

## 金工研究/深度研究

2020年03月23日

**林晓明** 执业证书编号：S0570516010001  
研究员 0755-82080134  
linxiaoming@htsc.com

**陈烨** 执业证书编号：S0570518080004  
研究员 010-56793942  
chenye@htsc.com

**刘志成** 执业证书编号：S0570518080005  
研究员 010-56793940  
liuzhicheng@htsc.com

**李子钰** 执业证书编号：S0570519110003  
研究员 0755-23987436  
liziyu@htsc.com

**何康** 021-28972039  
联系人 hekang@htsc.com

**源洁莹** 0755-82366825  
联系人 yuanjieying@htsc.com

**王晨宇**  
联系人 wangchenyu@htsc.com

### 相关研究

- 1 《金工：提升超额收益：另类标签和集成学习》2020.03
- 2 《金工：不确定性与缓冲机制》2020.03
- 3 《金工：周期是矛盾双方稳定共存的结果》2020.03

# 周期在供应链管理模型的实证

## 华泰周期起源系列研究之六

### 应用动力学系统模型研究供应链管理，观察到企业的周期行为

本文承接华泰金工《周期是不确定性条件下的稳态》(20200305)一文，从理论过渡到实际，聚焦于动力学系统在现实场景下的应用。本文以经典的供应链管理模型——MIT 啤酒游戏为例，构建高维动力学系统模型。结果表明，在不同参数组合下，能够观察到定点、周期、准周期这三种稳态，以及混沌、超混沌这两种不稳态。除定点稳态外，其余四种状态下企业的库存、订货均表现出周期或者类周期式的行为。

### 啤酒游戏是经典的供应链管理模型，能揭示供应链管理中的“牛鞭效应”

啤酒游戏是经典的供应链管理模型，能够揭示供应链管理中的反常现象和非理性决策。游戏包含供应链从下游至上游的 5 个部门，参与者的任务是根据下游订单，结合自身库存，决定向上游订货数量。各部门之间存在两条传导链条：下游向上游订货，上游向下游发货。实际游戏中，由于订货和发货均存在延迟，各部门无法准确知晓消费者的实际需求，消费者需求的突然增加会在供应链中逐级放大，导致各部门库存、订货呈现周期性的波动，并且越靠近上游的部门波动越大，这种现象称为“牛鞭效应”。

### 对啤酒游戏构建 27 维动力学系统，参数组合决定系统状态

我们对啤酒游戏构建 27 维动力学系统，进行数值模拟，关注参数对系统状态的影响。参数  $\alpha$  反映库存负反馈控制的“敏感”程度。参数  $\beta$  反映决策中考虑供应链在途货物的程度。在不同参数组合下，能够观察到定点、周期、准周期这三种稳态，以及混沌、超混沌这两种不稳态。当  $\alpha$  较小或  $\beta$  较大时，系统倾向于定点稳态；当  $\alpha$  较大且  $\beta$  较小时，系统倾向于混沌或超混沌；周期及准周期稳态类似于定点和混沌之间的过渡状态。

### 啤酒游戏对供应链管理的启示，周期波动是不确定性环境下的必然结果

啤酒游戏动力学系统模拟结果对供应链管理有一定启示。根据期望库存进行库存控制，容易引发对短期库存变动的过度反应，从而引入不稳定性；考虑供应链在途货物信息越少，越容易出现过度囤货，同样会削弱系统的稳定性。在一定参数条件下，正负反馈共同推动系统以周期或者类周期的形式运行。另外，当消费者需求存在随机性时，原本的定点稳态也出现了类周期式的波动。这表明企业即使有合理的库存控制、完善的供应链管理，只要身处在不确定性的环境下，仍然不可避免出现周期式的波动。

风险提示：动力学系统模型是对真实世界的简单刻画，存在过度简化的可能；周期规律基于历史数据总结，历史规律可能失效；周期规律对市场长期规律进行研究，无法判断短期的市场情绪与政策冲击带来的影响；市场在某些极端情形下可能出现规律以外的交易风险。

## 正文目录

研究导读 .....	4
从现象到模型 .....	5
啤酒游戏规则 .....	5
动力学系统建模 1: 状态变量及含义 .....	6
动力学系统建模 2: 游戏规则的动力学方程 .....	7
动力学系统建模 3: 期望需求的动力学方程 .....	7
动力学系统建模 4: 决策行为的动力学方程 .....	8
动力学系统建模 5: 动力学方程汇总 .....	9
模拟结果和系统状态分析 .....	10
定点稳态 .....	10
周期稳态 .....	11
单周期 .....	11
多周期 .....	12
准周期稳态 .....	13
混沌不稳态 .....	14
超混沌不稳态 .....	17
李雅普诺夫指数 .....	18
讨论: 当理论照进现实 .....	19
总结 .....	21
参考文献 .....	21
风险提示 .....	21

## 图表目录

图表 1: 啤酒游戏规则示意图 .....	5
图表 2: 啤酒游戏动力学系统建模示意图 .....	6
图表 3: 啤酒游戏动力学系统各次模拟参数、系统状态和稳定性 .....	10
图表 4: 各部门有效库存随时间变化 ( $t=0\sim 400$ , $\alpha=0.5$ , $\beta=0.5$ ) .....	10
图表 5: 各部门订单随时间变化 ( $t=0\sim 400$ , $\alpha=0.5$ , $\beta=0.5$ ) .....	10
图表 6: 各部门有效库存随时间变化 ( $t=0\sim 400$ , $\alpha=0.9$ , $\beta=0.6$ ) .....	11
图表 7: 各部门订单随时间变化 ( $t=0\sim 400$ , $\alpha=0.9$ , $\beta=0.6$ ) .....	11
图表 8: 分销商批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim 12000$ , $\alpha=0.9$ , $\beta=0.6$ ) .....	11
图表 9: 批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim 12000$ , $\alpha=0.9$ , $\beta=0.6$ ) .....	11
图表 10: 各部门有效库存随时间变化 ( $t=0\sim 400$ , $\alpha=0.4$ , $\beta=0.05$ ) .....	12
图表 11: 各部门订单随时间变化 ( $t=0\sim 400$ , $\alpha=0.4$ , $\beta=0.05$ ) .....	12
图表 12: 批发商有效库存随时间变化 ( $t=300\sim 400$ , $\alpha=0.4$ , $\beta=0.05$ ) .....	12
图表 13: 分销商批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim 12000$ , $\alpha=0.4$ , $\beta=0.05$ ) .....	13
图表 14: 批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim 12000$ , $\alpha=0.4$ , $\beta=0.05$ ) .....	13

图表 15: 各部门有效库存随时间变化 ( $t=0\sim400$ , $\alpha=0.97$ , $\beta=0.72$ )	13
图表 16: 各部门订单随时间变化 ( $t=0\sim400$ , $\alpha=0.97$ , $\beta=0.72$ )	13
图表 17: 批发商有效库存随时间变化 ( $t=11900\sim12000$ , $\alpha=0.97$ , $\beta=0.72$ )	14
图表 18: 分销商批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim12000$ , $\alpha=0.97$ , $\beta=0.72$ )	14
图表 19: 批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim12000$ , $\alpha=0.97$ , $\beta=0.72$ )	14
图表 20: 各部门有效库存随时间变化 ( $t=0\sim400$ , $\alpha=0.6$ , $\beta=0.2$ )	15
图表 21: 各部门订单随时间变化 ( $t=0\sim400$ , $\alpha=0.6$ , $\beta=0.2$ )	15
图表 22: 分销商批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim12000$ , $\alpha=0.6$ , $\beta=0.2$ )	15
图表 23: 批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim12000$ , $\alpha=0.6$ , $\beta=0.2$ )	15
图表 24: 各部门有效库存随时间变化 ( $t=0\sim400$ , $\alpha=0.45$ , $\beta=0.08$ )	16
图表 25: 各部门订单随时间变化 ( $t=0\sim400$ , $\alpha=0.45$ , $\beta=0.08$ )	16
图表 26: 分销商批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim12000$ , $\alpha=0.45$ , $\beta=0.08$ )	16
图表 27: 批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim12000$ , $\alpha=0.45$ , $\beta=0.08$ )	16
图表 28: 分销商批发商有效库存 ( $t=6000\sim12000$ , $\alpha=0.45$ , $\beta=0.08$ )	17
图表 29: 批发商有效库存 ( $t=6000\sim12000$ , $\alpha=0.45$ , $\beta=0.08$ )	17
图表 30: 各部门有效库存随时间变化 ( $t=0\sim400$ , $\alpha=0.6$ , $\beta=0.1$ )	17
图表 31: 各部门订单随时间变化 ( $t=0\sim400$ , $\alpha=0.6$ , $\beta=0.1$ )	17
图表 32: 分销商批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim12000$ , $\alpha=0.6$ , $\beta=0.1$ )	18
图表 33: 批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim12000$ , $\alpha=0.6$ , $\beta=0.1$ )	18
图表 34: 分销商批发商有效库存 ( $t=6000\sim12000$ , $\alpha=0.6$ , $\beta=0.1$ )	18
图表 35: 批发商有效库存 ( $t=6000\sim12000$ , $\alpha=0.6$ , $\beta=0.1$ )	18
图表 36: 啤酒游戏动力学系统各次模拟李雅普诺夫指数实际值和理论值	19
图表 37: 啤酒游戏动力学系统状态和参数关系 (白一定点, 浅灰一周, 深灰一准周期, 黑一混沌和超混沌)	19
图表 38: 随机需求下有效库存随时间变化 ( $t=0\sim400$ , $\alpha=0.5$ , $\beta=0.5$ )	20
图表 39: 随机需求下订单随时间变化 ( $t=0\sim400$ , $\alpha=0.5$ , $\beta=0.5$ )	20

## 研究导读

华泰金工周期起源系列站在复杂系统视角观察经济系统，以非线性动力学、系统动力学为工具，致力于理解经济活动和金融市场中的周期起源。本系列目前已发布 5 篇研究报告：

1. 在《从微观同步到宏观周期》(20191225)、《周期趋同现象的动力学系统模型》(20200102) 两项研究中，我们以自然界中的周期趋同现象为例，借助动力学系统模型，论证**微观个体形成系统级别周期同步的四个必要条件**：a) 微观个体有类周期行为；b) 微观个体之间会相互影响；c) 系统存在随机性；d) 有能量注入来维持系统运转。
2. 在《周期是不确定性条件下的稳态》(20200305) 研究中，我们聚焦于动力学系统的**理论层面**。首先系统梳理动力学系统的基础概念。随后分析一维、二维和高维动力学系统，得出结论：一维动力学系统的稳态是定点；二维动力学系统的稳态若非定点，便是周期；**高维动力学系统的稳态可能是定点、周期或准周期，同时存在特殊的不稳态——混沌和超混沌**。
3. 在《周期是矛盾双方稳定共存的结果》(20200311) 研究中，我们站在**宏观系统视角**，以劳动分工理论为切入点，以生态系统中的相关动力学系统模型为工具，阐述复杂性与稳定性、繁荣与萧条的对立统一关系，论证周期是矛盾双方稳定共存的结果。
4. 在《不确定性与缓冲机制》(20200317) 研究中，我们站在**微观企业视角**，以企业库存为研究对象，以经典库存管理模型、系统动力学库存控制模型为工具，观察到库存的周期性广泛存在，我们认为周期性的库存是企业应对外部不确定时的缓冲机制。

本文承接《周期是不确定性条件下的稳态》一文，从理论过渡到实际，聚焦于动力学系统的**实践层面**。经济系统是由无数的参与者相互作用构成的复杂系统，无疑属于高维动力学系统。理论上，在这样的高维动力学系统中，应能观测到定点、周期、准周期、混沌、超混沌的不同状态。我们能否对经济活动中的某个场景进行动力学系统建模，验证上述稳态或不稳态的存在？

经典的供应链管理模型——MIT 啤酒游戏提供给我们一个好的切入点。啤酒游戏由系统动力学的开创者——麻省理工学院教授福瑞斯特于上世纪 60 年代发明，最初用以供应链管理的教学，并研究供应链管理中的反常现象。上世纪 80 年代末，随着非线性动力学、混沌科学向各领域的渗透，以及行为金融学的发展，学者开始重新审视啤酒游戏，应用各类工具加以研究，挖掘出更多有价值的结论。

本文展示对现实问题进行动力学系统建模和分析的详细步骤。我们将追寻前人研究足迹，借助高维动力学系统对啤酒游戏进行建模，论证定点、周期、准周期、混沌、超混沌等稳态或不稳态在实践场景中均存在，分析各类状态产生的前提条件，并且讨论对现实生活的启示。

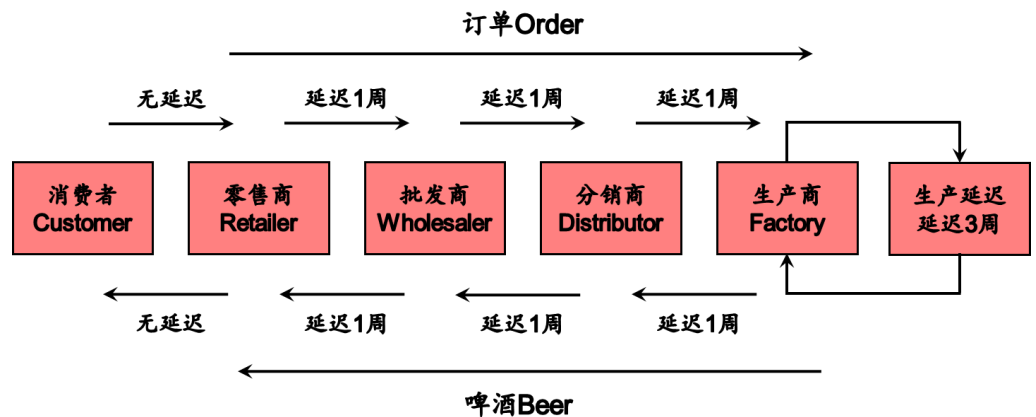
## 从现象到模型

啤酒游戏 (the beer game) 是最经典的供应链管理模型之一。啤酒游戏是由系统动力学的开创者——麻省理工学院斯隆商学院 (MIT Sloan School of Management) 教授福瑞斯特 (Jay W. Forrester) 于上世纪 60 年代发明的角色扮演游戏，最初用以供应链管理的教学，揭示供应链管理中的反常现象和非理性决策，如“牛鞭效应” (bullwhip effect)。本章我们将展示对啤酒游戏进行动力学系统建模的详细步骤。

### 啤酒游戏规则

啤酒游戏规则如下图所示。游戏包含 5 种角色，分别对应供应链从下游至上游的 5 个部门：消费者 (customer)、零售商 (retailer)、批发商 (wholesaler)、分销商 (distributor)、生产商 (factory)。游戏参与者扮演除消费者以外的 4 种角色之一。

图表1：啤酒游戏规则示意图



资料来源：华泰证券研究所

游戏参与者的任务是根据下游订单数量，结合自身库存，决定向上游订货数量，最终目标是控制库存在期望水平内，即库存不会过多（因为持有库存需要成本），也不会出现缺货。游戏时间以周为单位，每轮代表 1 周。从下游至上游依次做出订货数量决策。

各部门之间的相互影响通过两条传导链条实现：下游向上游发送订单（订货），上游向下游发送货物（发货），货物在游戏中以啤酒表示。订货和发货均存在一定延迟：

1. 订货存在 1 周延迟。例如，零售商在  $t$  周向批发商发出 4 箱啤酒订单，批发商在  $t+1$  周从零售商收到 4 箱啤酒订单。消费者向零售商订货不存在延迟。
2. 发货存在 1 周延迟。例如，分销商在  $t$  周向批发商发出 4 箱啤酒，批发商在  $t+1$  周从分销商收到 4 箱啤酒。零售商向消费者发货不存在延迟。原版啤酒游戏中，发货延迟为 2 周，简单起见此处改为 1 周。
3. 生产商生产存在 3 周延迟。例如，生产商在  $t$  周决定生产 4 箱啤酒， $t+3$  周生产商的啤酒库存增加 4 箱。

参与者向上游的订货数量由参与者决定。参与者向下游的发货数量由 1) 当前接到订单和 2) 当前有效库存两者确定。当有效库存为正时，有效库存为实际库存；当有效库存为负时，有效库存等于缺货的相反数。例如，假设  $t$  周批发商从零售商收到 4 箱啤酒订单：

1. 若批发商当前实际库存为 12 箱，即有效库存为 12 箱，那么批发商将完全满足下游订单需求，在  $t$  周向零售商发送 4 箱啤酒，此时实际库存降至 8 箱。
2. 若批发商当前实际库存为 2 箱，即有效库存为 2 箱，那么批发商将部分满足下游订单需求，在  $t$  周向零售商发送 2 箱啤酒，此时实际库存降至 0，同时缺货 2 箱，即有效库存降至 -2 箱。
3. 若批发商当前缺货 8 箱，即有效库存为 -8 箱，那么批发商将无法满足下游订单需求，此时  $t$  周缺货增至 12 箱，即有效库存降至 -12 箱。



游戏的初始条件为稳定状态。各部门库存为 12 箱，下游向上游每周订货 4 箱，上游向下游每周发货 4 箱，生产商每周生产 4 箱。游戏中的关键变量是消费者的订货数量。在第 1~4 周，消费者向零售商订货数量为 4 箱；从第 5 周开始，消费者的订货数量增至 8 箱，并保持恒定。

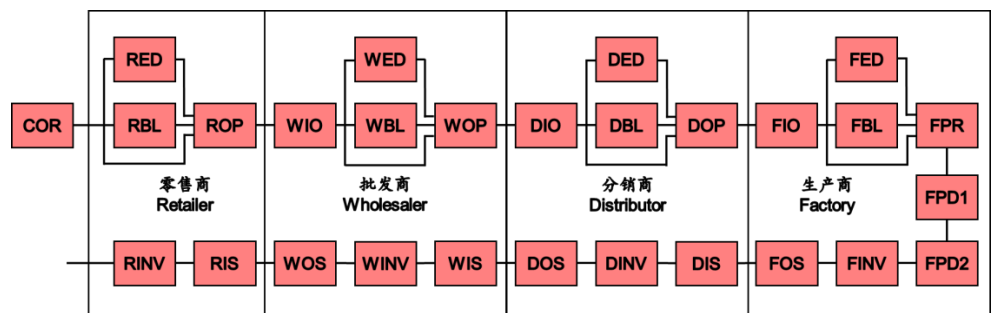
啤酒游戏实际运行过程中，由于订货和发货均存在延迟，批发商、分销商、生产商无法准确知晓消费者的实际需求，消费者在第 5 周的需求增加会在供应链中逐级放大，最后导致各部门的有效库存、订货呈现周期性的波动，并且越靠近上游的部门波动越大，这种现象称为“牛鞭效应”。牛鞭效应存在于实际经济活动中，例如产业链越接近上游的部门，其周期属性越明显。

### 动力学系统建模 1：状态变量及含义

如何对啤酒游戏进行动力学系统建模？下面我们参考 Thomsen、Mosekilde 和 Sterman 在 1991 年发表的论文 *Hyperchaotic Phenomena in Dynamic Decision Making*，构建 27 维动力学系统。

在华泰金工《周期是不确定性条件下的稳态》研究中，我们展示了一维、二维和三维动力学系统；在《不确定性与缓冲机制》研究中，我们展示了一维和二维系统动力学库存模型。啤酒游戏的 27 维动力学系统包含 27 个状态变量（state variable），复杂度远高于我们此前研究的模型。尽管如此，啤酒游戏的复杂度仍远低于真实世界。

图表2：啤酒游戏动力学系统建模示意图



资料来源：Hyperchaotic Phenomena in Dynamic Decision Making，华泰证券研究所

上图除 COR 以外的 27 个矩形对应 27 个状态变量。状态变量以 3 或 4 个英文字母表示。第 1 个字母代表变量所属部门，R、W、D、F 分别代表零售商、批发商、分销商、生产商。其余字母含义如下：

1. IO (incoming orders): (自下游) 收到订单；
2. ED (expected demand): 期望 (下游) 需求；
3. BL (backlog): (向下游) 缺货，必须是非负数；
4. OP (orders placed): (向上游) 发送订单；
5. IS (incoming shipments): (自上游) 收到货物；
6. INV (inventory): 库存，必须是非负数；
7. OS (ongoing shipments): (向下游) 发送货物。

与生产商相关的特殊状态变量如下：

1. FPR (factory production rate): 生产商生产速率，相当于生产商向自己发送订单；
2. FPD (factory production delay): 生产商生产延迟，相当于生产商的在途货物；生产商生产存在 3 周延迟，FPD1、FPD2 相当于订货后 1 周和后 2 周的在途货物。

与消费者相关的常数：COR (customer order rate) 代表消费者订货速率，前 4 周 COR 为 4，第 5 周开始 COR 增加至 8。

## 动力学系统建模 2：游戏规则的动力学方程

根据游戏规则，我们可以写出大部分动力学方程。以批发商 W 在第  $t$  周的状态为例：

- 首先确定当前库存  $WINV_t$ 、当前缺货  $WBL_t$  和发货数量  $WOS_t$ 。对批发商而言，货物存在“供”和“求”两个方面：“供”为上周库存  $WINV_{t-1}$  和上周收到货物  $WIS_{t-1}$ ，“求”为上周缺货  $WBL_{t-1}$  和上周收到订单  $WIO_{t-1}$ 。

- 当供大于求，即  $WINV_{t-1} + WIS_{t-1} \geq WBL_{t-1} + WIO_{t-1}$  时，下游需求能够满足。此时，当前库存等于“供减去求”：

$$WINV_t = (WINV_{t-1} + WIS_{t-1}) - (WBL_{t-1} + WIO_{t-1})$$

当前缺货等于 0：

$$WBL_t = 0$$

当前发货数量等于“求”：

$$WOS_t = WBL_{t-1} + WIO_{t-1}$$

- 当供不应求，即  $WINV_{t-1} + WIS_{t-1} < WBL_{t-1} + WIO_{t-1}$  时，下游需求无法满足。此时，当前库存等于 0：

$$WINV_t = 0$$

当前缺货等于“求减去供”：

$$WBL_t = (WBL_{t-1} + WIO_{t-1}) - (WINV_{t-1} + WIS_{t-1})$$

当前发货数量等于“供”：

$$WOS_t = WINV_{t-1} + WIS_{t-1}$$

上述“供大于求”和“供不应求”两种情况可以统一写作：

$$WINV_t = \max\{(WINV_{t-1} + WIS_{t-1}) - (WBL_{t-1} + WIO_{t-1}), 0\}$$

$$WBL_t = \max\{(WBL_{t-1} + WIO_{t-1}) - (WINV_{t-1} + WIS_{t-1}), 0\}$$

$$WOS_t = \min\{WINV_{t-1} + WIS_{t-1}, WBL_{t-1} + WIO_{t-1}\}$$

- 其次确定当前收到货物  $WIS_t$  和收到订单  $WIO_t$ 。当前收到货物为上周上游发送货物：

$$WIS_t = DOS_{t-1}$$

当前收到订单为上周下游发送订单：

$$WIO_t = ROP_{t-1}$$

特别地，对于生产商 F，自上游收到货物对应  $FPD2$ ，其库存、缺货和发货的方程为：

$$FINV_t = \max\{(FINV_{t-1} + FPD2_{t-1}) - (FBL_{t-1} + FIO_{t-1}), 0\}$$

$$FBL_t = \max\{(FBL_{t-1} + FIO_{t-1}) - (FINV_{t-1} + FPD2_{t-1}), 0\}$$

$$FOS_t = \min\{FINV_{t-1} + FPD2_{t-1}, FBL_{t-1} + FIO_{t-1}\}$$

生产延迟的方程为：

$$FPD2_t = FPD1_{t-1}$$

$$FPD1_t = FPR_{t-1}$$

对于零售商 R，自下游收到订单对应  $COR$ ，其库存、缺货和发货的方程为：

$$RINV_t = \max\{(RINV_{t-1} + RIS_{t-1}) - (RBL_{t-1} + COR), 0\}$$

$$RBL_t = \max\{(RBL_{t-1} + COR) - (RINV_{t-1} + RIS_{t-1}), 0\}$$

$$ROS_t = \min\{RINV_{t-1} + RIS_{t-1}, RBL_{t-1} + COR\}$$

## 动力学系统建模 3：期望需求的动力学方程

下面考察各部门期望需求  $RED$ 、 $WED$ 、 $DED$ 、 $FED$  的动力学方程。期望需求相当于对下游需求的估计，下游需求直接反映在下游订货数量，但是由于下游订货数量始终在变，故只能根据历史下游订货数量估计下游需求。

仍以批发商 W 为例：

$$WED_t = \theta \cdot WIO_{t-1} + (1 - \theta) \cdot WED_{t-1}$$

当前期望需求是上周收到订单和上周期望需求的加权平均，权重分别为  $\theta$  和  $1-\theta$ 。参数  $\theta$  反映了对历史的“记忆”长度， $\theta$  越大，参考最近一周订单越多，参考历史期望需求越少。换言之， $\theta$  越大，确定期望需求时“记忆”越短。Sterman 在 1989 年的实验发现，游戏参与者的  $\theta$  约为 0.25，相当于人类对于收到订单的记忆大约能维持 4 轮。

#### 动力学系统建模 4：决策行为的动力学方程

下面考察各部门向上游发送订单 ROP、WOP、DOP、FPR 的动力学方程。实际游戏中，发送订单数量由人类玩家决定；动力学系统建模时，我们需要模拟人类的决策行为。Sterman 在 1989 年发表的论文 *Modeling Managerial Behavior: Misperceptions of Feedback in a Dynamic Decision Making Experiment* 中，提出如下人类可能的决策方式。仍以批发商 W 为例：

$$WOP_t = \max\{0, WED_t + \alpha[Q - WINV_t + WBL_t - \beta(WIS_t + DIO_t + DBL_t + DOS_t)]\}$$

将上式拆开理解：

##### 1. 考虑供应链在途货物 WSL<sub>t</sub>：

$$WSL_t = WIS_t + DIO_t + DBL_t + DOS_t$$

订货数量除考虑当前库存和缺货外，还需要考虑处在供应链上但尚未实际收到的货物，记为 WSL (wholesaler supply line)。对于批发商而言，供应链在途货物包括：

- 从上游收货 WOP<sub>t</sub>，下轮将转化为批发商库存；
- 上游分销商收到订单 DIO<sub>t</sub>，即批发商上轮发送的订单；
- 上游分销商缺货 DBL<sub>t</sub>，当上游分销商补货后，将发送至批发商；
- 上游分销商发送货物 DOS<sub>t</sub>，下轮将转化为批发商收货。

供应链在途货物为以上四项之和。

##### 2. 计算实际库存 WAI<sub>t</sub>：

$$WAI_t = WINV_t - WBL_t + \beta WSL_t$$

实际库存记为 WAI (wholesaler actual inventory)，等于当前库存减去缺货，再加上供应链在途货物。注意到 WSL 前有  $\beta$  一项，参数  $\beta$  代表决策中考虑供应链在途货物的程度。参数  $\beta$  介于 0 和 1 之间， $\beta$  越接近 0，代表考虑供应链信息越少，决策越不理性； $\beta$  越接近 1，代表考虑供应链信息越全面，决策越理性。

##### 3. 负反馈控制决定订货 WOP<sub>t</sub>：

$$WOP_t = \max\{0, WED_t + \alpha(Q - WAI_t)\}$$

订货数量 WOP<sub>t</sub> 不能为负数，因此在 0 和  $WED_t + \alpha(Q - WAI_t)$  两者中取最大值。每轮的基础订货数量为下游期望需求 WED。调整量  $\alpha(Q - WAI_t)$  是典型的负反馈控制过程。其中参数 Q 为期望库存，参数  $\alpha$  介于 0 和 1 之间。当实际库存 WAI 大于期望库存 Q 时，调整量为负数，订货数量相应降低；当实际库存 WAI 小于期望库存 Q 时，调整量为正数，订货数量相应提高。Sterman 通过实验发现，游戏参与者 Q 均值约为 17。

参数  $\alpha$  反映库存负反馈控制的“敏感”程度， $\alpha$  越接近 1，代表库存控制越“敏感”，一旦实际库存和期望库存有偏离，便相应调整订货数量； $\alpha$  越接近 0，代表库存控制越“迟钝”，较少参考库存信息，更多地根据期望需求确定订货数量。

特别地，对于生产商 F，供应链在途货物为两部分生产延迟之和：

$$FSL_t = FPD1_t + FPD2_t$$



## 动力学系统建模 5：动力学方程汇总

至此我们完成了各步动力学方程的构建。将各式汇总得到最终的 27 维动力学系统方程组：

$$\begin{aligned}
 RINV_t &= \max\{(RINV_{t-1} + RIS_{t-1}) - (RBL_{t-1} + COR), 0\} \\
 RBL_t &= \max\{(RBL_{t-1} + COR) - (RINV_{t-1} + RIS_{t-1}), 0\} \\
 RIS_t &= WOS_{t-1} \\
 RED_t &= \theta \cdot RIO_{t-1} + (1 - \theta) \cdot RED_{t-1} \\
 ROP_t &= \max\{0, RED_t + \alpha[Q - RINV_t + RBL_t - \beta(RIS_t + WIO_t + WBL_t + WOS_t)]\} \\
 WINV_t &= \max\{(WINV_{t-1} + WIS_{t-1}) - (WBL_{t-1} + WIO_{t-1}), 0\} \\
 WBL_t &= \max\{(WBL_{t-1} + WIO_{t-1}) - (WINV_{t-1} + WIS_{t-1}), 0\} \\
 WOS_t &= \min\{WINV_{t-1} + WIS_{t-1}, WBL_{t-1} + WIO_{t-1}\} \\
 WIS_t &= DOS_{t-1} \\
 WIO_t &= ROP_{t-1} \\
 WED_t &= \theta \cdot WIO_{t-1} + (1 - \theta) \cdot WED_{t-1} \\
 WOP_t &= \max\{0, WED_t + \alpha[Q - WINV_t + WBL_t - \beta(WIS_t + DIO_t + DBL_t + DOS_t)]\} \\
 DINV_t &= \max\{(DINV_{t-1} + DIS_{t-1}) - (DBL_{t-1} + DIO_{t-1}), 0\} \\
 DBL_t &= \max\{(DBL_{t-1} + DIO_{t-1}) - (DINV_{t-1} + DIS_{t-1}), 0\} \\
 DOS_t &= \min\{DINV_{t-1} + DIS_{t-1}, DBL_{t-1} + DIO_{t-1}\} \\
 DIS_t &= FOS_{t-1} \\
 DIO_t &= WOP_{t-1} \\
 DED_t &= \theta \cdot DIO_{t-1} + (1 - \theta) \cdot DED_{t-1} \\
 DOP_t &= \max\{0, DED_t + \alpha[Q - DINV_t + DBL_t - \beta(DIS_t + FIO_t + FBL_t + FOS_t)]\} \\
 FINV_t &= \max\{(FINV_{t-1} + FPD2_{t-1}) - (FBL_{t-1} + FIO_{t-1}), 0\} \\
 FBL_t &= \max\{(FBL_{t-1} + FIO_{t-1}) - (FINV_{t-1} + FPD2_{t-1}), 0\} \\
 FOS_t &= \min\{FINV_{t-1} + FPD2_{t-1}, FBL_{t-1} + FIO_{t-1}\} \\
 FPD2_t &= FPD1_{t-1} \\
 FPD1_t &= FPR_{t-1} \\
 FIO_t &= DOP_{t-1} \\
 FED_t &= \theta \cdot FIO_{t-1} + (1 - \theta) \cdot FED_{t-1} \\
 FPR_t &= \max\{0, FED_t + \alpha[Q - FINV_t + FBL_t - \beta(FPD1_t + FPD2_t)]\}
 \end{aligned}$$

由于  $\max$  取最大值运算的存在，上面的动力学系统属于非线性动力学系统，通常采用数值模拟方法研究。需要说明的是，动力学系统一般写成微分方程形式  $\dot{X} = f(X)$ ，等号左侧为状态变量组成向量的一阶导数项，等号右侧为状态变量本身。在对实际问题建模过程中，一般写成离散方程形式  $X_t = X_{t-1} + f(X_{t-1}) = g(X_{t-1})$ ，等号左侧为  $t$  时刻的状态变量，等号右侧为  $t-1$  时刻的状态变量，这样进行数值模拟时更方便。

下一章我们将对啤酒游戏的动力学系统进行模拟，重点关注参数  $\alpha$ 、 $\beta$  的不同取值与系统状态的关系。

## 模拟结果和系统状态分析

本章展示啤酒游戏动力学系统数值模拟结果，并分析不同参数取值下的系统状态。理论上，高维动力学系统具有定点、周期和准周期稳态，以及混沌和超混沌的不稳态。上述概念的具体含义请参考华泰金工《周期是不确定性条件下的稳态》（20200305）研究报告。我们将考察啤酒游戏中能否复现出上述不同的系统状态。

动力学系统的初始条件由游戏规则确定。系统包含 4 项参数：库存控制“敏感”程度  $\alpha$ ，考虑供应链在途货物程度  $\beta$ ，计算期望需求的权重  $\theta$ ，期望库存  $Q$ 。本文沿用 Sterman(1989) 文献中  $\theta$  和  $Q$  的取值，固定  $\theta=0.25$ ， $Q=17$ 。我们将对参数  $\alpha$ 、 $\beta$  的不同取值进行测试。模拟的时间长度为 12000 轮游戏。

在展示具体模拟结果之前，我们不妨重温有效库存（effective inventory）的概念。库存和缺货是一对有关联的状态变量。当库存为正数时，部门库存充足，缺货为 0；当库存为 0 时，部门处于缺货状态，缺货为正数。可以用有效库存将上述两个变量加以整合。有效库存定义为库存和缺货之差。当有效库存为正时，有效库存为实际库存；当有效库存为负时，有效库存等于缺货的相反数。各部门有效库存表达式如下：

$$REI_t = RINV_t - RBL_t$$

$$WEI_t = WINV_t - WBL_t$$

$$DEI_t = DINV_t - DBL_t$$

$$FEI_t = FINV_t - FBL_t$$

在后续绘制动力学系统相图时，我们将更多地使用有效库存这一变量。下面我们将展示 7 组不同参数下模拟结果，参数、对应系统状态和稳定性如下表所示。

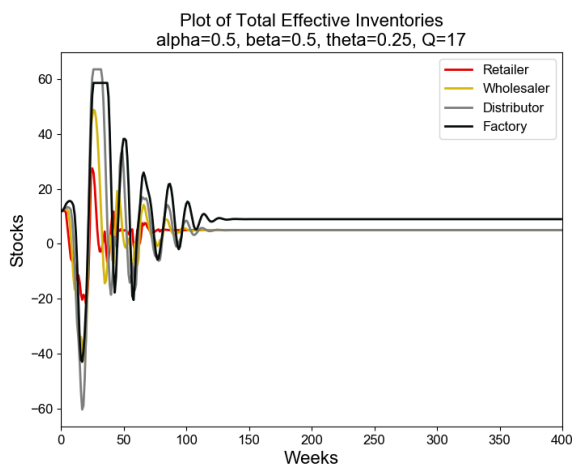
图表3：啤酒游戏动力学系统各次模拟参数、系统状态和稳定性

模拟序号	$\alpha$	$\beta$	系统状态	稳定性
1	0.5	0.5	定点	稳定
2	0.9	0.6	单周期	稳定
3	0.4	0.05	双周期	稳定
4	0.97	0.72	准周期	稳定
5	0.6	0.2	混沌	不稳定
6	0.45	0.08	混沌	不稳定
7	0.6	0.1	超混沌	不稳定

资料来源：华泰证券研究所

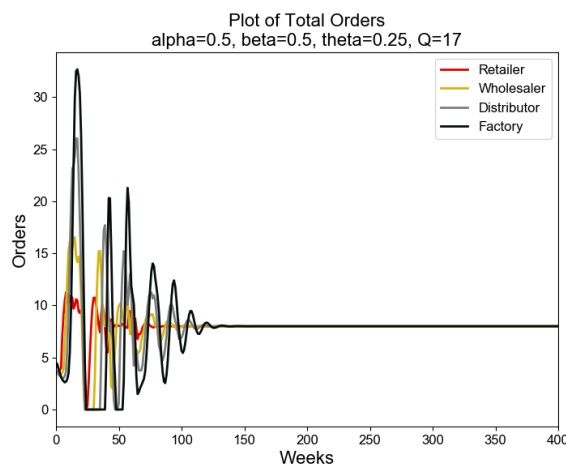
## 定点稳态

图表4：各部门有效库存随时间变化（ $t=0\sim400$ ， $\alpha=0.5$ ， $\beta=0.5$ ）



资料来源：华泰证券研究所

图表5：各部门订单随时间变化（ $t=0\sim400$ ， $\alpha=0.5$ ， $\beta=0.5$ ）



资料来源：华泰证券研究所

当  $\alpha=0.5$ ,  $\beta=0.5$  时, 各部门有效库存存在  $t=0\sim 400$  区间内随时间变化如左上图所示, 各部门 (向上游) 订单在  $t=0\sim 400$  区间内随时间变化如右上图所示。在模拟开始阶段, 当第 5 周消费者需求从 4 增加至 8 后, 各部门的有效库存和订单均出现较大幅度波动, 并且波动幅度为生产商 > 分销商 > 批发商 > 零售商, 越上游的部门波动越大, 即表现出“牛鞭效应”。

随着模拟的进行, 波动逐渐减小, 在  $t=100\sim 150$  区间内系统趋于稳定。此时, 各部门每轮订货数量稳定在 8, 与消费者需求匹配; 各部门每轮有效库存稳定在 5。这是一种定点稳态。

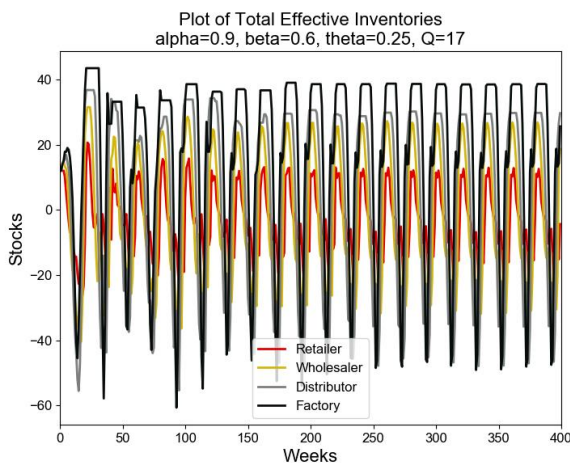
### 周期稳态

周期稳态存在单周期或多周期的形式, 下面我们分别探讨。

#### 单周期

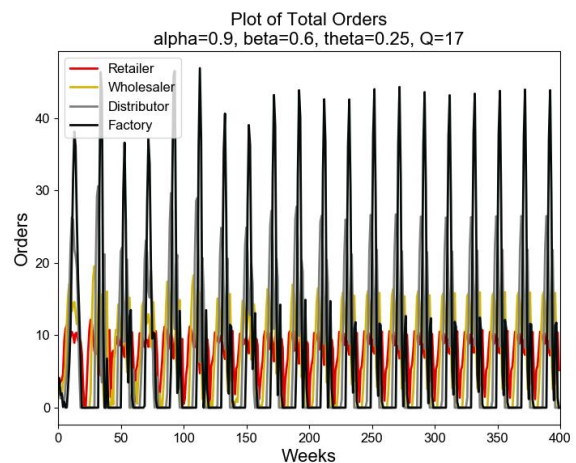
当  $\alpha=0.9$ ,  $\beta=0.6$ , 各部门有效库存随时间变化如左下图所示, 各部门订单随时间变化如右下图所示。在模拟开始阶段, 面对消费者需求的突然增加, 各部门表现出“牛鞭效应”, 此后系统并没有收敛至定点, 而是产生周期性的波动。

图表6: 各部门有效库存随时间变化 ( $t=0\sim 400$ ,  $\alpha=0.9$ ,  $\beta=0.6$ )



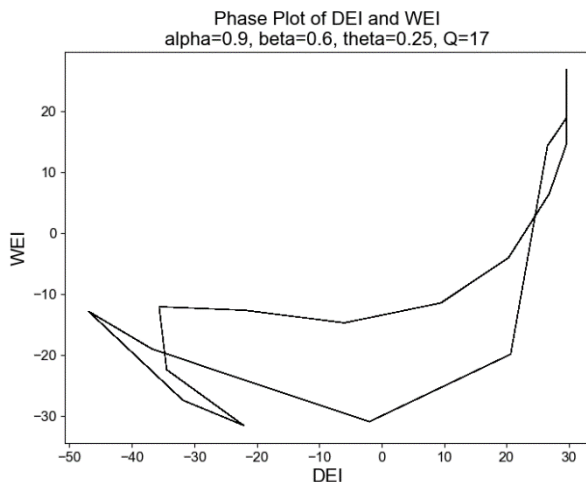
资料来源: 华泰证券研究所

图表7: 各部门订单随时间变化 ( $t=0\sim 400$ ,  $\alpha=0.9$ ,  $\beta=0.6$ )



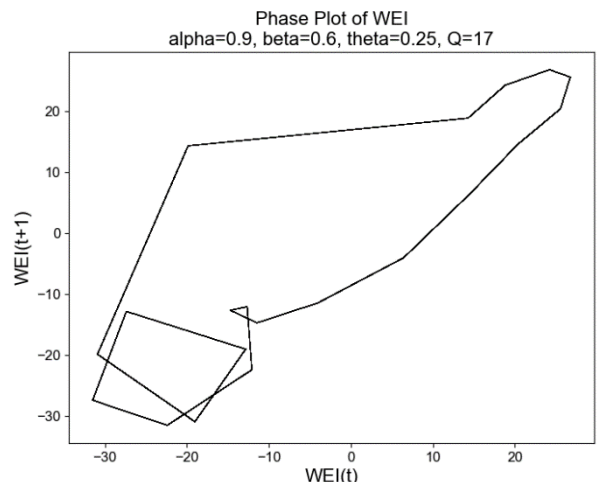
资料来源: 华泰证券研究所

图表8: 分销商批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim 12000$ ,  $\alpha=0.9$ ,  $\beta=0.6$ )



资料来源: 华泰证券研究所

图表9: 批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim 12000$ ,  $\alpha=0.9$ ,  $\beta=0.6$ )



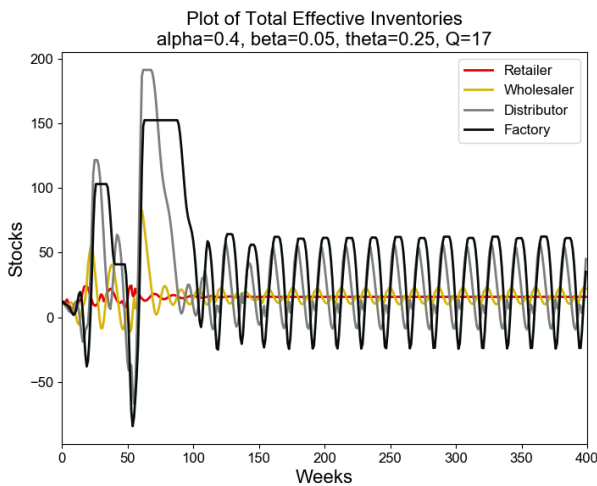
资料来源: 华泰证券研究所

动力学系统的相图能更清晰地展现周期性。相图是动力学系统最重要的图像表征，这里我们展示两种相图。左上图为分销商 D 和批发商 W 在相同时刻有效库存所张成的相空间中，DEI 和 WEI 在  $t=6000\sim 12000$  区间内的变化轨迹；右上图为批发商 W 在  $t$  轮和  $t+1$  轮有效库存所张成的相空间中，WEI( $t$ ) 的 WEI( $t+1$ ) 在  $t=6000\sim 12000$  区间内的变化轨迹。两张相图均为单个闭合环路，表明系统的稳态为单周期，周期长度为 20 轮。

### 多周期

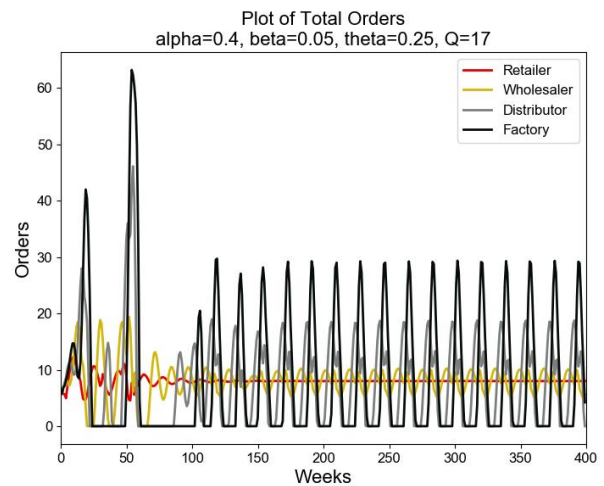
除单周期外，周期稳态还可以表现为多周期。这里我们展示双周期的情形。当  $\alpha=0.4$ ,  $\beta=0.05$ , 各部门有效库存随时间变化如左下图所示，各部门订单随时间变化如右下图所示。经过一段时间，系统产生周期式的波动。

图表10：各部门有效库存随时间变化 ( $t=0\sim 400$ ,  $\alpha=0.4$ ,  $\beta=0.05$ )



资料来源：华泰证券研究所

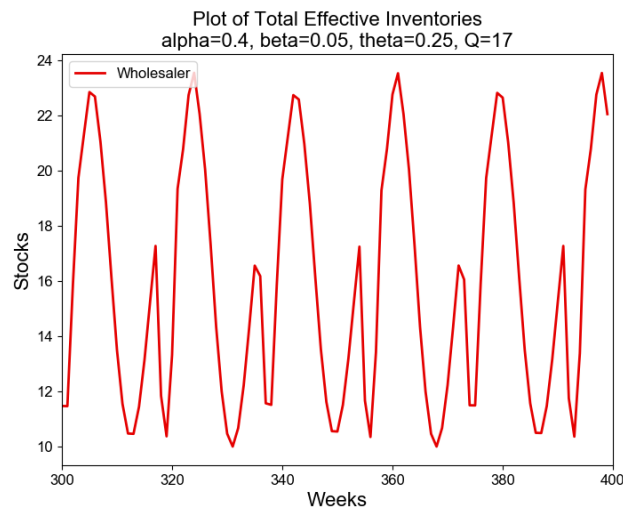
图表11：各部门订单随时间变化 ( $t=0\sim 400$ ,  $\alpha=0.4$ ,  $\beta=0.05$ )



资料来源：华泰证券研究所

观察左上图批发商、分销商和生产商的有效库存，发现当系统稳定后，相邻两个峰的高度并非完全相同，而是呈现出高低间隔的状态，即存在双周期。下图为批发商有效库存存在  $t=300\sim 400$  区间内的变化情况，可以更清晰地展示双周期的细节。相邻两个最高峰的间隔为 37 轮，相邻两个次高峰的间隔为 37 轮，前一个最高峰和后一个次高峰间隔 18 轮，前一个次高峰和后一个最高峰间隔 19 轮。

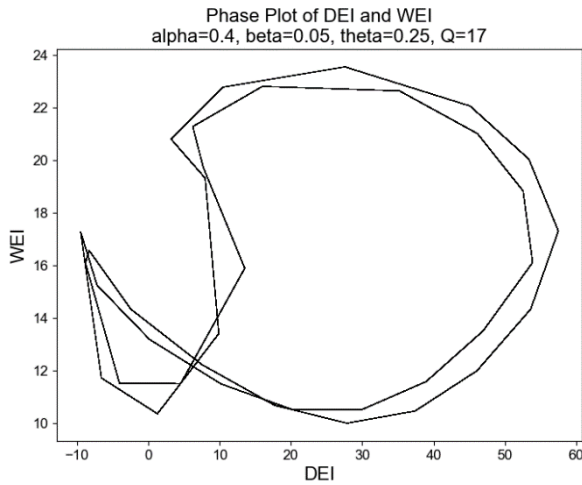
图表12：批发商有效库存随时间变化 ( $t=300\sim 400$ ,  $\alpha=0.4$ ,  $\beta=0.05$ )



资料来源：华泰证券研究所

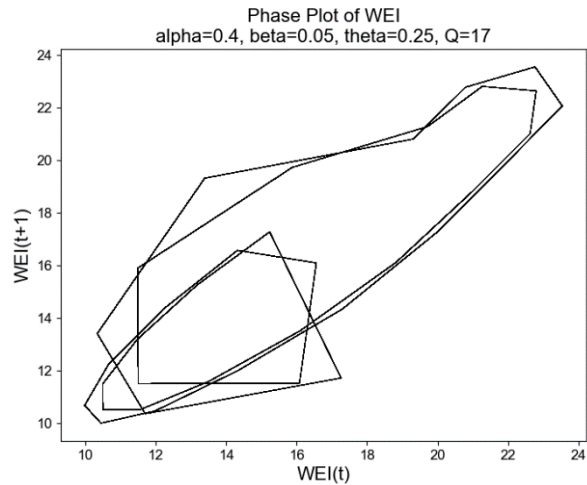
系统相图如下所示，相图轨迹为两个不同的闭合环路，表明系统的稳态为双周期。

图表13： 分销商批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim12000$ ,  $\alpha=0.4$ ,  $\beta=0.05$ )



资料来源：华泰证券研究所

图表14： 批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim12000$ ,  $\alpha=0.4$ ,  $\beta=0.05$ )



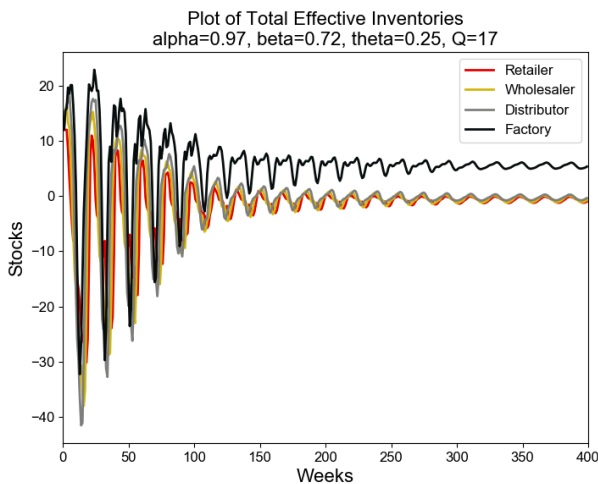
资料来源：华泰证券研究所

理论上，系统可能出现比双周期更为复杂的多周期情况。不同形式多周期稳态的出现条件在 Mosekild 和 Laugesen 在 2007 年的论文 *Nonlinear Dynamic Phenomena in the Beer Model* 中有详细讨论，这里不作展开。

### 准周期稳态

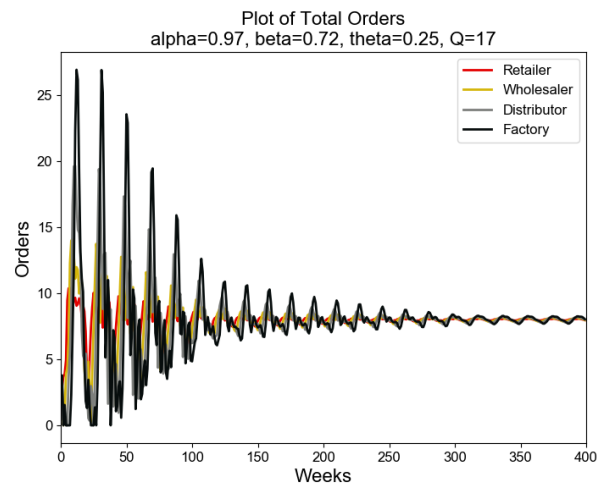
从字面上理解，准周期是一种形似周期，但不同于标准周期的特殊稳态。当  $\alpha=0.97$ ,  $\beta=0.72$ ，各部门有效库存随时间变化如左下图所示，各部门订单随时间变化如右下图所示。经过一段时间，系统产生周期式的波动。乍看似乎与单周期稳态没有区别。

图表15： 各部门有效库存随时间变化 ( $t=0\sim400$ ,  $\alpha=0.97$ ,  $\beta=0.72$ )



资料来源：华泰证券研究所

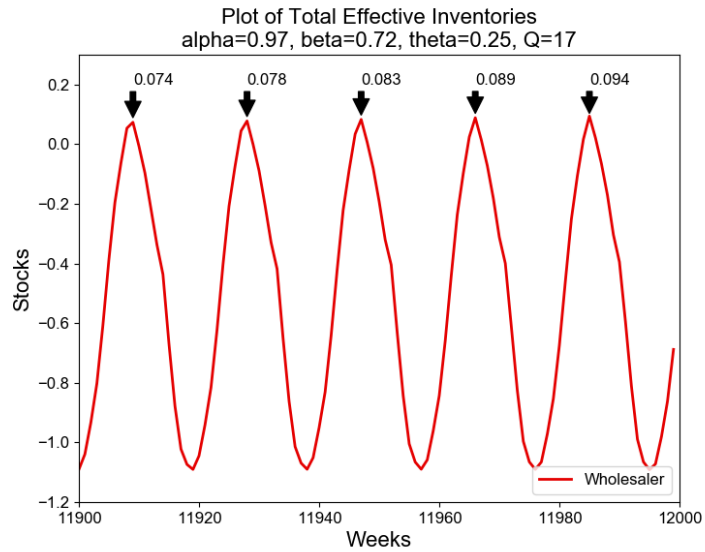
图表16： 各部门订单随时间变化 ( $t=0\sim400$ ,  $\alpha=0.97$ ,  $\beta=0.72$ )



资料来源：华泰证券研究所

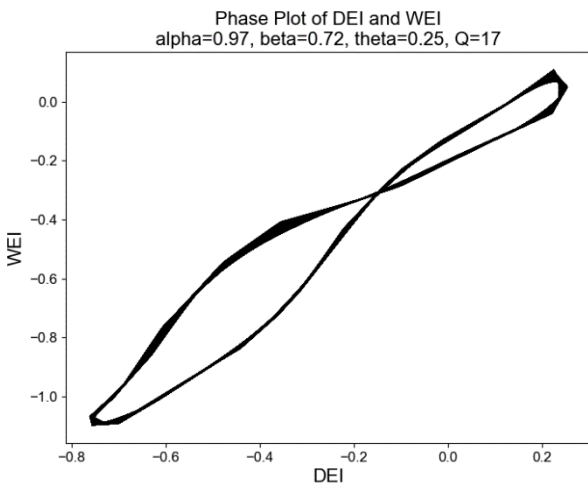
下图为批发商有效库存存在  $t=11900\sim12000$  区间内，即模拟结束阶段的变化情况，可以更清晰地展示准周期的细节。下图乍看似乎与单周期稳态没有区别。如果计算每个波峰的值，会发现对应时刻的有效库存并非完全相同，而是存在细微的差异。这种状态严格意义上不属于周期，故称为准周期。周期和准周期这两种稳态的定量区分方式是计算系统的李雅普诺夫指数，后续章节将展开介绍。



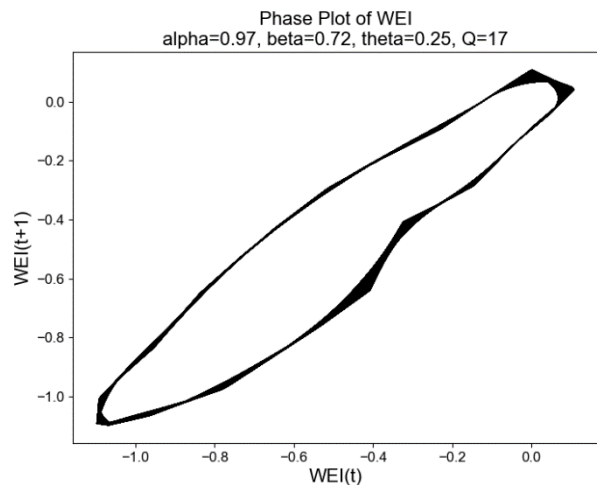
图表17: 批发商有效库存随时间变化 ( $t=11900\sim12000$ ,  $\alpha=0.97$ ,  $\beta=0.72$ )

资料来源: 华泰证券研究所

系统相图如下所示, 相图轨迹表现为一个“有宽度”的环。如果稳态为标准的单周期, 环应没有宽度。当每个周期的轨迹大致相同但又有细微差异时, 环才具有宽度, 对应准周期稳态。

图表18: 分销商批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim12000$ ,  $\alpha=0.97$ ,  $\beta=0.72$ )

资料来源: 华泰证券研究所

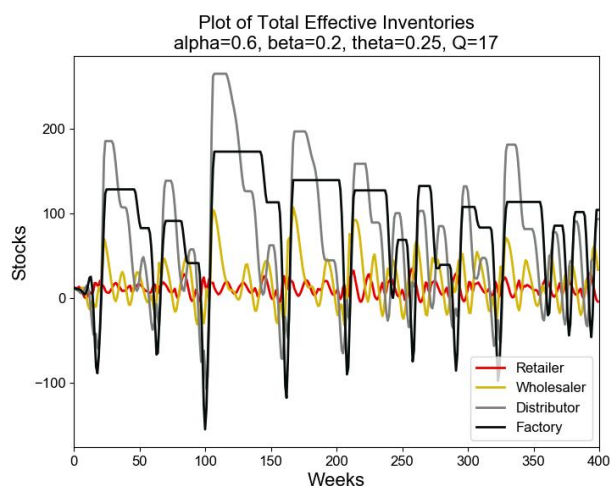
图表19: 批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim12000$ ,  $\alpha=0.97$ ,  $\beta=0.72$ )

资料来源: 华泰证券研究所

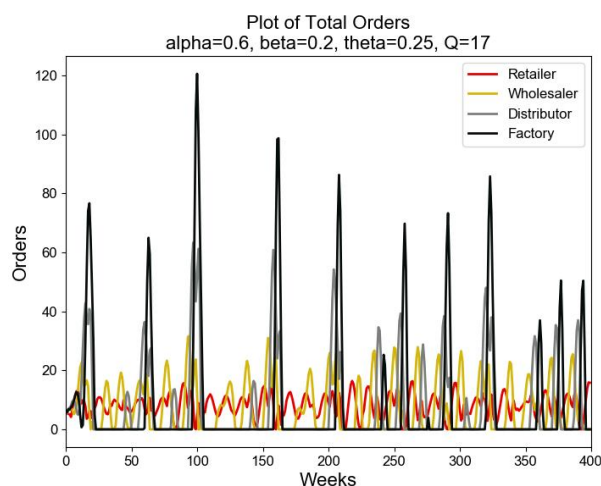
### 混沌不稳态

混沌是高维动力学系统特殊的不稳定状态。混沌的特点是“不可预测的确定性”, 理论上每一时刻的系统状态能够通过动力学方程确定性地表述出来, 但是由于系统对初始值极为敏感, 初始条件的微小改变经过一段时间被放大, 导致系统状态实际上无法预测, 即通俗意义上的“蝴蝶效应”。

当  $\alpha=0.6$ ,  $\beta=0.2$ , 各部门有效库存随时间变化如左下图所示, 各部门订单随时间变化如右下图所示。系统产生“类周期式”的波动, 但明显既非周期也非准周期。每次波动的持续时间和振幅也不同。

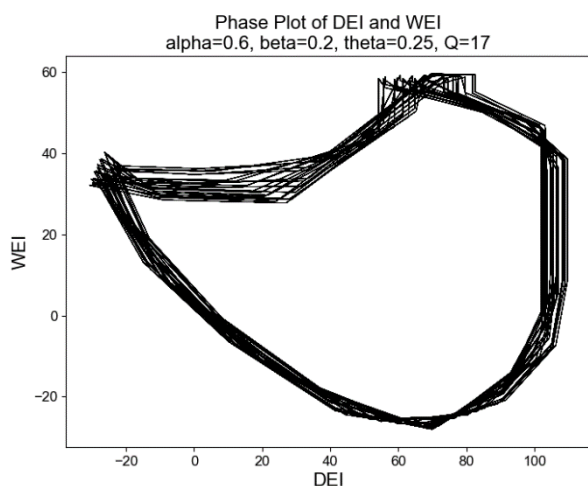
图表20: 各部门有效库存随时间变化 ( $t=0\sim 400$ ,  $\alpha=0.6$ ,  $\beta=0.2$ )

资料来源: 华泰证券研究所

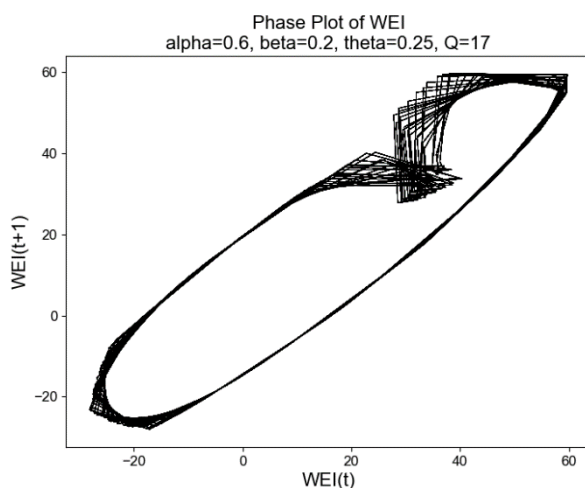
图表21: 各部门订单随时间变化 ( $t=0\sim 400$ ,  $\alpha=0.6$ ,  $\beta=0.2$ )

资料来源: 华泰证券研究所

系统的相图如下面所示, 相图轨迹表现为一系列不重合的环, 称为奇异吸引子, 这种相图是混沌的典型特征。

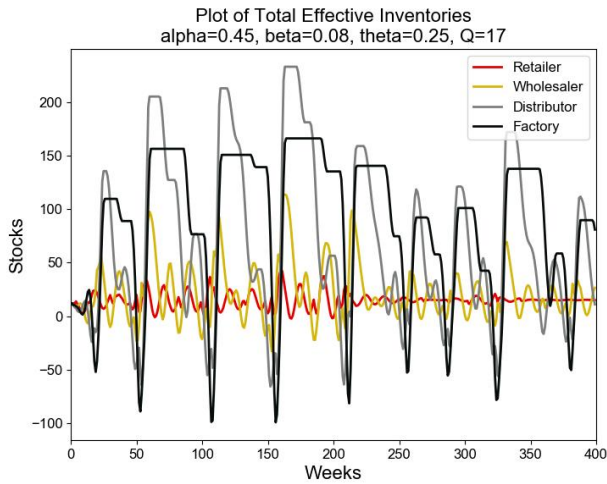
图表22: 分销商批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim 12000$ ,  $\alpha=0.6$ ,  $\beta=0.2$ )

资料来源: 华泰证券研究所

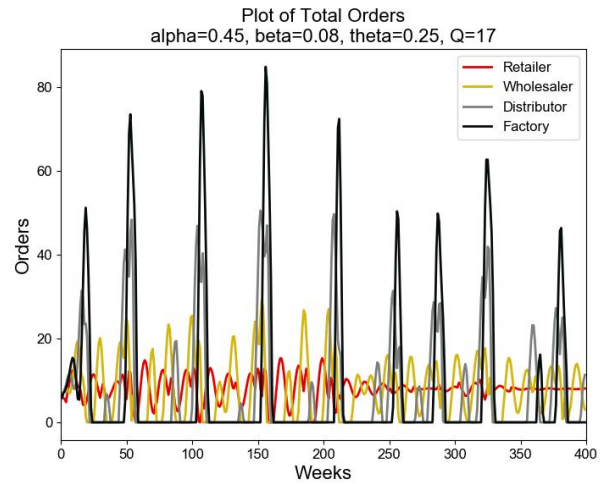
图表23: 批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim 12000$ ,  $\alpha=0.6$ ,  $\beta=0.2$ )

资料来源: 华泰证券研究所

当  $\alpha=0.45$ ,  $\beta=0.08$ , 各部门有效库存随时间变化如左下图所示, 各部门订单随时间变化如右下图所示。和上一组模拟类似, 系统产生“类周期式”的波动, 既非周期也非准周期。每次波动的持续时间和振幅也不同。

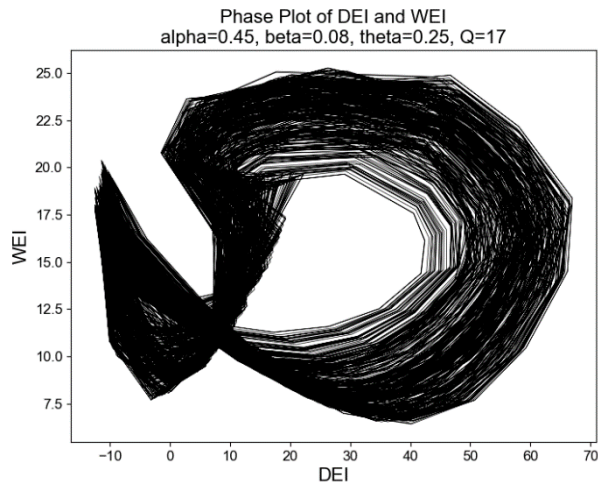
图表24: 各部门有效库存随时间变化 ( $t=0\sim 400$ ,  $\alpha=0.45$ ,  $\beta=0.08$ )

资料来源: 华泰证券研究所

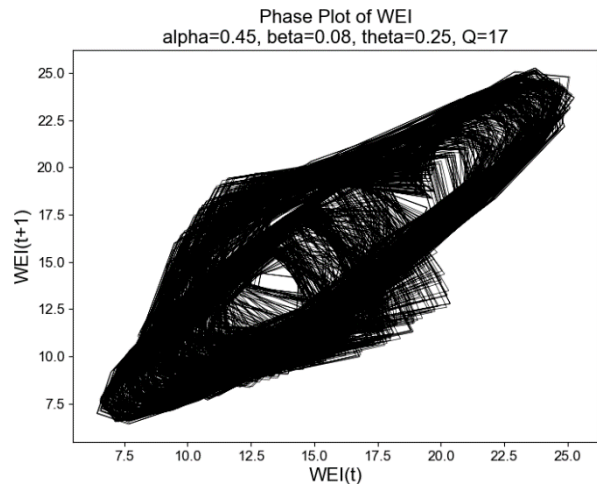
图表25: 各部门订单随时间变化 ( $t=0\sim 400$ ,  $\alpha=0.45$ ,  $\beta=0.08$ )

资料来源: 华泰证券研究所

系统相图如下所示, 相图轨迹的变动幅度相比于上一组模拟更大。通俗地说,  $\alpha=0.45$ 、 $\beta=0.08$  这组参数的混沌比  $\alpha=0.6$ 、 $\beta=0.2$  这组参数的混沌更“混沌”一些, 但仍然属于混沌的范畴。

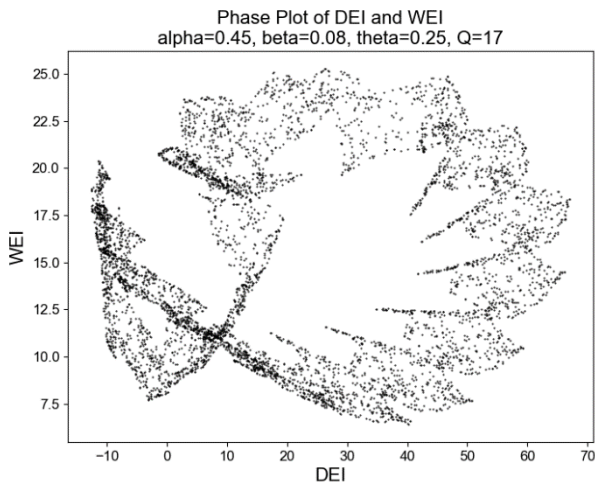
图表26: 分销商批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim 12000$ ,  $\alpha=0.45$ ,  $\beta=0.08$ )

资料来源: 华泰证券研究所

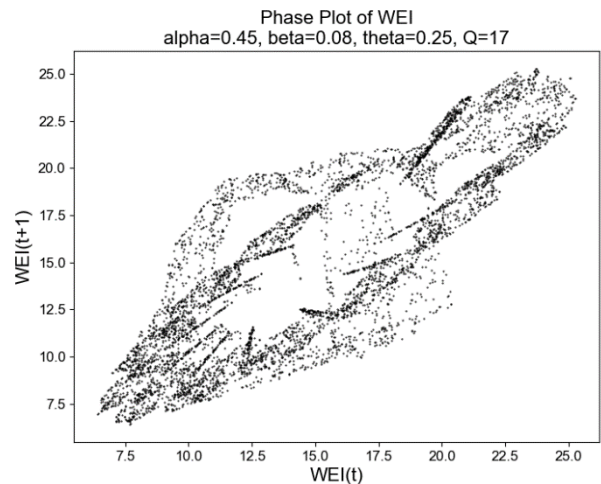
图表27: 批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim 12000$ ,  $\alpha=0.45$ ,  $\beta=0.08$ )

资料来源: 华泰证券研究所

将相图的绘制方式从线图改为点图, 即只展示每个时刻的状态, 而不展示相邻时刻状态的变化轨迹, 得到的图像如下所示。左下图分销商和批发商的有效库存宛如九个角的叶片, 具有一定的美感。

图表28: 分销商批发商有效库存 ( $t=6000\sim12000$ ,  $\alpha=0.45$ ,  $\beta=0.08$ )

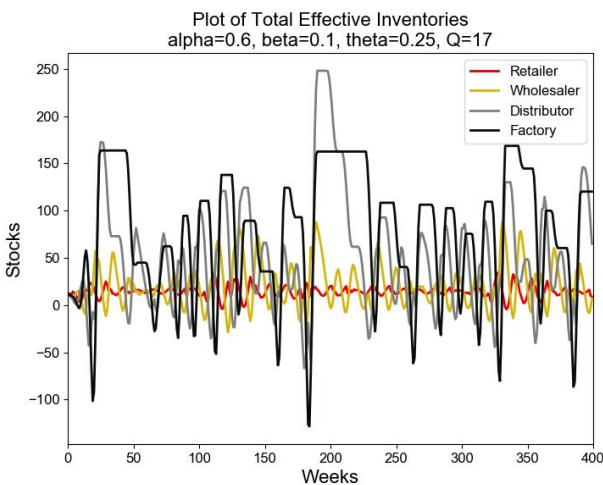
资料来源: 华泰证券研究所

图表29: 批发商有效库存 ( $t=6000\sim12000$ ,  $\alpha=0.45$ ,  $\beta=0.08$ )

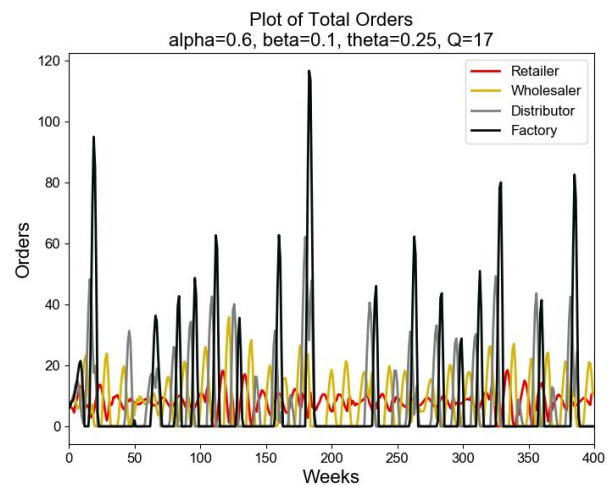
资料来源: 华泰证券研究所

### 超混沌不稳态

超混沌是一种“比混沌更混沌的混沌”，不可预测性比混沌更强。当  $\alpha=0.6$ ,  $\beta=0.1$ , 各部门有效库存随时间变化如左下图所示，各部门订单随时间变化如右下图所示。乍看似乎与上一节模拟的两组混沌区别不大。

图表30: 各部门有效库存随时间变化 ( $t=0\sim400$ ,  $\alpha=0.6$ ,  $\beta=0.1$ )

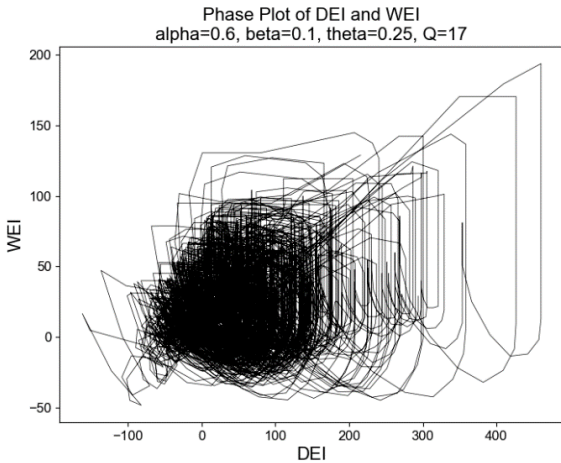
资料来源: 华泰证券研究所

图表31: 各部门订单随时间变化 ( $t=0\sim400$ ,  $\alpha=0.6$ ,  $\beta=0.1$ )

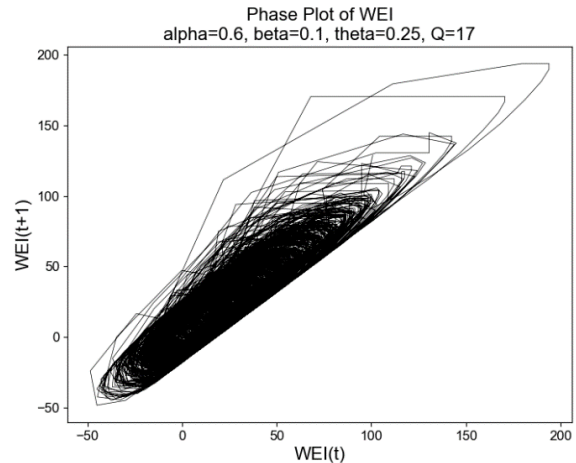
资料来源: 华泰证券研究所

系统相图如下所示，相图轨迹随机程度比混沌更高，这种相图是超混沌的典型特征。混沌和超混沌这两种不稳态的定量区分方式是计算系统的李雅普诺夫指数，后续章节将展开介绍。



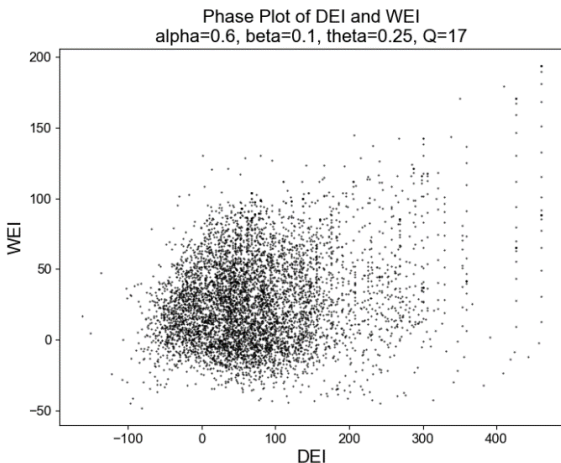
图表32: 分销商批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim12000$ ,  $\alpha=0.6$ ,  $\beta=0.1$ )

资料来源: 华泰证券研究所

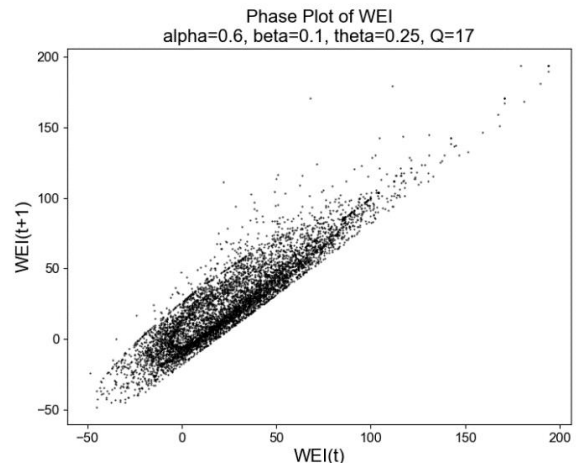
图表33: 批发商有效库存相图 ( $t=6000\sim12000$ ,  $\alpha=0.6$ ,  $\beta=0.1$ )

资料来源: 华泰证券研究所

将相图的绘制方式从线图改为点图, 如下所示。

图表34: 分销商批发商有效库存 ( $t=6000\sim12000$ ,  $\alpha=0.6$ ,  $\beta=0.1$ )

资料来源: 华泰证券研究所

图表35: 批发商有效库存 ( $t=6000\sim12000$ ,  $\alpha=0.6$ ,  $\beta=0.1$ )

资料来源: 华泰证券研究所

### 李雅普诺夫指数

动力学系统状态的定量判断方式是计算李雅普诺夫指数。李雅普诺夫指数的通俗理解, 是系统中两条初始点邻近的轨迹, 经过一段时间后两条路径的距离。若距离变大, 则最大李雅普诺夫指数为正, 轨迹发散, 系统为混沌或超混沌不稳态; 若距离不变, 则最大李雅普诺夫指数为 0, 轨迹平行, 系统为周期或准周期稳态; 若距离变小, 则最大李雅普诺夫指数为负, 轨迹收敛, 系统为定点稳态。

计算以上七组模拟的李雅普诺夫指数。需要说明的是:

1. 计算李雅普诺夫指数的标准方法需要已知系统的雅可比矩阵。本研究的 27 维非线性动力学系统难以直接写出雅可比矩阵, 因此这里我们参考 Mosekilde 和 Lasen(1988) 的论文 *Deterministic chaos in the Beer Production-Distribution Model*, 采用时间序列的相空间重构方法, 只取某一个变量 (这里选择批发商有效库存 WEI) 的时间序列, 构建  $d$  维相空间矢量, 计算该相空间的李雅普诺夫指数。
2. 具体计算采用 Python 的 nolds 库 (<https://pypi.org/project/nolds>), 选取批发商有效库存 WEI 在  $t=6000\sim12000$  区间内的序列, 嵌入维数  $d$  取 10, 展示前 4 大李雅普诺夫指数。



3. 相空间重构得到的李雅普诺夫指数实际值，和系统李雅普诺夫指数理论值可能存在差异。下表我们同时展示实际值和理论值的正负号。特别地，第 1 组模拟为定点稳态，有效库存时间序列为常数，nolds 库无法计算李雅普诺夫指数，故以“/”代替。

图表36：啤酒游戏动力学系统各次模拟李雅普诺夫指数实际值和理论值

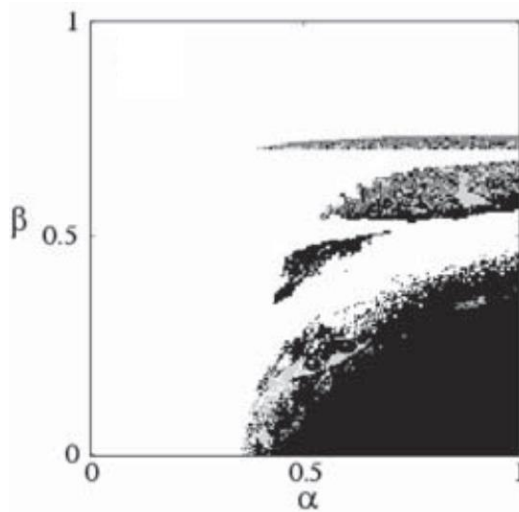
序号	$\alpha$	$\beta$	前 4 大李雅普诺夫指数（实际值）				前 4 大李雅普诺夫指数（理论正负号）				系统状态
			第 1	第 2	第 3	第 4	第 1	第 2	第 3	第 4	
1	0.5	0.5	/	/	/	/	-	-	-	-	定点
2	0.9	0.6	0.06	-0.01	-0.10	-0.28	0	-	-	-	单周期
3	0.4	0.05	-0.04	-0.10	-0.42	-0.84	0	-	-	-	双周期
4	0.97	0.72	0.11	-0.02	-0.06	-0.25	0	0	-	-	准周期
5	0.6	0.2	1.52	0.03	-0.07	-1.79	+	0	-	-	混沌
6	0.45	0.08	0.33	0.01	-0.12	-0.41	+	0	-	-	混沌
7	0.6	0.1	0.27	0.08	-0.02	-0.31	+	+	0	-	超混沌

资料来源：华泰证券研究所

由上表可知，实际值和理论值正负号大致相同，但无法保证完全匹配。实际应用中，可结合李雅普诺夫指数与相图，共同判断系统状态。

下图取自 Mosekilde 和 Laugesen (2007) 论文，该研究对参数  $\alpha$  和  $\beta$  在 0~1 范围内进行遍历，判断系统状态，白、浅灰、深灰、黑色分别代表定点、周期、准周期、混沌和超混沌。总体来看，当  $\alpha$  较小或  $\beta$  较大时，系统倾向于定点稳态；当  $\alpha$  较大且  $\beta$  较小时，系统倾向于混沌或超混沌；周期及准周期稳态类似于定点和混沌之间的过渡状态。

图表37：啤酒游戏动力学系统状态和参数关系（白一定点，浅灰一周，深灰一准周期，黑一混沌和超混沌）



资料来源：Nonlinear Dynamic Phenomena in the Beer Model, 华泰证券研究所

### 讨论：当理论照进现实

回顾参数  $\alpha$  和  $\beta$  的定义，两个参数的取值均在 0 和 1 之间：

1. 参数  $\alpha$  反映库存负反馈控制的“敏感”程度， $\alpha$  越接近 1，代表库存控制越“敏感”，一旦实际库存和期望库存有偏离，便相应调整订货数量； $\alpha$  越接近 0，代表库存控制越“迟钝”，较少参考库存信息，更多地根据期望需求确定订货数量。
2. 参数  $\beta$  反映决策中考虑供应链在途货物的程度， $\beta$  越接近 0，代表考虑供应链信息越少，决策越不理性； $\beta$  越接近 1，代表考虑供应链信息越全面，决策越理性。

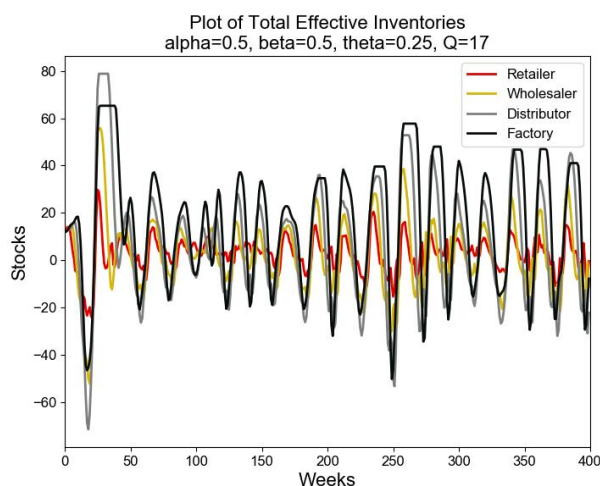
当  $\alpha$  较大且  $\beta$  较小时，系统倾向于混沌或超混沌。换言之，当库存控制较为敏感，且参考供应链在途货物较少时，系统更不稳定。这个推论是合理的。根据期望库存进行库存控制，容易引发对短期库存变动的过度反应，从而引入不稳定性；考虑供应链在途货物信息越少，越容易出现过度囤货，同样会削弱系统的稳定性。

上述结论对供应链管理有一定启示。从提高系统稳定性的角度看，首先对于库存控制的敏感度应控制在合理范围内；其次应充分考虑供应链在途货物信息。这也是啤酒游戏发明者希望带给人们的现实指导意义。

除定点稳态外，其余四种状态下企业的库存、订单均表现出周期或者类周期式的行为。在《周期是不确定性条件下的稳态》一文中，我们提出“系统内部正负反馈的综合造就周期”。正负反馈也存在于啤酒游戏案例中。以供应链中的某个部门为例，发往上游的订单越多，未来库存就越多，这是正反馈部分；库存越多，与期望库存的差距越小，发往上游的订单就越少，这是负反馈部分。在一定参数条件下，正负反馈共同推动系统以周期或者类周期的形式运行。

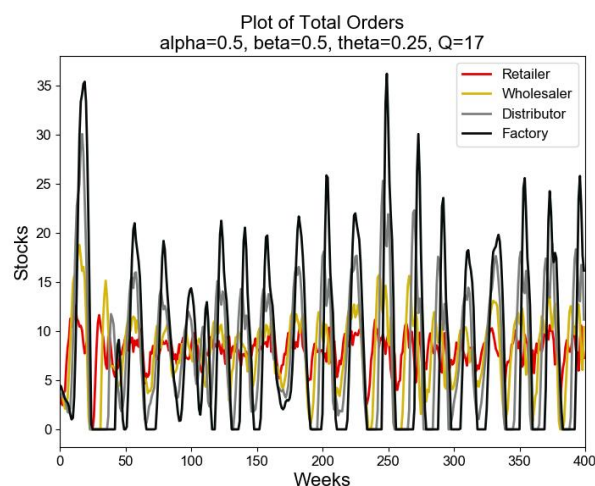
另外需要说明的是，啤酒游戏动力学系统模拟中，一般假定消费者需求为常数。而在真实市场中，消费者需求始终在变化，这使得供应链系统更不稳定。例如，假定前 4 轮消费者需求为 3~5 之间服从均匀分布的随机整数，第 5 轮后消费者需求为 7~9 之间服从均匀分布的随机整数，取参数  $\alpha$  和  $\beta$  为 0.5，进行动力学系统模拟，有效库存和订单如下图所示。原本的定点稳态也出现了类周期式的波动，每次波动的长度、振幅不尽相同，并且越接近上游的部门波动越大，表现出“牛鞭效应”。

图表38： 随机需求下有效库存随时间变化 ( $t=0\sim400$ ,  $\alpha=0.5$ ,  $\beta=0.5$ )



资料来源：华泰证券研究所

图表39： 随机需求下订单随时间变化 ( $t=0\sim400$ ,  $\alpha=0.5$ ,  $\beta=0.5$ )



资料来源：华泰证券研究所

真实市场应更接近这种状态。企业即使有合理的库存控制、完善的供应链管理，只要身处在不确定性的环境下，仍然不可避免出现周期式的波动。尽管这种场景更符合现实，但由于引入了随机性，某种意义上已脱离传统的、确定性的动力学系统范畴。当理论照进现实，我们应使用何种工具研究随机性的动力学系统，偶然性的系统中能否挖掘出必然性的规律，这些都值得进一步探索。

## 总结

本文承接华泰金工《周期是不确定性条件下的稳态》(20200305)一文，从理论过渡到实际，聚焦于动力学系统在现实场景下的应用。本文以经典的供应链管理模型——MIT 啤酒游戏为例，构建高维动力学系统模型。结果表明，在不同参数组合下，能够观察到定点、周期、准周期这三种稳态，以及混沌、超混沌这两种不稳态。除定点稳态外，其余四种状态下企业的库存、订货均表现出周期或者类周期式的行为。

啤酒游戏是经典的供应链管理模型，能够揭示供应链管理中的反常现象和非理性决策。游戏包含供应链从下游至上游的 5 个部门，参与者的任务是根据下游订单，结合自身库存，决定向上游订货数量。各部门之间存在两条传导链条：下游向上游订货，上游向下游发货。实际游戏中，由于订货和发货均存在延迟，各部门无法准确知晓消费者的实际需求，消费者需求的突然增加会在供应链中逐级放大，导致各部门库存、订货呈现周期性的波动，并且越靠近上游的部门波动越大，这种现象称为“牛鞭效应”。

我们对啤酒游戏构建 27 维动力学系统，进行数值模拟，关注参数对系统状态的影响。参数  $\alpha$  反映库存负反馈控制的“敏感”程度。参数  $\beta$  反映决策中考虑供应链在途货物的程度。在不同参数组合下，能够观察到定点、周期、准周期这三种稳态，以及混沌、超混沌这两种不稳态。当  $\alpha$  较小或  $\beta$  较大时，系统倾向于定点稳态；当  $\alpha$  较大且  $\beta$  较小时，系统倾向于混沌或超混沌；周期及准周期稳态类似于定点和混沌之间的过渡状态。

啤酒游戏动力学系统模拟结果对供应链管理有一定启示。根据期望库存进行库存控制，容易引发对短期库存变动的过度反应，从而引入不稳定性；考虑供应链在途货物信息越少，越容易出现过度囤货，同样会削弱系统的稳定性。在一定参数条件下，正负反馈共同推动系统以周期或者类周期的形式运行。另外，当消费者需求存在随机性时，原本的定点稳态也出现了类周期式的波动。这表明企业即使有合理的库存控制、完善的供应链管理，只要身处在不确定性的环境下，仍然不可避免出现周期式的波动。

## 参考文献

- Mosekilde, E., & Larsen, E. R. (1988). Deterministic chaos in the beer production - distribution model. *System Dynamics Review*, 4(1 - 2), 131-147.
- Mosekilde, E., & Laugesen, J. L. (2007). Nonlinear dynamic phenomena in the beer model. *System Dynamics Review: The Journal of the System Dynamics Society*, 23(2 - 3), 229-252.
- Sterman, J. D. (1989). Modeling managerial behavior: Misperceptions of feedback in a dynamic decision making experiment. *Management Science*, 35(3), 321-339.
- Thomsen, J. S., Mosekilde, E., & Sterman, J. D. (1991). Hyperchaotic phenomena in dynamic decision making. In *Complexity, Chaos, and Biological Evolution* (pp. 397-420). Springer, New York, NY.

## 风险提示

动力学系统模型是对真实世界的简单刻画，存在过度简化的可能；周期规律基于历史数据总结，历史规律可能失效；周期规律对市场长期规律进行研究，无法判断短期的市场情绪与政策冲击带来的影响；市场在某些极端情形下可能出现规律以外的交易风险。

## 免责声明

### 分析师声明

本人，林晓明、陈烨、刘志成、李子钰，兹证明本报告所表达的观点准确地反映了分析师对标的证券或发行人的个人意见；彼以往、现在或未来并无就其研究报告所提供的具体建议或所表达的意见直接或间接收取任何报酬。

### 一般声明

本报告由华泰证券股份有限公司（已具备中国证监会批准的证券投资咨询业务资格，以下简称“本公司”）制作。本报告仅供本公司客户使用。本公司不因接收人收到本报告而视其为客户。

本报告基于本公司认为可靠的、已公开的信息编制，但本公司对该等信息的准确性及完整性不作任何保证。本报告所载的意见、评估及预测仅反映报告发布当日的观点和判断。在不同时期，本公司可能会发出与本报告所载意见、评估及预测不一致的研究报告。同时，本报告所指的证券或投资标的的价格、价值及投资收入可能会波动。以往表现并不能指引未来，未来回报并不能得到保证，并存在损失本金的可能。本公司不保证本报告所含信息保持在最新状态。本公司对本报告所含信息可在不发出通知的情形下做出修改，投资者应当自行关注相应的更新或修改。

本公司研究报告以中文撰写，英文报告为翻译版本，如出现中英文版本内容差异或不一致，请以中文报告为主。英文翻译报告可能存在一定时间延迟。

本公司力求报告内容客观、公正，但本报告所载的观点、结论和建议仅供参考，不构成所述证券的买卖出价或征价。该等观点、建议并未考虑到个别投资者的具体投资目的、财务状况以及特定需求，在任何时候均不构成对客户私人投资建议。投资者应当充分考虑自身特定状况，并完整理解和使用本报告内容，不应视本报告为做出投资决策的唯一因素。对依据或者使用本报告所造成的一切后果，本公司及作者均不承担任何法律责任。任何形式的分享证券投资收益或者分担证券投资损失的书面或口头承诺均为无效。

除非另行说明，本报告中所引用的关于业绩的数据代表过往表现，过往的业绩表现不应作为日后回报的预示。本公司不承诺也不保证任何预示的回报会得以实现，分析中所做的预测可能是基于相应的假设，任何假设的变化可能会显著影响所预测的回报。

本公司及作者在自身所知情的范围内，与本报告所指的证券或投资标的不存在法律禁止的利害关系。在法律许可的情况下，本公司及其所属关联机构可能会持有报告中提到的公司所发行的证券头寸并进行交易，也可能为之提供或者争取提供投资银行、财务顾问或者金融产品等相关服务。本公司的销售人员、交易人员或其他专业人士可能会依据不同假设和标准、采用不同的分析方法而口头或书面发表与本报告意见及建议不一致的市场评论和/或交易观点。本公司没有将此意见及建议向报告所有接收者进行更新的义务。本公司的资产管理部门、自营部门以及其他投资业务部门可能独立做出与本报告中的意见或建议不一致的投资决策。投资者应当考虑到本公司及/或其相关人员可能存在影响本报告观点客观性的潜在利益冲突。投资者请勿将本报告视为投资或其他决定的唯一信赖依据。有关该方面的具体披露请参照本报告尾部。

本研究报告并非意图发送、发布给在当地法律或监管规则下不允许向其发送、发布的机构或人员，也并非意图发送、发布给因可得到、使用本报告的行为而使本公司及关联子公司违反或受制于当地法律或监管规则的机构或人员。

本报告版权仅为本公司所有。未经本公司书面许可，任何机构或个人不得以翻版、复制、发表、引用或再次分发他人等任何形式侵犯本公司版权。如征得本公司同意进行引用、刊发的，需在允许的范围内使用，并注明出处为“华泰证券研究所”，且不得对本报告进行任何有悖原意的引用、删节和修改。本公司保留追究相关责任的权利。所有本报告中使用的商标、服务标记及标记均为本公司的商标、服务标记及标记。

### 针对美国司法管辖区的声明

#### 美国法律法规要求之一般披露

本研究报告由华泰证券股份有限公司编制，在美国由华泰证券（美国）有限公司（以下简称华泰证券（美国））向符合美国监管规定的机构投资者进行发表与分发。华泰证券（美国）有限公司是美国注册经纪商和美国金融业监管局（FINRA）的注册会员。对于其在美国分发的研究报告，华泰证券（美国）有限公司对其非美国联营公司编写的每一份研究报告内容负责。华泰证券（美国）有限公司联营公司的分析师不具有美国金融监管（FINRA）分析师的注册资格，可能不属于华泰证券（美国）有限公司的关联人员，因此可能不受 FINRA 关于分析师与标的公司沟通、公开露面和所持交易证券的限制。任何直接从华泰证券（美国）有限公司收到此报告并希望就本报告所述任何证券进行交易的人士，应通过华泰证券（美国）有限公司进行交易。

### 所有权及重大利益冲突

分析师林晓明、陈烨、刘志成、李子钰本人及相关人士并不担任本研究报告所提及的标的证券或发行人的高级人员、董事或顾问。分析师及相关人士与本研究报告所提及的标的证券或发行人并无任何相关财务利益。声明中所提及的“相关人士”包括 FINRA 定义下分析师的家庭成员。分析师根据华泰证券的整体收入和盈利能力获得薪酬，包括源自公司投资银行业务的收入。



## 重要披露信息

- 华泰证券股份有限公司和/或其联营公司在本报告所署日期前的 12 个月内未担任标的证券公开发行或 144A 条款发行的经办人或联席经办人。
- 华泰证券股份有限公司和/或其联营公司在研究报告发布之日前 12 个月未曾向标的公司提供投资银行服务并收取报酬。
- 华泰证券股份有限公司和/或其联营公司预计在本报告发布之日后 3 个月内将不会向标的公司收取或寻求投资银行服务报酬。
- 华泰证券股份有限公司和/或其联营公司并未实益持有标的公司某一类普通股证券的 1%或以上。此头寸基于报告前一个工作日可得的信息，适用法律禁止向我们公布信息的情况除外。在此情况下，总头寸中的适用部分反映截至最近一次发布的可得信息。
- 华泰证券股份有限公司和/或其联营公司在本报告撰写之日并未担任标的公司股票证券做市商。

## 评级说明

### 行业评级体系

一报告发布日后的 6 个月内的行业涨跌幅相对同期的沪深 300 指数的涨跌幅为基准；

一投资建议的评级标准

增持行业股票指数超越基准

中性行业股票指数基本与基准持平

减持行业股票指数明显弱于基准

### 公司评级体系

一报告发布日后的 6 个月内的公司涨跌幅相对同期的沪深 300 指数的涨跌幅为基准；

一投资建议的评级标准

买入股价超越基准 20%以上

增持股价超越基准 5%-20%

中性股价相对基准波动在-5%~5%之间

减持股价弱于基准 5%-20%

卖出股价弱于基准 20%以上

## 华泰证券研究

### 南京

南京市建邺区江东中路 228 号华泰证券广场 1 号楼/邮政编码：210019

电话：86 25 83389999/传真：86 25 83387521

电子邮件：ht-rd@htsc.com

### 深圳

深圳市福田区益田路 5999 号基金大厦 10 楼/邮政编码：518017

电话：86 755 82493932/传真：86 755 82492062

电子邮件：ht-rd@htsc.com

### 北京

北京市西城区太平桥大街丰盛胡同 28 号太平洋保险大厦 A 座 18 层

邮政编码：100032

电话：86 10 63211166/传真：86 10 63211275

电子邮件：ht-rd@htsc.com

### 上海

上海市浦东新区东方路 18 号保利广场 E 栋 23 楼/邮政编码：200120

电话：86 21 28972098/传真：86 21 28972068

电子邮件：ht-rd@htsc.com

## 法律实体披露

本公司具有中国证监会核准的“证券投资咨询”业务资格，经营许可证编号为：91320000704041011J。

华泰证券全资子公司华泰证券(美国)有限公司为美国金融业监管局(FINRA)成员，具有在美国开展经纪交易商业业务的资格，经营业务许可编号为：CRD#298809。

电话：212-763-8160

电子邮件：huatai@htsc-us.com

传真：917-725-9702

http://www.htsc-us.com

©版权所有2020年华泰证券股份有限公司