

خب در حالت کلی سیستم یک ورودی می‌گیرد که بالایی می‌باشد و خروجی آن هدف ما است حال احتمال زیاد هدف خروجی امکان دارد با ورودی که ما داده ایم زیاد تطابق نداشته باشد برای این منظور به صورت موازی یک مدل را طراحی می‌کنیم حال منطق فازی یا یک مدل باشد و یک خروجی می‌دهد و این خروجی امکان دارد از هدف ما دور باشد در ابتدای کار اما با مرور زمان امکان دارد به هم نزدیک شوند که این بهترین حالت ممکنه برای ماست .

خب حال خروجی از مدل و هدف اگر صفر بشه ایده ال ترین حالت ممکن میشود که امکان رخ دادن این حالت زیاد نیست چون مدل باسیستم یکی شده و دیگر فرقی ندارد در حالت نرمال یک تفاوت مابین این دو وجود دارد .

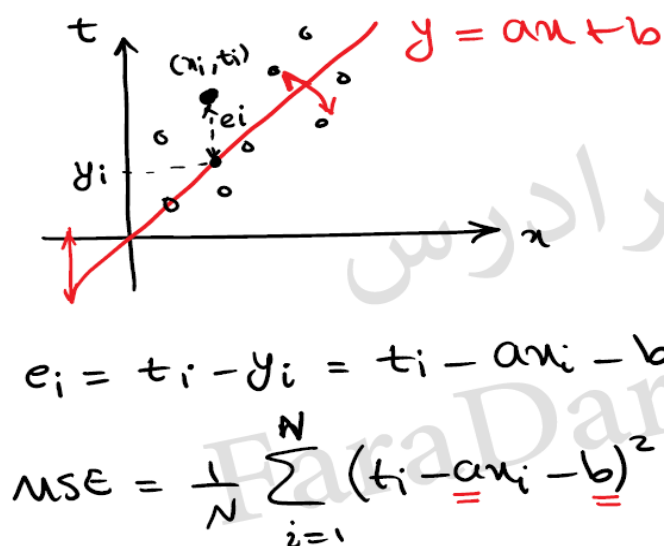
مثلا یکی از روش هایی که وجود دارد تابع هزینه/تابع مربعات خطا یا تابع شاخص عملکرد که همگی یکسان هستند ولی با بیان های متفاوت در علوم های مختلف که به فرم زیر بیان می‌شود :

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i^2$$

خب در حالت کلی ما نمی‌توانیم رفتار Plant یا system را تغییر دهیم مثلا فرض بر این باشد که یک روالی خاص را یک سیستم دارد اما ما میتوانیم بر روی مدل خودمان تغییرات اعمال کنیم تا خروجی کار درست بشود تا جایی که بتوانیم خطایی که بین سیستم و خروجی مدل است به حداقل ممکن برسد .

خب اگر در حوزه سیستم های عصبی و شبکه های عصبی صحبت بشه به این مرحله و فاز
Traning میگویم .

یکی از ساده ترین مثال هایی که در این حوزه میتوان زد همان رگرسی.ن است که مابین دیتا ها که
ورودی و خروجی های ما هستند یک خط میگذرانیم که حداقل فاصله را با دیتا ها داشته باشند به
نحوی که همه ی آن ها را نیز پوشش دهد به شکل زیر توجه کنید :



این اسلاید از کلاس درس استاد بزرگ بنده دکتر سید مصطفی کلامی هریس است .

در این اسلاید به خوبی نمایش داده میشود تابع هزینه و خطا چگونه رسم شده برای یک سری از
اطلاعات آزمایشگاهی ما .

خب هدف چیه باید در این مسئله **a, b** طوری پیدا کنیم که مسئله کمینه شود . خب برای این
روش متد های زیادی هست یکی از روش ها مشتق گیری نسبت به **a , b** می باشد .

خب در اینجا **a** شیب خط ما استن که باهاش کار میکنیم و **b** هم عرض مبدا می باشد که بالا
پایین می شود .

خب گاهی اوقات مثلا برای این مسئله از یک سهمی درجه 2 استفاده بشه برای رگرسیون گیری که
بهش Curve fitting نیز میگویند .

خب همان طور در تصویر مشاهده میکنید یک سیستم داریم و مدل ما یک سری متغیر ها داریم که با تتا نشان داده شده در تصویر ما برای این کار ما باید یک جوری این پارامتر های خودمون تنظیم کنیم ، که مسئله ما حداقل شود برای کار ما که برای این هدف یک سری قید داریم که براساس آن باید تنظیمات تابع را به پیش ببریم .

خب امروز کاری که ما میخواهیم پیش ببریم خیلی کلی است و میخواهیم یک مسئله بهینه سازی برای تابع خطا با کمک منطق فازی پیش ببریم که در ادامه یک اسلاید آورده شده و توضیحات تکمیلی نیز خودم میدهم :

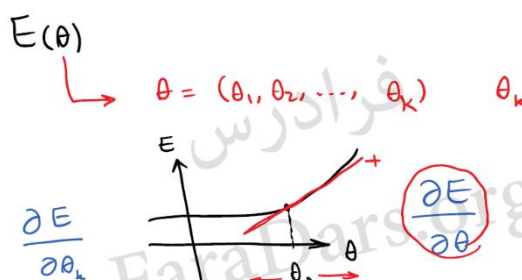
خب همان طور در تصویر مشاهده میکنید

تابع خطا را با پارامتر های برداری نشان

داده ایم که از 1 تا K که برای این

که بخواهیم اتین مسئله را بهینه سازی

کنیم از فرم گرادیان میرویم ، که گرادیان



فاصله یا دوری یا نزدیکی را به ما نشان میدهد ، که ما برای که ببینیم متغیر های خود در چه

مسیری حرکت دهیم بیشترین افزایش یا کاهش خواهد داشت .

خب مثلا در مثال شکل بالا میبینید مشتق در جایی که گرفتیم مقداری مثبت در میاید که اگر به

سمت چپ حرکت کنیم مقادیر تتا های ما بیشترین E را به خودشون میگیرند و اگر رو به سمت

راست حرکت کنیم E مقدارش کم ترین می شود .

خب در اسلاید بعدی توجه شما را به یک سری تعاریف معطوف میکنم :

خب همانطور که ملاحظه میکنید ما پارامترهای تخمین خود را تحت عنوان تتا تعریف نموده از تتا زمان اول تا آخرین تخمینی که زدیم . سپس برای اینکه مسئله ما بهترین شکل ممکنه را به خودش بگیرد

$$\theta_t = (\theta_{t1}, \theta_{t2}, \dots, \theta_{tK}) \quad E(\theta_t)$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t + \Delta\theta_t \quad E(\theta_{t+1})$$

Step

$$\Delta\theta_t = -\frac{\partial E}{\partial \theta_t}$$

باید خطای ما بین سیستم و مدل کمینه شود برای این کا خب ما هر تتایی که رو به جلو حرکت میکند با یک $\Delta\theta$ یک step رو به جلو حرکت میکند و θ_{t+1} را به وجود میاورد حال باید در این نقطه ای که ایجاد شده نسبت به پارامتر θ_t مشتق گرفت که با علامت منفی که جهت نزولی بودن یا کمینه شدن را به ما ارائه دهد .

خب در اسلاید بعدی که به شما نمایش میدهم فرمت کلی این الگوریتم را به نمایش میگذاریم که بهش الگوریتم گرادیان نزولی نیز گفته می شود :

معمولا برای این متد یک حدس اولیه از جواب را میزنند و این خیلی خیلی مهم است برای کار ما که میخو.اهیم روند بهینه سازی را پیش بگیریم . در یک اسلاید بعدی برای شما به نمایش میگذاریم این مفهوم که

$$\min E(\theta)$$

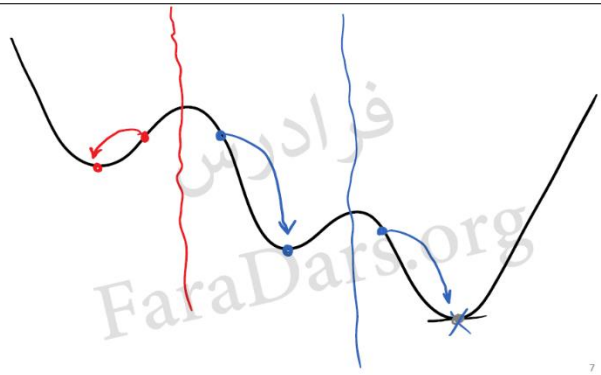
$$\theta_0 \rightarrow \theta_1 \rightarrow \theta_2 \rightarrow \dots \rightarrow \theta^*$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \alpha_t \frac{\partial E}{\partial \theta_t}$$

Gradient Descend

$$\theta_{t+1} = \theta_t \rightarrow \frac{\partial E}{\partial \theta_t} = 0$$

شرایط اولیه چقدر تاثیر گذار بر روی بهینه سازی و دینامیک مسئله ما است :



خب در تصویر میبینید که یک سری نقاط
به رنگ های قرمز، سبز و آبی وجود دارد
خب اگر ما شرایط اولیه خود را در نقاط
قرمز و سبز قرار درهیم دینامیک مسئله ما
روندی پیش میگیرد که مینیمم آن محلی

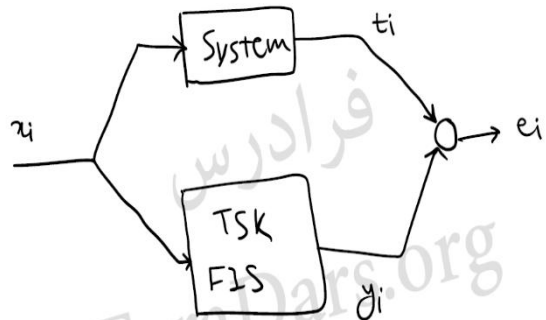
شود و بهینه کامل نشود اما اگر شما به نقطه آبی نگاهی کنید میبینید که یک مسیری را طی میکند
که به بهینه ترین شکل ممکن در کل دینامیک مسئله ما برسد. نقاط مینیمم همان تعادل است که
یک سری جاها را میتواند جذب کند که با خطوط جداسازی نموده ایم در تصویر به خوبی نشان داده
شده است.

خب یک سوال پیش میاید که ما به اون نقطه آبی که بهینه ترین نقطه مسئله ماست آیا دسترس
پذیری داریم یا خیر؟ هیچ تضمینی برای این که به بهینه ترین نقطه همراه با همگرا شدن پارامتر
های θ ما به دینامیک مسئله پس این یکم به خوش شانسی بودن تو برمیگردد رفیق.

خب حال میخواهیم در حالتی پیش بریم که بتونیم این خوش شانسی را برای خودمان ایجاد کنیم
که بتوانیم مسئله را بهینه ترین حالت برایش ایجاد کنیم.

برای این منظور مثلاً از منطق فازی بهره گیری میکنیم که در اسلاید زیر آورده شده است:

خب در تصویر ورودی ها یکسان است سیستم
درایم یک مدل منطق فازی TSK که قبلاً ما
در جلسات قبلی هم قاعده کار کردن با این و
هم کد نویسی های آن و فرمول اصلی آن را هم
کار کرده بودیم که داریم:



$$y_p = \frac{\sum_r \bar{y}_r \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_i \left(\frac{x_i - m_i}{\sigma}\right)^2\right)}{\sum_r \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_i \left(\frac{x_i - m_i}{\sigma}\right)^2\right)}$$

$$(x_p, y_p) \rightsquigarrow (x_p, t_p) \rightsquigarrow e_p = t_p - y_p$$

$$E = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^P e_p^2$$

خب در خط اول این تصویر مشاهده
میکنید که فرمت TSK میباشد یا فرمول
عمومی TSK میباشد ، خب یک بار
ورودی ها برای منطق فازی کار میکنند
یک بار هم برای زمان ها خود سیستم

ایجاد خروجی میکند در نهایت $e_p = t_p - y_p$ این خطا ایجاد میشود حال با این خروجی
خطا باید تابع هزینه خود بسازیم که با فرمت زیری آن یا این که اینجا تایپ شده

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i^2$$

تابع هزینه خود را مینویسم و در ادامه راه باید به بهینه سازی این پیر دازیم .

در ان مسئله پارامتر های ما شامل σ, m_i ها به حساب میایند .

خب در ادامه برای این کهن بخواهیم مسئله را کمی از پیچیدگی فرم بالا در این حالت کاهش دهیم
و بتوانیم آن را بهتر بیان کنیم اسلاید زیر آورده ام که در ادامه توضیحات کافی برای آن میاورم :

خب همان طور که میبینید
بخشی از تابع TSK ما که
قسمت نمایی یا همان گووسی
آن است را با ω_r نمایش
میدهیم که ساده تر شو
سپس خطای بین سیستم و

$$y_p = \frac{\sum_r \bar{y}_r \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x_p - m_r}{\sigma}\right)^2\right)}{\sum_r \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x_p - m_r}{\sigma}\right)^2\right)} = \frac{\sum_r \bar{y}_r \omega_r}{\sum_r \omega_r}$$

$$e_p = t_p - y_p = t_p - \frac{\sum_r \bar{y}_r \omega_r}{\sum_r \omega_r} = \frac{\sum_r (t_p - \bar{y}_r) \omega_r}{\sum_r \omega_r}$$

$$e_p^2 = \frac{\left[\sum_r (t_p - \bar{y}_r) \omega_r\right]^2}{\left[\sum_r \omega_r\right]^2}$$

تابع مدل سازی شده خودمان را میاوریم در نهایت با یک سری عملیات جبری و ساده سازی به
معادله خط ندو میرسیم که مخرج مشترک گیری و... دارد .

در انتهای اسلاید هم که تابع خطا خود را معرفی نموده ایم که تمامی عبارت های خطا باید به توان دو کم رسد یا مربع شود بعد از این کار باید عملیات گرادیان گیری روی پارامتر های متغیر انجام داد تا مسئله بهینه شود.

در ادامه روند کاری یک اسلاید آورده شده که عملیات گرادیان گیری روی پارامتر m_r, σ چگونه است :

روال کاری بدین صورت است که برای عملیات گرادیان گیری یا مشتق گرفتن ضمنی از پارامتر های خود باید از قاعده زنجیره ای استفاده کنیم. که در انتهای شکل فرم روند مشتق زنجیره ای آورده شده است .

$$\frac{\partial}{\partial m_r} \left[\sum_{r'} (t_p - \bar{y}_{r'}) \omega_{r'} \right]^2 = \frac{\partial}{\partial \omega_r} \left[\sum_{r'} (t_p - \bar{y}_{r'}) \omega_{r'} \right]^2 \cdot \frac{\partial \omega_r}{\partial m_r}$$

$$= 2(t_p - \bar{y}_r) \sum_{r'} (t_p - \bar{y}_{r'}) \omega_{r'} \frac{\partial \omega_r}{\partial m_r}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx}$$

حال برای این که چگونه کار کرده میبینیم که ابتدای کار از عبارت نسبت به ω_r مشتق گرفته شده سپس برای این که گرادیان آن نسبت به m داشته باشیم در عبارت زنجیره ای $\frac{\partial \omega_r}{\partial m_r}$ ضرب شده است کلا عبارت اول نسبت به ω_r مشتق گیری شده است .

در نهایت برای پارامتر سیگمات هم همچنین روالی را داریم که باید ما سیستم خود را انقدر یواش یواش جوری جلوببریم که این تابع هزینه ما به سیستم مقدارش کم کم بشه به نحوی که سیستم ما خطای حداقلی خودش برسد .

خب شکل گویای صحبت های من است که کلا میخوایم چیکار بکنیم در این روند کاری که در حال حاضر پیش گرفته ایم .
خب رسیدیم به یک جای زیبا در این قسمت براتون یک سخن زیبا دارم که اینه

$$m_{r,t} \rightsquigarrow m_{r,t+1}$$

$$\begin{cases} m_{r,t+1} = m_{r,t} - \alpha_{r,t} \frac{\partial E}{\partial m_{r,t}} \quad \forall r \\ \sigma_{t+1} = \sigma_t - \alpha_{\sigma,t} \frac{\partial E}{\partial \sigma_t} \end{cases}$$

که ما الان شروع شبکه های عصبی را یاد گرفته ایم که برای این روال کاری که از ابتدای این جزوه یا مقاله برای شما آورده ام نتایج این بوده که بتوانیم با کمک دانش های قبلی و پایه ای ریاضیات و منطق فازی یک چیزی الان درست بشه تحت عنوان

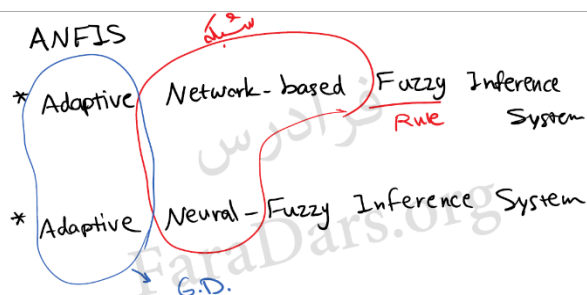
(ANFIS or Adaptive Neural Fuzzy Inference System) گفته میشود حال به

ادامه کار برای ما هیجان انگیز تر از قبل میشود اون قسمت تطبیقی یعنی ما یک سری اطلاعات به مدل میدهم که رفته رفته خودش را با مدل مرجع که سیستم مدنظر ما است تطبیق پیدا میکند .

خب به دلیل این که ما از متلب برای کار خود استفاده میکنیم باید با روال کاری ANFIS در متلب بلد باشیم مثل سیستم های FIS در جزوات قبلی به صورت کامل در محیط متلب کد نویسی و کار با ماژول فازی را یاد گرفتیم .

این نکته در رابطه با این که این ANFIS در متلب چگونه کار میکند یک مدل خطی مرتبه اول است ، از مدل TSK پیروی میکند یعنی ورودی یک یا چند سری ورودی داریم اما خروجی به صورت یک تابع است حال قبلا در سیستم TSK در متلب به صورت یک ثابت در نظر گرفتیم ما در حال حاضر که در ادامه یک اسلاید از قواعد فازی و چگونگی کار کردن این سیستم در متلب است را بر ای شما آورده ام :

این تصویر شماتیک کلی سیستم را توضیح میدهد .



این تصویر بر ای ما مهم است از انجایی که یک

سری ورودی ها داریم یعنی دوتا ورودی داریم و

خروجی های ما در تصویر مشاهده میکنید که به

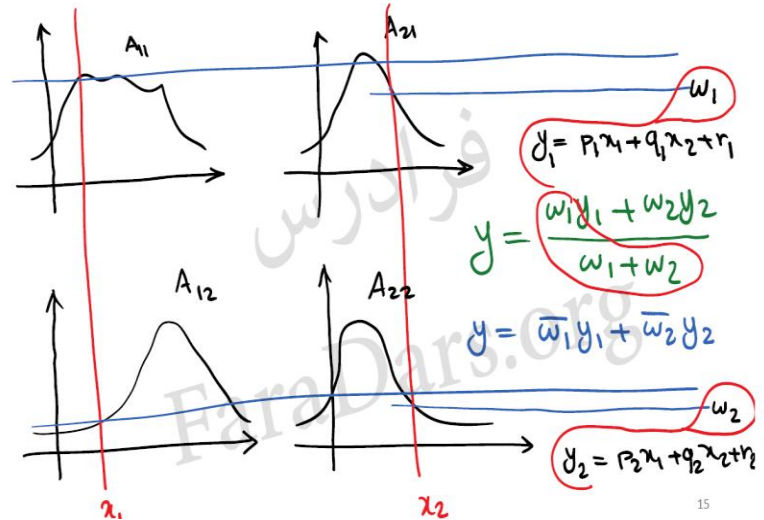
$$\text{If } x_1 \text{ is } A_{11} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{21} \text{ Then} \\ y = p_1 x_1 + q_1 x_2 + r_1$$

$$\text{If } x_1 \text{ is } A_{12} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{22} \text{ Then} \\ y = p_2 x_1 + q_2 x_2 + r_2$$

صورت یک ترکیب خطی بیان شده است نه یک ثابت .

خب در ادامه برای این دو قاعده فازی که نوشتیم یک اسلاید میاوریم توضیحات را روی آن میدهم :

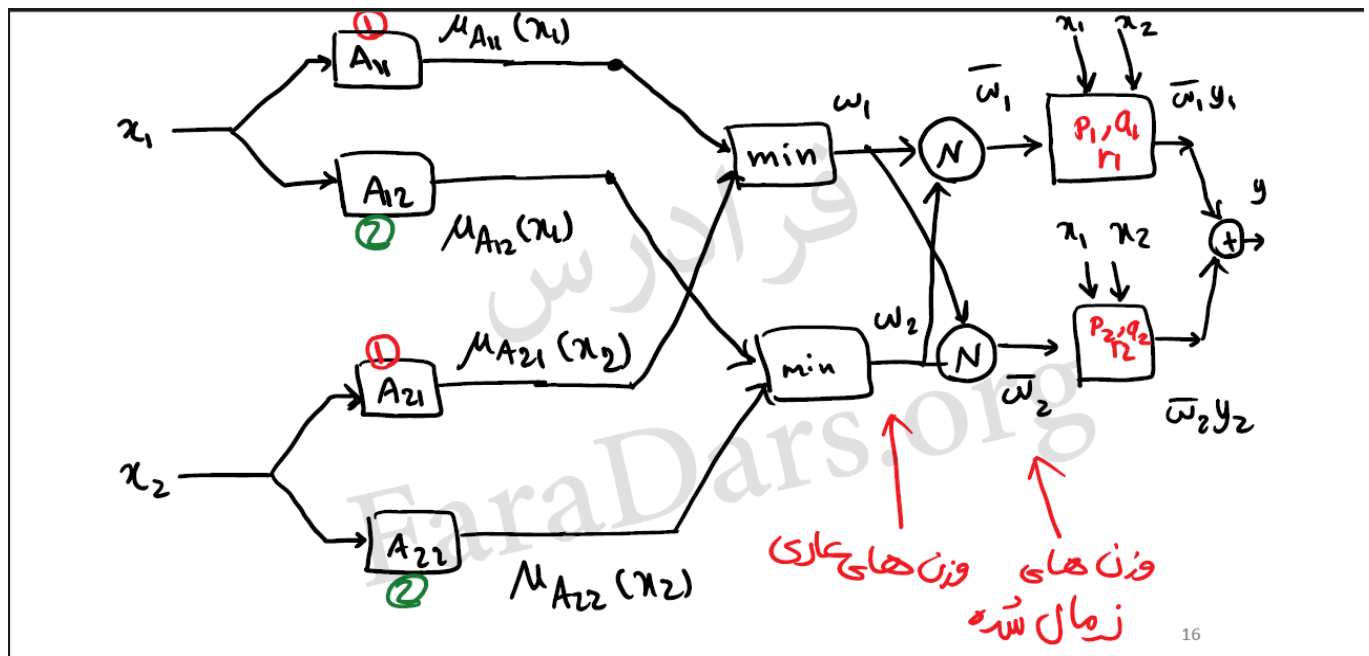
خب در تصویر ببینید که 4 توزیع مختلف برای A در نظر گرفته شده است یک بار با ورودی x_1 که با خط قرمز رنگ کشیده شده یک بار هم با ورودی x_2 که با خط قرمز رنگ کشیده شده بر اساس قاعده هایی که نوشتیم بر روی توزیع های خود



اعمال میکنیم . (منظور از توزیع ها همان اطلاعات است دوستان عزیز خوبم) خب در ادامه خطوط آبی رنگ ما همان y های ما هستند که بر حسب نوع ورودی که x_1 یا x_2 است رسم میکنیم که باید ما بین هر کدام از آنها اونی که کم تر است را انتخاب کنیم در شکل پیدا است که دوتا خط آبی رنگ

داریم به صورت افقی که بر حسب ورودی های ما است حال باید مابین آنها کم ترین را انتخاب کنیم سپس اسمش w_r است یا همان وزن که باید خروجی را در همان وزن کم تر ضرب کرد سپس مجموع آن ها برای یک سیستم تقسیم بر تمامی جمع وزن ها میکنیم که خروجی اصلی ما که بهینه ترین حالت ممکنه را به خود میگرد را به ما میدهد .

حال صحبت هایی که کردیم را در قالب گرافیکی میاوریم یک سری توضیحات تکمیلی هم بر روی آن میدهم :



16

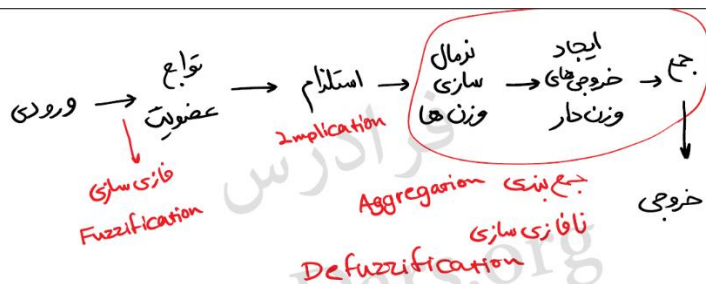
خب در تصویر یک شبکه عصبی را میبینید که ابتدای کار دوتا ورودی به سیستم داده ایم سپس در لایه اول که فازی کننده است قوانین بر روی ورودی ها پیاده سازی شده در کنار اطلاعاتی که داریم میبینید که یک بار مثلاً x_1 وارده قاعده سبز یا اول شده خروجی آن یک

Membership function از x_1 ساخته میشود با اطلاعاتی که است یعنی همان تابع

$\mu_{A_{11}}(x_1)$ به ترتیب همین روال برای ورودی دیگر و قاعده های خود که بر حسب منطق فازی هستند را پیاده سازی میکنیم .

حال در ادامه باید در بین این توابعی که بدست آوردیم به عنوان خروجی منیمم را انتخاب کرده هر یک از قاعده ها با خودش باید کمینه شود و قیاس شود که خروجی این کار همان وزن دهی است که این لایه را وزن دهی گویند سپس نرمال سازی میکنیم لایه بعدی که با N نمایش داده شده که در قسمت قبلی کامل توضیح داده شد، در نهایت خروجی های ما به عنوان بهترین عملکرد هستند که کمینه شدن و خطای حداقلی را با سیستم دارند . حال یک سری جزئیات در این بلوک دیاگرام است باید در ادامه کار که میرویم باهم جلو آن ها را هم یواش یواش یاد میگیریم در حال حاضر مهم این است که بفهمیم چه روالی طی میشود در حالت کلی .

در این اسلاید که برای شما میاورم میبیند که ANFIS جز همان سیستم عصبی قبلی نیست فقط فقط ما یک خطایی را تعریف نموده ایم برای سیستم خود با مدل که ANFIS به صورت تطبیقی خودش را یا مدل را با آن یکسان میکند :



17

اگر یادتان باشد یک سیستم فازی از همین قسمت ها تشکیل شده بود اول فازی سازی میکردیم ورودی ها را سپس توابع ضویت ساخته میشد در ادامه میرفتیم بر حسب استلزام ها قاعده های فازی را میساختیم و بعد از آن ترکیب میساختیم از آن ها و در نهایت نافازی سازی انجام میدادیم در نهایت خروجی میگرفتیم اینجا علاوه بر ترکیب کردن ما باید وزن دهی کنیم و کمینه سازی کنیم چون میخواهیم مقدار خطا را کم کنیم که اینجا همان بحث تطبیق پیدا شدن است سرو کله اش پیدا میشود. در کلام ساده همه اینها همون منطق فازی است که یک سری فرم های ریاضی در خودش تنیده شده که بتونیم یک سیستم را بهتر ازش بهره گیری کنیم که برای این امر که گفتیم شبکه عصبی میاد وسط ولی همان موضوع قبلی پابرجاست روال منطق فازی !!!!!

