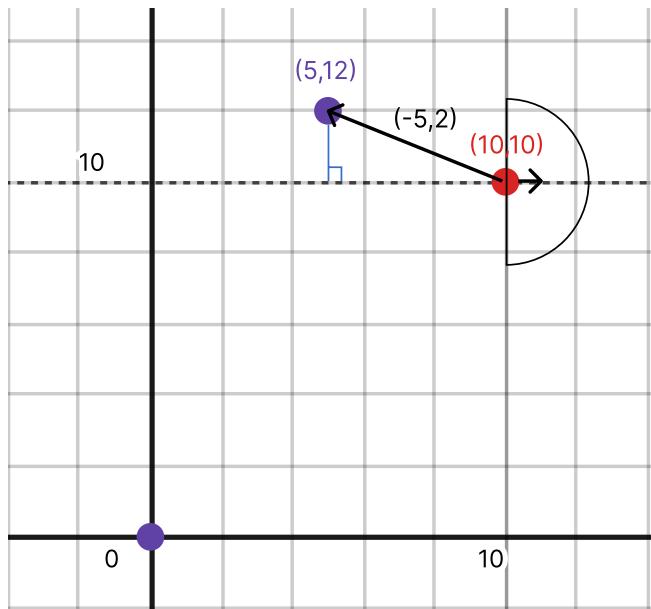


Corrigé : Vecteurs & Physique

Thème 1 : Vecteurs et Produits Scalaires

Solutions détaillées.

Solution 1 : Le Garde et le Voleur



1. Calcul du vecteur Garde → Voleur (\vec{V}) :

$$\vec{V} = P - G = \begin{pmatrix} 5 - 10 \\ 12 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

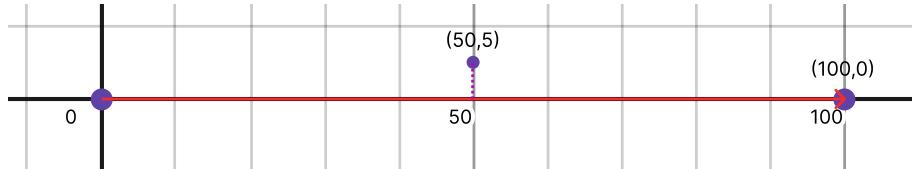
2. Produit Scalaire (Test de vision) : On projette la position du voleur sur la direction du regard.

$$\text{Dot} = \vec{V} \cdot \vec{D} = (-5 \times 1) + (2 \times 0) = -5$$

3. Conclusion : Le résultat est négatif ($-5 < 0$). L'angle entre le regard et le voleur est donc supérieur à 90° .

Réponse : Le voleur est Derrière le garde.

Solution 2 : La Racing Line



1. Vecteur Voiture (\overrightarrow{AV}) :

$$\overrightarrow{AV} = V - A = \begin{pmatrix} 50 \\ 5 \end{pmatrix}$$

2. **Direction de la piste (\vec{u})** : Le vecteur $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 100 \\ 0 \end{pmatrix}$. Son vecteur unitaire (normalisé) est $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

3. **Projection (Distance parcourue sur la piste)** :

$$\text{Proj} = \overrightarrow{AV} \cdot \vec{u} = (50 \times 1) + (5 \times 0) = 50$$

Le point projeté sur la ligne est donc $H(50, 0)$.

4. **Distance latérale (Écart)** : C'est la distance entre $V(50, 5)$ et $H(50, 0)$.

Réponse : La voiture est à 5 mètres de la ligne idéale.

Solution 3 : Le Radar (Vitesse Relative)

1. **Vecteur de visée \vec{D}** :

$$\vec{D} = P_B - P_A = \begin{pmatrix} 0 \\ 500 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 500 \end{pmatrix}$$

2. **Normale de visée \vec{n}** : On normalise \vec{D} . Comme il est purement vertical :

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

3. **Projections des vitesses (Produit Scalaire)** :

- Police : $v_{A_{\text{proj}}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 100 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 100 \text{ km/h}$
- Cible : $v_{B_{\text{proj}}} = \begin{pmatrix} 85 \\ 85 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 85 \text{ km/h}$

4. **Conclusion** : La police fonce vers le Nord à 100. La cible s'éloigne vers le Nord à 85 seulement (le reste de sa vitesse part vers l'Est).

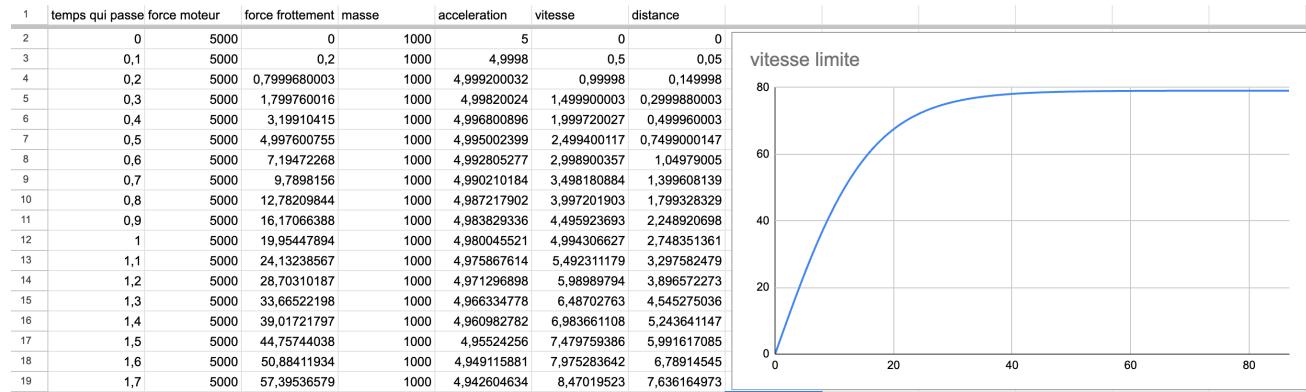
$$v_{A_{\text{proj}}} > v_{B_{\text{proj}}}$$

Réponse : Oui, la police rattrape la cible (à une vitesse relative de 15 km/h). Mais attention, cela n'est vrai qu'au moment du scan. Comme la voiture de la cible se déplace vers l'est, le vecteur de visée change constamment.

Thème 2 : Forces, Gravité et Frottements

Solutions et Logique Code.

Solution 4 : Le Drag Race



Physique : La « Vitesse Terminale » est atteinte quand l'accélération est nulle, donc quand les forces s'annulent.

$$\sum F = 0 \text{ implique } F_{\text{moteur}} + F_{\text{air}} = 0$$

$$5000 - kv^2 = 0$$

$$kv^2 = 5000$$

Calcul :

$$v = \sqrt{\frac{5000}{0.8}} = \sqrt{6250} \approx 79.05 \text{ m/s}$$

Soit environ 284 km/h.

Solution 5 : Le Sniper

Formule de Portée : Pour un tir parabolique sur sol plat ($y = 0$), la portée R est :

$$R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$

Application Numérique :

$$v_0 = 50$$

,

$$\theta = 45^\circ$$

,

$$g = 9.81$$

$$\sin(2 \times 45) = \sin(90) = 1$$

$$R = \frac{50^2 \times 1}{9.81} = \frac{2500}{9.81} \approx 254.8 \text{ mètres}$$

Note Code : Si Euler donne une valeur très différente (ex: 260m), c'est que le Δt (pas de temps) est trop grand ! Essayez de le réduire.

Solution 6 : Le Cube (Logique Code)

Algorithme à implémenter dans updatePhysics :

```
// 1. Calcul des forces
const Px = mass * g * Math.sin(angle); // Force qui tire vers le bas
const Py = mass * g * Math.cos(angle); // Force qui plaque au sol

const frictionMax = mu * Py; // Résistance max du sol

// 2. Décision (Seuil)
if (Px > frictionMax) {
    // Glissement : La force nette est la différence
    const netForce = Px - (mu_cinétique * Py);
    acceleration = netForce / mass;
} else {
    // Statique : Pas de mouvement
    acceleration = 0;
    velocity = 0;
}
```