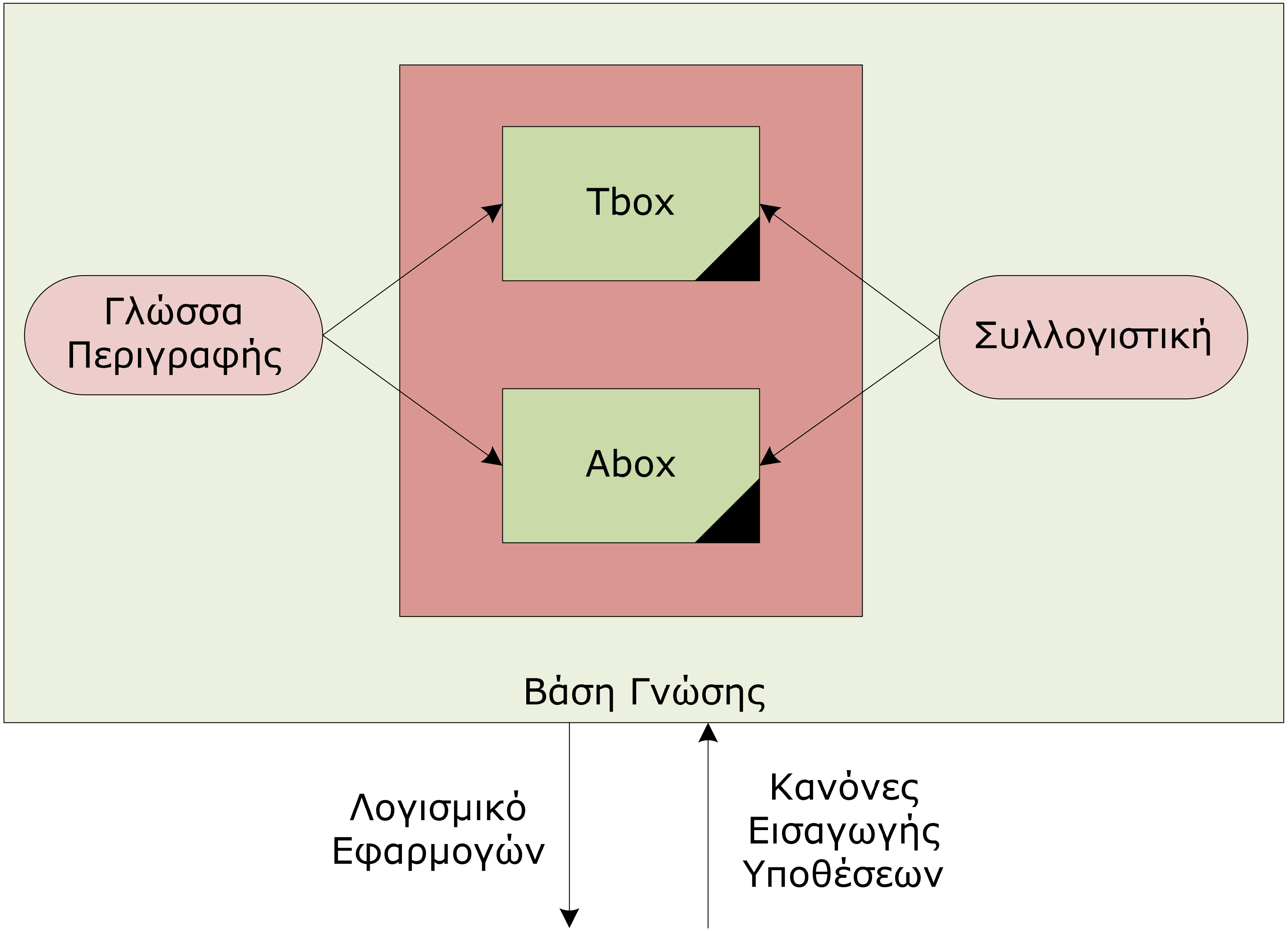
Περιγραφικές Λογικές

Γ. Στάμου

Αναπαράσταση γνώσης σε Περιγραφικές Λογικές

- Περιγραφή του πεδίου της εφαρμογής (κόσμου)
  - Ορισμός των εννοιών του πεδίου (ορολογία)
  - Οργάνωση των εννοιών (ταξινόμηση)
  - Χρήση των εννοιών για την περιγραφή των αντικειμένων και των ατόμων του πεδίου (περιγραφή κόσμου)
- Χαρακτηριστικά Περιγραφικών Λογικών
  - Καθορισμός τυπικής σημασιολογίας που στηρίζεται στη Λογική Πρώτης Τάξης
  - Έμφαση σε μεθόδους συλλογιστικής με τις οποίες εξάγονται συμπεράσματα που υπονοούνται από τη γνώση που έχει αναπαρασταθεί
- Πλεονεκτήματα Περιγραφικών Λογικών
  - Οργανωμένη αναπαράσταση γνώσης (ευκολότερη για τον άνθρωπο)
  - Ευκολότερη συλλογιστική (στηρίζεται στην ταξινόμηση των εννοιών)

Αρχιτεκτονική Συστημάτων Περιγραφικών Λογικών



Περιγραφικές Λογικές

- Αλφάβητο (alphabet)
  - *ατομικές έννοιες (atomic concepts)* **C**
  - *ατομικοί ρόλοι (atomic roles)* ή αλλιώς *σχέσεις (relations)* **R**
  - *άτομα (individuals)* **I**
- Συντακτικό (syntax)
  - *Περιγραφές εννοιών (concept descriptions)* ή *περίπλοκες έννοιες (complex concepts)* δημιουργούνται από τις ατομικές έννοιες και τους ρόλους με τους κατασκευαστές εννοιών
  - Ορισμοί *στιγμιοτύπων (instances)* μέσω της σύνδεσης ατόμων με έννοιες
  - Ορισμοί *περιορισμούς ρόλων (role restrictions)*, όπως η μεταβατικότητα, η αντιστροφή ο περιορισμός πληθικότητας κλπ
  - *Περιγραφές ρόλων (role descriptions)* ή *περίπλοκοι ρόλοι (complex role)* δημιουργούνται από τους ατομικούς ρόλους με τους κατασκευαστές ρόλων
- **Συνήθως** χρησιμοποιούμε A, B για ατομικές έννοιες, R, S για ρόλους, a, b για άτομα, C, D για περίπλοκες έννοιες ενώ χρησιμοποιούμε λέξεις που ξεκινούν με κεφαλαία για την αναπαράσταση εννοιών, πρωτογενών ή μη, π.χ. Άνθρωπος, ενώ λέξεις που ξεκινούν με μικρό για την αναπαράσταση ρόλων, π.χ. έχειΠαιδί

Η γλώσσα $\mathcal{AL}$ (attributive language)

- Σύνολο κατασκευαστών: $\{\neg, \sqcap, \forall, \exists\}$
- Έννοιες $\top$ και $\bot$ (καθολική και κενή έννοια)
- Αφηρημένη σύνταξη:

$$C, D \rightarrow A \mid \top \mid \bot \mid \neg A \mid C \sqcap D \mid \forall R.C \mid \exists R.\top$$

όπου $\top$ η *καθολική έννοια (universal concept, top)*, $\bot$ η *κενή έννοια (bottom concept)*, $C \sqcap D$ *τομή (intersection)*, $\neg A$ *άρνηση (negation)* (μόνο σε ατομικούς ρόλους), $\forall R.C$ *περιορισμός τιμής (universal restriction, universal restriction)*, $\exists R.\top$ *περιορισμένος υπαρξιακός περιορισμός (limited existential restriction)*

Παραδείγματα

- Πρωτογενείς έννοιες: {Άνθρωπος, Θηλυκό}
- Σύνθετες έννοιες: {Άνθρωπος⊓Θηλυκό, Άνθρωπος⊓¬Θηλυκό, Άνθρωπος⊓∀εχειΠαιδι.¬Θηλυκό, Άνθρωπος⊓∃εχειΠαιδι.⊤, Άνθρωπος⊓∀εχειΠαιδι.⊥, ...}

Σημασιολογία της γλώσσας $\mathcal{AL}$

- Απόδοση μίας συγκεκριμένης *ερμηνείας* στην κάθε έννοια και ρόλο για να αποκτήσουν νόημα

- Η διαδικασία ερμηνείας πρέπει να είναι αυστηρά μαθηματικά ορισμένη για να μπορεί να είναι *μονοσήμαντα* και *κοινά* κατανοητή από ανθρώπους και υπολογιστές

- Μία *ερμηνεία (interpretation)* $\mathcal{I}$ ορίζεται ως ένα ζεύγος $(\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$, όπου $\Delta^{\mathcal{I}}$ είναι ένα μη-κενό σύνολο που ονομάζεται *χώρος ερμηνείας (domain of interpretation)* και περιέχει τα παρακάτω στοιχεία:
  - Ένα σύνολο *αντικειμένων (objects)*
  - Μια *συνάρτηση ερμηνείας (interpretation function)* $\cdot^{\mathcal{I}}$ που ερμηνεύει κάθε ατομική έννοια A ως ένα υποσύνολο $A^{\mathcal{I}}$ του $\Delta^{\mathcal{I}}$ $(A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}})$ και κάθε ρόλο R ως ένα υποσύνολο $R^{\mathcal{I}}$ του $\Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$ $(R^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}})$

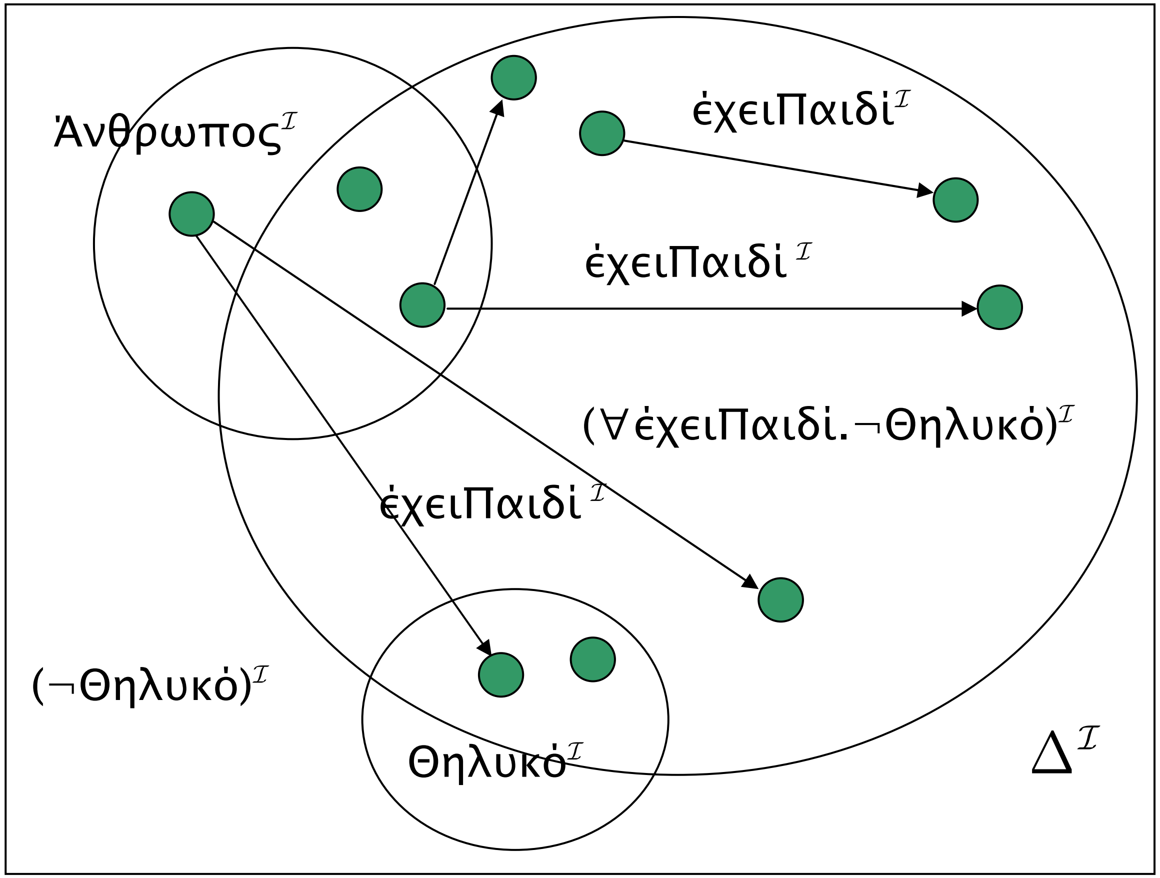
Σημασιολογία σύνθετων εννοιών στη γλώσσα $\mathcal{AL}$

- Οι σύνθετες έννοιες ερμηνεύονται με βάση τις παρακάτω σχέσεις:

$$
\begin{aligned}
\top^{\mathcal{I}} &= \Delta^{\mathcal{I}} \\
\bot^{\mathcal{I}} &= \varnothing \\
(\neg A)^{\mathcal{I}} &= \Delta^{\mathcal{I}} \setminus A^{\mathcal{I}} \\
(C \sqcap D)^{\mathcal{I}} &= C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}} \\
(\forall R.C)^{\mathcal{I}} &= \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \forall b \in \Delta^{\mathcal{I}}.\ (a,b) \in R^{\mathcal{I}} \rightarrow b \in C^{\mathcal{I}}\} \\
(\exists R.\top)^{\mathcal{I}} &= \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \exists b \in \Delta^{\mathcal{I}}.\ (a,b) \in R^{\mathcal{I}}\}
\end{aligned}
$$

Παράδειγμα σημασιολογίας στη γλώσσα $\mathcal{AL}$

- *Ερμηνεία της έννοιας* Άνθρωπος⊓∀εχειΠαιδι.¬Θηλυκό



Αυξάνοντας την εκφραστικότητα (1)

- Η γλώσσα $\mathcal{ALU}$

  Προσθέτουμε στην $\mathcal{AL}$ τον κατασκευαστή *ένωσης (union)* $\sqcup$, με ερμηνεία

  $$(C \sqcup D)^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$$

  Παράδειγμα

  Πατέρας⊔Μητέρα

- Η γλώσσα $\mathcal{ALE}$

  Προσθέτουμε στην $\mathcal{AL}$ πλήρη *υπαρξιακό περιορισμό* $\exists R.C$, με ερμηνεία

  $$(\exists R.C)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \exists b \in \Delta^{\mathcal{I}}.\ (a,b) \in R^{\mathcal{I}} \text{ και } b \in C^{\mathcal{I}}\}$$

  Παράδειγμα

  Άνθρωπος⊓∃έχειΠαιδί.Θηλυκό

Αυξάνοντας την εκφραστικότητα (2)

- Η γλώσσα $\mathcal{ALUN}$

  Προσθέτουμε στην $\mathcal{ALU}$ τους κατασκευαστές *περιορισμού πληθικότητας (number restriction) το-πολύ (at-most)* με σύνταξη ≤nR και *το-λιγότερο (at-least)* με σύνταξη ≥nR, όπου n φυσικός αριθμός και R ρόλος, με ερμηνεία

  $$(\leq nR)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \#\{b \mid (a,b) \in R^{\mathcal{I}}\} \leq n\}$$

  $$(\geq nR)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \#\{b \mid (a,b) \in R^{\mathcal{I}}\} \geq n\}$$

  Παράδειγμα

  Άνθρωπος⊓((≥3έχειΠαιδί⊓∀ έχειΠαιδί.Θηλυκό)⊔
  (≤2 έχειΠαιδί ⊓∀ έχειΠαιδί.Αρσενικό)

  - Στην περίπτωση που επιτρέπουμε μόνο την τιμή πληθικότητας 1 ο κατασκευαστής ονομάζεται *συναρτησιακός περιορισμός πληθικότητας (functional number restriction)* και συμβολίζεται με το γράμμα $\mathcal{F}$
  - Δεν μπορούμε να περιγράψουμε την έννοια των ανθρώπων που έχουν πολλά θηλυκά παιδιά αφήνοντας ανοικτό το ενδεχόμενο να υπάρχουν και άλλα παιδιά που είναι είτε θηλυκά είτε αρσενικά!

Αυξάνοντας την εκφραστικότητα (3)

- Η γλώσσα $\mathcal{ALUQ}$

  Προσθέτουμε στην $\mathcal{ALU}$ τον *προσοντούχο περιορισμό πληθικότητας (qualified number restriction)*, με ερμηνεία

  $$(\leq nR.C)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \#\{b \mid (a,b) \in R^{\mathcal{I}} \text{ και } b \in C^{\mathcal{I}}\} \leq n\}$$

  Παράδειγμα

  Άνθρωπος⊓(≥3έχειΠαιδί.Θηλυκό⊔≤2 έχειΠαιδί.Αρσενικό)

- Η γλώσσα $\mathcal{ALC}$

  Προσθέτουμε στην $\mathcal{AL}$ *άρνηση (negation)* σε περίπλοκες έννοιες, με ερμηνεία

  $$(\neg C)^{\mathcal{I}} = \Delta^{\mathcal{I}} \setminus C^{\mathcal{I}}$$

  Παράδειγμα

  Άνθρωπος⊓¬(∃έχειΠαιδί.⊤), ή ως ¬(Πατέρας⊔Μητέρα)

Ορολογίες

Είναι απαραίτητη η απόδοση ονομάτων σε περίπλοκες έννοιες που θέλουμε να περιγράψουμε, αλλά και η περιγραφή σχέσεων ανάμεσά τους

- *Αξιώματα υπαγωγής (subsumption axioms, inclusion axioms)*

  Έστω C και D είναι DL έννοιες τότε τα αξιώματα υπαγωγής έχουν τη μορφή

  $$C \sqsubseteq D$$

  με ερμηνεία $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$

- *Αξιώματα ισοδυναμίας (equivalence axioms)*

  Έστω C και D είναι DL έννοιες τότε τα αξιώματα υπαγωγής έχουν τη μορφή

  $$C \equiv D$$

  με ερμηνεία $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$

- *Σώμα ορολογίας $\mathcal{T}$ (terminological box, T-box)* είναι ένα σύνολο αξιωμάτων υπαγωγής και ισοδυναμίας (τα οποία ονομάζονται και *αξιώματα ορολογίας*)

Παράδειγμα T-box

$$
\begin{array}{rcl}
\text{Γυναίκα} & \equiv & \text{Άνθρωπος} \sqcap \text{Θηλυκό} \\
\text{Άντρας} & \equiv & \text{Άνθρωπος} \sqcap \neg\text{Γυναίκα} \\
\text{Μητέρα} & \equiv & \text{Γυναίκα} \sqcap \exists\text{έχειΠαιδί.Άνθρωπος} \\
\text{Πατέρας} & \equiv & \text{Άντρας} \sqcap \exists\text{έχειΠαιδί.Άνθρωπος} \\
\text{Γονιός} & \equiv & \text{Πατέρας} \sqcup \text{Μητέρα} \\
\text{Πολύτεκνος} & \equiv & \text{Γονιός} \sqcap \geq 3\text{έχειΠαιδί}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
\text{Άντρας} \sqcap \text{Πολύτεκνος} & \equiv & \text{Πατέρας} \sqcap \geq 3\text{έχειΠαιδί (?)} \\
\exists\text{έχειΠαιδί.} \neg\text{Γυναίκα} & \sqsubseteq & \text{Γονιός (?)}
\end{array}
$$

Σώμα ισχυρισμών

Τα DL μας επιτρέπουν να κάνουμε και υποθέσεις όσον αφορά τα άτομα του κόσμου τον οποίο μοντελοποιούμε, δηλαδή να καθορίζουμε *σχέσεις στιγμιοτύπου (instance relations)* ανάμεσα σε ένα άτομο (ζευγάρι ατόμων) και μια έννοια (ρόλο), οι οποίες ονομάζονται *ισχυρισμοί (assertions)*.

- *Ισχυρισμοί εννοιών (concept assertions)*

  Έχουν τη σύνταξη a:C ή C(a) και ερμηνεία $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$

  Παράδειγμα

  Γιώργος:Άνθρωπος ή *Άνθρωπος(Γιώργος)*

- *Ισχυρισμοί ρόλων (role assertions)*

  Έχουν τη σύνταξη (a,b):R ή R(a,b) και ερμηνεία $(a^{\mathcal{I}},b^{\mathcal{I}}) \in R^{\mathcal{I}}$

  Παράδειγμα

  (Γιώργος,Πηνελόπη):έχειΠαιδί ή *έχειΠαιδί(Γιώργος,Πηνελόπη)*

DL Βάσεις Γνώσης

- Μία DL *βάση γνώσης (knowledge base)* ορίζεται ως το ζεύγος $\mathcal{K}$=($\mathcal{T}$, $\mathcal{A}$), όπου $\mathcal{T}$ ένα TBox και $\mathcal{A}$ ένα Abox

- Λέμε ότι μια ερμηνεία $\mathcal{I}$ ικανοποιεί ένα σώμα ισχυρισμών $\mathcal{A}$ με βάση το (μβτ) σώμα ορολογίας $\mathcal{T}$ αν η $\mathcal{I}$ είναι μοντέλο του $\mathcal{A}$ αλλά και ταυτόχρονα μοντέλο του $\mathcal{T}$

  Παράδειγμα

  Στο προηγούμενο Tbox προσθέτουμε τους ισχυρισμούς:

  Γιώργος:Άνθρωπος

  Μαρία:Γυναίκα

  Πηνελόπη:Θηλυκό

  έχειΠαιδί(Μαρία, Πηνελόπη)

  έχειΠαιδί(Γιώργος, Πηνελόπη)

Υπηρεσίες συλλογιστικής σε Tbox

❖ *Ικανοποιησιμότητα (satisfiability)*

Η έννοια C είναι *ικανοποιήσιμη (satisfiable)* μβτ $\mathcal{T}$ αν υπάρχει μοντέλο $\mathcal{I}$ του $\mathcal{T}$ τέτοιο ώστε $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$.

❖ *Υπαγωγή (subsumption)*

Η έννοια C *υπάγεται* στην έννοια D *(subsumed by)* μβτ $\mathcal{T}$ αν $C^{\mathcal{I}} \sqsubseteq D^{\mathcal{I}}$ για κάθε μοντέλο $\mathcal{I}$ του $\mathcal{T}$. Σε αυτήν την περίπτωση γράφουμε $\mathcal{T} \vDash C \sqsubseteq D$.

❖ *Ισοδυναμία (equivalence)*

Η έννοια C είναι *ισοδύναμη (equivalent)* με την έννοια D μβτ $\mathcal{T}$ αν $C\mathcal{I}=D\mathcal{I}$ για κάθε μοντέλο $\mathcal{I}$ του $\mathcal{T}$. Σε αυτή την περίπτωση γράφουμε $\mathcal{T} \vDash C \equiv D$.

❖ *Ξένες Έννοιες (disjointness)*

Η έννοια C είναι *ξένη* με την έννοια D (*disjoint* with) μβτ $\mathcal{T}$ αν $C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}} = \emptyset$ για κάθε μοντέλο $\mathcal{I}$ του $\mathcal{T}$.

Παραδείγματα συλλογιστικής σε Tbox

- Άντρας$\sqcap\neg$Άντρας δεν είναι ικανοποιήσιμη μβτ κενό TBox
- Άντρας$\sqcap$Γυναίκα είναι ικανοποιήσιμη μβτ κενό TBox
- Άντρας$\sqcap$Γυναίκα δεν είναι ικανοποιήσιμη μβτ TBox του παραδείγματος
- $\exists$εχειΠαιδι.Αρσενικό$\sqcap\exists$εχειΠαιδι.$\neg$Αρσενικό είναι ικανοποιήσιμη μβτ κενό TBox
- $\forall$εχειΠαιδι.Αρσενικό$\sqcap\forall$εχειΠαιδι.$\neg$Αρσενικό είναι ικανοποιήσιμη μβτ κενό TBox
- Η έννοια Μητέρα δεν υπάγεται στην έννοια Γονιός μβτ κενό TBox
- Μητέρα$\sqsubseteq$Γονιός μβτ το TBox του παραδείγματος