

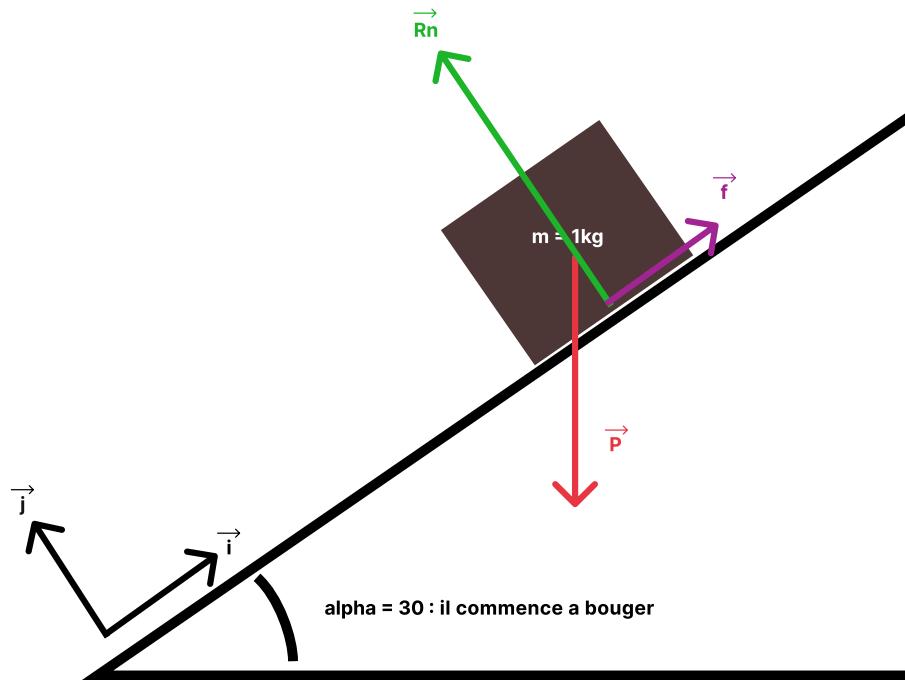
## Exercice : Frottement sur Plan Incliné

*Énoncé du problème.* Un cube de masse  $m = 1 \text{ kg}$  est posé sur un plan incliné.

On augmente progressivement l'inclinaison du plan. Lorsque l'angle atteint  $\theta = 30^\circ$ , le cube commence tout juste à glisser.

**Question :** Quelle est la valeur limite de la force de frottement statique ( $f_{s,\max}$ ) à cet instant précis ?

(On prendra  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

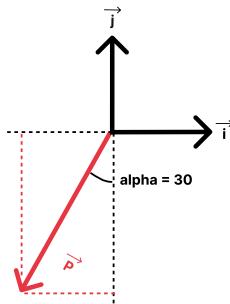


### Solution Détailée

**1. Bilan des Forces** Le cube est soumis à 3 forces :

- Le Poids ( $\vec{P}$ ) : Vertical, vers le bas.
- La Normale ( $\vec{N}$ ) : Perpendiculaire au plan.
- Le Frottement Statique ( $\vec{f}_s$ ) : Parallèle au plan, vers le haut (il retient le cube).

**2. Décomposition du Poids** Pour simplifier le calcul, on place notre repère aligné avec le plan incliné.



Il faut décomposer le vecteur Poids en deux composantes :

- $P_y = mg \cos(\theta)$  (Composante qui plaque le cube contre le sol).
- $P_x = mg \sin(\theta)$  (Composante qui tire le cube vers le bas de la pente).

**3. Condition d'équilibre limite** Juste avant que le cube ne bouge, les forces s'annulent parfaitement. Sur l'axe X (le long de la pente), la force qui tire vers le bas ( $P_x$ ) est exactement compensée par la force de frottement maximale ( $f_{s,\max}$ ).

$$\sum F_x = 0 \text{ implique } P_x - f_{s,\max} = 0$$

Donc :

$$f_{s,\max} = P_x = mg \sin(\theta)$$

#### 4. Application Numérique

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$f_{s,\max} = 1 \cdot 9.81 \cdot \sin(30^\circ)$$

$$f_{s,\max} = 9.81 \cdot 0.5$$

**Réponse :**

$$f_{s,\max} \approx 4.905 \text{ Newtons}$$

#### Pour aller plus loin : Le Coefficient de Frottement

On sait que la friction statique maximale dépend de la force Normale :

$$f_{s,\max} = \mu_s \cdot N$$

Or, la Normale compense la composante du poids perpendiculaire ( $P_y$ ) :

$$N = mg \cos(\theta)$$

En combinant les deux équations :

$$mg \sin(\theta) = \mu_s \cdot (mg \cos(\theta))$$

Les masses s'annulent ! On isole  $\mu_s$  :

$$\mu_s = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \tan(\theta)$$

**Résultat magique :** Le coefficient de frottement est simplement la tangente de l'angle limite.

$$\mu_s = \tan(30^\circ) \approx 0.577$$