INTRODUCCIÓN A LA GEOCOMPUTACIÓN CON R
EJERCICIOS NO. 2 (CALCULADORA CIENTÍFICA)

INDER TECUAPETLA-GÓMEZ

1. Realiza las siguientes operaciones sin utilizar R. Puedes hacerlas *en tu cabeza* o con el auxilio de papel y lápiz
(a) $4 + 5 * 3$
(b) $(4 + 5) * 3$
(c) $4 - 5 * 3$
(d) $(4 - 5) * 3$
(e) $4 + 5/3$
(f) $(4 + 5)/3$
(g) $4 + 5^3$
(h) $(4 + 5)^3$
Ahora calcula las operaciones de arriba usando la consola de R y compara con tus soluciones anteriores.

2. ¿Sabías que si sumas dos números pares, el resultado es otro número par? De hecho este resultado también es válido si sumas dos números impares. En efecto, piensa en dos números impares, súmalos, el resultado es otro número par, ¿cierto? Para continuar convenciéndote de la validez de este resultado, repite muchas veces este ejercicio mentalmente, cada vez usando dos números impares diferentes.

Podemos usar el operador %% (llamado *módulo*) en R para **demostrar**, al menos computacionalmente, este resultado.

Comencemos recordando que la operación $a\%\%b$ devuelve el residuo de dividir a entre b. **Ejemplo:** si tecleas en la consola `7%%2` obtienes como resultado 1, número que es el residuo entero de dividir 7 entre 2; quizás ayude recordar que `7 = 2 × 3 + 1`.
Premisa: Cuando divides un número par entre 2, el residuo es igual a cero, y viceversa.

Ahora, como ejemplo, consideremos 3 y 5 (ambos impares) y
(a) calcula 3%%2
(b) calcula 5%%2
(c) suma los resultados de **(a)** y **(b)**
(d) al resultado de **(c)** aplícale %%2
(e) ahora nota que los incisos **(a)**-**(d)** son equivalentes a $(3 + 5)\%\%2$,
(f) así, el residuo de dividir $3 + 5$ entre 2 es cero y por tanto, de acuerdo a la **Premisa**, un número par.
(g) Repite este ejercicio con los números impares que pensaste.
(h) ¿Se te ocurre una estrategia para aplicar **(a)**-**(f)** automáticamente a cualesquiera 2 números impares?

3. La siguiente historia forma parte del folklore matemático. Según esto cuando era niño, Carl Friedrich Gauss, sí el de la *campana de Gauss*, tuvo un maestro que presentó el siguiente problema a la clase:
Calcular
$$1 + 2 + 3 + \cdots + 99 + 100.$$
Es plausible que el maestro nunca haya imaginado que el niño Gauss le diera la solución (5050) después de unos cuantos minutos. El niño Gauss se dió cuenta que el número $1 + 2 + 3 + \cdots + 99 + 100$ es igual al número $100 + 99 + 98 + \cdots + 2 + 1$, más aún, al sumar *entrada a entrada* los elementos

de estos dos números, el resultado siempre es 101; en efecto, $1+100 = 2+99 = 3+98$, etc. Por lo tanto, la cantidad buscada debería ser igual a 101 multiplicada por el número de sumandos, es decir, 100 y la cantidad resultante debería ser dividida por 2 ya que este método consistió en sumar la cantidad de interés dos veces .

La manera ingeniosa en la que Gauss resolvió el *torito* que les echó su maestro llevó a la deducción del siguiente teorema:

Para cualquier número entero $n \geq 1$,

$$1+2+3+\ldots+n-1+n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Usemos `R` para **demostrar** este resultado. Para lo que sigue puedes usar la consola o el editor de *scripts*.

(a) Supongamos que $n = 5$ y vamos a demostrar que $1+2+\cdots+5 = 15$.
(b) Teclea `v1 = c(1,2,3,4,5)`.
(c) Teclea `v2 = c(5,4,3,2,1)`.
(d) Suma `v1` y `v2`. ¿Cuál fue el resultado?
(e) ¿Recuerdas que en `R` los vectores se suman *entrada a entrada*? Bajo este principio, al sumar `v1` y `v2`, estamos efectuando `v1[1]+v2[1]+v1[2]+v2[2]+`$\cdots$`+v1[5]+v2[5]`. Observa que `v1[i]+v2[i]=6` para `i=1,2,...,5`. Es decir `v1+v2=5`$\times$`6`.
(f) Ahora, reflexiona que al sumar los elementos de `v1`, es decir $1+2+\cdots+5$, se obtiene el mismo resultado que al sumar los elementos de `v2`. Por tanto, al sumar los elementos de `v1+v2` en `R` estaremos obteniendo 2 veces el resultado buscado.
(g) A partir de la reflexión de arriba, ¿te parece claro que concluimos esta prueba tecleando `sum(v1+v2)/2`? **Nota:** Puedes buscar la documentación de la *función* `sum`.
(h) ¿Se te ocurre una estrategia para implementar la demostración que acabamos de esbozar en **(a)-(g)** automáticamente para cualquier valor de n?

4. Teclea lo siguiente e interpreta los resultados (se recomienda ampliamente leer la documentación de las funciones desconocidas)
(a) `1:10`
(b) `seq(1,10,by=1)`
(c) `rep(1,10)`
(d) `sum(1:10)`
(e) `cumsum(1:10)`
(f) `(a <- rnorm(10))`
(g) `(b <- rnorm(10))`
(h) `(a-b)/(a+b)`
(i) `a^b`

5. Es conocido que para cualquier número x tal que $0 < x < 1$

$$x^0 + x^1 + x^2 + x^3 + \cdots + x^n = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}. \tag{1}$$

Por ejemplo, cuando $x = 1/2$ y $n = 7$,

$$1 + 1/2 + (1/2)^2 + (1/2)^3 + \cdots + (1/2)^7 = 1.992188.$$

Si no conocieras la ecuación (1) y tuvieras que calcular

$$1 + 1/3 + (1/3)^2 + (1/3)^3 + \cdots + (1/3)^{100},$$

usando `R`, ¿cómo lo harías? **Hint:** Checa el ejercicio **4(i)**.

6. *Hablando con los usuarios.* Crea un *script*, teclea y ejecuta las siguientes líneas

```
source(paste0( getwd(), "/Rscripts/auxFUN.R" ))
hola_estudiante()
```

¿Para qué sirve la función `source()`? ¿Qué pasó después que respondiste a la pregunta elaborada por la *función* `hola_estudiante()`? ¿Qué instrucciones te imaginas que existan al interior de la función `hola_estudiante()`?