

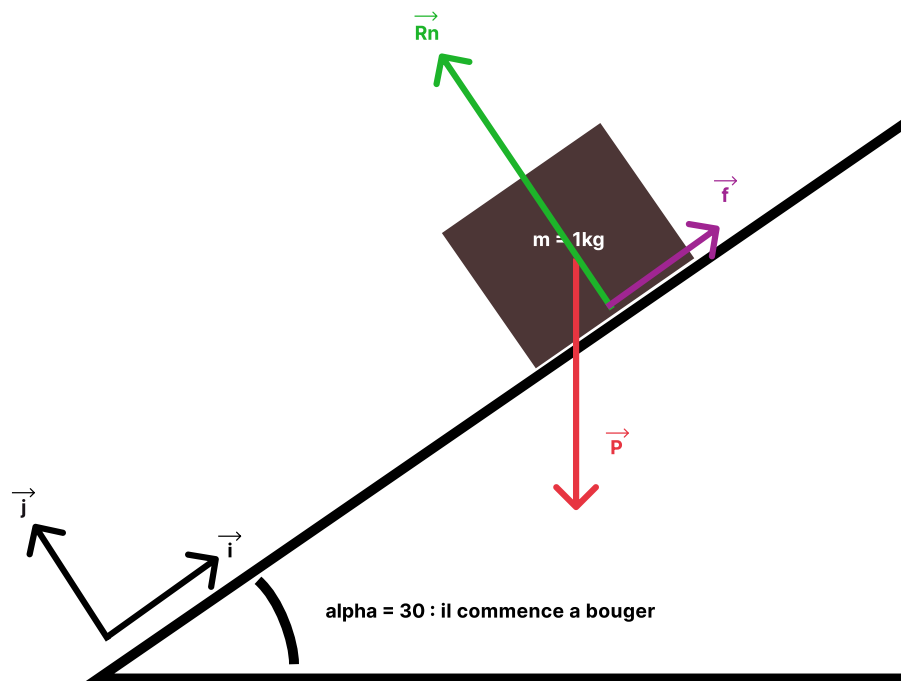
Exercice : Frottement sur Plan Incliné

Énoncé du problème. Un cube de masse $m = 1 \text{ kg}$ est posé sur un plan incliné.

On augmente progressivement l'inclinaison du plan. Lorsque l'angle atteint $\theta = 30^\circ$, le cube commence tout juste à glisser.

Question : Quelle est la valeur limite de la force de frottement statique ($f_{s, \max}$) à cet instant précis ?

(On prendra $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

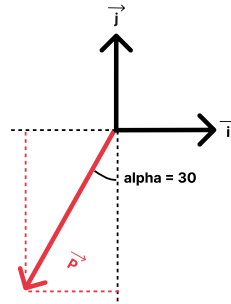


Solution Détaillée

1. Bilan des Forces Le cube est soumis à 3 forces :

- Le Poids (\vec{P}) : Vertical, vers le bas.
- La Normale (\vec{N}) : Perpendiculaire au plan.
- Le Frottement Statique (\vec{f}_s) : Parallèle au plan, vers le haut (il retient le cube).

2. Décomposition du Poids Pour simplifier le calcul, on place notre repère aligné avec le plan incliné.



Il faut décomposer le vecteur Poids en deux composantes :

- $P_y = mg \cos(\theta)$ (Composante qui plaque le cube contre le sol).
- $P_x = mg \sin(\theta)$ (Composante qui tire le cube vers le bas de la pente).

3. Condition d'équilibre limite Juste avant que le cube ne bouge, les forces s'annulent parfaitement. Sur l'axe X (le long de la pente), la force qui tire vers le bas (P_x) est exactement compensée par la force de frottement maximale ($f_{s, \max}$).

$$\sum F_x = 0 \text{ implique } P_x - f_{s, \max} = 0$$

Donc :

$$f_{s, \max} = P_x = mg \sin(\theta)$$

4. Application Numérique

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$f_{s, \max} = 1 \cdot 9.81 \cdot \sin(30^\circ)$$

$$f_{s, \max} = 9.81 \cdot 0.5$$

Réponse :

$$f_{s, \max} \approx 4.905 \text{ Newtons}$$

Pour aller plus loin : Le Coefficient de Frottement

On sait que la friction statique maximale dépend de la force Normale :

$$f_{s, \max} = \mu_s \cdot N$$

Or, la Normale compense la composante du poids perpendiculaire (P_y) :

$$N = mg \cos(\theta)$$

En combinant les deux équations :

$$mg \sin(\theta) = \mu_s \cdot (mg \cos(\theta))$$

Les masses s'annulent ! On isole μ_s :

$$\mu_s = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \tan(\theta)$$

Résultat magique : Le coefficient de frottement est simplement la tangente de l'angle limite.

$$\mu_s = \tan(30^\circ) \approx 0.577$$