

## Übungsblatt 3

November 3, 2016

### 3. Übung

#### Aufgabe 3.1

Beschreiben Sie eine 1-Band-TM, die die Sprache  $L = \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$  mit einem Zeitbedarf in  $O(m \log m)$  akzeptiert, wobei  $m$  die Länge der Eingabe bezeichnet.

Es ist **nicht** notwendig die Turingmaschine explizit anzugeben. Eine Beschreibung ihrer Arbeitsweise und Laufzeit in den einzelnen Arbeitsschritten genügt.

#### Aufgabe 3.2

Geben Sie das Programm einer Registermaschine zur Berechnung des Zweierlogarithmus  $\lfloor \log_2 n \rfloor$  für eine Eingabe  $n \in \mathbb{N}$  an. Erläutern Sie kurz seine Funktionsweise.

#### Aufgabe 3.3

Zeigen Sie, dass die Menge  $\mathbb{N}^* = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \mathbb{N}^n$  der endlichen Wörter über den natürlichen Zahlen abzählbar ist.

#### Aufgabe 3.4

Welche der folgenden Sprachen sind entscheidbar? Beweisen Sie die Korrektheit ihrer Antwort.

- a)  $H_{\leq 42} = \{\langle M \rangle w \mid M \text{ hält auf Eingabe } w \text{ und zwar nach höchstens 42 Schritten}\}$
- b)  $H_{\geq 42} = \{\langle M \rangle w \mid M \text{ hält auf Eingabe } w \text{ und zwar nach mindestens 42 Schritten}\}$