

به نام خدا
تکلیف دوم یادگیری ماشین
نیمسال تحصیلی ۰۱-۰۰
موعد تحویل: ۲۱ آبان ساعت ۲۳:۵۹

۱. توزیع برنولی یک توزیع گسسته است که مقادیر یک (در صورت موفقیت آزمایش) و صفر را (در صورت شکست) می‌گیرد. احتمال موفقیت آزمایش برابر p است و احتمال شکست آن برابر $q=1-p$ است. بنابراین اگر X یک متغیر تصادفی با توزیع برنولی باشد تابع شباهت به صورت زیر می‌باشد:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n p^{X_i} (1-p)^{1-X_i}$$

الف) رابطه بیشینه درست‌نمایی (MLE) را برای این توزیع به دست آورید. (۴ نمره)

ب) با در نظر گرفتن توزیع $\text{Beta}(\alpha, \beta)$ به عنوان توزیع احتمال پیشین p رابطه بیشینه احتمال پسین (MAP) را به دست آورید. تابع چگالی احتمال توزیع بتا به صورت زیر است. (۴ نمره)

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}$$

۲. در جدول زیر میزان اکسیژن مصرفی ۴ شخص در طول انجام چند دقیقه کار فیزیکی شدید به همراه سن و میانگین ضربان قلب آن‌ها مشخص شده است. مدل برازش شده به منظور پیش‌بینی اکسیژن مصرفی به صورت زیر می‌باشد.

$$\text{Oxygen} = w[0] + w[1] * \text{Age} + w[2] * \text{Heartbeat}$$

ID	سن	میانگین ضربان قلب	میزان اکسیژن
1	41	138	37.99
2	42	153	47.34
3	37	151	44.38
4	46	133	28.17

با فرض وزن‌های $w[0] = -59.50$ و $w[1] = -0.15$ و $w[2] = 0.60$ و نرخ یادگیری ۰.۱ به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

الف) خطای میانگین مربعات و خطای میانگین مطلق مدل را در این مرحله محاسبه کنید. (۱ نمره)

ب) به روش SGD به روز رسانی وزن‌های مدل را تا ۴ بار محاسبه (تنها ۴ بار به روزرسانی پارامترها) و در انتها خطای میانگین مربعات را به دست آورید. (۳ نمره)

ج) به روش GD به روزرسانی وزن‌ها را تا ۱ بار به روزرسانی پارامترها محاسبه و در انتها خطای میانگین مربعات را به دست آورید. (۲ نمره)

۴. فرض کنید تابع $f(x)$ در بازه $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ برابر با $\frac{1}{2}x^2$ است و در خارج از بازه ذکر شده برابر با $+\infty$ است.

الف) subgradient را در نقاط $\pm\sqrt{2}$ برای این تابع محاسبه کنید. (۱ نمره)

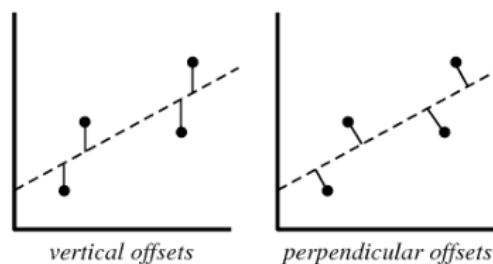
ب) آیا subgradient در همه نقاط یکتا است؟ توضیح دهید. (۰.۵ نمره)

ج) کدام روش(های) محاسبه خطا، نیاز به subgradient دارند؟ (۰.۵ نمره)

۵. نرخ یادگیری را در سه تصویر زیر با یکدیگر مقایسه کنید. (با ذکر دلیل) (۱ نمره)



۶. در مسئله برازش خطی از کدام دو فاصله زیر استفاده می‌کنیم؟ توضیح دهید. (۱ نمره)



۷. با ذکر علت، در دو حالت زیر مشخص کنید از کدام روش محاسبه خطا بهتر است استفاده شود. (۲ نمره)

الف) داده‌ها شامل تعداد قابل توجهی outlier.

ب) داده‌هایی که در آن‌ها مقادیر پیش‌بینی شده و واقعی با یکدیگر برابر می‌شوند.

ملاحظات:

۱) در صورت مشاهده تکالیف کپی بین دو دانشجو، به هر دو نفر نمره صفر داده می‌شود.

۲) در صورت داشتن هرگونه ابهام یا سوال می‌توانید با دستیاران آموزشی درس در ارتباط باشید و یا سوالات خود را در گروه تلگرامی درس مطرح کنید.