Guía 4

Tema: Probabilidades. Distribuciones de Probabilidad

Probabilidad y Estadística - Facultad de Ciencias Agrarias

Ejercicio 1

Calcular las probabilidades de obtener:

1. Un número impar en una sola tirada de un dado.
2. La presentación, como mínimo, de una "cara" en dos tiradas de una moneda.
3. La presentación de un as, un diez de diamante o el dos de pick en una sola extracción de u na carta de un mazo de 52.
4. La obtención de 7 puntos en una tirada de un par de dados.

1. P(impar) = P(1 o 3 o 5) = P(1) + P(3) + P(5) = **1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6 = ½= 0,5**

2. Los resultados posibles son:

Cara y cara	CC	P(CyC) = 1/2 1/2 = 1/4
Cara y cruz	CX	P(CyX) = 1/2 1/2 = 1/4
Cruz y cara	XC	P(XyC) = 1/2 1/2 = 1/4
Cruz y cruz	XX	P(XyX) = 1/2 1/2 = 1/4

La probabilidad de una cara como mínimo = P(1 cara o 2 caras) = P(CyX o XyC o CyC) = **1/4 + 1/4 + 1/4 = ¾=0,75**

3. P(A o 10 de Diamantes o 2 de Pick) = P(A) + P(10 Diamantes) + P(2 Pick)= **4/52 + 1/52 + 1/52 = 6/52 = 3/26 = 0,115**

4. Casos posibles: **36**

1y1 1y2 1y3 1y4 1y5 1y6
2y1 2y2 2y3 2y4 2y5 2y6
3y1 3y2 3y3 3y4 3y5 3y6
4y1 4y2 4y3 4y4 4y5 4y6
5y1 5y2 5y3 5y4 5y5 5y6
6y1 6y2 6y3 6y4 6y5 6y6

Casos favorables a la suma de 7 puntos: **6y1 5y2 4y3 3y4 1y5 1y6** En total son 6 casos
P (suma 7) = 6/36 = 1/6 = 0,08

Si lo pensamos como eventos independientes, tenemos que identificar que en un dado puede salir cualquiera de las 6 caras pero en el segundo dado si o si debe salir la cara que me asegure que al sumarlas de 7.

Entonces el cálculo sería:
P (suma 7)= 6/6 * 1/6 = 6/36 = 1/6 = 0,08

Ejercicio 2

Una máquina produce piezas de tipo A y de tipo B. La probabilidad que una pieza A sea defectuosa es de 0.04 y la probabilidad que una pieza B lo sea es de 0.035. Calcular:

1. La probabilidad que las dos piezas sean defectuosas.
2. La probabilidad que ninguna de las dos piezas sea defectuosa.
3. La probabilidad que sea defectuosa la pieza A y no la B.
4. La probabilidad que al menos una de las dos sea defectuosa.

Designemos con los símbolos DA y DB a las piezas defectuosas A y B, y con los símbolos NDA y NDB a las piezas no defectuosas A y B.
Si P(DA) = 0,04, luego P(NDA) = 1 - P(DA) = 1 - 0,04 = 0,96
Si P(DB) = 0,035, luego P(NDB) = 1 – P(DB) = 1 – 0,035 = 0,965

1. P(DA y DB) = P(DA) P(DB) = **(0,04)*(0,035) = 0,0014**

2. P(NDA y NDB) = P(NDA) P(NDB) = **(0,96) (0,965) = 0,9264**

3. P(DA y NDB) = P(DA) P(NDB) = **(0,04) (0,965) = 0,0386**

4. Se lo puede pensar como: A defectuosa y B no Defectuosa en una oportunidad más la probabilidad de que se dé a la inversa: A no Defectuosa y B Defectuosa.

   P(al menos una defectuosa) = P(DA y NDB ó NDA Y DB) = **(0,04 * 0,965) + (0,96 * 0,035) = 0,0386 + 0,0336 = 0,0722**

Ejercicio 3

En un estudio se determinó que la probabilidad de que se produzca un artículo defectuoso en una determinada fábrica es del 0.15. Si se toman 5 artículos de ese lote al azar, y se prueban los mismos. ¿Cuál es la probabilidad?:

1. de que 3 o menos de 3 sean defectuosos.
2. de que menos de 3 sean defectuosos
3. de que más de 2 sean defectuosos
4. realizar los cálculos manualmente y verificar los resultados hallados con R.
5. Grafique la distribución binomial correspondiente en R. En este caso, el valor de p=0.15. ¿El sesgo es positivo o negativo? Fundamente.

En R

Probabilidad de que 3 sean defectuosos == P(x=2)

```
#Para calcular una probabilidad puntual con distribución binomial
dbinom(x=3, size=5, prob=0.15)
```

```
## [1] 0.02438438
```

Probabilidad de que 3 o menos de 3 sean defectuosos == P(X<=3)

```
pbinom(q=2, size=5, prob=0.15, lower.tail=TRUE)
```

```
## [1] 0.9733881
```

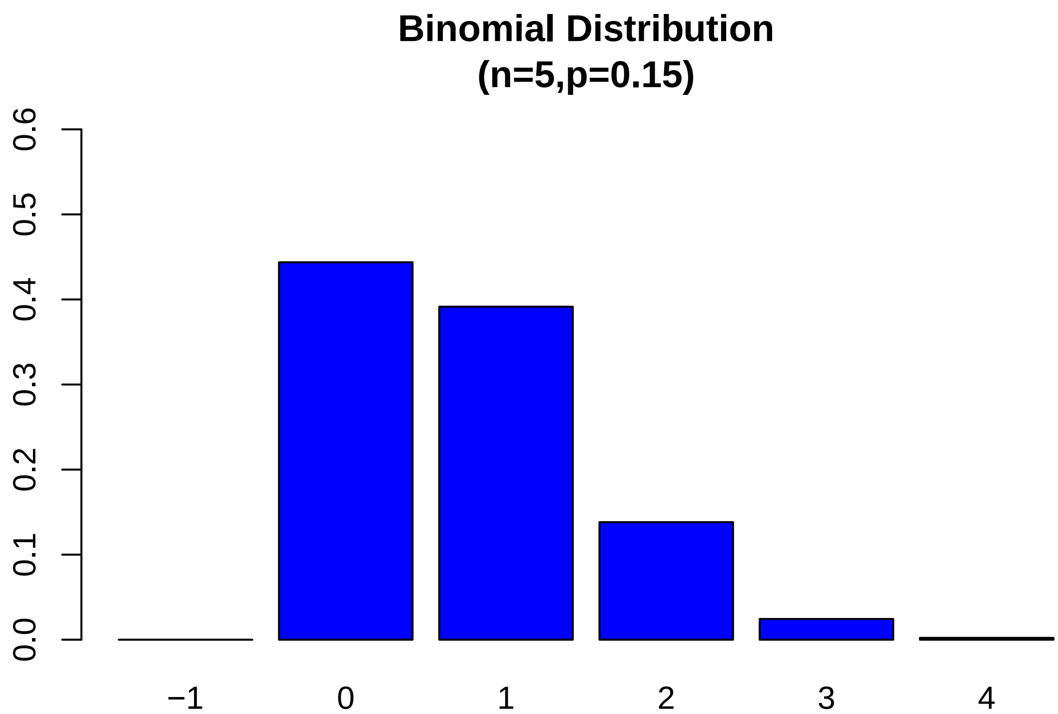
Probabilidad de que más de 2 sean defectuosos == P(X>2)

```
pbinom(q=2, size=5, prob=0.15, lower.tail=FALSE)
```

```
## [1] 0.02661187
```

Mediante las siguientes líneas de código va a poder graficar una distribución binomial. Fundamente si el sesgo es positivo o negativo.

```
x <- -1:4
prob <- dbinom(x,5,0.15)
barplot(prob,col = "blue",ylim = c(0, 0.6),names.arg=x,
        main="Binomial Distribution\n(n=5,p=0.15)")
```



Ejercicio 4

En una localidad, en el mes de Julio se producen 2 heladas semanales (en promedio)

1. ¿Cuál es la probabilidad de que en 3 semanas se produzcan sólo 2 heladas?
2. Realizar los cálculos manualmente y verificar los resultados hallados con R.

En R

¿Cuál es la probabilidad de que en 3 semanas se produzcan 2 heladas?

```
dpois(x=2, lambda=6)
```

```
## [1] 0.04461754
```

Ejercicio 5

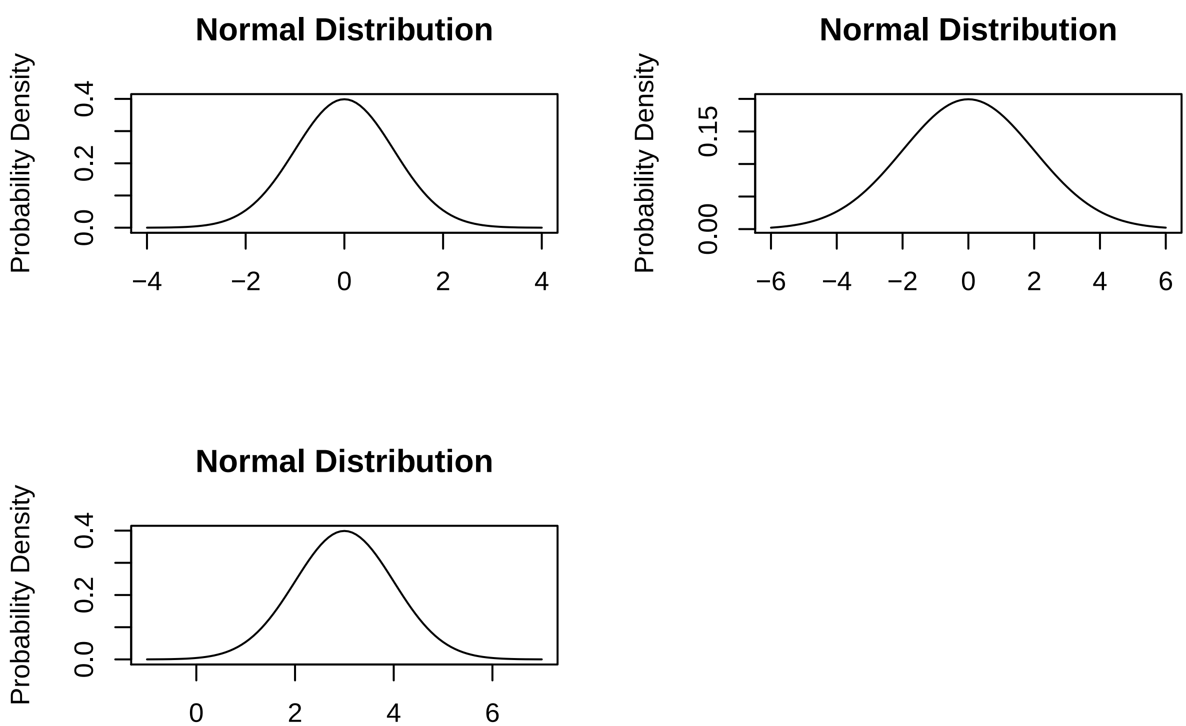
Graficar las siguientes funciones de densidad discretas y continuas. Interpretar las diferencias observadas al cambiar los parámetros y escribir al menos 2 características de las curvas de las distribuciones que se graficaron.

1. N(0,1); N(0,2); N(3,1)
2. T(5); T(100)

En R

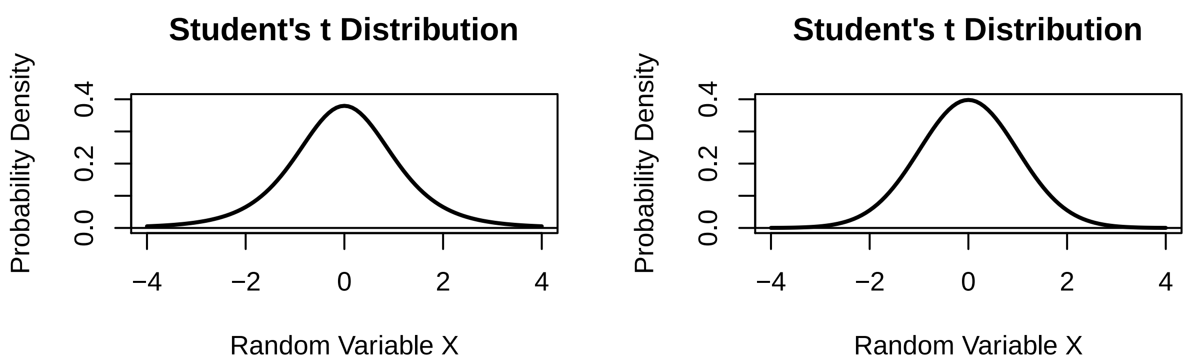
Para graficar funciones de densidad utilizamos la función **curve()**

```
par(mfrow=c(2,2)) #permite disponer gráficos de a grupos
curve(dnorm(x, mean = 0, sd = 1), #distribución de probabilidad normal
      from = -4, #límite inferior del eje x
      to = 4, #límite superior del eje x
      type = "l", #tipo de linea trazada
      xlab = "", #sin rótulo el eje X
      ylab = "Probability Density", #rótulo eje Y
      main = "Normal Distribution") #título del gráfico
curve(dnorm(x, mean = 0, sd = 2), #distribución de probabilidad normal
      from = -6, #límite inferior del eje x
      to = 6, #límite superior del eje x
      type = "l", #tipo de linea trazada
      xlab = "", #sin rótulo el eje X
      ylab = "Probability Density", #rótulo eje Y
      main = "Normal Distribution") #título del gráfico
curve(dnorm(x, mean = 3, sd = 1), #distribución de probabilidad normal
      from = -1, #límite inferior del eje x
      to = 7, #límite superior del eje x
      type = "l", #tipo de linea trazada
      xlab = "", #sin rótulo el eje X
      ylab = "Probability Density", #rótulo eje Y
      main = "Normal Distribution") #título del gráfico
```



De igual manera para una distribucion t de student

```
par(mfrow=c(2,2))
curve(dt(x, df = 5),
      from = -4,
      to = 4,
      type = "l",
      lwd = 2,
      xlab = "Random Variable X",
      ylab = "Probability Density",
      main = "Student's t Distribution",
      ylim = c(0, 0.4))
abline(h = 0)
curve(dt(x, df = 100),
      from = -4,
      to = 4,
      type = "l",
      lwd = 2,
      xlab = "Random Variable X",
      ylab = "Probability Density",
      main = "Student's t Distribution",
      ylim = c(0, 0.4))
abline(h = 0)
```



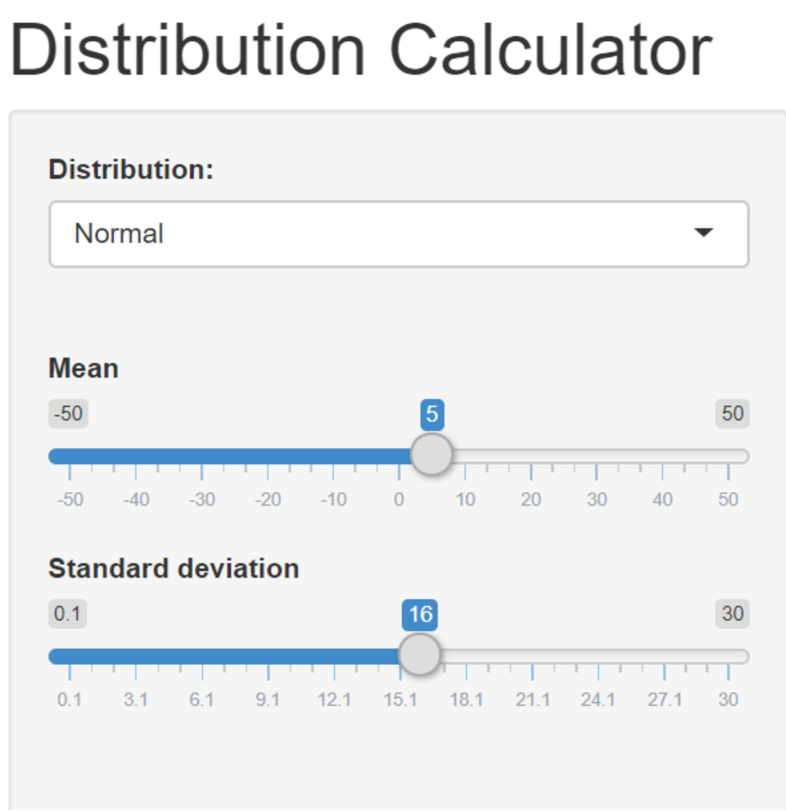
Ejercicio 6

Dada una distribución normal general con x con u=5 y sigma=16. Encontrar las siguientes probabilidades:

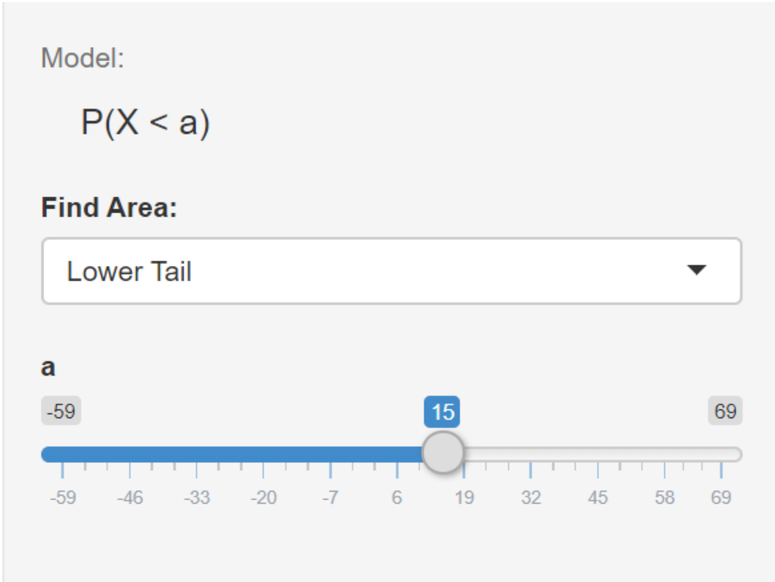
1. P(x<15)
2. P(x<0)
3. P(0<x<15)
4. P(x>15)

Para ello puede entrar a la siguiente dirección
https://gallery.shinyapps.io/dist_calc/ y elija las siguientes opciones

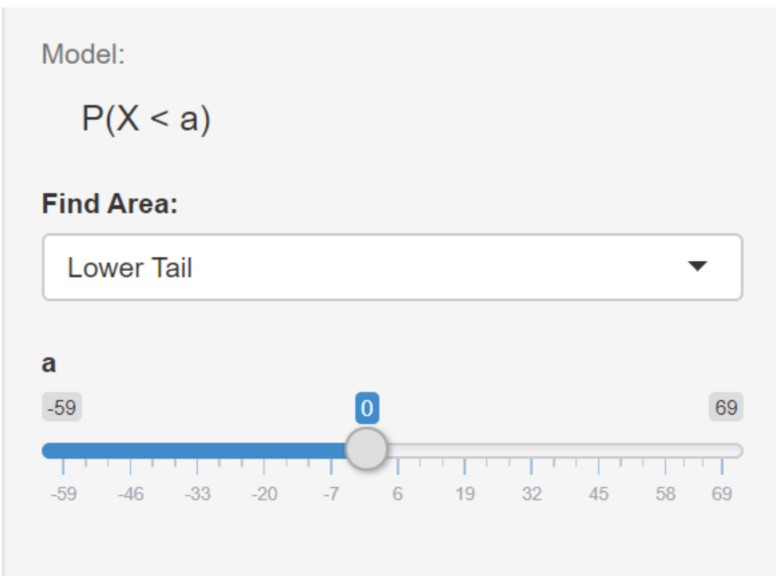
1. Distribución normal
2. media = 5
3. desviación estándar = 16



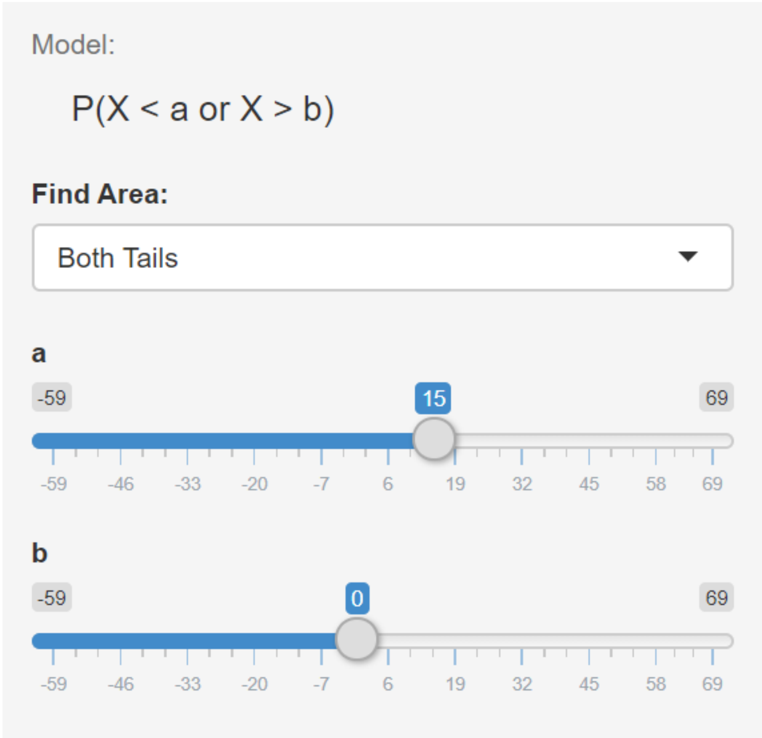
1. P(x<15)


Model:
P(X < a)
Find Area:
Lower Tail
a
-59
15
69
-59 -46 -33 -20 -7 6 19 32 45 58 69

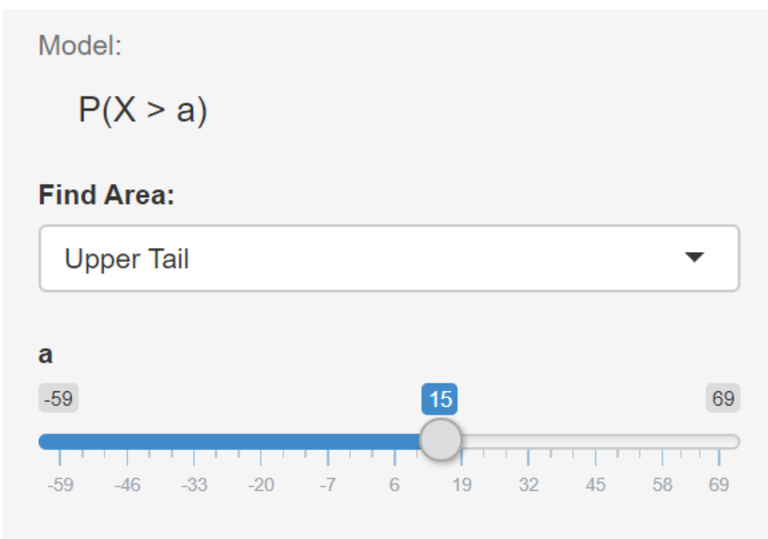
1. P(x<0)


Model:
P(X < a)
Find Area:
Lower Tail
a
-59
0
69
-59 -46 -33 -20 -7 6 19 32 45 58 69

1. P(0<x<15)



1. P(x>15)



En todos los casos, observe el sombreado del área bajo la curva y anote al menos 4 oraciones describiendo los distintos casos.

Ejercicio 7

Se supone que la estancia de los enfermos en un hospital sigue una distribución normal de media 8 y desviación típica de 3. Calcular la probabilidad de que la estancia de un enfermo:

1. Sea inferior a 7 días.

2. Sea superior a 3 días.
3. Este comprendida entre 10 y 12 días.

Realice manualmente los ejercicios y corrobore los ejercicios mediante R.

En R

Sea inferior a 7 dias —> P(x<7)

```
pnorm(7, mean=8, sd=3)
```

```
## [1] 0.3694413
```

Sea superior a 3 días —> P(x>3) = 1-P(x<3)

```
1-pnorm(3, mean=8, sd=3)
```

```
## [1] 0.9522096
```

Este comprendida entre 10 y 12 días

```
dias10<-pnorm(10, 8, 3) #cálculo de área hasta el día 10
dias12<-pnorm(12, 8, 3) #cálculo de área hasta el día 12
dias12-dias10 #resto para conocer el área
```

```
## [1] 0.1612813
```