b-(-b)=8$. 解得 $b=4$. ∴ 抛物线 L 对应的函数解析式为 $y=-x^2+4x$. ∴ 抛物线 L 的对称轴为直线 $x=2$. 当 $x=2$ 时，$y=x-4=-2$. ∴ 抛物线 L 的对称轴与直线 a 的交点坐标为 $(2,-2)$ (2) ∵ $y=-x^2+bx=-\left(x-\frac{b}{2}\right)^2+\frac{b^2}{4}$，∴ 抛物线 L 的顶点 C 的坐标为 $\left(\frac{b}{2},\frac{b^2}{4}\right)$. ∵ 点 C 在 l 下方，∴ C 与 l 的距离为 $b-\frac{b^2}{4}=-\frac{1}{4}(b-2)^2+1\leqslant1$. ∴ 点 C 与 l 距离的最大值为 1 (3) 由题意，得 $y_3=\frac{y_1+y_2}{2}$，即 $y_1+y_2=2y_3$，得 $b+x_0-b=2(-x_0{}^2+bx_0)$. 解得 $x_0=0$ 或 $x_0=b-\frac{1}{2}$. 但 $x_0\neq0$，取 $x_0=b-\frac{1}{2}$. 对于 L，当 $y=0$ 时，得 $0=-x^2+bx$，即 $0=-x(x-b)$. 解得 $x_1=0$，$x_2=b$. ∵ $b>0$，∴ 右交点 D 的坐标为 $(b,0)$. ∴ 点 $(x_0,0)$ 与点 D 间的距离为 $b-\left(b-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$ (4) ① 当 $b=2\,019$ 时，抛物线 L 对应的函数解析式为 $y=-x^2+2\,019x$，直线 a 对应的函数解析式为 $y=x-2\,019$. 联立上述两个解析式，可得 $x_1=-1$，$x_2=2\,019$. ∴ 可知每一个整数 x 的值都对应的一个整数 y 值，且 -1 和 $2\,019$ 之间(包括 -1 和 $-2\,019$)共有 2 021 个整数. ∵ 另外要知道所围成的封闭图形边界分两部分：线段和抛物线，∴ 线段和抛物线上各有 2 021 个整数点. ∴ 总计 4 042 个整数点. ∵ 这两段图象交点有 2 个点重复，∴ 美点"的个数为 $4\,042-2=4\,040$；② 当 $b=2\,019.5$ 时，抛物线 L 对应的函数解析式为 $y=-x^2+2\,019.5x$，直线 a 对应的函数解析式为 $y=x-2\,019.5$. 联立上述两个解析式，可得 $x_1=-1$，$x_2=2\,019.5$，∴ 当 x 取整数时，在一次函数 $y=x-2\,019.5$ 上，y 取不到整数值. ∴ 在该图象上"美点"的个数为 0. ∵ 在二次函数 $y=x^2+2\,019.5x$ 的图象上，当 x 为偶数时，函数值 y 可取整数，可知 -1 到 $2\,019.5$ 之间有 1 010 个偶数，∴ "美点"共有 1 010 个. 综上所述，当 $b=2\,019$ 时，"美点"的个数为 4 040；当 $b=2\,019.5$ 时，"美点"的个数为 1 010

2. 二次函数的应用

一、1. B 2. D 3. B

二、4. 100 5. 4 6. 10

三、7. (1) y 与 x 之间的函数解析式为 $y=-2x+260$ (2) 由题意，得 $(x-50)(-2x+260)=3\,000$. 化简，得 $x^2-180x+8\,000=0$，解得 $x_1=80$，$x_2=100$. ∵ $x\leqslant50\times(1+90\%)=95$，∴ $x_2=100$ 不符合题意，舍去. 答：该公司要想每天获得 3 000 元的销售利润，销售单价应定为 80 元 (3) 设每天获得的利润为 w 元. 由题意，得 $w=(x-50)(-2x+260)=-2x^2+360x-13\,000=-2(x-90)^2+3\,200$. ∵ $a=-2<0$，∴ 抛物线开口向下，w 有最大值. ∵ 由题意及(2)，得 $50\leqslant x\leqslant95$，∴ 当 $x=90$ 时，$w_{最大}=3\,200$. 答：销售单价为 90 元时，每天获得的利润最大，最大利润是 3 200 元

8. (1) 设 y 与 x 之间的函数解析式为 $y=kx+b(k\neq0)$. 由题图可知，当 $x=30$ 时，$y=140$；当 $x=50$ 时，$y=100$. ∴ $\begin{cases}140=30k+b,\\100=50k+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-2,\\b=200.\end{cases}$ ∴ y 与 x 之间的函数解析式为 $y=-2x+200(30\leqslant x\leqslant60)$ (2) 设该公司日获利为 W 元. 由题意，得 $W=(x-30)(-2x+200)-450=-2(x-65)^2+2\,000$. ∵ $a=-2<0$，图象的对称轴为直线 $x=65$，∴ 二次函数的图象开口向下，当 $x<65$ 时，W 随着 x 的增大而增大. ∵ $30\leqslant x\leqslant60$，∴ 当 $x=60$ 时，W 有最大值，$W_{最大}=-2\times(60-65)^2+2\,000=1\,950$. 答：当销售单价为 60 元时，该公司日获利最大，最大获利为 1 950 元

9. (1) 由题意，得 y 与 x 之间的函数解析式为 $y=100-2(x-60)=220-2x(60\leqslant x\leqslant110)$ (2) 由题意，得 $(220-2x)(x-$

$40)=2\,250$. 化简，得 $x^2-150x+5\,525=0$，解得 $x_1=65$，$x_2=85$，均符合题意. 答：当每件的售价定为 65 元或 85 元时，每个月的利润恰好为 2 250 元 (3) 设每个月获得利润 w 元，∴ $w=(220-2x)(x-40)=-2x^2+300x-8\,800=-2(x-75)^2+2\,450$. ∴ 当 $x=75$ 时，$w_{最大}=2\,450$. 答：当每件的售价定为 75 元时，每个月获得的利润最大，最大利润为 2 450 元

10. (1) 根据题意，得 y 与 x 之间的函数解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+50$ (2) 根据题意，得 $(40+x)\left(-\frac{1}{2}x+50\right)=2\,250$，解得 $x_1=50$，$x_2=10$. ∵ 每件利润不能超过 60 元，∴ $x=10$. 答：当 x 为 10 时，超市每天销售这种玩具可获利润 2 250 元 (3) 根据题意，得 $w=(40+x)\left(-\frac{1}{2}x+50\right)=-\frac{1}{2}x^2+30x+2\,000=-\frac{1}{2}(x-30)^2+2\,450$，∵ $a=-\frac{1}{2}<0$，∴ 当 $x<30$ 时，w 随 x 的增大而增大. 易得 $0\leqslant x\leqslant 20$，∴ 当 $x=20$ 时，w 取最大值，为 2 400

11. (1) $y=-10x+500(30\leqslant x\leqslant 38)$ (2) 设每天扣除捐赠后可获得利润为 w 元. 根据题意，得 $w=(x-20-a)(-10x+500)=-10x^2+(10a+700)x-500a-10\,000(30\leqslant x\leqslant 38)$，则二次函数图象的对称轴为直线 $x=35+\frac{1}{2}a$. ∵ $0<a\leqslant 6$，∴ $35<35+\frac{1}{2}a\leqslant 38$. ∵ $-10<0$，∴ 二次函数图象的开口向下，当 $x=35+\frac{1}{2}a$ 时，w 取得最大值. ∴ $\left(35+\frac{1}{2}a-20-a\right)\left[-10\left(35+\frac{1}{2}a\right)+500\right]=1\,960$，解得 $a_1=2$，$a_2=58$(不合题意，舍去). ∴ a 的值为 2

12. (1) 设平均每天销售 A 种湘莲礼盒 x 盒，B 种湘莲礼盒 y 盒. 根据题意，得 $\begin{cases}(120-72)x+(80-40)y=1\,280,\\120x+80y=2\,800,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=10,\\y=20.\end{cases}$ 答：该店平均每天销售 A 种湘莲礼盒 10 盒，B 种湘莲礼盒 20 盒 (2) 设 A 种湘莲礼盒降价 m 元，总利润为 W 元. 根据题意，得 $W=(120-m-72)\left(10+\frac{m}{3}\right)+(80-40)\times 20=-\frac{1}{3}m^2+6m+1\,280=-\frac{1}{3}(m-9)^2+1\,307$. ∵ $a=-\frac{1}{3}<0$，∴ 当 $m=9$ 时，W 取得最大值，为 1 307. 答：当 A 种湘莲礼盒降价 9 元时，这两种湘莲礼盒平均每天的总利润最大，最大是 1 307 元

13. (1) 设制作一件 A 手工艺品获利 a 元，则制作一件 B 手工艺品获利 $(105+a)$ 元. 根据题意，得 $\frac{30}{a}=\frac{240}{a+105}$，解得 $a=15$. 经检验，$a=15$ 是原分式方程的解，且符合题意. 当 $a=15$ 时，$a+105=120$. 答：制作一件 A 手工艺品获利 15 元，制作一件 B 手工艺品获利 120 元 (2) ∵ 每天安排 x 人制作 B 手工艺品，y 人制作 A 手工艺品，∴ 由题意，得每天有 $2y$ 人制作 C 手工艺品. 根据题意，得 $y+x+2y=65$. ∴ $y=-\frac{1}{3}x+\frac{65}{3}$ (3) 由题意，得 $W=15\times 2y+[120-2(x-5)]x+30\times 2y=-2x^2+130x+90y$，又 ∵ $y=-\frac{1}{3}x+\frac{65}{3}$，∴ $W=-2x^2+130x+90y=-2x^2+130x+90\left(-\frac{1}{3}x+\frac{65}{3}\right)=-2x^2+100x+1\,950$. 对于二次函数 $W=-2x^2+100x+1\,950$，其图象的对称轴为直线 $x=25$，而当 $x=25$ 时，y 的值不是整数，又当 $x=24$ 时，y 的值也不是整数. 当 $x=26$ 时，$y=13$，是整数. ∴ 当 $x=26$ 时，$W_{最大}=-2\times 26^2+100\times 26+1\,950=3\,198$. 答：每天制作三种手工艺品可获得的总利润的最大值为 3 198，相应 x 的值为 26

14. (1) 根据题意，得 $y=(x-5)\left(100-\frac{x-6}{0.5}\times 5\right)=-10x^2+210x-800$. ∴ y 与 x 之间的函数解析式为 $y=-10x^2+210x-800$ (2) ∵ 当天销售利润不低于 240 元，则 $y\geqslant 240$. 令 $-10x^2+210x-800=240$，解得 $x_1=8$，$x_2=13$. ∵ $-10<0$，∴ 抛物线的开口向下. ∴ 结合函数图象，可知 x 的取值范围为 $8\leqslant x\leqslant 13$ (3) ∵ 每件文具的利润不超过 80%，∴ $\frac{x-5}{5}\leqslant 0.8$，解得 $x\leqslant 9$. ∴ 自变量 x 的取值范围为 $6\leqslant x\leqslant 9$. 由(1)得 $y=-10x^2+210x-800=-10(x-10.5)^2+302.5$，∴ 函数图象的对称轴为直线 $x=10.5$，且开口向下. ∴ 当 $6\leqslant x\leqslant 9$ 时，y 随 x 的增大而增大. ∴ 当 $x=9$ 时，y 取得最大值，此时 $y=-10(9-10.5)^2+302.5=280$. 答：当每件文具售价为 9 元时，当天获得利润最大，最大利润为 280 元

15. (1) 当 $6\leqslant x\leqslant 10$ 时，设 y 与 x 之间的函数解析式为 $y=kx+b\ (k\neq 0)$，根据题意，得 $\begin{cases}1\,000=6k+b,\\200=10k+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-200,\\b=2\,200.\end{cases}$ ∴ $y=-200x+2\,200$；当 $10<x\leqslant 12$ 时，$y=200$. ∴ y 与 x 之间的函数解析式为 $y=\begin{cases}-200x+2\,200(6\leqslant x\leqslant 10),\\200(10<x\leqslant 12)\end{cases}$ (2) 由已知，得 $W=(x-6)y$. 当 $6\leqslant x\leqslant 10$ 时，$W=(x-6)(-200x+2\,200)=-200\left(x-\frac{17}{2}\right)^2+1\,250$. ∵ $-200<0$，∴ 抛物线的开口向下，当 $x=\frac{17}{2}$ 时，取最大值 1 250. 当 $10<x\leqslant 12$ 时，$W=(x-6)\cdot 200=200x-1\,200$. ∵ $200>0$，∴ y 随 x 的增大而增大. ∴ 当 $x=12$ 时，W 取得最大值，此时 $W=200\times 12-1\,200=1\,200$. ∵ $1\,250>1\,200$，∴ W 的最大值为 1 250. 答：这一天销售西瓜获得的利润 W(元)的最大值为 1 250

16. (1) 设该出租公司这批对外出租的货车共有 x 辆. 根据题意，得 $\frac{1\,500}{x-10}\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)=\frac{4\,000}{x}$，解得 $x=20$. 经检验，$x=20$ 是原分式方程的解，且符合题意. ∴ $1\,500\div(20-10)=150$(元). 答：该出租公司这批对外出租的货车共有 20 辆，淡季每辆货车的

日租金为150元　(2) 设旺季时每辆货车的日租金上涨 a 元时，该出租公司的日租金总收入为 W 元. 根据题意，得 $W=\left[a+150\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\right]\cdot\left(20-\frac{a}{20}\right)$，∴ $W=-\frac{1}{20}a^2+10a+4\,000=-\frac{1}{20}(a-100)^2+4\,500$. ∵ $-\frac{1}{20}<0$，∴ 当 $a=100$ 时，W 有最大值. 答：在旺季，每辆货车的日租金上涨100元时，该出租公司的日租金总收入最高

17. (1) q 与 x 之间的函数解析式为 $q=-x+14(2\leqslant x\leqslant 10)$

(2) ① 当每天的半成品食材能全部售出时，有 $p\leqslant q$，即 $\frac{1}{2}x+8\leqslant -x+14$，解得 $x\leqslant 4$. 又∵ $2\leqslant x\leqslant 10$，∴ x 的取值范围为 $2\leqslant x\leqslant 4$　② 由①可知，当 $2\leqslant x\leqslant 4$ 时，$y=(x-2)p=(x-2)\cdot\left(\frac{1}{2}x+8\right)=\frac{1}{2}x^2+7x-16$；当 $4<x\leqslant 10$ 时，$y=(x-2)q-2(p-q)=(x-2)(-x+14)-2\left[\frac{1}{2}x+8-(-x+14)\right]=-x^2+13x-16$. 综上所述，厂家每天获得的利润 y(百元)与销售价格 x（元/千克）之间的函数解析式为 $y=\begin{cases}\frac{1}{2}x^2+7x-16(2\leqslant x\leqslant 4),\\-x^2+13x-16(4<x\leqslant 10)\end{cases}$　(3) $\frac{13}{2}$　5

18. (1) 把(25, 0.3)代入 $p=-\frac{1}{160}(t-h)^2+0.4$，得 $0.3=-\frac{1}{160}(25-h)^2+0.4$，解得 $h=29$ 或 $h=21$. ∵ $25<t\leqslant 37$，∴ $h=29$　(2) ① 由表格可知，m 是 p 的一次函数. 设 $m=kp+b(k\neq 0)$，把(0.2, 0)，(0.3, 10)代入，得 $\begin{cases}0=0.2k+b,\\10=0.3k+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=100,\\b=-20.\end{cases}$ ∴ m 关于 p 的函数解析式为 $m=100p-20$　② 当 $10\leqslant t\leqslant 25$ 时，$p=\frac{1}{50}t-\frac{1}{5}$，∴ $m=100\left(\frac{1}{50}t-\frac{1}{5}\right)-20=2t-40$；当 $25<t\leqslant 37$ 时，$p=-\frac{1}{160}(t-29)^2+0.4$，∴ $m=100\left[-\frac{1}{160}(t-29)^2+0.4\right]-20=-\frac{5}{8}(t-29)^2+20$. 综上所述，$m=\begin{cases}2t-40(10\leqslant t\leqslant 25),\\-\frac{5}{8}(t-29)^2+20(25<t\leqslant 37)\end{cases}$　③ 加温到29 °时，增加的利润最大. 理由：设增加的利润为 y 元，则当 $20<t\leqslant 25$ 时，$y=600m+[100\times 30-200(30-m)]=800m-3\,000=1\,600t-35\,000$. 当 $20<t\leqslant 25$ 时，y 随 t 的增大而增大，∴ 当 $t=25$ 时，$y_{最大}=1\,600\times 25-35\,000=5\,000$；当 $25<t\leqslant 37$ 时，$y=600m+[100\times 30-400(30-m)]=1\,000m-9\,000=-625(t-29)^2+11\,000$. ∵ $-625<0$，∴ 当 $t=29$ 时，$y_{最大}=11\,000$. ∵ $11\,000>5\,000$，∴ 当加温到29 ℃时，增加的利润最大.

第七章　几何图形初步

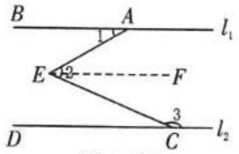
一、1. B　2. A　3. B　4. B　5. A　6. B　7. C　8. C　9. D　10. C　11. C

二、12. 1　13. 5　14. 102°　15. 40°　16. 15°或60°　17. $4-\frac{1}{2^{n-2}}$

三、18. ∵ 直线 $a/\!/b$，∴ $\angle 1+\angle BCA+\angle 2+\angle BAC=180°$. ∵ $\angle BAC=30°$，$\angle BCA=90°$，$\angle 1=20°$，∴ $\angle 2=40°$

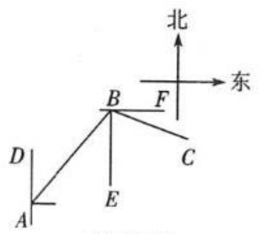
19. ∵ $AB/\!/CD$，∴ $\angle FGB+\angle GFD=180°$. ∴ $\angle GFD=180°-\angle FGB=26°$. ∵ FG 平分 $\angle EFD$，∴ $\angle EFD=2\angle GFD=52°$. ∵ $AB/\!/CD$，∴ $\angle AEF=\angle EFD=52°$

20. 如图，过点 E 作 $EF/\!/l_1$. ∵ $l_1/\!/l_2$，$EF/\!/l_1$，∴ $EF/\!/l_1/\!/l_2$. ∴ $\angle 1=\angle AEF=30°$，$\angle FEC+\angle 3=180°$. ∴ $\angle 2+\angle 3=\angle AEF+\angle FEC+\angle 3=30°+180°=210°$



第20题

21. 如图，∵ 小明从点 A 处沿北偏东40°方向行走至点 B 处，又从点 B 处沿东偏南20°方向行走至点 C 处，∴ $\angle DAB=40°$，$\angle CBF=20°$. ∵ 向北的方向线是平行的，即 $AD/\!/BE$，∴ $\angle ABE=\angle DAB=40°$. ∵ $\angle EBF=90°$，∴ $\angle EBC=90°-\angle CBF=90°-20°=70°$. ∴ $\angle ABC=\angle ABE+\angle EBC=40°+70°=110°$



第21题

第八章　三 角 形

1. 三 角 形

一、1. C　2. C　3. B　4. C　5. B　6. D　7. C　8. C　9. C　10. B　11. A　12. B　13. C　14. C

二、15. 真命题　16. 略

三、17. 设 $\angle A=x$. ∵ $BD=AD$，∴ $\angle ABD=\angle A=x$. ∵ $BD=BC$，∴ $\angle C=\angle BDC=2x$. ∵ $AB=AC$，∴ $\angle ABC=\angle C=2x$. ∴ $\angle DBC=2x-x=x$. 在△DBC 中，$x+2x+2x=180°$，解得 $x=36°$. ∴ $\angle A$ 的度数为36°

18. ∵ $\angle BAD=\angle ABC=40°$，∴ $\angle ADC=\angle BAD+\angle ABC=40°+40°=80°$. ∵ 将 $\triangle ABD$ 沿着 AD 翻折得到 $\triangle AED$，∴ $\angle ADE=\angle ADB=180°-\angle ADC=180°-80°=100°$. ∴ $\angle CDE=\angle ADE-\angle ADC=100°-80°=20°$

19. ∵ AD 平分 $\angle BAC$，BD 平分 $\angle ABC$，∴ $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC$，$\angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC$. ∴ $\angle ADE=\angle BAD+\angle ABD=\frac{1}{2}(\angle BAC+\angle ABC)=\frac{1}{2}(180°-\angle C)=90°-\frac{1}{2}\angle C$. ∵ $AE\perp AD$，∴ $\angle DAE=90°$. ∴ $\angle E=90°-\angle ADE=90°-\left(90°-\frac{1}{2}\angle C\right)=\frac{1}{2}\angle C$

20. (1) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中，$\begin{cases}AB=AD,\\ \angle B=\angle D,\\ BC=DE,\end{cases}$ ∴ $\triangle ABC\cong\triangle ADE$. ∴ $\angle BAC=\angle DAE$，即 $\angle BAD+\angle DAC=\angle DAC+\angle CAE$. ∴ $\angle BAD=\angle CAE$ (2) ∵ $AD=6$，$AP=x$，∴ $PD=6-x$. 当 $AD\perp BC$ 时，在 Rt$\triangle ABP$ 中，$\angle B=30°$，则 $AP=\frac{1}{2}AB=3$，此时 AP 最小. ∴ PD 的最大值为 $6-3=3$ (3) $m=105$，$n=150$

2. 全等三角形

一、1. A 2. B 3. B

二、4. $\frac{5}{3}$ 5. 答案不唯一，如 $AB=DE$ 6. 答案不唯一，如 $AB=AC$ 7. 9

三、8. ∵ $\angle ECB=70°$，∴ $\angle ACB=180°-\angle ECB=110°$. ∵ $\angle D=110°$，∴ $\angle ACB=\angle D$. ∵ $AB//DE$，∴ $\angle CAB=\angle E$. 又∵ $AB=EA$，∴ $\triangle ABC\cong\triangle EAD$

9. 在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle DEC$ 中，$\begin{cases}AE=DE,\\ BE=CE,\\ \angle AEB=\angle DEC,\end{cases}$ ∴ $\triangle AEB\cong\triangle DEC$. ∴ $\angle B=\angle C$

10. ∵ $\angle BAE=\angle DAC$，∴ $\angle BAE+\angle CAE=\angle DAC+\angle CAE$. ∴ $\angle CAB=\angle EAD$. 又∵ $AB=AD$，$AC=AE$，∴ $\triangle ABC\cong\triangle ADE$. ∴ $\angle C=\angle E$

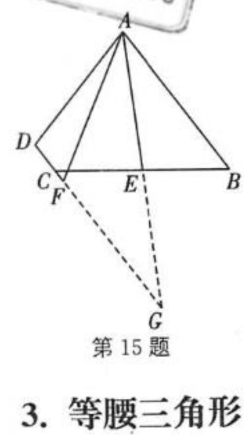
11. (1) ∵ BE 平分 $\angle ABC$，∴ $\angle ABE=\angle DBE$. 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DBE$ 中，$\begin{cases}AB=DB,\\ \angle ABE=\angle DBE,\\ BE=BE,\end{cases}$ ∴ $\triangle ABE\cong\triangle DBE$ (2) ∵ $\angle A=100°$，$\angle C=50°$，∴ $\angle ABC=180°-100°-50°=30°$. ∵ BE 平分 $\angle ABC$，∴ $\angle ABE=\frac{1}{2}\angle ABC=15°$. ∴ $\angle AEB=180°-\angle A-\angle ABE=180°-100°-15°=65°$

12. (1) ∵ 线段 AC 绕点 A 旋转到 AF 的位置，∴ $AC=AF$. ∵ $\angle CAF=\angle BAE$，∴ $\angle CAF+\angle CAE=\angle BAE+\angle CAE$，即 $\angle EAF=\angle BAC$. 在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle ABC$ 中，$\begin{cases}AE=AB,\\ \angle EAF=\angle BAC,\\ AF=AC,\end{cases}$ ∴ $\triangle AEF\cong\triangle ABC$. ∴ $EF=BC$ (2) ∵ $AE=AB$，∴ $\angle AEB=\angle ABC=65°$. ∵ $\triangle AEF\cong\triangle ABC$，∴ $\angle AEF=\angle ABC=65°$. ∴ $\angle FEC=180°-\angle AEB-\angle AEF=180°-65°-65°=50°$. ∵ $\angle FGC$ 是 $\triangle EGC$ 的外角，$\angle ACB=28°$，∴ $\angle FGC=\angle FEC+\angle ACB=50°+28°=78°$

13. (1) ∵ $AB=AE$，D 为线段 BE 的中点，∴ $AD\perp BC$. ∴ $\angle C+\angle DAC=90°$. ∵ $\angle BAC=90°$，∴ $\angle BAD+\angle DAC=90°$. ∴ $\angle C=\angle BAD$ (2) ∵ $AF//BC$，∴ $\angle FAE=\angle AEB$. ∵ $AB=AE$，∴ $\angle B=\angle AEB$. ∴ $\angle B=\angle FAE$. ∵ $EF\perp AE$，∴ $\angle AEF=\angle BAC=90°$. 又∵ $AB=EA$，∴ $\triangle ABC\cong\triangle EAF$. ∴ $AC=EF$

14. (1) ∵ $CF//AB$，∴ $\angle EBD=\angle FCD$，$\angle BED=\angle CFD$. ∵ AD 是 BC 边上的中线，∴ $BD=CD$. ∴ $\triangle BDE\cong\triangle CDF$ (2) ∵ $\triangle BDE\cong\triangle CDF$，∴ $BE=CF=2$. ∴ $AB=AE+BE=1+2=3$. ∵ $AD\perp BC$，$BD=CD$，∴ $AC=AB=3$

15. (1) $AD=AB+DC$ (2) $AB=CF+AF$. 如图，延长 AE 交 DF 的延长线于点 G. ∵ E 是 BC 的中点，∴ $CE=BE$. ∵ $AB//CD$，∴ $\angle BAE=\angle G$. 又∵ $BE=CE$，$\angle AEB=\angle GEC$，∴ $\triangle AEB\cong\triangle GEC$. ∴ $AB=GC$. ∵ AE 是 $\angle BAF$ 的平分线，∴ $\angle BAG=\angle FAG$. ∵ $\angle BAG=\angle G$，∴ $\angle FAG=\angle G$. ∴ $FA=FG$. ∵ $CG=CF+FG$，∴ $AB=CF+AF$



第 15 题

3. 等腰三角形

一、1. C 2. C 3. C 4. C 5. D 6. C

二、7. 36° 8. 70° 9. 34° 10. 22.5° 11. $\frac{8}{5}$ 或 $\frac{1}{4}$ 12. 15°或 45°或 75° 13. 14

三、14. ∵ E 是 CD 的中点，∴ $DE=CE$. ∵ $AE=BE$，∴ $\angle EAB=\angle EBA$. ∵ $AB//DC$，∴ $\angle DEA=\angle EAB$，$\angle CEB=\angle EBA$. ∴ $\angle DEA=\angle CEB$. 在 $\triangle EDA$ 和 $\triangle ECB$ 中，

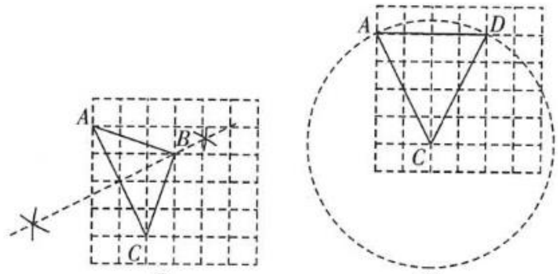
$\begin{cases} DE=CE, \\ \angle DEA=\angle CEB, \\ AE=BE, \end{cases}$ ∴ $\triangle EDA\cong\triangle ECB$. ∴ $\angle D=\angle C$

15. (1) ∵ $AB=AC$，∴ $\angle DBC=\angle ECB$. 在$\triangle DBC$ 和$\triangle ECB$ 中，$\begin{cases} BD=CE, \\ \angle DBC=\angle ECB, \\ BC=CB, \end{cases}$ ∴ $\triangle DBC\cong\triangle ECB$ （2）由（1）知，$\triangle ECB\cong\triangle DBC$，∴ $\angle EBC=\angle DCB$. ∴ $OB=OC$

16. (1) ∵ $AB=AC$，∴ $\angle ABC=\angle C=36°$. ∴ $\angle BAC=180°-\angle B-\angle C=108°$. ∵ $AB=AC$，D 是 BC 的中点，∴ AD 平分$\angle BAC$. ∴ $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=54°$ （2）∵ BE 平分$\angle ABC$，∴ $\angle ABE=\angle CBE$. ∵ $EF\parallel BC$，∴ $\angle FEB=\angle CBE$. ∴ $\angle ABE=\angle FEB$. ∴ $FB=FE$

17. (1) ∵ $AB=AC$，∴ $\angle B=\angle C=42°$. ∵ $AD\perp BC$，∴ $\angle ADB=90°$. ∴ $\angle BAD=180°-90°-42°=48°$ （2）∵ $EF\parallel AC$，∴ $\angle F=\angle CAF$. ∵ $AB=AC$，$AD\perp BC$，∴ $\angle CAF=\angle BAF$. ∴ $\angle BAF=\angle F$. ∴ $AE=FE$

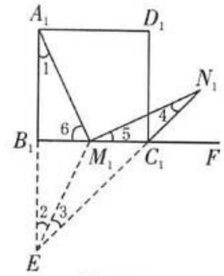
18. (1) 如图①，$\triangle ABC$ 即为所求作的图形 （2）如图②，$\triangle ACD$ 即为所求作的图形



第 18 题

19. (1) ∵ 线段AB的垂直平分线与BC边交于点P，∴ $PA=PB$. ∴ $\angle B=\angle BAP$. ∵ $\angle APC=\angle B+\angle BAP$，∴ $\angle APC=2\angle B$ （2）根据题意，得 $BA=BQ$，∴ $\angle BAQ=\angle BQA$. ∵ $\angle AQC=3\angle B$，$\angle AQC=\angle B+\angle BAQ$，∴ $\angle BAQ=2\angle B$. ∵ $\angle BAQ+\angle BQA+\angle B=180°$，∴ $5\angle B=180°$. ∴ $\angle B=36°$

20. 如图，延长 A_1B_1 至点 E，使 $EB_1=A_1B_1$，连接 EM_1，EC_1，则 $EB_1=B_1C_1$，$\angle EB_1M_1=\angle A_1B_1M_1=90°$. ∴ $\triangle EB_1C_1$ 是等腰直角三角形. ∴ $\angle B_1EC_1=\angle B_1C_1E=45°$. ∵ N_1 是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的外角 $\angle D_1C_1F$ 的平分线上一点，∴ $\angle M_1C_1N_1=90°+\frac{1}{2}\times 90°=135°$. ∴ $\angle B_1C_1E+\angle M_1C_1N_1=180°$. ∴ E，C_1，N_1 三点共线. 在$\triangle A_1B_1M_1$ 和$\triangle EB_1M_1$ 中，$\begin{cases} A_1B_1=EB_1, \\ \angle A_1B_1M_1=\angle EB_1M_1, \\ B_1M_1=B_1M_1, \end{cases}$ ∴ $\triangle A_1B_1M_1\cong\triangle EB_1M_1$. ∴ $A_1M_1=EM_1$，$\angle 1=\angle 2$. ∵ $A_1M_1=M_1N_1$，∴ $EM_1=M_1N_1$. ∴ $\angle 3=\angle 4$. ∵ $\angle 2+\angle 3=45°$，$\angle 4+\angle 5=45°$，∴ $\angle 1=\angle 2=\angle 5$. ∵ $\angle 1+\angle 6=90°$，∴ $\angle 5+\angle 6=90°$. ∴ $\angle A_1M_1N_1=180°-90°=90°$



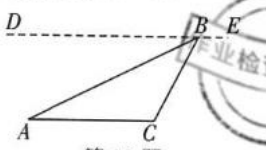
第 20 题

4. 直角三角形与勾股定理

一、1. B 2. D 3. C

二、4. 5 5. $6+4\sqrt{3}$ 6. $\sqrt{6}-\sqrt{2}$ 7. $15-5\sqrt{3}$ 8. 6 或 $2\sqrt{5}$ 或 $4\sqrt{5}$ 9. 60°或 10° 10. 2 或 $2\sqrt{3}$ 或 $2\sqrt{7}$ 11. $AB^2=AC^2+BD^2$

三、12. (1) $\angle C>\angle A+\angle B$ （2）如图，过点 B 作直线 $DE\parallel AC$，∴ $\angle A=\angle ABD$，$\angle C=\angle CBE$. 又∵ $\angle ABD+\angle ABC+\angle CBE=180°$，∴ $\angle A+\angle ABC+\angle C=180°$. ∴ $\triangle ABC$ 的内角和等于 180° （3）原式可变形为$\frac{a}{a+c-b}=\frac{a+c+b}{2c}$. ∴ $(a+c)^2-b^2=2ac$，即 $a^2+2ac+c^2-b^2=2ac$. ∴ $a^2+c^2=b^2$. ∴ $\triangle ABC$ 是直角三角形，且$\angle B=90°$



第 12 题

13. ∵ 正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4 cm，E，F，G 分别是 AB，AA_1，AD 的中点，∴ 易得 $GF=GE=EF=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$(cm). ∴ $\triangle GFE$ 是等边三角形. 如图，过点 G 作 $GH\perp EF$ 于点 H. ∴ $FH=HE=\sqrt{2}$ cm. ∴ 在 $\mathrm{Rt}\triangle GHF$ 中，$GH=\sqrt{GF^2-FH^2}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}$(cm). ∴ 题图②中阴影部分的面积为$\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{6}=2\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

第 13 题

14. (1) 由题意，得$AC=CB$，$\angle ACB=90°$，∴ $\angle ACE+\angle BCD=90°$. ∵ $AE\perp$直线 m 于点 E，$BD\perp$直线 m 于点 D，∴ $\angle AEC=\angle BDC=90°$. ∴ $\angle ACE+\angle CAE=90°$. ∴ $\angle CAE=\angle BCD$. 在$\triangle CAE$ 和$\triangle BCD$ 中，$\begin{cases} \angle CEA=\angle BDC, \\ \angle CAE=\angle BCD, \\ AC=CB, \end{cases}$ ∴ $\triangle CAE\cong\triangle BCD$. ∴ $EC=DB$ （2）∵ $\triangle CAE\cong\triangle BCD$，∴ $BD=CE=a$，$CD=$

$AE=b$. ∴ $S_{梯形AEDB}=\frac{1}{2}(a+b)(a+b)=\frac{1}{2}a^2+ab+\frac{1}{2}b^2$. 又 ∵ $S_{梯形AEDB}=S_{\triangle AEC}+S_{\triangle BCD}+S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}c^2=ab+\frac{1}{2}c^2$. ∴ $\frac{1}{2}a^2+ab+\frac{1}{2}b^2=ab+\frac{1}{2}c^2$. 整理,得 $a^2+b^2=c^2$

15. (1) $A=(n^2-1)^2+(2n)^2=n^4-2n^2+1+4n^2=n^4+2n^2+1$ (2) ∵ $A=n^4+2n^2+1=(n^2+1)^2$,又 ∵ $A=B^2$,$B>0$,∴ $B=n^2+1$ (3) 17 37

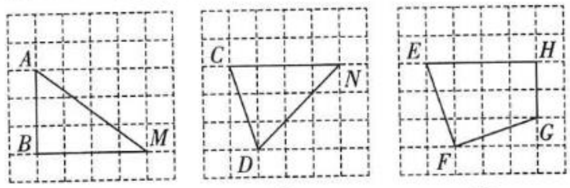
16. (1) ∵ $\angle BAC=90°$,$AB=AC$,$AD\perp BC$,∴ $AD=BD=DC$,$\angle ABC=\angle ACB=45°$,$\angle BAD=\angle CAD=45°$. ∵ $AB=2$,∴ 在 $Rt\triangle ABD$ 中,由勾股定理,得 $BD=\sqrt{2}$. ∴ $AD=DC=BD=\sqrt{2}$. ∵ $\angle AMN=30°$,∴ $\angle BMD=180°-90°-30°=60°$. ∴ $\angle MBD=30°$. ∴ $BM=2DM$. 在 $Rt\triangle BMD$ 中,由勾股定理,得 $BM^2-DM^2=BD^2$,即 $(2DM)^2-DM^2=(\sqrt{2})^2$,解得 $DM=\frac{\sqrt{6}}{3}$(负值舍去). ∴ $AM=AD-DM=\sqrt{2}-\frac{\sqrt{6}}{3}$ (2) ∵ $AD\perp BC$,∴ $\angle ADB=\angle EDF=90°$. ∴ $\angle ADB-\angle ADE=\angle EDF-\angle ADE$,即 $\angle BDE=\angle ADF$. 又由(1),得 $AD=BD$,$\angle B=\angle DAF=45°$,∴ 在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle ADF$ 中,$\begin{cases}\angle B=\angle DAF,\\ DB=DA,\\ \angle BDE=\angle ADF,\end{cases}$ ∴ $\triangle BDE\cong\triangle ADF$. ∴ $BE=AF$ (3) 过点 M 作 $ME\parallel BC$ 交 AB 的延长线于点 E. ∵ $ME\parallel BC$,$\angle ABC=45°$,$AD\perp BC$,∴ $\angle AME=\angle ADB=90°$,$\angle BEM=\angle ABD=45°$. ∴ $AM=ME$. ∴ 在 $Rt\triangle AME$ 中,由勾股定理,得 $AE=\sqrt{AM^2+EM^2}=\sqrt{2}AM$. ∵ $\angle AME=\angle BMN=90°$,∴ $\angle BME=\angle NMA$. 在 $\triangle BME$ 和 $\triangle NMA$ 中,$\begin{cases}\angle BEM=\angle MAN,\\ ME=MA,\\ \angle BME=\angle NMA,\end{cases}$ ∴ $\triangle BME\cong\triangle NMA$. ∴ $BE=NA$. ∴ $AB+AN=AB+BE=AE=\sqrt{2}AM$

5. 尺规作图

一、**1.** A **2.** C **3.** A **4.** C **5.** C **6.** B **7.** D **8.** D **9.** A

二、**10.** $\frac{1}{2}$

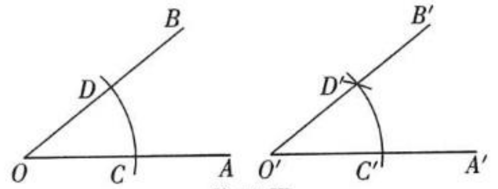
三、**11.** 答案不唯一,如(1) 如图①,$\triangle ABM$ 即为所求 (2) 如图②,$\triangle CDN$ 即为所求 (3) 如图③,四边形 $EFGH$ 即为所求



① ② ③

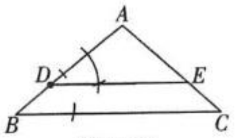
第 11 题

12. (1) 如图,$\angle A'O'B'$ 即为所求 (2) CD SSS 全等三角形的对应角相等



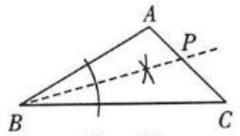
第 12 题

13. (1) 如图,$\angle ADE$ 即为所求 (2) ∵ $\angle ADE=\angle B$,∴ $DE\parallel BC$. ∴ $\frac{AE}{EC}=\frac{AD}{DB}=2$



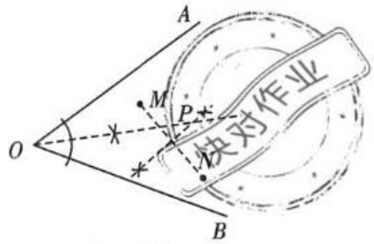
第 13 题

14. 如图,点 P 即为所求



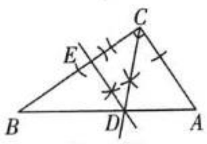
第 14 题

15. (1) 如图,点 P 到点 M 和点 N 的距离相等,且到 $\angle AOB$ 两边的距离也相等 (2) 角的平分线上的点到角的两边的距离相等,垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等



第 15 题

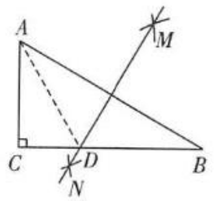
16. (1) 如图所示 (2) ∵ CD 平分 $\angle ACB$,∴ $\angle BCD=\frac{1}{2}\angle ACB=45°$. ∵ $DE\perp BC$,∴ $\angle BED=\angle CED=90°$. ∴ $\triangle CDE$ 为等腰直角三角形. ∴ $DE=CE$. ∵ $\angle BED=\angle ACB=90°$,∴ $DE\parallel AC$. ∴ $\triangle BDE\backsim\triangle BAC$. ∴ $\frac{DE}{AC}=\frac{BE}{BC}$,即 $\frac{DE}{2}=\frac{3-DE}{3}$. ∴ $DE=\frac{6}{5}$



第 16 题

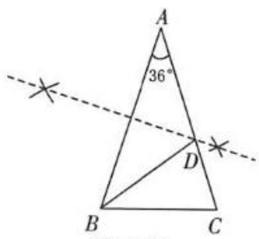
17. (1) 如图,直线 MN 即为所求 (2) 如图,连接 AD. ∵ MN 垂直平分线段 AB,∴ $AD=BD$. 设 $AD=BD=x$. 在 $Rt\triangle ACD$ 中,∵ $AD^2=AC^2+CD^2$,∴ $x^2=4^2+(8-x)^2$,解得 $x=5$.

$\therefore BD=5$



第 17 题

18. (1) 如图,点 D 即为所求 (2) $\because AB=AC$,$\therefore \angle ABC=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$. $\because AD=BD$,$\therefore \angle ABD=\angle A=36^\circ$. $\therefore \angle BDC=\angle A+\angle ABD=36^\circ+36^\circ=72^\circ$. $\therefore \angle BDC=\angle C$. $\therefore BD=BC$,即$\triangle BCD$ 是等腰三角形



第 18 题

第九章 四 边 形

1. 多 边 形

一、**1.** D **2.** B **3.** C **4.** B **5.** C **6.** D **7.** D **8.** C **9.** C **10.** C

二、**11.** 360° **12.** 540 **13.** $1\,080^\circ$ **14.** 5 **15.** 140° **16.** 720° **17.** 5 **18.** 66 **19.** 72 **20.** 60 **21.** 30 **22.** 5 **23.** 36

三、**24.** 设多边形的边数为 n,则$(n-2)\times180^\circ=360^\circ$,解得 $n=4$,即这个多边形的边数为 4

25. (1) 14 (2) 设上方正多边形的边数为 $n(n>2)$,则 $\angle BPC=\frac{(n-2)\times180^\circ}{n}$. $\therefore$ 下面两个正多边形的边数为 $360^\circ\div\frac{\angle BPC}{2}=360^\circ\div\frac{(n-2)\times180^\circ}{2n}=\frac{4n}{n-2}$. 当 $n=3,4,6,10$ 时,$\frac{4n}{n-2}$为正整数,$\therefore$ 符合要求的图案有 4 种:① 当 $n=3$ 时,$\frac{4n}{n-2}=12$,图案由一个正三角形和两个正十二边形组成,外轮廓周长为$(12-2)\times2+(3-2)=21$;② 当 $n=4$ 时,$\frac{4n}{n-2}=8$,图案由一个正方形和两个正八边形组成,由(1)知,外轮廓周长为 14;③ 当 $n=6$ 时,$\frac{4n}{n-2}=6$,图案由三个正六边形组成,外轮廓周长为$(6-2)\times2+(6-2)=12$;④ 当 $n=10$ 时,$\frac{4n}{n-2}=5$,图案由一个正十边形和两个正五边形组成,外轮廓周长为$(5-2)\times2+(10-2)=14$. $\because 21>14>12$,$\therefore$ 该会标的外轮廓周长为 21

2. 平行四边形

一、**1.** B **2.** B **3.** C **4.** C **5.** D

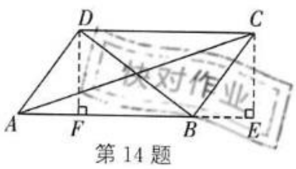
二、**6.** 答案不唯一,如 $AD=BC$ **7.** 61 **8.** 21° **9.** $(1,2)$ **10.** $16\sqrt{3}$

三、**11.** 由题意,得 $AE=CF$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$\therefore AB=DC$,$\angle A=\angle C$. 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,$\begin{cases}AE=CF,\\ \angle A=\angle C,\\ AB=CD,\end{cases}$ $\therefore \triangle ABE\cong\triangle CDF$

12. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$\therefore AD/\!/BC$,$AD=BC$. $\because E,F$ 分别是 AD,BC 的中点,$\therefore DE=\frac{1}{2}AD$,$BF=\frac{1}{2}BC$. $\therefore DE=BF$. $\therefore$ 四边形 $BFDE$ 是平行四边形. $\therefore BE=DF$

13. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$\therefore AD/\!/BC$. $\therefore \angle DAE=\angle F$,$\angle D=\angle ECF$. 又 $\because E$ 是 CD 的中点,$\therefore ED=EC$. $\therefore \triangle ADE\cong\triangle FCE$. $\therefore AD=FC=3$,$DE=CE=2$. $\therefore DC=4$. $\therefore$ ▱$ABCD$ 的周长为 $2(AD+DC)=14$

14. (1) 如图,过点 C 作 $CE\perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E. 设 $BE=x$,$CE=h$. 在 $Rt\triangle CEB$ 中,$BE^2+CE^2=BC^2$,即 $x^2+h^2=3^2$①;在 $Rt\triangle CEA$ 中,$AE^2+CE^2=AC^2$,即$(5+x)^2+h^2=(2\sqrt{13})^2$②. 联立①②,解得 $x=\frac{9}{5}$,$h=\frac{12}{5}$. $\therefore$ ▱$ABCD$ 的面积$=AB\cdot h=12$ (2) 如图,过点 D 作 $DF\perp AB$,垂足为 F. $\therefore \angle DFA=\angle CEB=90^\circ$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$\therefore AD=BC$,$AD/\!/BC$. $\therefore \angle DAF=\angle CBE$. $\therefore \triangle ADF\cong\triangle BCE$. $\therefore AF=BE=\frac{9}{5}$,$DF=CE=\frac{12}{5}$. $\therefore BF=AB-AF=5-\frac{9}{5}=\frac{16}{5}$. 在 $Rt\triangle DFB$ 中,$BD^2=DF^2+BF^2=\left(\frac{12}{5}\right)^2+\left(\frac{16}{5}\right)^2=16$. $\because BC=3$,$DC=5$,$\therefore CD^2=BD^2+BC^2$. $\therefore \triangle CBD$ 是直角三角形,且$\angle DBC=90^\circ$. $\therefore BD\perp BC$



第 14 题

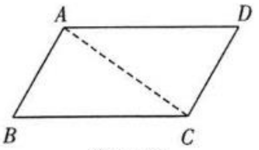
15. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$\therefore AB/\!/CD$. $\therefore \angle FAE=\angle CDE$. $\because E$ 是 AD 的中点,$\therefore AE=DE$. 又 $\because \angle FEA=\angle CED$,$\therefore \triangle FAE\cong\triangle CDE$. $\therefore FA=CD$. 又 $\because AF/\!/CD$,$\therefore$ 四边形 $ACDF$ 是平行四边形

16. (1) $\because AD/\!/BC$,$\therefore \angle DAF=\angle E$. $\because F$ 是 CD 的中点,$\therefore DF=CF$. 在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle ECF$ 中,$\begin{cases}\angle DAF=\angle E,\\ \angle AFD=\angle EFC,\\ DF=CF,\end{cases}$ $\therefore \triangle ADF\cong\triangle ECF$ (2) $\because \triangle ADF\cong\triangle ECF$,$\therefore AD=EC$.

快对作业

∵ $CE=BC$，∴ $AD=BC$. ∵ $AD\parallel BC$，∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

17. 如图，连接 AC. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中，$\begin{cases}AB=CD,\\CB=AD,\\AC=CA,\end{cases}$ ∴ $\triangle ABC\cong\triangle CDA$. ∴ $\angle BAC=\angle DCA$，$\angle ACB=\angle CAD$. ∴ $AB\parallel CD$，$BC\parallel AD$. ∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

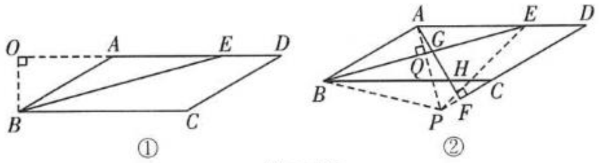


第 17 题

18. (1) ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴ $AD=BC$，$AD\parallel BC$. ∴ $\angle ABC+\angle BAD=180°$，即 $\angle CBE+\angle ABE+\angle BAD=180°$. ∵ $AF\parallel BE$，∴ $\angle ABE+\angle BAF=180°$，即 $\angle ABE+\angle BAD+\angle DAF=180°$. ∴ $\angle CBE=\angle DAF$. 同理可得 $\angle BCE=\angle ADF$. 在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle ADF$ 中，$\begin{cases}\angle CBE=\angle DAF,\\BC=AD,\\\angle BCE=\angle ADF,\end{cases}$ ∴ $\triangle BCE\cong\triangle ADF$ (2) ∵ 点 E 在 $\square ABCD$ 的内部，∴ $S_{\triangle BCE}+S_{\triangle AED}=\frac{1}{2}S_{\square ABCD}$. 由(1)知，$\triangle BCE\cong\triangle ADF$，∴ $S_{\triangle BCE}=S_{\triangle ADF}$. ∴ $S_{四边形AEDF}=S_{\triangle ADF}+S_{\triangle AED}=S_{\triangle BCE}+S_{\triangle AED}=\frac{1}{2}S_{\square ABCD}$. ∵ $\square ABCD$ 的面积为 S，四边形 $AEDF$ 的面积为 T，∴ $\frac{S}{T}=\frac{S}{\frac{1}{2}S}=2$

19. (1) 如图①，过点 B 作 $BO\perp AD$，交 DA 的延长线于点 O. ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴ $AD\parallel BC$，$AB\parallel CD$，$AB=CD$，$\angle ABC=\angle D=30°$. ∴ $\angle AEB=\angle CBE$，$\angle BAO=\angle D=30°$. ∴ $BO=\frac{1}{2}AB=\frac{\sqrt{6}}{2}$. ∵ BE 平分 $\angle ABC$，∴ $\angle ABE=\angle CBE$. ∴ $\angle ABE=\angle AEB$. ∴ $AE=AB=\sqrt{6}$. ∴ $\triangle ABE$ 的面积 $=\frac{1}{2}AE\cdot BO=\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{3}{2}$ (2) 如图②，过点 A 作 $AQ\perp BE$ 交 DF 的延长线于点 P，垂足为 Q，连接 PB，PE. ∵ $AB=AE$，$AQ\perp BE$，∴ $\angle ABE=\angle AEB$，$BQ=EQ$. ∴ $PB=PE$. ∴ $\angle PBE=\angle PEB$. ∴ $\angle ABP=\angle AEP$. ∵ $AB\parallel CD$，$AF\perp CD$，∴ $AF\perp AB$. ∴ $\angle BAG=\angle AFP=90°$. ∴ $\angle BAP+\angle FAP=90°$. ∵ $AQ\perp BE$，∴ $\angle ABG+\angle BAP=90°$. ∴ $\angle ABG=\angle FAP$. 在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle FAP$ 中，$\begin{cases}\angle ABG=\angle FAP,\\AB=FA,\\\angle BAG=\angle AFP,\end{cases}$ ∴ $\triangle ABG\cong\triangle FAP$. ∴ $AG=FP$. ∵ $AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$，∴ $\angle ABP+\angle BPC=180°$，$\angle BCP=\angle D$. ∵ $\angle AEP+\angle PED=180°$，∴ $\angle BPC=\angle PED$. 在 $\triangle BPC$ 和 $\triangle PED$ 中，$\begin{cases}\angle BCP=\angle D,\\\angle BPC=\angle PED,\\PB=EP,\end{cases}$ ∴ $\triangle BPC\cong\triangle PED$. ∴ $PC=ED$. ∴ $ED-$

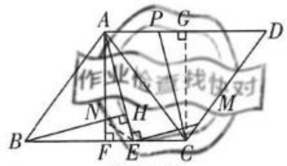
$AG=PC-FP=FC$



第 19 题

20. (1) 如图，过点 C 作 $CG\perp AD$ 于点 G. 设 $PG=x$，则 $DG=4-x$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle PGC$ 中，$CG^2=CP^2-PG^2=17-x^2$；在 $\mathrm{Rt}\triangle DGC$ 中，$CG^2=CD^2-DG^2=5^2-(4-x)^2=9+8x-x^2$，∴ $17-x^2=9+8x-x^2$，解得 $x=1$. ∴ $PG=1$. ∴ $CG=4$. ∵ $DP=2AP=4$，∴ $AP=2$. ∴ $AD=6$. ∴ $S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AD\cdot CG=\frac{1}{2}\times6\times4=12$

(2) 如图，连接 NE. ∵ $BH\perp AE$，$AF\perp BC$，$AE\perp EM$，∴ $\angle BHE=\angle AFB=\angle AFE=\angle AEM=90°$. ∴ $\angle AEB+\angle NBF=\angle AEB+\angle EAF=\angle AEB+\angle MEC=90°$. ∴ $\angle NBF=\angle EAF=\angle MEC$. 在 $\triangle NBF$ 和 $\triangle EAF$ 中，$\begin{cases}\angle NBF=\angle EAF,\\\angle BFN=\angle AFE,\\BN=AE,\end{cases}$ ∴ $\triangle NBF\cong\triangle EAF$. ∴ $BF=AF$，$NF=EF$. ∴ $\angle ABC=45°$，$\angle ENF=45°$. 又 ∵ $AN=CE$，∴ $FC=AF=BF$. ∴ $BC=2AF$. ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴ $AB\parallel CD$，$AD=BC=2AF$. ∴ 易得 $\angle BCD=\angle ANE=135°$. 在 $\triangle ANE$ 和 $\triangle ECM$ 中，$\begin{cases}\angle EAN=\angle MEC,\\AN=EC,\\\angle ANE=\angle ECM,\end{cases}$ ∴ $\triangle ANE\cong\triangle ECM$. ∴ $NE=CM$. 又 ∵ 易知 $NF=\frac{\sqrt{2}}{2}NE=\frac{\sqrt{2}}{2}CM$，∴ $AF=NF+AN=\frac{\sqrt{2}}{2}CM+CE$. ∴ $AD=\sqrt{2}CM+2CE$



第 20 题

3. 特殊的平行四边形

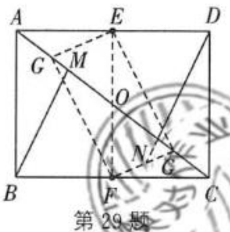
一、1. A 2. B 3. C 4. B 5. C 6. C 7. D 8. C 9. C 10. A 11. A 12. D 13. D 14. C 15. C 16. A 17. A 18. B

二、19. $3\sqrt{3}$ 20. $\frac{12}{5}$ 21. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ 22. $\frac{24}{5}$ 23. ①②③ 24. 8

25. $15°$或$45°$　26. 6或$\frac{15}{8}$　27. $(12+8\sqrt{2})$

三、28. (1) $\because AO=OC, BO=OD$，$\therefore$ 四边形$ABCD$是平行四边形. $\because \angle AOB=\angle OAD+\angle ADO=2\angle OAD$，$\therefore \angle OAD=\angle ADO$. $\therefore AO=OD$. $\therefore AC=BD$. $\therefore$ 四边形$ABCD$是矩形　(2) $\because$ 四边形$ABCD$是矩形，$\therefore \angle ADC=90°$. $\therefore \angle ADO+\angle ODC=90°$. $\because \angle AOB=2\angle OAD$，$\angle OAD=\angle ADO$，$\therefore \angle AOB=2\angle ADO$. $\because \angle AOB:\angle ODC=4:3$，$\therefore \angle ADO:\angle ODC=2:3$. $\therefore \angle ADO+\frac{3}{2}\angle ADO=90°$. $\therefore \angle ADO=36°$

29. (1) $\because$ 四边形$ABCD$是矩形，$\therefore AB=CD, AB\parallel CD$. $\therefore \angle MAB=\angle NCD$. 在$\triangle ABM$和$\triangle CDN$中，$\begin{cases}AB=CD,\\ \angle MAB=\angle NCD,\\ AM=CN,\end{cases}$ $\therefore \triangle ABM\cong\triangle CDN$　(2) 如图，连接EF，交AC于点O. $\because$ 四边形$ABCD$是矩形，$\therefore AD=BC, AD\parallel BC$. $\therefore \angle EAO=\angle FCO$. $\because E,F$分别是AD,BC的中点，$\therefore AE=\frac{1}{2}AD, CF=\frac{1}{2}BC$. $\therefore AE=CF$. 在$\triangle AEO$和$\triangle CFO$中，$\begin{cases}AE=CF,\\ \angle EOA=\angle FOC,\\ \angle EAO=\angle FCO,\end{cases}$ $\therefore \triangle AEO\cong\triangle CFO$. $\therefore EO=FO, AO=CO$. $\therefore O$为EF,AC的中点. 在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\because AB=3, BC=4$，$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=5$. $\therefore AO=CO=\frac{5}{2}$. $\because \angle EGF=90°$，$\therefore OG=\frac{1}{2}EF=\frac{3}{2}$. $\therefore AG=OA-OG=1$或$AG=OA+OG=4$. $\therefore AG$的长为1或4



第29题

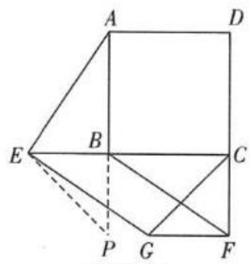
30. (1) $\because AB=AC$，$\therefore \angle B=\angle ACB$. $\because \triangle ABC$沿BC方向平移得到$\triangle DEF$，$\therefore AB\parallel DE$. $\therefore \angle B=\angle DEC$. $\therefore \angle ACB=\angle DEC$. $\therefore OE=OC$，即$\triangle OEC$为等腰三角形　(2) 当E为BC的中点时，四边形$AECD$是矩形. 理由：$\because AB=AC$，E为BC的中点，$\therefore AE\perp BC, BE=EC$. $\because \triangle ABC$沿BC方向平移得到$\triangle DEF$，$\therefore BE\parallel AD, BE=AD$. $\therefore AD\parallel EC, AD=EC$. $\therefore$ 四边形$AECD$是平行四边形. $\because AE\perp BC$，$\therefore \angle AEC=90°$. $\therefore$ 四边形$AECD$是矩形.

31. (1) $\because AF\parallel BC$，$\therefore \angle AFE=\angle DBE$. $\because E$是AD的中点，$\therefore AE=DE$. 在$\triangle AEF$和$\triangle DEB$中，$\begin{cases}\angle AFE=\angle DBE,\\ \angle AEF=\angle DEB,\\ AE=DE,\end{cases}$ $\therefore \triangle AEF\cong\triangle DEB$　(2) 由(1)知，$\triangle AEF\cong\triangle DEB$，$\therefore AF=BD$. $\because D$是BC的中点，$\therefore BD=CD$. $\therefore AF=CD$. 又$\because AF\parallel BC$，$\therefore$ 四边形$ADCF$是平行四边形. $\because \angle BAC=90°$，D是BC的中点，$\therefore AD=\frac{1}{2}BC=CD$. $\therefore$ 四边形$ADCF$是菱形

32. (1) $\because$ 四边形$ABCD$是菱形，$\therefore AB=BC, AD\parallel BC$. $\therefore \angle A=\angle CBF$. $\because BE\perp AD, CF\perp AB$，$\therefore \angle AEB=\angle BFC=90°$. 在$\triangle AEB$和$\triangle BFC$中，$\begin{cases}\angle A=\angle CBF,\\ \angle AEB=\angle BFC,\\ AB=BC,\end{cases}$ $\therefore \triangle AEB\cong\triangle BFC$. $\therefore AE=BF$　(2) $\because E$是AD的中点，$BE\perp AD$，$\therefore BD=AB=2$

33. (1) $\because$ 四边形$ABCD$是矩形，$\therefore \angle B=\angle D=90°, AB=CD$. 在$\mathrm{Rt}\triangle ABE$和$\mathrm{Rt}\triangle CDF$中，$\begin{cases}AE=CF,\\ AB=CD,\end{cases}$ $\therefore \mathrm{Rt}\triangle ABE\cong\mathrm{Rt}\triangle CDF$　(2) 当$AC\perp EF$时，四边形$AECF$是菱形　理由：$\because \triangle ABE\cong\triangle CDF$，$\therefore BE=DF$. $\because$ 四边形$ABCD$是矩形，$\therefore BC\parallel AD, BC=AD$. $\therefore BC-BE=AD-DF$，即$CE=AF$. $\because CE\parallel AF$，$\therefore$ 四边形$AECF$是平行四边形. 又$\because AC\perp EF$，$\therefore$ 四边形$AECF$是菱形.

34. (1) $\because$ 四边形$ABCD$是正方形，$\therefore AB=BC, \angle ABC=\angle BCD=90°$. $\therefore \angle ABE=\angle BCF=90°$. 在$\triangle ABE$和$\triangle BCF$中，$\begin{cases}AB=BC,\\ \angle ABE=\angle BCF,\\ BE=CF,\end{cases}$ $\therefore \triangle ABE\cong\triangle BCF$. $\therefore \angle BAE=\angle CBF$. $\because EG\parallel BF$，$\therefore \angle CBF=\angle CEG$. $\therefore \angle BAE=\angle CEG$. $\because \angle BAE+\angle BEA=90°$，$\therefore \angle CEG+\angle BEA=90°$. $\therefore AE\perp EG$. $\therefore AE\perp BF$　(2) 如图，延长AB至点P，使$BP=BE$，连接EP，则$AP=CE$，$\angle EBP=90°$，$\therefore \angle P=45°$. $\because CG$为正方形$ABCD$外角的平分线，$\therefore \angle ECG=45°$. $\therefore \angle P=\angle ECG$. 在$\triangle APE$和$\triangle ECG$中，$\begin{cases}\angle P=\angle ECG,\\ AP=EC,\\ \angle PAE=\angle CEG,\end{cases}$ $\therefore \triangle APE\cong\triangle ECG$. $\therefore AE=EG$. $\because \triangle ABE\cong\triangle BCF$，$\therefore AE=BF$. $\therefore EG=BF$. $\because EG\parallel BF$，$\therefore$ 四边形$BEGF$是平行四边形



第34题

35. (1) 设正方形$CEFG$的边长为a. $\because$ 正方形$ABCD$的边长为1，$\therefore DE=1-a$. $\because S_1=S_2$，$\therefore a^2=1\times(1-a)$，解得$a=$

快对快对快对
快对快对快对

$\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}$(负值舍去). ∴ 线段 CE 的长是$\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}$ (2) ∵ H 为 BC 边的中点,$BC=1$,∴ $CH=\frac{1}{2}$. ∴ $HD=\sqrt{DC^2+CH^2}=\sqrt{1^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$. ∵ $CH=\frac{1}{2}$,$CG=\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}$,∴ $HG=CH+CG=\frac{\sqrt{5}}{2}$. ∴ $HD=HG$

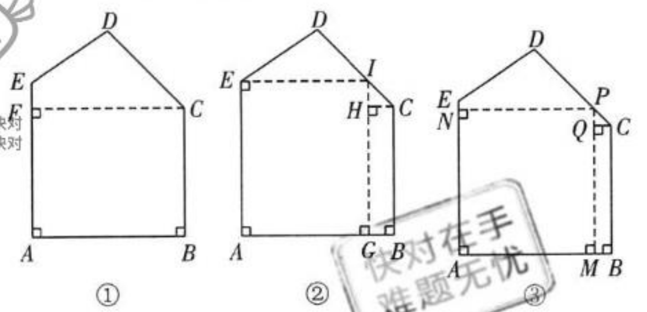
36. (1) ∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,∴ $AB=AD$,$\angle ABC=\angle ADC=\angle ADF=90°$. 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADF$ 中,$\begin{cases}AB=AD,\\ \angle ABE=\angle ADF,\\ BE=DF,\end{cases}$ ∴ $\triangle ABE\cong\triangle ADF$ (2) ∵ $\triangle ABE\cong\triangle ADF$,∴ $AE=AF$,$\angle BAE=\angle DAF$. ∵ $\angle BAE+\angle EAD=90°$,∴ $\angle DAF+\angle EAD=90°$,即$\angle EAF=90°$. ∴ $\triangle AEF$ 为等腰直角三角形. ∴ $EF=\sqrt{2}AE=5\sqrt{2}$

37. (1) ∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,∴ $\angle BAE=\angle ADF=90°$,$AB=AD=CD$. ∵ $DE=CF$,∴ $AD-DE=CD-CF$,即 $AE=DF$. 在$\triangle BAE$ 和$\triangle ADF$ 中,$\begin{cases}AB=DA,\\ \angle BAE=\angle ADF,\\ AE=DF,\end{cases}$ ∴ $\triangle BAE\cong\triangle ADF$. ∴ $BE=AF$ (2) 由(1)得 $\triangle BAE\cong\triangle ADF$,∴ $\angle EBA=\angle FAD$. ∵ $\angle EBA+\angle AEB=90°$,∴ $\angle GAE+\angle AEG=90°$. ∴ $\angle AGE=90°$,即 $AG\perp BE$. ∵ $AD=AB=4$,$DE=1$,∴ $AE=4-1=3$. ∴ $BE=\sqrt{AB^2+AE^2}=5$. 在 Rt$\triangle ABE$ 中,$\frac{1}{2}AB\cdot AE=\frac{1}{2}BE\cdot AG$,∴ $AG=\frac{4\times3}{5}=\frac{12}{5}$

38. (1) ∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,∴ $AB=BC$,$\angle A=\angle C=90°$. 在$\triangle ABF$ 和$\triangle CBE$ 中,$\begin{cases}AB=CB,\\ \angle A=\angle C,\\ AF=CE,\end{cases}$ ∴ $\triangle ABF\cong\triangle CBE$ (2) ∵ $\triangle ABF\cong\triangle CBE$,∴ $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle CBE}=\frac{1}{2}\times4\times1=2$. ∴ $S_{四边形BEDF}=4^2-2-2=12$

39. (1) ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,∴ $AB=CD$,$AB/\!/CD$. ∴ $\angle ABE=\angle CDF$. ∵ $AE\perp BD$,$CF\perp BD$,∴ $\angle AEB=\angle CFD=90°$. 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,$\begin{cases}\angle ABE=\angle CDF,\\ \angle AEB=\angle CFD,\\ AB=CD,\end{cases}$ ∴ $\triangle ABE\cong\triangle CDF$. ∴ $AE=CF$ (2) $\triangle ABE$,$\triangle CDF$,$\triangle BCE$,$\triangle ADF$ 理由:∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,∴ $\angle BAD=90°$. ∵ $\angle ADB=30°$,∴ $AB=\frac{1}{2}BD$. ∵ $\triangle ABE\cong\triangle CDF$,∴ $BE=DF$,$AE=CF$. ∴ $S_{\triangle ABE}=S_{\triangle CDF}=S_{\triangle BCE}=S_{\triangle ADF}$. 易证 $\triangle ABE\backsim\triangle DBA$,∴ $\frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle DBA}}=\left(\frac{AB}{BD}\right)^2=\frac{1}{4}$. 又∵ $S_{\triangle DBA}=\frac{1}{2}S_{矩形ABCD}$,∴ $\frac{S_{\triangle ABE}}{S_{矩形ABCD}}=\frac{1}{8}$. ∴ $S_{\triangle ABE}=S_{\triangle CDF}=S_{\triangle BCE}=S_{\triangle ADF}=\frac{1}{8}S_{矩形ABCD}$.

40. (1) ① 如图①,若所截矩形材料的一条边是 BC,过点 C 作 $CF\perp AE$ 于点 F,则矩形材料的面积 $S_1=AB\cdot BC=6\times5=30$. ② 如图②,若所截矩形材料的一条边是 AE,过点 E 作 $EI\perp AE$ 交 CD 于点 I,过点 I 作 $IG\perp AB$ 于点 G,过点 C 作 $CH\perp IG$ 于点 H,则四边形 $AEIG$ 为矩形,四边形 $BCHG$ 为矩形. ∴ $IG=AE=6$,$HG=BC=5$,$CH=BG$,$\angle HCB=90°$. ∴ $IH=IG-HG=1$. ∵ $\angle BCD=135°$,∴ $\angle ICH=45°$. ∴ $\triangle CHI$ 为等腰直角三角形. ∴ $CH=IH=1$. ∴ $BG=1$. ∴ $AG=AB-BG=5$. ∴ 矩形材料的面积 $S_2=AE\cdot AG=6\times5=30$. ∴ 若所截矩形材料的一条边是 BC 或 AE,则矩形材料的面积是 30 (2) 能. 如图③,在 CD 上取点 P,过点 P 作 $PM\perp AB$ 于点 M,$PN\perp AE$ 于点 N,过点 C 作 $CQ\perp PM$ 于点 Q,则四边形 $ANPM$ 为矩形,四边形 $BCQM$ 为矩形. ∴ $MQ=BC$,$BM=CQ$,$\angle QCB=90°$. ∵ $\angle BCD=135°$,∴ $\angle PCQ=45°$. ∴ $\triangle PCQ$ 为等腰直角三角形. ∴ $PQ=CQ$. ∴ $PQ=BM$. 设 $AM=x$,则 $BM=6-x$,∴ $PM=MQ+PQ=BC+BM=11-x$. ∴ 矩形材料的面积 $S=AM\cdot PM=x(11-x)=-(x-5.5)^2+30.25$. ∵ $-1<0$,$0<x<6$,∴ 当 $x=5.5$ 时,S 的最大值为 30.25. ∴ 这块矩形材料的面积的最大值为 30.25



第 40 题

4. 三角形的中位线

一、1. D 2. C 3. A 4. C

二、5. 100 6. 8 7. $2\sqrt{2}$

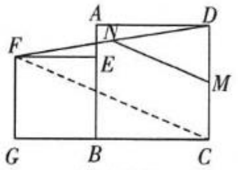
三、8. ∵ M,N 分别为BC,OC 的中点,∴ $BO=2MN=8$. ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,∴ $AC=BD=2BO=16$

9. 连接 AE. ∵ E,F 分别是边 BC,AC 的中点,∴ $EF/\!/AB$,$EF=\frac{1}{2}AB$. ∵ $AD=\frac{1}{2}AB$,∴ $EF=AD$. 又∵ $EF/\!/AD$,∴ 四边形 $ADFE$ 是平行四边形. ∴ $DF=AE$. ∵ 在 Rt$\triangle ABC$ 中,E 是 BC 的中点,∴ $AE=\frac{1}{2}BC=BE=CE$. ∴ $DF=BE$

10. (1) ∵ D,E,F 分别是 AB,BC,AC 的中点,∴ $EF/\!/AB$,$DF/\!/BC$. ∴ 四边形 $BEFD$ 是平行四边形 (2) ∵ $\angle AFB=$

$90°$, D 是 AB 的中点, $\therefore DF=DB=\frac{1}{2}AB=3$. $\therefore$ 四边形 $BEFD$ 是菱形. $\therefore BE=EF=DF=DB=3$. $\therefore$ 四边形 $BEFD$ 的周长为 $4\times3=12$

11. 如图,连接 CF. $\because$ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $BEFG$ 都是正方形, $\therefore GF=GB=BE=5$, $BC=AB=7$, $\angle G=90°$. $\therefore GC=GB+BC=5+7=12$. $\therefore CF=\sqrt{GF^2+GC^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$. $\because M$, N 分别是 DC, DF 的中点, $\therefore MN=\frac{1}{2}CF=\frac{13}{2}$



第 11 题

12. (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AB=CD$, $AB/\!/CD$, $OB=OD$, $OA=OC$. $\therefore \angle ABE=\angle CDF$. $\because E$, F 分别为 OB, OD 的中点, $\therefore BE=\frac{1}{2}OB$, $DF=\frac{1}{2}OD$. $\therefore BE=DF$. 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中, $\begin{cases}AB=CD,\\ \angle ABE=\angle CDF,\\ BE=DF,\end{cases}$ $\therefore \triangle ABE\cong\triangle CDF$

(2) 当 $AC=2AB$ 时,四边形 $EGCF$ 是矩形 理由: $\because OA=OC$, $\therefore AC=2OA$. $\because AC=2AB$, $\therefore AB=OA$. $\because E$ 是 OB 的中点, $\therefore AG\perp OB$. $\therefore \angle OEG=90°$. 同理,可得 $CF\perp OD$, $\therefore AG/\!/CF$. $\therefore EG/\!/CF$. $\because EG=AE$, $OA=OC$, $\therefore OE/\!/CG$. $\therefore EF/\!/CG$. $\therefore$ 四边形 $EGCF$ 是平行四边形. $\because \angle OEG=90°$, $\therefore$ 四边形 $EGCF$ 是矩形.

13. 延长 GM 交 DE 于点 H,连接 BE, BF. $\because$ 四边形 $ABDE$ 和四边形 $BCFG$ 都是正方形, $\therefore AB/\!/DE/\!/GF$, $\angle EBD=\angle FBG=45°$. $\therefore \angle HEM=\angle GFM$, $\angle EBF=90°$. $\because M$ 为 EF 的中点, $\therefore EM=FM=BM=\frac{1}{2}EF$. 在 $\triangle EHM$ 和 $\triangle FGM$ 中, $\begin{cases}\angle EMH=\angle FMG,\\ EM=FM,\\ \angle HEM=\angle GFM,\end{cases}$ $\therefore \triangle EHM\cong\triangle FGM$. $\therefore HM=GM$, $EH=FG$. $\because AB=2BC$, $\therefore$ 易得 $GF=EH=DH=DG$. $\therefore \triangle HDG$ 为等腰直角三角形. 设 $BC=1$,则 $AB=2$, $BE=2\sqrt{2}$, $BF=\sqrt{2}$, $HG=\sqrt{2}$. $\therefore MG=\frac{1}{2}HG=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $EF=\sqrt{BE^2+BF^2}=\sqrt{10}$. $\therefore MB=\frac{1}{2}EF=\frac{\sqrt{10}}{2}$. $\therefore \frac{MB}{MG}=\frac{\frac{\sqrt{10}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{5}$

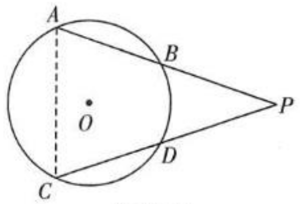
第十章 圆

1. 圆的有关概念及性质

一、1. A 2. D 3. D 4. B 5. B 6. D 7. C 8. B 9. C 10. C 11. B 12. B 13. A 14. A 15. A 16. A 17. D 18. C 19. B 20. C 21. B

二、22. $60°$ 23. 1 24. $100°$ 25. $30°$ 26. $40°$ 27. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ 28. 4π 29. $30°$ 30. 6 31. $52°$ 32. $\sqrt{2}$ 33. 2 34. $155°$ 35. $6\sqrt{3}$ 36. 20 37. $\frac{1}{2}$ 38. $y=\frac{30}{x}$ 39. $5\sqrt{3}$ 或 $5\sqrt{2}$ 40. $\frac{48}{5}$ 41. $69°$ 42. $6+3\sqrt{3}$

三、43. 如图,连接 AC. $\because AB=CD$, $\therefore \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$. $\therefore \overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{BD}+\overset{\frown}{CD}$,即 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CB}$. $\therefore \angle C=\angle A$. $\therefore PA=PC$



第 43 题

44. (1) $\because CD=AB$, $\therefore \overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{AB}$,即 $\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}+\overset{\frown}{AC}$. $\therefore \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$ (2) $\because \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$, $\therefore AD=BC$. 又 $\because \angle ADE=\angle CBE$, $\angle DAE=\angle BCE$, $\therefore \triangle ADE\cong\triangle CBE$. $\therefore AE=CE$

45. (1) 如图,连接 OA, OC,过点 O 作 $OH\perp AC$ 于点 H. $\because \angle ABC=120°$, $\therefore \angle AMC=180°-\angle ABC=60°$. $\therefore \angle AOC=2\angle AMC=120°$. $\therefore \angle AOH=\frac{1}{2}\angle AOC=60°$, $AH=\frac{1}{2}AC=\sqrt{3}$. $\therefore OA=\frac{AH}{\sin\angle AOH}=2$. $\therefore \odot O$ 的半径为 2 (2) 如图,在 BM 上截取 $BE=BC$,连接 CE. $\because \angle ABC=120°$, BM 平分 $\angle ABC$, $\therefore \angle ABM=\angle CBM=60°$. $\therefore \angle ACM=\angle ABM=60°$. $\because \angle CBM=60°$, $BE=BC$, $\therefore \triangle EBC$ 是等边三角形. $\therefore CE=CB=BE$, $\angle BCE=60°$. $\therefore \angle BCD+\angle DCE=60°$. $\because \angle ACM=60°$, $\therefore \angle ECM+\angle DCE=60°$. $\therefore \angle ECM=\angle BCD$. 在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle MCE$ 中, $\begin{cases}\angle ACB=\angle MCE,\\ CB=CE,\\ \angle CAB=\angle CME,\end{cases}$ $\therefore \triangle ACB\cong\triangle MCE$. $\therefore AB=ME$. $\because ME+EB=BM$,