# Usalduspiirid

Kvantitatiivsed meetodid

Indrek Soidla

# Usaldusvahemik

- Valimi alusel arvutatud statistik (nt aritmeetiline keskmine) kehtib täpselt valimi kohta
- Kui täpselt kirjeldab see populatsiooni?
- Usaldusvahemik – vahemik, mis katab statistiku tegeliku väärtuse populatsioonis teatud tõenäosusega (täpsemalt: teatud läve ületava tõenäosusega)
  - NB! Eeldab, et valim on juhuslik kogum populatsioonist
  - = tõenäosuslik valim
- Punkthinnang vs vahemikhinnang
- Erinevate statistikute puhul arvutatakse mõnevõrra erinevalt, aga mõte sama

# Usaldusvahemik

- Usalduspiirid aritmeetilise keskmise puhul

$$\mu \geq m - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\mu \leq m + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- $\mu$ – keskmine populatsioonis
- $m$ – keskmine valimis
- $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ – standardiseeritud normaaljaotuse $1 - \frac{\alpha}{2}$ kvantiil, kus $\alpha$ on vea tõenäosuse piir
    - nt usaldusnivool $90\%$ $\alpha = 10\%$, vastav $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1{,}64$
    - nt usaldusnivool $95\%$ $\alpha = 5\%$, vastav $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96$
    - nt usaldusnivool $99\%$ $\alpha = 1\%$, vastav $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2{,}58$
- $\sigma$ – dispersioon
- $n$ – valimimaht
- Näide R-s

# Millest sõltub usaldusvahemiku laius?

- Valimimaht
    - Suurem valimimaht => kitsam usaldusvahemik
- Tunnuse hajuvus
    - Väiksem hajuvus => kitsam usaldusvahemik
- Usaldusnivoo
    - Madalam usaldusnivoo => kitsam usaldusvahemik
- Kitsama usaldusnivoo (vähem määramatust parameetri hinnangus) annavad
    - suurem valimimaht,
    - tunnuse väiksem hajuvus ja
    - madalam usaldusnivoo, AGA
- madalam usaldusnivoo tähendab ka suuremat eksimisvõimalust
    - st rohkem määramatust selles, kas usaldusvahemik ise on täpne

# Usaldusvahemik: osakaalud

- Usalduspiirid osakaalude (protsentide) puhul

$$p \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot s_p$$

$$s_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

- $p$ – osakaal
- $s_p$ – osakaalu standardviga
- Mida lähemal osakaal 50%-le, seda laiem on usaldusvahemik
    - Näide R-s
- Pool usaldusvahemikust ehk $z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot s_p$ = veapiir
- Korrektne kasutada ainult tõenäosusliku valimiga uuringu puhul
    - See eeldus kehtib igasuguse järeldava analüüsi kohta

# Osakaalude võrdlemine

- Samamoodi nagu keskmiste puhul, tuleks täpsema erinevuste väitmise jaoks ka osakaalude puhul arvesse võtta osakaalude erinevuse usalduspiire
- Kuidas osakaalude vahe usalduspiire arvutada?
- Sõltub sellest, kas osakaalud on kahest erinevast jaotusest või samast jaotusest
- Nt erakondade reitingute uurimise puhul: kas uurime erinevust ühe erakonna reitingutes kahel erineval ajahetkel või erakondade reitingute erinevusi samal ajahetkel
- Esimene juhtum: kahe osakaalu *z*-test (sõltumatute kogumite *z*-test)

$$Z_p = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p(1-p)(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$$

- Näide R-s
- Enam-vähem täpne osakaalude erinevuse usaldusvahemiku kiirhinnang (eeldusel, et veapiirid on mõlema osakaalu puhul sarnased):
  - kas osakaalude erinevus > osakaalu veapiir * 1,5
  - nt $n_1 = n_2 = 1000$, ühes jaotuses on uuritav osakaal 58%, teises 49% => kummagi osakaalu veapiir on umbes 3,1%
  - 58% - 49% > 3,1% * 1,5, seega kui väidetakse osakaalude erinevust populatsioonis, siis ilmselt ei eksita

# Osakaalude võrdlemine

- Teine juhtum (erakondade reitingute erinevused samal ajahetkel): Scott ja Seber (1983)

$$p_1 - p_2 \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_1 + p_2 - (p_1 - p_2)^2}{n}}$$

- Kas saame uuringu andmetel usaldusnivool 95% öelda, et RE ja KE reiting septembris on populatsiooni tasandil erinev (eeldades, et täisarvulised protsendid on täpsed ja et vastajad moodustavad juhusliku kogumi populatsioonist)?
- Enam-vähem täpne osakaalude erinevuse usaldusvahemiku kiirhinnang (eeldusel, et veapiirid on mõlema kogumi puhul sarnased):
  - kas osakaalude erinevus > osakaalu veapiir * 2
  - nt *n* = 1000, binaarse tunnuse jaotus on 54% vs 46% => kummagi osakaalu veapiir on umbes 3,1%
  - osakaalude usaldusvahemikud natuke kattuvad, aga 54% - 46% > 2 * 3,1%
  - seega umbkaudse hinnangu põhjal võib öelda, osakaalud populatsioonis erinevad (kindlama otsuse tegemiseks võiks muidugi täpsemalt üle arvutada)

# Mida me tegelikult eeldame, kui teeme järeldavat statistilist analüüsi

- Usaldusvahemik / olulisuse tõenäosus on täpne eeldusel, et arvutuse aluseks olnud meetodite eeldused kehtivad
- St kehtivad KÕIK meetodite eeldused, sh
  - konkreetse analüüsimeetodi eeldused (nt tunnuste tüübiga seotud eeldused, regressioonanalüüsi puhul jääkide homoskedastilisus jm)
  - hüpoteesid on korrektselt sõnastatud ja operatsionaliseeritud
  - andmetele esitatavad eeldused (tõenäosuslik valim, indiviidide sõltumatus üksteisest)
  - ei esine teisi uuringuvigu (nt kaetuse viga, mittevastamise viga, mõõtmisviga – vt uuring koguvea kontseptsioon)

# Mida me tegelikult eeldame, kui teeme järeldavat statistilist analüüsi

- Pole realistlik, et eeldused on 100% täidetud
- *All models are wrong, but some are useful*
- Realistlik mitte küsida, kas saadud näitajad on õiged või valed, vaid mil määral võime järelduste tegemisel eksida
- Oluline!
  - Tunda analüüsimeetodeid
  - Tunda andmekogumismeetodeid ja teada, kuidas andmed on saadud
  - Mõista, kui kategoorilisi järeldusi on mõistlik teha