

Menggambar LINGKARAN (1/7)

- Persamaan umum LINGKARAN :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

dengan

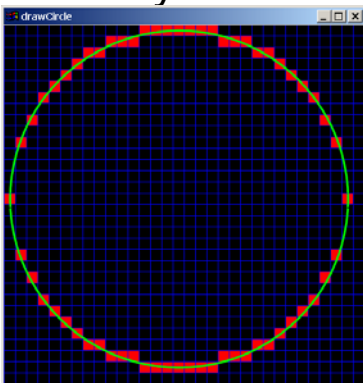
$$y = y_0 \pm \sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}$$

Contoh program menggambar lingkaran :

```
void circleSimple(int xCenter, int yCenter, int radius,
    Color c) {
    int x, y, r2;

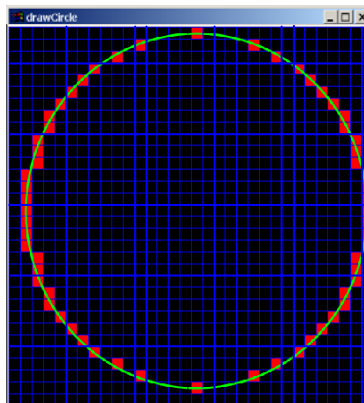
    r2 = radius * radius;
    for (x = -radius; x <= radius; x++) {
        y = (int)(sqrt(r2 - x*x) + 0.5);
        setPixel(xCenter + x, yCenter + y, c);
        setPixel(xCenter + x, yCenter - y, c);
    }
}
```

Hasilnya :



Masalah : Kemiringan tangen pada suatu titik $x > 1$, x tidak bekerja.

Bagaimana bila dilakukan terhadap y ?



Solusi : gabungkan keduanya sehingga didapat lingkaran simetris untuk x dan y.

Cara ini disebut

2-way symmetry

Menggambar LINGKARAN (2/7)

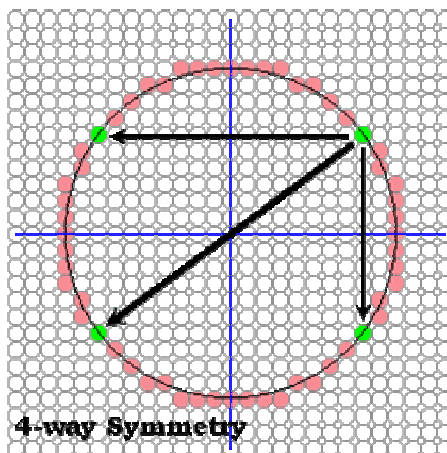
- **4-way symmetry**

```
void circle4Way(int xCenter, int yCenter, int radius,
    Color c) {
    int x, y, r2;

    setPixel(xCenter, yCenter + radius, c);
    setPixel(xCenter, yCenter - radius, c);

    r2 = radius * radius;
    for (x = 1; x <= radius; x++) {
        y = (int)(sqrt(r2 - x*x) + 0.5);
        setPixel(xCenter + x, yCenter + y, c);
        setPixel(xCenter + x, yCenter - y, c);
        setPixel(xCenter - x, yCenter + y, c);
        setPixel(xCenter - x, yCenter - y, c);
    }
}
```

Hasil :



Lebih cepat dari yang pertama, tapi tidak lebih baik dalam menampilkan lingkaran

Menggambar LINGKARAN (3/7)

- 8-way symmetry

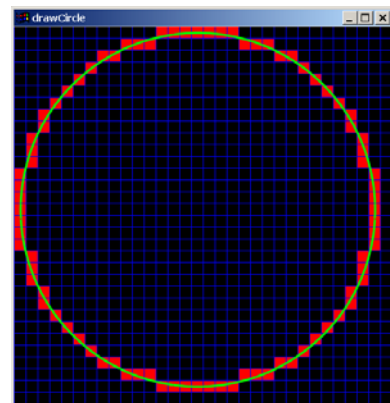
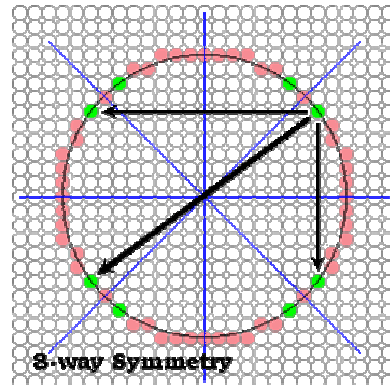
```
void circle8Way(int xCenter, int yCenter, int radius, Color c) {
    int x, y, r2;
```

```
    setPixel(xCenter, yCenter + radius, c);
    setPixel(xCenter, yCenter - radius, c);
    setPixel(xCenter + radius, yCenter, c);
    setPixel(xCenter - radius, yCenter, c);
```

```
    r2 = radius * radius;
    x = 1;
    y = (int)(sqrt(r2 - 1) + 0.5);
    while (x < y) {
        setPixel(xCenter + x, yCenter + y, c);
        setPixel(xCenter + x, yCenter - y, c);
        setPixel(xCenter - x, yCenter + y, c);
        setPixel(xCenter - x, yCenter - y, c);
        setPixel(xCenter + y, yCenter + x, c);
        setPixel(xCenter + y, yCenter - x, c);
        setPixel(xCenter - y, yCenter + x, c);
        setPixel(xCenter - y, yCenter - x, c);
```

```
        x += 1;
        y = (int)(sqrt(r2 - x*x) + 0.5);
    }
    if (x == y) {
        setPixel(xCenter + x, yCenter + y, c);
        setPixel(xCenter + x, yCenter - y, c);
        setPixel(xCenter - x, yCenter + y, c);
        setPixel(xCenter - x, yCenter - y, c);
    }
}
```

Hasil :



Dengan memanfaatkan diagonal garis yang melewati pusat lingkaran, kita dapat menyusuri x yang koordinatnya telah diubah (pertukaran x dan y) secara serempak, sehingga y menjadi bagian dari lingkaran

Menggambar LINGKARAN (4/7)

• Fungsi Discriminator

Telah diketahui bahwa : $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

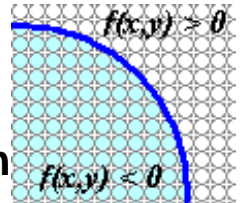
dan dapat ditulis sebagai suatu fungsi : $f(x,y) = x^2 + y^2 - r^2$

Fungsi Discriminator :

$f(x,y) < 0$ untuk titik di dalam lingkaran

$f(x,y) > 0$ untuk titik di luar lingkaran

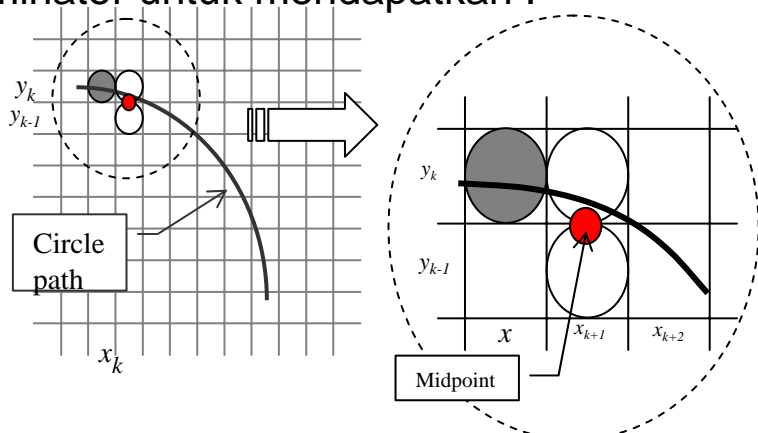
$f(x,y) = 0$ untuk titik yang terletak pada lingkaran



• Algoritma Titik Tengah Lingkaran (Midpoint Circle Algorithm)

- Bila diketahui suatu titik : (x_k, y_k) , maka titik berikutnya apakah di (x_k+1, y_k) , or (x_k+1, y_k-1) ?
- Misal titik tengahnya (midpoint) : $(x_k+1, y_k) = 0.5$
- Gunakan fungsi discriminator untuk mendapatkan :

$$f(x,y) = x^2 + y^2 - r^2$$



Menggambar **LINGKARAN** (5/7)

- Algoritma Titik Tengah Lingkaran(lanjutan)
 - Dengan menggunakan *midpoint* di antara 2 kandidat pixel, kita dapat mencari *Parameter Keputusan*, P_k , untuk mendapatkan plot pixel berikutnya :

$$P_k = f(x_k + 1, y_k - \frac{1}{2})$$

$$= (x_k + 1)^2 + (y_k - \frac{1}{2})^2 - r^2$$

P_k : **-ve** , titik tengah berada di dalam lingkaran,

plot = (x_k+1, y_k) ,

Update P : $f(x+1, y) = (x + 1)^2 + y^2 - r^2$

$$f(x+1, y) = (x^2 + 2x + 1) + y^2 - r^2$$

$$f(x+1, y) = f(x, y) + 2x + 1$$

$$\text{Inkremen : } P + \overset{P_{k+1}}{\quad} = 2x + 1$$

+ve , titik tengah berada di luar lingkaran,

plot = (x_k+1, y_k-1)

Update P : $f(x+1, y-1) = (x + 1)^2 + (y-1)^2 - r^2$

$$f(x+1, y-1) = (x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) - r^2$$

$$f(x+1, y-1) = f(x, y) + 2x + 2y - 1$$

$$\text{Inkremen : } P + \overset{P_{k+1}}{\quad} = 2x - 2y + 2$$

Menggambar **LINGKARAN** (6/7)

- Kita dapat memiliki beragam titik awal lingkaran, namun diasumsikan inkremen dimulai dari (0,r), sehingga P_0 dapat dihitung :

$$p_0 = f(1, r-0.5) = 1^2 + (r - 0.5)^2 - r^2$$

$$p_0 = f(1, r-0.5) = 1 + (r^2 - r + 0.25) - r^2$$

$$p_0 = 1.25 - r$$

- Algoritma Titik Tengah (MidPoint) selengkapnya :**

1. Input radius, r , and titik tengah lingkaran (x_c, y_c) . Titik awal di-plot pada $(0, r)$ – yang merupakan titik tengah lingkaran asli,

2. Hitung nilai awal *Parameter Keputusan* :
$$p_0 = \frac{5}{4} - r$$

3. Pada x_k , dimulai dengan $k = 0$, uji nilai p_k :

Jika $p_k < 0$, maka titik selanjutnya (x_{k+1}, y_k) dan $p_{k+1} = p_k + 2x_{k+1} + 1$,

Untuk hal lain, titik berikutnya (x_{k+1}, y_{k+1}) dan $p_{k+1} = p_k + 2x_{k+1} + 1 - 2y_{k+1}$.

4. Tentukan titik simetri pada 7 octant lainnya.
5. Ambil titik aktual untuk titik tengah lingkaran pada (x_c, y_c) dimana $(x + x_c, y + y_c)$.
6. Ulangi langkah 3 sampai 5 hingga tercapai $x \geq y$.

Menggambar **LINGKARAN** (7/7)

```
void circleMidpoint(int xCenter, int yCenter, int radius, Color c) {
    int x = 0;
    int y = radius;
    int p = (5 - radius*4)/4;

    circlePoints(xCenter, yCenter, x, y, c);
    while (x < y) {
        x++;
        if (p < 0) {
            p += 2*x+1;
        } else {
            p += 2*(x-y+1);
            y--;
        }
        circlePoints(xCenter, yCenter, x, y, c);
    }
}

void circlePoints(int cx, int cy, int x, int y, Color c) {
    if (x == 0) {
        setPixel(cx, cy + y, c);
        setPixel(cx, cy - y, c);
        setPixel(cx + y, cy, c);
        setPixel(cx - y, cy, c);
    } else if (x == y) {
        setPixel(cx + x, cy + y, c);
        setPixel(cx - x, cy + y, c);
        setPixel(cx + x, cy - y, c);
        setPixel(cx - x, cy - y, c);
    } else if (x < y) {
        setPixel(cx + x, cy + y, c);
        setPixel(cx - x, cy + y, c);
        setPixel(cx + x, cy - y, c);
        setPixel(cx - x, cy - y, c);
        setPixel(cx + y, cy + x, c);
        setPixel(cx - y, cy + x, c);
        setPixel(cx + y, cy - x, c);
        setPixel(cx - y, cy - x, c);
    }
}
```

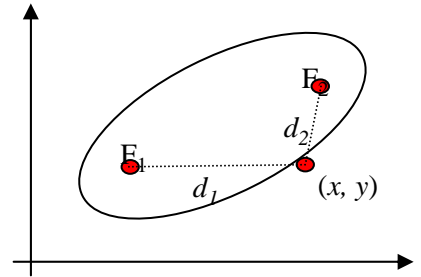
Menggambar **ELLIPS** (1/4)

- Persamaan umum ellips :

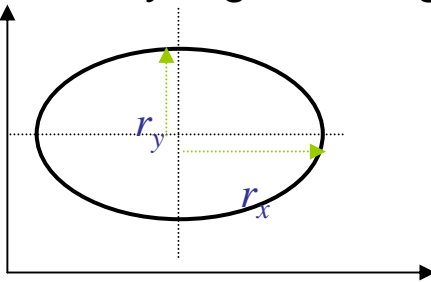
$$d_1 + d_2 = \text{konstan}$$

atau

$$\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} + \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2} = \text{constant}$$

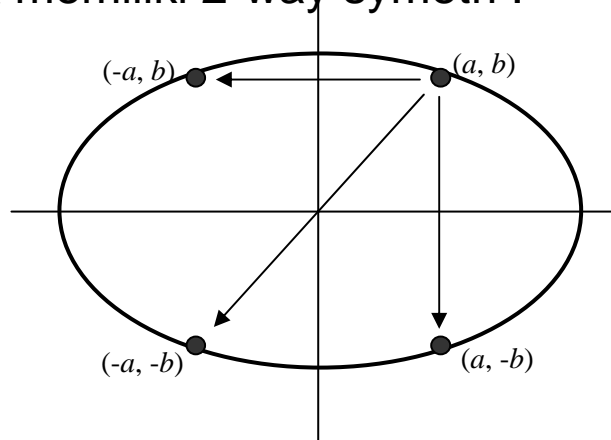


- Namun, yang akan digunakan adalah **ellips standard** :



$$\left(\frac{x - x_c}{r_x} \right)^2 + \left(\frac{y - y_c}{r_y} \right)^2 = 1$$

- Ellips hanya memiliki 2-way symetri :



Menggambar **ELLIPS** (2/4)

- Membangun ellips :

- Pusat ellips standard : $\left(\frac{x}{r_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{r_y}\right)^2 = 1$

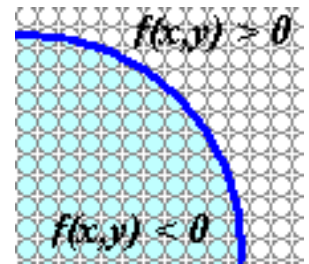
- Fungsi Discriminator : $f_e(x, y) = r_y^2 x^2 + r_x^2 y^2 - r_x^2 r_y^2$

dimana :

$f_e(x, y) < 0$ untuk suatu titik di dalam ellips

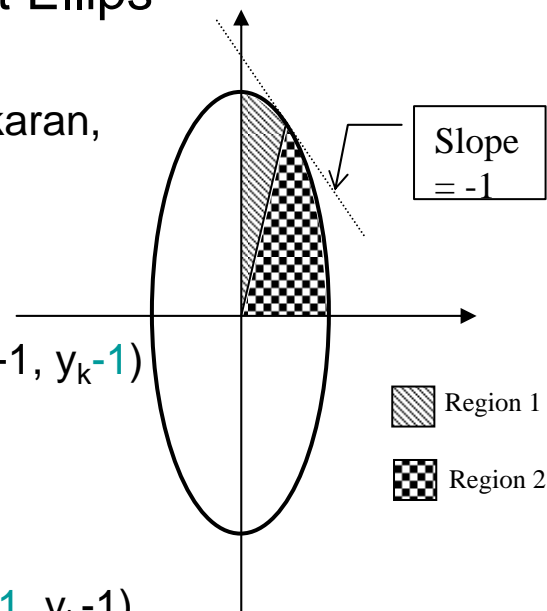
$f_e(x, y) > 0$ untuk suatu titik di luar ellips

$f_e(x, y) = 0$ untuk suatu titik pada ellips



- Algoritma Titik Tengah/MidPoint Ellips

- Ellips berbeda dengan lingkaran
 - Pendekatannya sama dengan lingkaran, tapi berbeda dalam sampling arah.
 - Region 1 :
 - Sampling arah x
 - Pilihannya antara (x_k+1, y_k) , or (x_k+1, y_k-1)
 - Midpoint: $(x_k+1, y_k-0.5)$
 - Region 2 :
 - Sampling arah y
 - Pilihannya antara (x_k, y_k-1) , or (x_k+1, y_k-1)
 - Midpoint: $(x_k+0.5, y_k-1)$



Menggambar **ELLIPS** (3/4)

- Parameter Keputusan

- Region 1: $p1_k = f_e(x_k + 1, y_k - \frac{1}{2})$

$p1_k$ -ve:

- midpoint di dalam
- pilih pixel (x_{k+1}, y_k)

$p1_k$ +ve:

- midpoint di luar
- pilih pixel (x_{k+1}, y_{k-1})

- Region 2 : $p2_k = f_e(x_k + \frac{1}{2}, y_k - 1)$

$p2_k$ -ve:

- midpoint di dalam
- pilih pixel (x_{k+1}, y_{k-1})

$p2_k$ +ve:

- midpoint di di luar
- pilih pixel (x_k, y_{k-1})

Menggambar ELLIPS (4/4)

- Algoritma Titik Tengah/MidPoint Ellips**

- Input r_x , r_y titik tengah ellips (x_c , y_c). Titik awal sama dengan pusat ellips asli (0 , r_y).
- Nilai awal parameter keputusan pada region 1: $p1_0 = r_y^2 - r_x^2 r_y + \frac{1}{4} r_x^2$
- Untuk setiap x_k pada region 1, dimulai dari $k = 0$, uji $p1_k$:
 Jika $p1_k < 0$, titik berikutnya (x_{k+1} , y_k) dan

$$p1_{k+1} = p1_k + 2r_y^2 x_{k+1} + r_y^2,$$
 Keadaan lain, titik berikutnya (x_{k+1} , y_{k-1}) dan

$$p1_{k+1} = p1_k + 2r_y^2 x_{k+1} - 2r_x^2 y_{k+1} + r_y^2.$$
- Tentukan titik simetri pada 3 octant lainnya
- Ambil titik aktual untuk pusat ellips (x_c , y_c) dimana ($x + x_c$, $y + y_c$).
- Ulangi langkah 3 - 6 hingga tercapai $2r_y^2 x \geq 2r_x^2 y$.
- Nilai awal parameter keputusan region 2:

$$p2_0 = r_y^2 \left(x_0 + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2 (y_0 - 1)^2 - r_x^2 r_y^2$$
- Untuk setiap y_k pada 2, dimulai dari $k = 0$, uji $p2_k$:
 Jika $p2_k > 0$, titik berikutnya (x_k , y_{k-1}) dan
 Keadaan lain, titik berikutnya (x_{k+1} , y_{k-1}) dan
- Tentukan titik simetri pada 3 octant lainnya
- Ambil titik aktual untuk pusat ellips (x_c , y_c) dimana ($x + x_c$, $y + y_c$).
- Ulangi langkah 8 - 10 hingga $y < 0$.