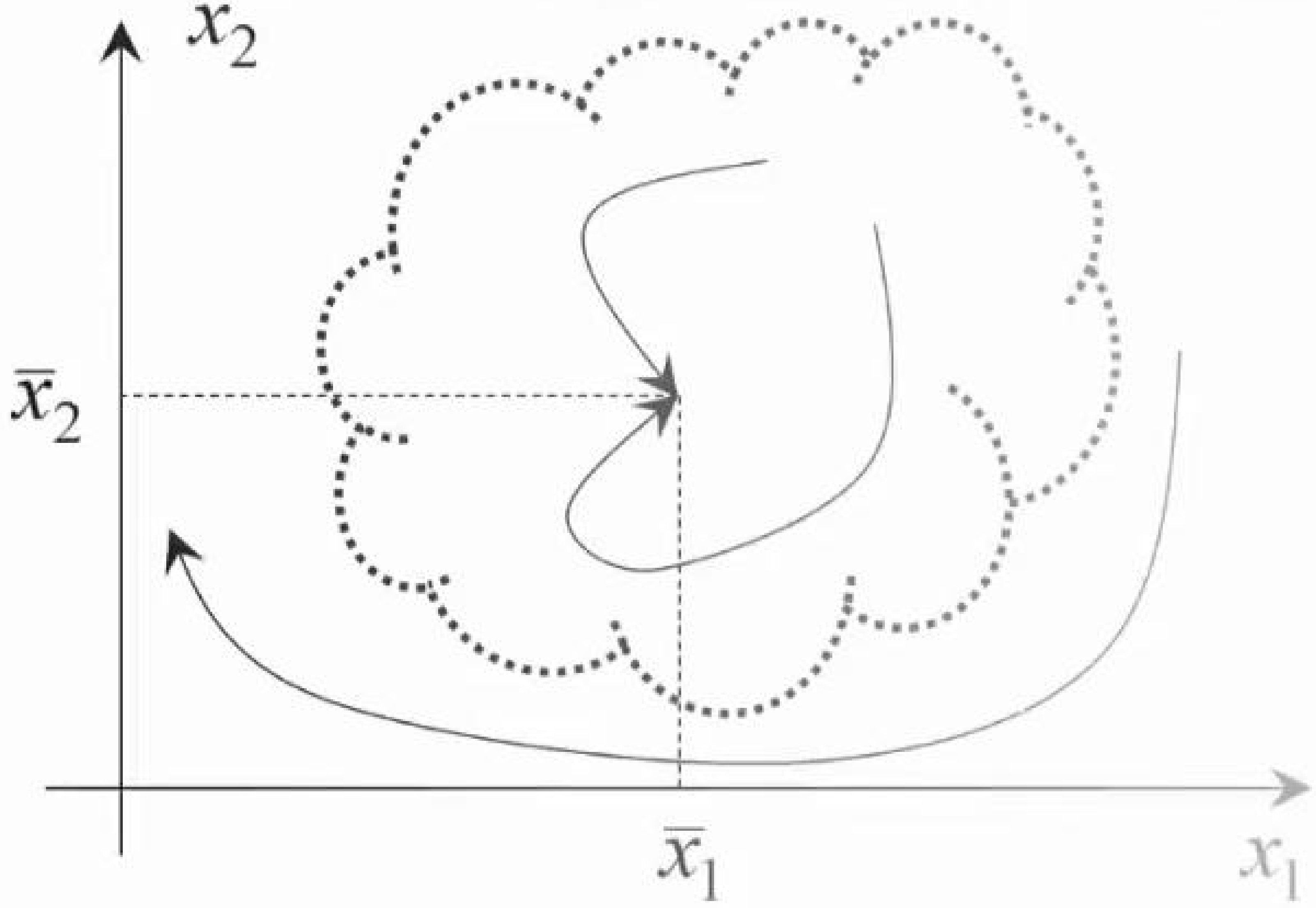
Stabilità globale e regione di attrazione

Stabilità globale

I movimenti perturbati generati da un ***qualunque*** stato iniziale convergono tutti al medesimo stato di equilibrio (l'ampiezza della perturbazione è irrilevante)

Regione di attrazione (di uno stato di equilibrio)

Insieme di stati iniziali che generano moti convergenti asintoticamente allo stato di equilibrio



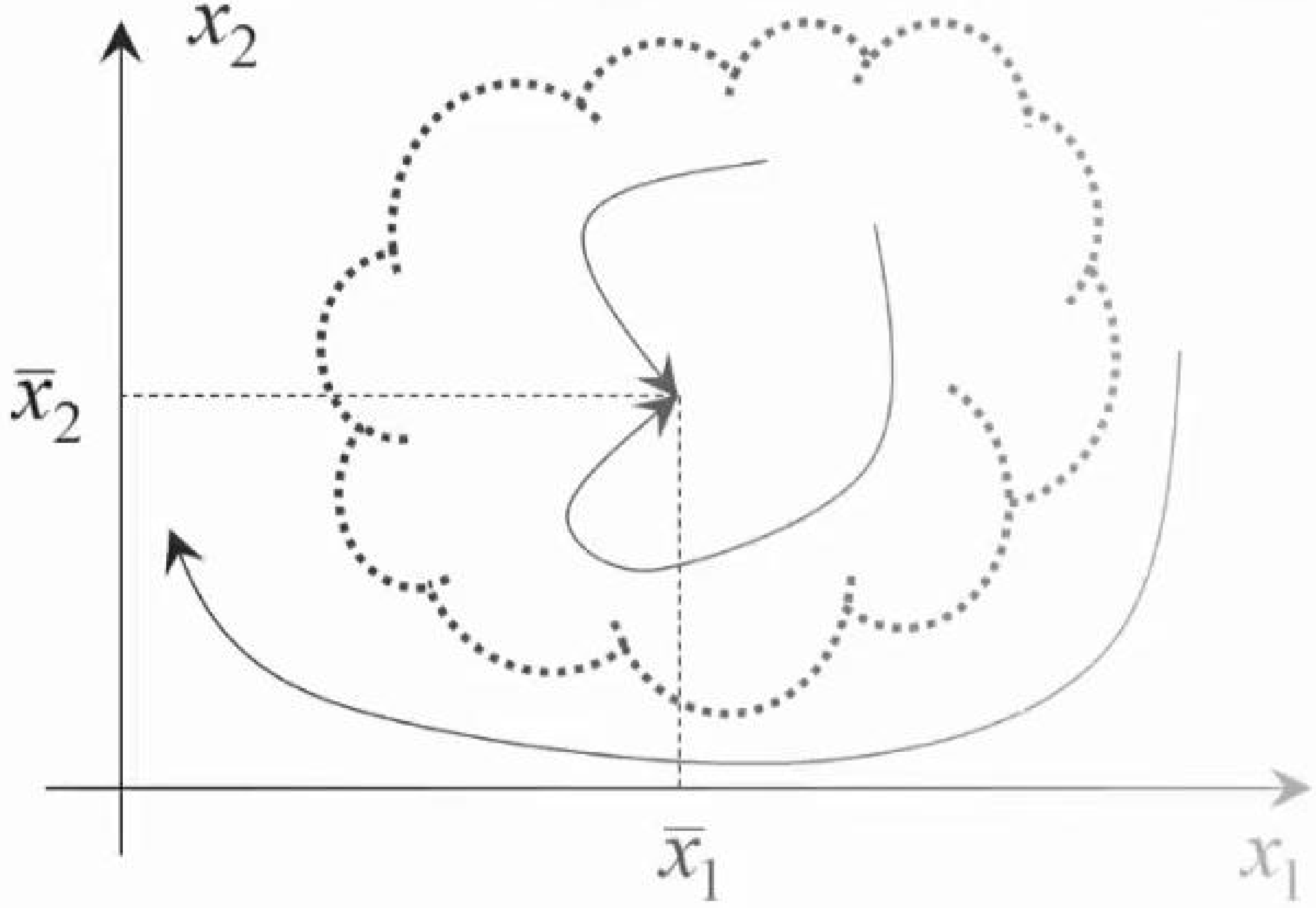
Stabilità globale e regione di attrazione

Stabilità globale

I movimenti perturbati generati da un ***qualunque*** stato iniziale convergono tutti al medesimo stato di equilibrio (l'ampiezza della perturbazione è irrilevante)

Regione di attrazione (di uno stato di equilibrio)

Insieme di stati iniziali che generano moti convergenti asintoticamente allo stato di equilibrio



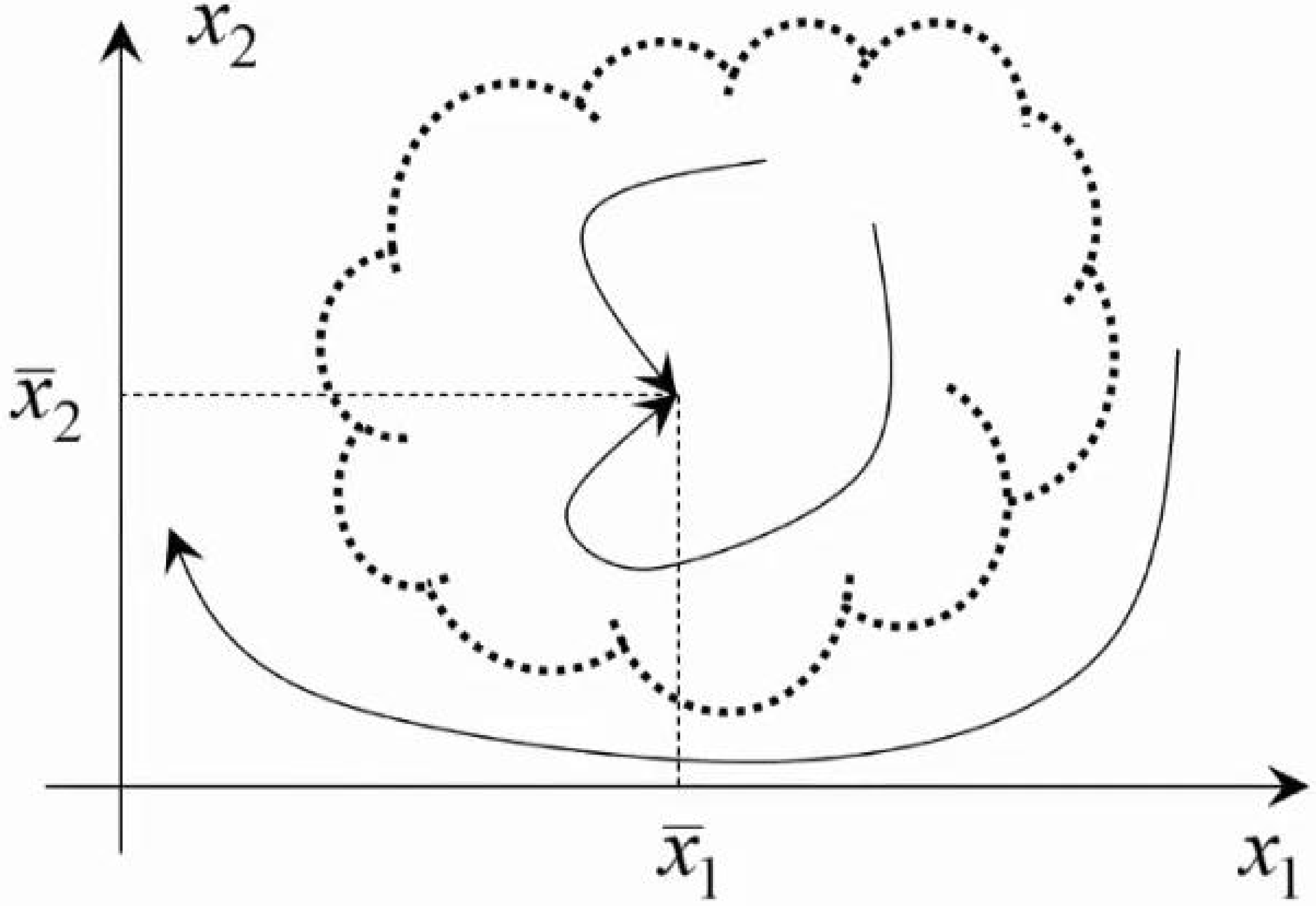
Stabilità globale e regione di attrazione

Stabilità globale

I movimenti perturbati generati da un ***qualunque*** stato iniziale convergono tutti al medesimo stato di equilibrio (l'ampiezza della perturbazione è irrilevante)

Regione di attrazione (di uno stato di equilibrio)

Insieme di stati iniziali che generano movimenti perturbati convergenti asintoticamente allo stato di equilibrio



Sistemi lineari e stazionari $\Rightarrow$ Stabilità del sistema

Sesto

Le proprietà di stabilità di un sistema ***lineare e stazionario*** sono relative all'***intero sistema*** e dipendono solo dal ***movimento libero***

$$\tilde{x}(k) = A^k \tilde{x}_0 + \sum_{i=0}^{k-1} A^{k-i-1} B\tilde{u}(i) \quad \rightarrow \quad \textbf{\textit{Movimento nominale}}$$

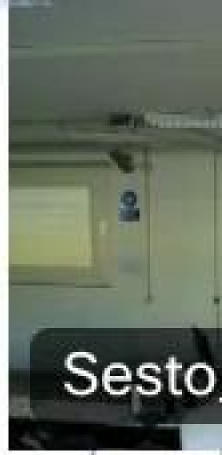
$$x(k) = A^k x_0 + \sum_{i=0}^{k-1} A^{k-i-1} B\tilde{u}(i) \quad \rightarrow \quad \textbf{\textit{Movimento perturbato}}$$

$$x(k) - \tilde{x}(k) = A^k (x_0 - \tilde{x}_0)$$

$$\delta x(k) = x(k) - \tilde{x}(k)$$

$$\delta x(0) = x(0) - \tilde{x}(0) = x_0 - \tilde{x}_0 = \delta x_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\delta x(k) = A^k \delta x_0}$$

Stabilità del movimento di un sistema lineare e stazionario



Un movimento $\widetilde{x}(k)$ è ***stabile*** se, per ogni $\varepsilon > 0$, esiste $\delta > 0$ tale che per tutti i δx_0 che soddisfano la relazione

$$\|\delta x_0\| \leq \delta$$

risulti

$$\|\delta x(k)\| \leq \varepsilon \quad , \quad \forall k \geq 0$$

Un movimento $\widetilde{x}(k)$ è ***instabile*** se non è stabile

Un movimento $\widetilde{x}(k)$ è ***asintoticamente stabile*** se, oltre ad essere stabile verifica la condizione

$$\lim_{k \to \infty} \|\delta x(k)\| = 0$$

Stabilità del sistema (tempo discreto)

- Poichè il movimento nominale non compare esplicitamente nelle definizioni di stabilità si può enunciare il seguente risultato

  Un movimento (o uno stato di equilibrio) di un sistema lineare e stazionario è stabile, asintoticamente stabile o instabile se e solo se ***tutti*** *i movimenti (o gli stati di equilibrio) del sistema sono rispettivamente stabili, asintoticamente stabili o instabili*

- Per i sistemi lineari e stazionari ha senso parlare di stabilità, instabilità o asintotica stabilità del ***sistema***, invece che di singoli movimenti (o stati di equilibrio)

Stabilità e movimento libero (tempo discreto)

- Le definizioni di ***stabilità*** per i ***sistemi lineari e stazionari*** si possono riformulare sul ***movimento libero***

$$\delta x(k) = A^k \delta x_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x_l(k) = A^k x_0}$$

- La stabilità allora sussiste quando, fissata arbitrariamente una norma massima ε per i movimenti liberi, la condizione

$$\|x_l(k)\| \leq \varepsilon \quad , \quad \forall k \geq 0$$

è verificata per stati iniziali di norma abbastanza piccola

$$\|x_0\| \leq \delta$$