



## ΕΝΟΤΗΤΑ 2.3

### Συλλογιστική σε Προτάσεις Horn

Γιώργος Στάμου

ΜΕΡΟΣ 2: Αναπαράσταση Γνώσης και Συλλογιστική

## Περίληψη Ενότητας 2.3



2

### Θέματα

- Μπορούμε να μειώσουμε την πολυπλοκότητα της συλλογιστικής περιορίζοντας τη μορφή των προτάσεων;
- Αναπαράσταση γνώσης με προτάσεις Horn
- Συλλογιστική με ανάλυση SLD
- Απλοποίηση αλγορίθμων με επίλυση στόχων
- Αλγόριθμος backward-chaining
- Αλγόριθμος forward-chaining

### Υλικό

- Διαφάνειες παρουσίασης
- Κεφάλαια 8, 9 Βιβλίου Βλαχάβα κα
- Κεφάλαιο 9 Βιβλίου Russel-Norvig
- Κεφάλαιο 4 Βιβλίου Brachman-Levesque

Μέρος 2 – Ενότητα 3

## Προτάσεις CNF



3

- Αναπαράσταση γνώσης στη ΛΠΤ με προτάσεις CNF:  
 $[a_1, a_2, \dots, a_n]$ , όπου  $a_i$  θετικά ή αρνητικά λεκτικά
- Παραδείγματα
  1. [Αγόρι, Κορίτσι] μη-πλήρης πληροφορία
  2. [ $\neg$ Παιδί,  $\neg$ Αρσενικό, Αγόρι] πλήρης πληροφορία διότι:
 
$$[\neg \text{Παιδί}, \neg \text{Αρσενικό}, \text{Αγόρι}] \leftrightarrow$$

$$\neg(\text{Παιδί} \wedge \text{Αρσενικό}) \vee \text{Αγόρι} \leftrightarrow$$

$$\text{Παιδί} \wedge \text{Αρσενικό} \supset \text{Αγόρι}$$

Μέρος 2 – Ενότητα 3

## Προτάσεις Horn



4

- Προτάσεις Horn είναι προτάσεις της μορφής:  
 $[a_1, a_2, \dots, a_n]$ , όπου ένα το πολύ από τα  $a_i$  είναι θετικό
- Αρνητικές προτάσεις Horn είναι προτάσεις της μορφής:  
 $[a_1, a_2, \dots, a_n]$ , όπου όλα τα  $a_i$  είναι αρνητικά
- Θετικές προτάσεις Horn είναι προτάσεις της μορφής:  
 $[p_1, p_2, \dots, p_n, q]$ , όπου όλα τα  $p_i$  είναι αρνητικά και το  $q$  είναι θετικό  
 Οι θετικές προτάσεις Horn γράφονται και:  

$$p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q$$

Μέρος 2 – Ενότητα 3

## Αλγόριθμος ανάλυσης και προτάσεις Horn



5

### □ Παρατήρηση 1

Κάθε βήμα ανάλυσης σε προτάσεις Horn εμπλέκει πάντα μία θετική πρόταση.

Αν η άλλη είναι αρνητική, τότε το αναλυθέν είναι αρνητική πρόταση, αλλιώς είναι θετική.

[Κάθε αρνητικό αναλυθέν έχει ένα θετικό και ένα αρνητικό πατέρα, ενώ κάθε θετικό έχει δύο θετικούς πατέρες]

Μέρος 2 – Ενότητα 3

## Αλγόριθμος ανάλυσης και προτάσεις Horn



6

### □ Παρατήρηση 2

Έστω  $S$  ένα σύνολο προτάσεων Horn και έστω  $c$  μία αρνητική πρόταση που μπορεί να παραχθεί αναλυτικά από το  $S$ .

Τότε υπάρχει μία αναλυτική παραγωγή της  $c$  από το  $S$  στην οποία όλες οι νέες προτάσεις είναι αρνητικές.

Μέρος 2 – Ενότητα 3

## Αλγόριθμος ανάλυσης και προτάσεις Horn



7

### □ Παρατήρηση 3

Έστω  $S$  ένα σύνολο προτάσεων Horn και έστω  $c$  μία αρνητική πρόταση που μπορεί να παραχθεί αναλυτικά από το  $S$ .

Τότε υπάρχει μία αναλυτική παραγωγή της  $c$  από το  $S$  στην οποία όλες οι νέες προτάσεις είναι όχι μόνο αρνητικές αλλά και αναλυθέν του προηγούμενου αναλυθέντος στην αναλυτική παραγωγή.

Μέρος 2 – Ενότητα 3

## Αλγόριθμος ανάλυσης και προτάσεις Horn



8

### □ Συμπέρασμα

Υπάρχει αναλυτική παραγωγή μίας αρνητικής πρότασης Horn  $c$  (συμπεριλαμβανομένης και της κενής) από ένα σύνολο προτάσεων Horn  $S$ , αν υπάρχει μία αναλυτική παραγωγή της  $c$  από το  $S$  τέτοια ώστε κάθε νέα πρόταση να είναι αρνητικό αναλυθέν του προηγούμενου αναλυθέντος στην αναλυτική παραγωγή.

Μέρος 2 – Ενότητα 3

## Ανάλυση SLD



9

### □ Ορισμός

Έστω  $S$  ένα σύνολο προτάσεων. Αναλυτική παραγωγή SLD (*Selected literals, Linear pattern over Definite clauses*) μίας πρότασης  $c$  από την  $S$ , και σημειώνουμε  $S \vdash_{SLD} c$ , είναι μια ακολουθία προτάσεων  $c_1, c_2, \dots, c_n$  τέτοια ώστε  $c_n = c$ ,  $c_1 \in S$  και  $c_{i+1}$  αναλυθέν του  $c_i$  και κάποιας πρότασης του  $S$ .

Αποδεικνύεται ότι για τις προτάσεις Horn ισχύει:

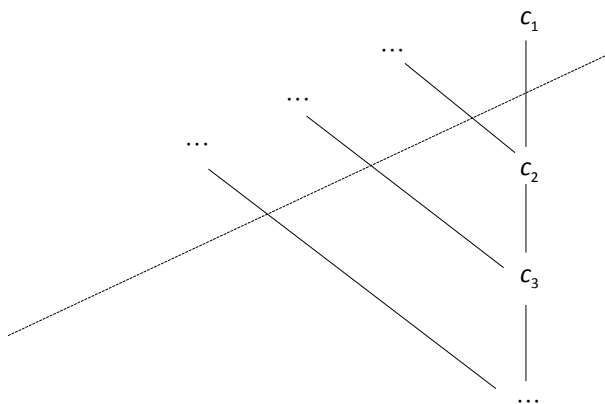
$$S \vdash c \text{ ανν } S \vdash_{SLD} c$$

Μέρος 2 – Ενότητα 3

## Ανάλυση SLD – Μορφή παραγωγής



10



Μέρος 2 – Ενότητα 3

## Παράδειγμα (1)



11

Βρέφος

$\text{Βρέφος} \supset \text{Παιδί}$

$\text{Παιδί} \wedge \text{Αρσενικό} \supset \text{Αγόρι}$

$\text{Νήπιο} \supset \text{Παιδί}$

$\text{Παιδί} \wedge \text{Θηλυκό} \supset \text{Κορίτσι}$

Θηλυκό

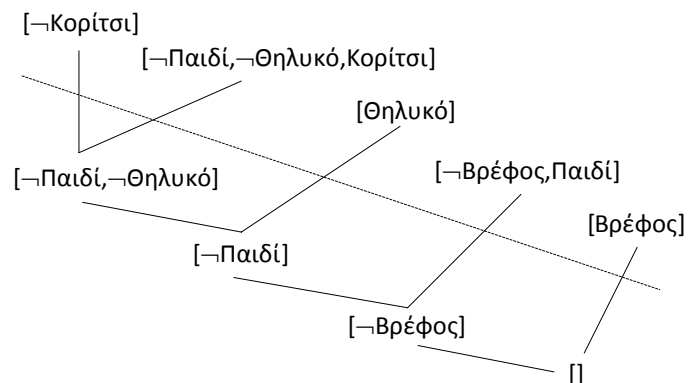
Ισχύει ότι αν ένα άτομο πληροί τα παραπάνω αξιώματα είναι Κορίτσι,  
δηλαδή ότι  $\text{KB} \models \text{Κορίτσι}$ ;

Μέρος 2 – Ενότητα 3

## Παράδειγμα (2)



12



Μέρος 2 – Ενότητα 3

## Δέντρα στόχων (1)



13

### □ Μία απλή παρατήρηση και λίγη ορολογία

#### Παρατήρηση

Κατά την ανάλυση SLD ξεκινάμε από μία πρόταση και προσπαθούμε να βρούμε κατάλληλες θετικές προτάσεις για να «διαγράψουμε» όλα τα αρνητικά λεκτικά και έτσι να παράγουμε την κενή πρόταση.

#### Ορολογία

Θα λέμε ότι το λεκτικό  $c$  είναι στόχος της ανάλυσης SLD, όταν προσπαθούμε να αναλύσουμε ως προς  $c$  την πρόταση  $[\neg c, \dots]$  με κάποια θετική πρόταση της βάσης γνώσης.

Μέρος 2 – Ενότητα 3

## Δέντρα στόχων (2)



14

### Ορολογία (συνέχεια)

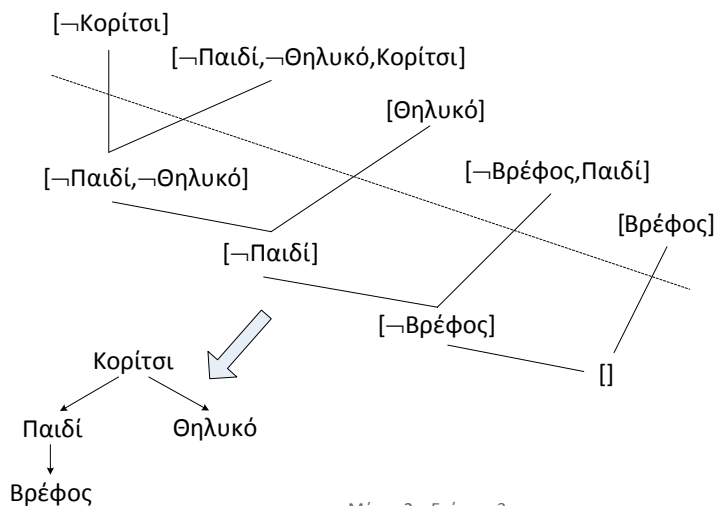
Θα λέμε ότι ο στόχος  $c$  *επιλύθηκε* αν στη βάση γνώσης υπάρχει η πρόταση  $c$  και συνεπώς μπορούμε να παράγουμε την κενή πρόταση.

Θα λέμε ότι ο στόχος  $c$  *μειώθηκε* σε ένα σύνολο υποστόχων  $c_1, c_2, \dots, c_k$  αν αναλύσουμε ως προς  $c$  με την πρόταση  $[\neg c_1, \neg c_2, \dots, \neg c_k, c]$ .

Μέρος 2 – Ενότητα 3

### Δέντρα στόχων (3)

15



## Μέρος 2 – Ενότητα 3

## Ανάλυση SLD – Backward Chaining

16

**Είσοδος:** Μία βάση γνώσης KB και ένα πεπερασμένο σύνολο ατομικών προτάσεων  $q_1, q_2, \dots, q_n$ .

**Έξοδος:** ΝΑΙ ή ΟΧΙ, ανάλογα αν η ΚΒ λογικά συνεπάγεται όλα τα  $q_i$ .

**Procedure SOLVE** $[q_1, q_2, \dots, q_n]$

**If  $n = 0$  then return YES**

**for each clause  $c \in KB$ , do**

**if**  $c = [q_1, \neg p_1, \dots, \neg p_m]$

**and** SOLVE[ $p_1, \dots, p_m, q_1, \dots, q_n$ ]

**then return YES**

end for

```
return NO
```

## Μέρος 2 – Ενότητα 3



## Ανάλυση SLD – Forward Chaining



17

**Είσοδος:** Μία βάση γνώσης KB και ένα πεπερασμένο σύνολο ατομικών προτάσεων  $q_1, q_2, \dots, q_n$ .

**Εξοδος:** ΝΑΙ ή ΟΧΙ, ανάλογα αν η KB λογικά συνεπάγεται όλα τα  $q_i$ .

**ΒΗΜΑ 1.** Αν όλοι οι στόχοι  $q_i$  έχουν επιλυθεί, επέστρεψε ΝΑΙ.

**ΒΗΜΑ 2.** Έλεγξε αν υπάρχει πρόταση  $[p, \neg p_1, \dots, \neg p_n]$  στην KB, τέτοια ώστε όλα τα αρνητικά λεκτικά της να έχουν επιλυθεί και το θετικό να μην έχει επιλυθεί. Τότε, μαρκάρισέ το ως επιλυμένο και επανέλαβε από το ΒΗΜΑ 1.

**ΒΗΜΑ 3.** Επέστρεψε ΟΧΙ.

Μέρος 2 – Ενότητα 3

## Ανάλυση SLD, επιλυσιμότητα και πολυπλοκότητα



18

- Ο αλγόριθμος backward-chaining είναι εκθετικός στην Προτασιακή Λογική (με προτάσεις Horn).
- Ο αλγόριθμος forward-chaining είναι πολυωνυμικός στην Προτασιακή Λογική (με προτάσεις Horn).
- Η ανάλυση SLD είναι μη-αποφάνσιμη στη Λογική Πρώτης Τάξης για προτάσεις Horn.
- Σημαντικό συμπέρασμα  
Στη διαδικασία της ανάλυσης, ο στόχος είναι να αποφεύγουμε τους επανυπολογισμούς και τα άπειρα μονοπάτια, με διάφορες τεχνικές. Η διαδικασία αυτή είναι πολύ πιο αποδοτική στην ανάλυση SLD.

Μέρος 2 – Ενότητα 3