

课程编号 1800440001-70

得分	教师签名	批改日期

# 深圳大学实验报告

课程名称：大学物理实验（1）

实验名称：杨氏模量的测量

学 院：计算机与软件学院

指导教师：张旭琳

报告人：郭昌华 组号：1

学号：2022190025 实验地点：致原楼 209

实验时间：2024 年 4 月 19 日

提交时间：2024 年 4 月 26 日

## 一、实验目的：

1.学习杨氏模量的测量方法

2.掌握不确定度的计算方法，包括直接测量量和间接测量量的计算

## 二、实验原理：

1.杨氏模量：描述固体材料抵抗性形变能力的物理量

假设一根横截面积为  $S$ ，长为  $L$  的材料，在大小为  $F$  的力的拉压下，伸缩短了  $\Delta L$  则：



①应力：是  $\sigma = \frac{F}{S}$ ，物理意义：横截面积为  $S$  的物体受到外力  $F$  的作用并处于平衡状态时，物体内部单位面积上引起的内力；

②应变：是  $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$ ，物理意义：单位长度上的伸长量，表征物体受外力作用时产生变化大小的物理量

在弹性限度内，应力和应变成正比，比例系数称为杨氏模量（用  $E$  来表示），即： $E \frac{\Delta L}{L} = \frac{F}{S}$

故杨氏模量的测量公式为： $E = \frac{FL}{S\Delta L}$

测量方法：

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \quad E = \frac{FL}{S\Delta L}$$

$F$ ：可由实验中钢丝下面悬挂的砝码的重力给出

$L$ ：可由米尺测量

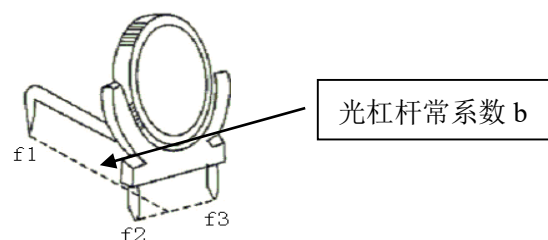
$d$ ：为细铁丝的直径，可用螺旋测微仪测量

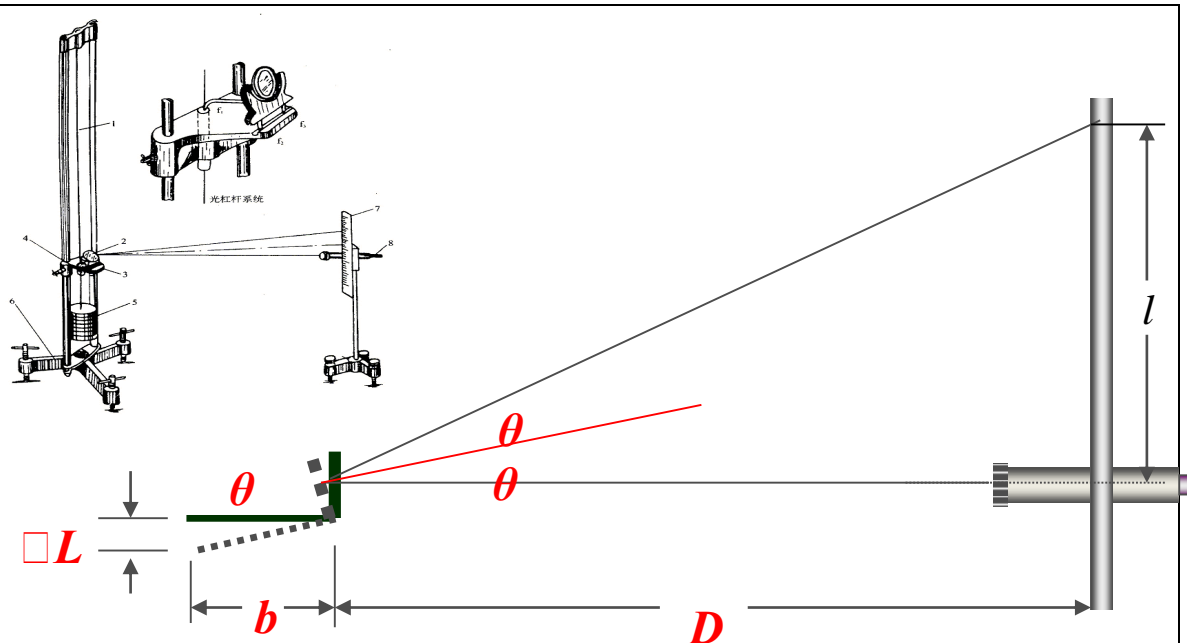
$\Delta L$ ：是一个微小长度变化量，本实验利用光杠杆的光学放大作用实现对金属丝微小伸长量  $L$  的间接测量

3.光杠杆的光学放大原理：

1) 尺读望远镜组：

测量时，望远镜水平地对准光杠杆镜架上的平面反射镜，经光杠杆平面镜反射的标尺虚像又成实像于分划板上，从两条视距线上可读出标尺像上的读数





(2) 与杨氏模量相关的物理量可用待测金属丝在静态拉伸实验中测得，主要是是  $\Delta L$  的测量。在悬重的金属丝下端连着十字叉丝板和砝码盘，当盘中加上质量为  $M$  的砝码时，金属丝受力增加了  $F=Mg$ ，十字叉丝随着金属丝的伸长同样下降是  $\Delta L$ ，而叉丝板通过显微镜的物镜成像在最小分度为  $0.05\text{mm}$  的分划板上，再被目镜放大，所以能够用眼睛通过显微镜对  $\Delta L$  做直接测量(将微小的伸长量  $\Delta L$  放大为竖尺上的位移  $l$ )

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\Delta L}{b} \xrightarrow{2\theta \ll 5^\circ} \theta = \frac{\Delta L}{b} \\ \tan 2\theta &= \frac{l}{D} \xrightarrow{2\theta \ll 5^\circ} 2\theta = \frac{l}{D} \end{aligned} \Rightarrow \Delta L = \frac{lb}{2D} \Rightarrow \frac{l}{\Delta L} = \frac{2D}{b} = \beta$$

由上，可得杨氏模量的最终计算公式为：
$$E = \frac{8FLD}{\pi d^2 bl}$$

$\beta$  叫光杠杆放大率

### 三、实验仪器：

1. 杨氏模量测定仪；
2. 螺旋测微计（仪器误差： $\pm 0.004\text{mm}$ ）
3. 游标卡尺（仪器误差： $\pm 0.02\text{mm}$ ）
4. 米尺（仪器误差： $\pm 1\text{mm}$ ）
5. 砝码（仪器误差： $\pm 1\text{g}$ ）
6. 标尺（仪器误差： $\pm 0.05\text{mm}$ ）
7. 待测金属丝

### 四、实验内容与步骤：

#### 1. 调节仪器：调节光杠杆和望远镜

- （1）调整望远镜水平，光杠杆平面镜竖直
- （2）调整仪器架水平
- （3）打开激光，激光瞄准，使激光反射点打到标尺上
- （4）关闭激光，旋动望远镜目镜，使十字叉清晰；再旋动聚焦手轮，直到看清竖直尺的像

注：整个过程中，切勿直视激光

#### 2. 记录金属丝伸长变化

逐次加一个砝码，在望远镜中读对应标尺的位置，共 7 次；然后将所加砝码逐次去掉，并读取相应读数

加砝码	$r_0$	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	$r_6$	$r_7$
减砝码	$r_0$	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	$r_6$	$r_7$
平均值	$\bar{r}_0$	$\bar{r}_1$	$\bar{r}_2$	$\bar{r}_3$	$\bar{r}_4$	$\bar{r}_5$	$\bar{r}_6$	$\bar{r}_7$

用逐差法计算每减 4 个砝码，钢丝的伸长量

$$l_1 = r_4 - r_0 \quad l_2 = r_5 - r_1 \quad l_3 = r_6 - r_2 \quad l_4 = r_7 - r_3$$

	1	2	3	4	5
$l_i$					

测钢丝直径  $d$ ：在钢丝上选不同部位及方向，用螺旋测微计测出其直径  $d$ ，重复测量三次，取平均值

测量并计算  $D$ ：从望远镜目镜中观察，记下分划板上的上下叉丝对应的刻度，根据望远镜放大原理，利用下丝读数之差，乘以视距常数 100，即是望远镜的标尺到平面镜的往返距离，即  $2D$

测量光杠杆常数  $b$ ：取下光杠杆在展开的白纸上同时按下三个尖脚的位置，用直尺做出光杠杆后脚尖到两前脚尖连线的垂线，再用游标卡尺测出  $b$

#### 实验注意事项：

- （1）实验系统调好后，一旦开始测量，不得对仪器进行任何调整
- （2）注意维护钢丝的平直状态，在钢丝两端夹点外测量直径，避免伸长部分扭折
- （3）确保金属丝与载物台垂直，以减少金属丝的圆柱体与载物台之间的摩擦

五、数据记录表:

金属丝长度:  $L =$  55.1  $\pm$  0.1 (cm)      钢卷尺仪器误差: 0.1cm

光杠杆与镜尺组的距离:  $D =$  186.9  $\pm$  0.1 (cm)

光杠杆常数:  $b =$  75.38  $\pm$  0.02 (mm)      卡尺的仪器误差: 0.02mm

砝码质量: 1000g/个      砝码质量误差: 1g/个

标尺的仪器误差: 0.5mm

表 1. 金属丝直径测定

螺旋测微计零点读数: 0.035mm      螺旋测微计的仪器误差: 0.004mm

次数	1	2	3	4	5	平均值
$d$	0.542	0.543	0.541	0.545	0.542	0.543

表 2. 金属丝长度变化记录

$I$	F (g)	$r_i$ (cm)	$r'_i$ (cm)
1	0	1.05	0.93
2	1000	0.45	-0.62
3	2000	-0.15	-1.63
4	3000	-1.42	-2.76
5	4000	-2.46	-3.92
6	5000	-3.81	-4.75
7	6000	-5.23	-5.55
8	7000	-6.18	NaN

六、数据处理：

数据记录表格计算结果：

表 1. 金属丝直径测定

螺旋测微计零点读数： 0.035mm      螺旋测微计的仪器误差： 0.004mm

次数	1	2	3	4	5	平均值
d	0.542	0.543	0.541	0.545	0.542	0.543
Δd	0.001	0.000	0.002	-0.002	0.001	NaN

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^5 d_i}{5} = 0.543, \Delta d_i = \bar{d} - d_i$$

表 2. 金属丝长度变化记录

<i>I</i>	F (g)	<i>r<sub>i</sub></i> (cm)	<i>r<sub>i</sub></i> ' (cm)	<i>r</i> <sub>平均</sub>
1	0	1.05	0.93	0.99
2	1000	0.45	-0.62	-0.09
3	2000	-0.15	-1.63	-0.89
4	3000	-1.42	-2.76	-2.09
5	4000	-2.46	-3.92	-3.19
6	5000	-3.81	-4.75	-4.28
7	6000	-5.23	-5.55	-5.39
8	7000	-6.18	NaN	-6.18

$$\bar{r}_i = \frac{r_i + r_i'}{2}$$

逐差法计算每增加 4 个砝码钢丝伸长量：

	1	2	3	4	平均
<i>l<sub>i</sub></i>	-4.18	-4.20	-4.50	-4.09	-4.24

$$l_1 = r_5 - r_1, \quad l_2 = r_6 - r_2, \quad l_3 = r_7 - r_3, \quad l_4 = r_8 - r_4$$

### 1. 计算杨氏模量 $E$ ：

根据杨氏模量的计算公式,要计算杨氏模量：

$$E = \frac{8FLD}{\pi d^2 bl}$$

首先，我们把参与计算的各个量表示为  $N = \bar{N} \pm \Delta N$  的形式，然后再计算杨氏模量  $E$ ，其中， $F$ 、 $L$ 、 $D$ 、 $b$  均为单次测量，只有  $B$  类不确定度。

分别计算如下：

- **钢丝所受的拉力  $F$ ：**砝码质量 1000g，仪器误差： $\pm 1g$ 。

因为此处使用逐差法计算的是每次增减 4 个砝码时钢丝的伸长量，所以计算钢丝所受拉力时要将砝码质量乘 4：

钢丝所受拉力为：

$$\bar{F} = mg = 4 \times 1kg \times \frac{9.8N}{kg} = 39.2N$$

不确定度：

$$\Delta F = \Delta F_B = \Delta_{\text{仪器误差}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \Delta mg \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 4 \times 1g \times 0.001 \times 9.8N/kg \times \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.0226N$$

$$\text{故： } F = \bar{F} \pm \Delta F = (39.2 \pm 0.0226)N$$

- **金属丝长度：** $L=55.1cm$ ，钢卷尺仪器误差： $\pm 0.1cm$ 。

$$\Delta L = \Delta L_B = \Delta_{\text{仪器误差}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.1cm \times \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.0577cm$$

$$\text{故： } L = \bar{L} \pm \Delta L = (55.1 \pm 0.0577)cm$$

- **光杠杆与镜尺组距离：** $D=186.9cm$ ，钢卷尺仪器误差： $\pm 0.1cm$ 。

$$\Delta D = \Delta D_B = \Delta_{\text{仪器误差}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.1cm \times \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.0577cm$$

$$\text{故： } D = \bar{D} \pm \Delta D = (186.9 \pm 0.0577)cm$$

- **光杠杆常数：** $b=75.38mm$ ，卡尺仪器误差： $\pm 0.02mm$

$$\Delta b = \Delta b_B = \Delta_{\text{仪器误差}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.02mm \times \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.0115mm$$

$$\text{故： } b = \bar{b} \pm \Delta b = (75.38 \pm 0.0115)mm$$

● **金属丝直径的 5 次测量值 d:** 螺旋测微仪仪器误差:  $\pm 0.004\text{mm}$

1. 计算 A 类不确定度:

$$\begin{aligned}\Delta d_A &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\bar{N} - N_i)^2}{k(k-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{(0.543 - 0.542)^2 + (0.543 - 0.543)^2 + (0.543 - 0.541)^2 + (0.543 - 0.545)^2 + (0.543 - 0.542)^2}{5 \times 4}} \\ &\approx 0.000678\text{mm}\end{aligned}$$

2. 计算 B 类不确定度:

$$\Delta d_B = \Delta_{\text{仪器误差}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.030\text{mm} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.0176\text{mm}$$

$$\Delta d = \sqrt{\Delta d_A^2 + \Delta d_B^2} = \sqrt{0.000678^2 + 0.0176^2} \approx 0.0176\text{mm}$$

$$\text{故: } d = \bar{d} \pm \Delta d = (0.543 \pm 0.0176)\text{mm}$$

● **金属丝的伸长量 l,** 标尺仪器误差:  $\pm 0.5\text{mm}$

1. 计算 A 类不确定度:

$$\begin{aligned}\Delta l_A &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\bar{N} - N_i)^2}{k(k-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{(4.24 - 4.18)^2 + (4.24 - 4.20)^2 + (4.24 - 4.50)^2 + (4.24 - 4.09)^2}{4 \times 3}} \approx 0.0893\text{mm}\end{aligned}$$

2. 计算 B 类不确定度:

$$\Delta l_B = \Delta_{\text{仪器误差}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.5\text{mm} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.2887\text{mm}$$

$$\Delta l = \sqrt{\Delta l_A^2 + \Delta l_B^2} = \sqrt{0.0893^2 + 0.2887^2} \approx 0.302\text{mm}$$

$$l = \bar{l} \pm \Delta l = (4.24 \pm 0.302)\text{cm}$$

所以

$$E = \frac{8 \times (4 \times 1 \times 9.8)N \times 0.551\text{m} \times 1.869\text{m}}{3.14 \times (0.000543\text{m})^2 \times 0.07538\text{m} \times 0.0424\text{m}} = 1.09 \times 10^{11}\text{Pa}$$

计算  $\Delta E$ : 测量结果的相对不确定度:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta E}{E} &= \sqrt{\left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{0.0226}{39.2}\right)^2 + \left(\frac{0.0577}{55.1}\right)^2 + \left(\frac{0.0577}{186.9}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.0176}{0.543}\right)^2 + \left(\frac{0.0115}{75.38}\right)^2 + \left(\frac{0.302}{4.24}\right)^2} \\ &= 9.631\%\end{aligned}$$



$$\Delta E = E \times \frac{\Delta E}{E} = 1.05 \times 10^{10} Pa$$

● 最终结果:

杨氏模量:  $E = E + \Delta E = (1.09 + 0.105) \times 10^{11} Pa$

相对不确定度:  $\frac{\Delta E}{E} = 9.631\%$

七、实验结论：

在本次实验中，我们选用了一段规格为长度 55.1cm、直径 0.543mm 的金属丝作为研究对象。实验开始时，我们将试样稳固安装于测试平台上，精确测量其原始长度与直径，随后在试样上逐级施加多个不同质量的砝码，记录下每一级载荷下试样发生的伸长量。同时，我们通过测定光杠杆系数及平面镜至直尺间的间距，为后续数据处理提供必要参数。

经过计算，我们得到该金属丝的杨氏模量  $E = E + \Delta E = (1.09 + 0.105) \times 10^{11} Pa$ ，对应的不确定度为  $\frac{\Delta E}{E} = 9.631\%$ 。考虑到实验设备精度限制、试样材质特性差异等因素可能引入的误差，为提升实验结果的可靠性，建议采取重复实验并取均值的方法来优化测量结果。

八、思考题：

(1)用光杠杆测 $\Delta L$ 变成测量 $l$ 等截，若把 $\beta = \frac{1}{\Delta L}$ 称为光杠杆的“放大率”， $\beta = \frac{2D}{b}$ ，那么能不能通过增加 $D$ 、减小 $b$ 来提高 $\beta$ ，这样做有没有好处？有没有限度？

答：提高光杠杆的放大率 $\beta$ 确实增强了微小长度变化的测量灵敏度，但此方法存在局限性。依据公式 $\frac{1}{D} \approx 2\theta$ （其中 $\theta$ 必须很小），以及望远镜分辨率的实际情况，增大的策略不能无限制实施。

(2) 各种不同长度用不同的仪器测量是如何考虑的？为什么？

答：选取测量工具时，需确保其量程能覆盖被测物体的尺寸，并重视其精度，力求缩小测量偏差，以保证总测量误差维持在 5%以内。

指导教师批阅意见：

成绩评定：

预习 (20 分)	操作及记录 (40 分)	数据处理及思考题 (40 分)			报告整体 印象	总分
		数据处理 20 分	结果与讨论 10 分	思考题 10 分		

原始数据记录表：

组号： 1 姓名： 郭昌华

金属丝长度：  $L =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_ (cm) 钢卷尺仪器误差： \_\_\_\_\_

光杠杆与镜尺组的距离：  $D =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_ (cm)

光杠杆常数：  $b =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_ (mm) 卡尺的仪器误差： \_\_\_\_\_

砝码质量： \_\_\_\_\_ 砝码质量误差： \_\_\_\_\_

标尺的仪器误差： \_\_\_\_\_

表 1. 金属丝直径测定

螺旋测微计零点读数： \_\_\_\_\_ 螺旋测微计的仪器误差： \_\_\_\_\_

次数	1	2	3	4	5	平均值	修正值
$d$							
$\Delta d$							

$d \pm \Delta d =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_ (mm)

表 2. 金属丝长度变化记录

$I$	F (g)	$r_i$ (cm)	$r'_i$ (cm)	$r_{\text{平均}}$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

用逐差法计算每增加 4 个砝码钢丝伸长量：

$l_1 = r_5 - r_1$  ,  $l_2 = r_6 - r_2$  ,  $l_3 = r_7 - r_3$  ,  $l_4 = r_8 - r_4$

	1	2	3	4	平均